

IME-USP

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
GABRIEL LOPES FERNANDES DA COSTA 3376732
TAMYRES VERÇOSA GOBETTI 7578686
TAUÃ GOMES SILVÉRIO 8537406
THAINANNY ALVES SANTOS 7658174

TRIGONOMETRIA NA ANTIGUIDADE

Trabalho acadêmico apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade de São Paulo como requisito parcial para a conclusão da disciplina de História da Matemática I – MAT0341, sob orientação da Prof. Dr. Oscar João Abdounur.

São Paulo, outubro de 2018

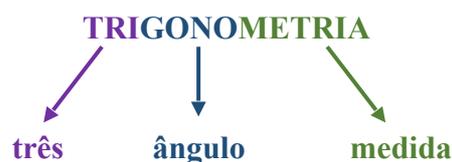
1. INTRODUÇÃO

A disciplina MAT0341 tem como objetivo apresentar e propiciar aos alunos uma reflexão sobre a inserção cultural da evolução dos conceitos da matemática elementar na história da humanidade, estudando a história por assunto até o surgimento do cálculo.

Um dos assuntos abordados na disciplina é a trigonometria na antiguidade, que é o que será tratado no presente trabalho, abrangendo o desenvolvimento da trigonometria desde sua origem.

2. DESENVOLVIMENTO

A palavra trigonometria é constituída de três termos gregos:



E tem como definição no dicionário: parte da matemática que estabelece os métodos de resolução dos triângulos e investiga as funções trigonométricas.

O início do desenvolvimento da trigonometria se deu principalmente devido aos problemas gerados pela Astronomia, Agrimensura e Navegações, por volta do século IV ou V a.C., com os egípcios e babilônios.

Algumas das motivações foram:

- Cálculos da distância de onde se encontravam a terra pelos navegadores;
- Cálculos de alturas a partir do comprimento da sua sombra projetada pelo sol;
- Medidas da distância da Terra à Lua e ao Sol.



Figura 1 - Na navegação.

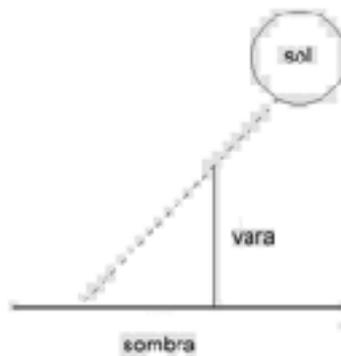


Figura 2 - Projeção de altura.

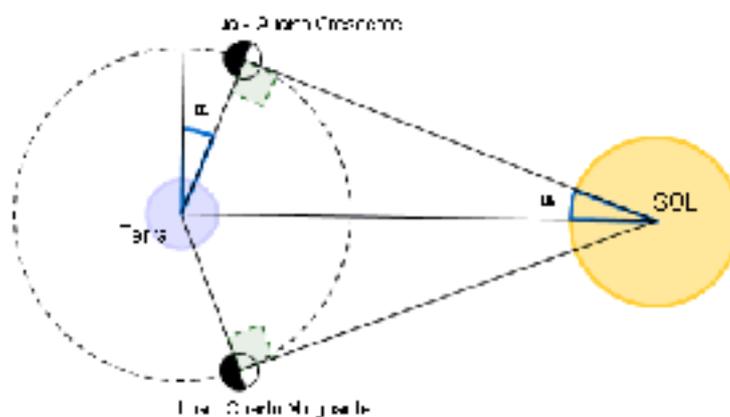


Figura 3 - Distância da Terra à Lua/Sol.

3. ORIGEM

A trigonometria esteve presente em muitos lugares durante a história, agora serão apresentadas algumas dessas aparições.

3.1 Egito

No Egito a trigonometria aparece no Papiro de Rhind (também conhecido como Papiro Ahmes) no ano de 1700 a. C., e no Papiro Matemático Cairo, datado no ano de 300 a. C., que contém problemas com o teorema de Pitágoras.



Figura 4 - Papiro.

O Papiro de Rhind continha cerca de 84 problemas matemáticos, dos quais quatro faziam menção a *seqt* de um ângulo. Segundo Boyer a palavra *seqt* é o que hoje chamamos de inclinação de uma parede equivalente a cotangente. Há indícios do auxílio desse conceito para mantermos certa inclinação nas construções das pirâmides.

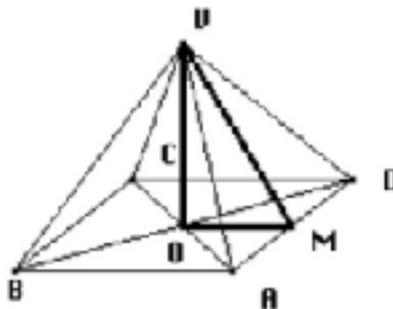


Figura 5 - Cotangente.

3.2 Mesopotâmia

Na Mesopotâmia foi criada a Tabela de Plimpton 322 em 1800 a. C., acredita-se ser a tabela de trigonometria mais antiga.

É uma tabela com quatro colunas e quinze linhas, com uma trigonometria que se baseia em razões entre os lados, e não em ângulos e circunferências.



Figura 6 - Tabela de Plimpton.

Tabelas de trigonometria permitem usar uma razão conhecida entre dois lados de um triângulo reto para determinar as outras duas razões desconhecidas, como na tabela abaixo.

$\sin^{-1}(a/b)$ or $\sin^{-1}(a/c)$	Short Side a	Diagonal c	Row #
(1)9634208	119	159	1
(1)9429586	3,057	4,025	2
(1)9188321	4,604	6,040	3
(1)8962479	12,739	16,641	4
(1)8750077	55	97	5
(1)7881209	319	421	6
(1)7186937	2,298	3,041	7
(1)6527384	799	1,049	8
(1)6425584	461	759	9
(1)5851226	4561	6,161	10
(1)5625	45	75	11
(1)4894168	1,679	2,529	12
(1)4500174	161	239	13
(1)4302368	1,771	3,229	14
(1)3671586	56	126	15

Figura 7 - Tabela de razões.

3.3 China

Aproximadamente em 1110 a.C. os triângulos retângulos eram frequentemente usados para medir distâncias, comprimentos e profundidades.

Existem evidências tanto no conhecimento das relações trigonométricas quanto do conceito de ângulo.

3.4 Índia

Com a queda do Império Romano, o centro da cultura começou a se deslocar para Índia, que revolucionou a trigonometria com um conjunto de textos chamados Siddhanta.

4. MATEMÁTICOS

O desenvolvimento está intimamente ligado a geometria e nesse campo a Grécia produziu grandes sábios.

- Thales de Mileto (625 - 546 a.C.): com seus estudos de semelhança que embasam a trigonometria;
- Pitágoras (570 - 495 a.C.);



Figura 8 - Thales de Mileto.

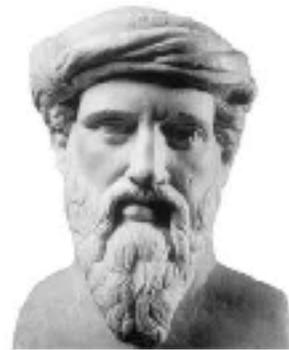


Figura 9 - Pitágoras.

- Eratóstenes de Cirene (276 - 196 a.C.): produziu a mais notável medida da Antiguidade para a circunferência da Terra. Usou semelhança de triângulos e razões trigonométricas;



Figura 10 - Eratóstenes de Cirene.

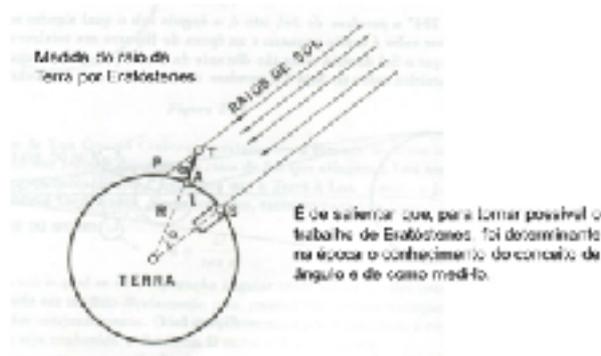


Figura 11 - Circunferência da Terra.

- Hipsícles (190 - 120 a.C.): foi influenciado pela cultura babilônica e dividiu o zodíaco em 360 partes;



Figura 12 - Hipsícles.

- Hiparco (180 a 125 a.C.): generalizou a ideia de Hipsícles para qualquer círculo. Na segunda metade do século II a.C., fez um tratado em doze livros em que se ocupou da construção do que deve ter sido a primeira tabela trigonométrica, incluindo uma tábua de cordas. Determinou a duração do mês e do ano, o tamanho da Lua, o ângulo de inclinação da eclíptica e organizou um catálogo de 850 estrelas;



Figura 13 - Hiparco.

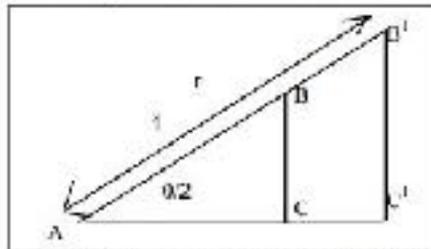
- Ptolomeu de Alexandria (100 d.C. a 160 d.C.): escreveu a mais influente e significativa obra trigonométrica da Antigüidade - *Syntaxis mathematica* que contém 13 livros. Construiu uma tabela de cordas de uma circunferência, para ângulos que variam de meio em meio grau, entre 0° e 180° e com influência babilônica apresentada por Hiparco, Ptolomeu dividiu a circunferência em 360 partes e o diâmetro em 120 partes.
No primeiro livro do *Almagesto* contém as informações matemáticas preliminares, indispensáveis na época - geometria esférica, métodos de cálculo, tábua de cordas e explicações gerais sobre diferentes corpos celestes. No capítulo 10 se explica como usar a tabela de cordas e no capítulo 11 a tabela de cordas.

Se um triângulo retângulo tem um ângulo agudo $\frac{\theta}{2}$ então, quaisquer que sejam as medidas do cateto oposto e da hipotenusa, podemos afirmar que: $\Delta ABC \sim \Delta AB'C'$

No ΔABC temos $\text{sen } \frac{\theta}{2} = \frac{jva}{1}$

Pelo Teorema de Tales, temos: $\frac{jva}{1} = \frac{BC}{AB} = \frac{B'C'}{AB'}$

logo $\text{sen } \frac{\theta}{2} = \frac{B'C'}{AB'} = \frac{jva}{1}$



5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BORTOLI, GLADIS. Uma abordagem histórica no ensino de trigonometria.

BOYER, Carl B. História da matemática. trad. de Elza Gomide, Ed. Edgard Blücher Ltda, São Paulo, 1974.

EVES, Howard. Introdução à história da matemática. Campinas: Unicamp.

JUPITER. Objetivo da disciplina. Disponível em: <https://uspdigital.usp.br/jupiterweb/gradeHoraria?codmnu=4759>. Acesso em: Out/2018.

LOBO, NIELCE. A história da trigonometria.