

Universidade de São Paulo - USP

Instituto de Matemática e Estatística da USP

Bruno Branco de Araujo

Cicera Samara Lima da Silva

Francisco Douglas Lisboa Duarte

José Aldeni Rocha Filho

**TEOREMA DE PITÁGORAS:
SUA RELEVÂNCIA NO MUNDO ANTIGO**

São Paulo

Outubro de 2018

Bruno Branco de Araujo - 8941940

Cicera Samara Lima da Silva - 8604064

Francisco Douglas Lisboa Duarte - 8941961

José Aldeni Rocha Filho - 6507580

**TEOREMA DE PITÁGORAS:
SUA RELEVÂNCIA NO MUNDO ANTIGO**

Trabalho apresentado como requisito parcial para obtenção de aprovação na disciplina MAT0341 - História da Matemática, no Curso de Licenciatura em Física, na Universidade de São Paulo. Prof. Oscar João Abdounur.

RESUMO

Este trabalho possui como intuito principal apresentar e explorar a teoria desenvolvida por Pitágoras na formulação do teorema que leva seu nome, “teorema de Pitágoras”. Para isso, procuramos explorar “teorias” e ideias que tem como data de criação muito anterior a de Pitágoras. Sendo possível então base de pensamento para a conclusão de tal teorema desenvolvido pelo o mesmo.

Sumário

1. Introdução	5
2. A vida de Pitágoras	5
3. Tudo é número	6
4. Teorema de Pitágoras	7
5. Demonstrações	8
6. Teorema em outras civilizações	9
7. Conclusão	11
8. Bibliografia	12

1. Introdução

A matemática como conhecemos hoje é uma construção que tem a colaboração de muitas personalidades ao longo da história, quer sua existência física seja verdade ou apenas um mito, como Pitágoras. Mesmo envolvido em mitos e polêmicas, Pitágoras colaborou profundamente para a formação do pensamento matemático como conhecemos hoje, pois, tratando os números como divinos, ajudou a matemática a ter um sentido além do pragmático. Além disso, também fundou “escolas”, e essas instituições tinham um caráter praticamente religioso, já que tinha como um de seus ídolos os Números.

Uma das grandes ideias atribuída ao matemático e que leva o seu nome é o famoso Teorema de Pitágoras, mas a sua existência, segundo algumas fontes, já era bem conhecida para os babilônios, chineses e egípcios, por exemplo. O possível contato de Pitágoras com o teorema pode ter origem no grande intercâmbio entre as culturas dos povos do mediterrâneo e até do oriente, e também pelas supostas viagens do filósofo.

Embora muito da história e documentos tenham se perdido por conta das guerras, é possível perceber que o grande potencial heurístico do problema foi sendo explorado ao longo do tempo, como, por exemplo, a ampliação da ideia para graus de números maiores que dois, que originaria problemas como o Teorema de Fermat.

2. A vida de Pitágoras

Nascido em Samos, no século VI a. C., o matemático tem boa parte do seu conhecimento adquirido atribuído aos possíveis vinte anos de viagens pela Babilônia, Egito, principalmente. Em sua volta a Samos, que estava passando por um momento político complicado, já que a cidade estava sob o regime conservador e intolerante de Polícrates, Pitágoras rejeita fazer parte da corte e, segundo a lenda, vai morar em uma caverna, numa remota ilha, onde teria fundado a sua primeira escola, o semicírculo de Pitágoras.

Em Crotona, na Magna Grécia, Sul da Itália, ele funda a Irmandade Pitagórica com apoio de Milo, o homem mais rico da região, que também era um entusiasta no estudo de filosofia e matemática. A Irmandade não era apenas uma instituição que promovia o estudos, mas tinha uma estrutura orgânica e fisiológica semelhantes a uma entidade religiosa.

Assim como seu líder, a Irmandade está submersa em lendas, como o afogamento de um de seus membros por revelar o dodecaedro, já que era proibido externalizar os segredos por eles compartilhados. O grupo também trabalhou a ideia de números perfeitos, pois nos números eles viam mais que símbolos ou relações algébricas, mas “percebeu que os números existem independente do mundo palpável”

3. Tudo é número

Para o filósofo, os números não eram apenas símbolos que marcavam as quantidades, mas seu sentido e importância ia muito além do seu uso prático, era um modo de vida. Logo, tudo é número!, ou seja, a interpretação da matemática ganhava um caráter mais axiomático. O primeiro a usar a palavra filósofo foi Pitágoras, diante do príncipe Leon

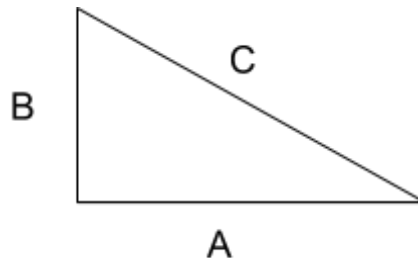
A vida, príncipe Leon, pode muito bem ser comparada a estes jogos. Na imensa multidão aqui reunida alguns vieram à procura de lucros, outros foram trazidos pelas esperanças e ambições da fama e da glória. Mas entre eles existem uns poucos que vieram para observar e entender tudo o que se passa aqui.

Com a vida acontece a mesma coisa. Alguns são influenciados pela busca da riqueza, enquanto outros são dominados pela febre do poder e da dominação. Mas os melhores entre os homens se dedicam à descoberta do significado e do propósito da vida. Eles tentam descobrir os segredos da natureza. Este tipo de homem eu chamo de filósofo, pois embora nenhum homem seja completamente sábio em todos os assuntos, ele pode amar a sabedoria como a chave para os segredos da natureza. (Simon Singh - O último teorema de Fermat ; editora Record – 14ª edição. 2008).

Além disso, ele acreditava que era possível entender as leis da natureza e até prevê-las, já que podiam ser equacionadas. Um bom exemplo é a lenda sobre a descoberta da relações entre a música e a matemática. Logo, era uma das primeiras vezes, senão a primeira, que se conseguia fazer essa ponte.

4. Teorema de Pitágoras

O teorema que apesar de não ter sua origem em Pitágoras, carrega seu nome devido a difusão gerada principalmente após o mesmo é o seguinte: “Num triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos”. Se tomarmos como base a seguinte figura:



Temos então:

$$C^2 = A^2 + B^2$$

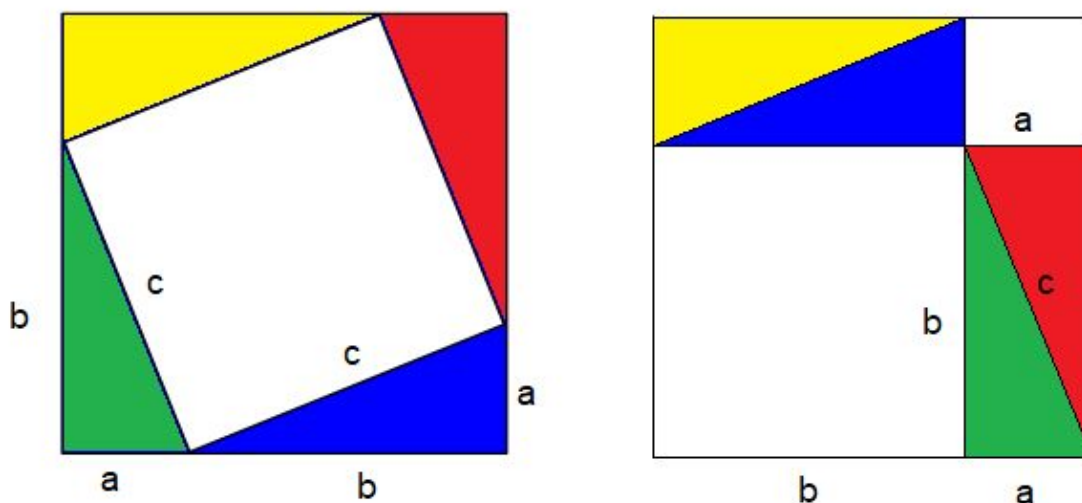
ou

$$C = \sqrt{A^2 + B^2}$$

Embora o teorema esteja eternamente associado a Pitágoras como já mencionado, o mesmo já era usado pelos chineses e babilônios mil anos antes. Porém as outras culturas usavam a ideia do teorema apenas de maneira pragmática, sem saber se ele era válido para todo triângulo retângulo. É atribuída a Pitágoras a demonstração que a ideia é válida para todo triângulo retângulo, (verdade universal), pois o pensamento grego havia desenvolvido a necessidade da demonstração.

5. Demonstrações

Não se sabe qual foi a demonstração utilizada por Pitágoras, uma vez que ele não deixou nenhum trabalho escrito, a maioria dos historiadores acredita que a demonstração utilizada foi a “geométrica”, baseando-se em áreas. Não foi a que encontramos nos “Elementos” de Euclides, visto que esta demonstração parece ser concebida pelo mesmo, e hoje disseminada nos diversos livros de Geometria. A demonstração de Pitágoras pode ter sido como que mostramos a seguir.



Do quadrado que tem $a+b$ como lado, retiramos 4 triângulos iguais ao dado, se fizermos isto como a figura à esquerda, obtemos um quadrado de lado c . Mas se a mesma operação for feita como a figura da direita, restarão dois quadrados de lados a e b respectivamente. Logo, a área do quadrado de lado c é a soma das áreas dos quadrados cujos lados medem a e b .

Dos “Elementos” de Euclides, temos as proposições 47 e 48 que abordam o teorema, como podemos ver abaixo:

47 - Em todo o triângulo retângulo o quadrado feito sobre o lado oposto ao ângulo reto, é igual aos quadrados formados sobre os outros, que fazem o mesmo ângulo reto.

48 - Se o quadrado feito sobre um lado de um triângulo for igual aos quadrados dos outros dois lados, o ângulo compreendido por estes dois lados será reto.

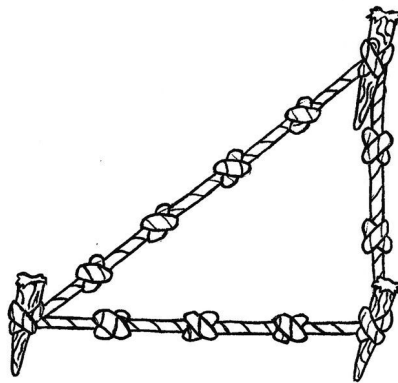
6. Teorema em outras civilizações

"Num triângulo retângulo, a área do quadrado construído sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos". Essa importante relação entre os três lados de um triângulo retângulo ficou conhecida, na Geometria Euclidiana, como Teorema de Pitágoras. Mas séculos antes da existência de Pitágoras, o teorema já era conhecido por babilônios, egípcios e chineses, que utilizavam o resultado na resolução de problemas.

Há provas concretas que os babilônios antigos conheciam o Teorema de Pitágoras. Muitos dos tabletes de barro, que datam de 2000 a 1600 a. C., que foram encontrados e decifrados evidenciam este fato. Um deles, que se chama Plimpton 322, e se encontra atualmente na Universidade de Columbia, contém uma tabela de 15 linhas e 3 colunas, contendo ternos pitagóricos, ou seja, com medidas dos três lados de um triângulo retângulo. Um outro exemplar babilônico que representa o conhecimento do Teorema de Pitágoras bem como sua aplicação é a tableta YBC 7289 onde podemos ver uma forma clara de aplicação do teorema e uma estimativa acurada da raiz quadrada de 2. Dessa forma, os babilônios de alguma forma lidaram com a matemática não simplesmente como uma forma direta de resolução de problemas do cotidiano mas com consciência e aplicações indo além do pragmatismo do dia-a-dia.

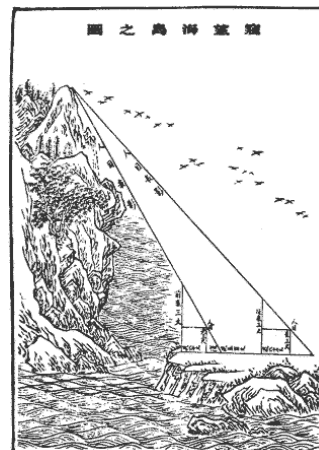
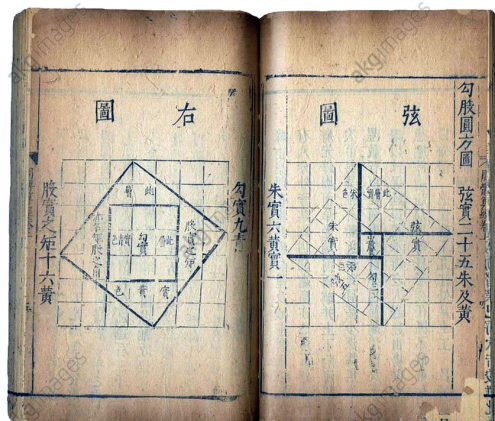


Os antigos egípcios também fizeram uso extensivo do Teorema de Pitágoras. Conhecidos pelo perfeccionismo arquitetônico e construções monumentais os egípcios contavam com um domínio fenomenal da geometria como ferramenta fundamental como base para suas construções. Acredita-se que que os antigos egípcios costumavam utilizar cordas para ajudá-los a criar ângulos retos perfeitos para as construções. Um dos mecanismos utilizados para tal é representado abaixo:



A corda era amarrada em 12 lugares igualmente espaçados e então organizados de modo a criar um perfeito triângulo retângulo 3-4-5. A relação dos números 3-4-5 são muito importantes para o egípcios de modo que alguns afirmam que a pirâmide de Giza é uma representação de tal relação. Fica claro, dessa forma, a relevância do Teorema de Pitágoras no contexto dos egípcios e como tal conhecimento pode proporcionar o desenvolvimento dos mesmos.

Na cultura oriental, o conhecimento do Teorema de Pitágoras também se faz presente. Os chineses já conheciam o teorema e o mesmo foi discutido em diversos textos extensivamente com provas únicas, afirmações explícitas e abordagens práticas do mesmo.



7. Conclusão

Notamos que mesmo com a dificuldade de se obter certezas em muitas coisas da época em que Pitágoras viveu, podemos acreditar através de historiadores que Pitágoras foi uma das pessoas que concebeu um grande avanço em relação aos números.

A relação do triângulo retângulo mencionada neste trabalho foi umas das maiores contribuições para a matemática feita pelo mesmo. O teorema é de suma importância até o dia de hoje, e mesmo existindo alguns documentos que comprovem sua existência muito antes de Pitágoras, o teorema carrega seu nome por ter sido o mesmo (Pitágoras), que generalizou e difundiu a demonstração que é válida para todos os triângulos retângulos e não apenas para os que já foi possível testá-lo.

Desta forma, Pitágoras é um grande nome não apenas nos números, mas também na matemática em geral, na filosofia, etc.. Deu, contribuições importantes para o grande avanço na área matemática, onde seu nome é eternizado.

8. Bibliografia

Simon Singh - O último teorema de Fermat ; Editora Record – 14ª edição. 2008.

Elon Lages Lima – Meu professor de matemática e outras histórias; dezembro 1991.

Marconi Coelho dos Santos – Teorema de Pitágoras: Suas diversas demonstrações. 2010.