

ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

Departamento de Engenharia de Materiais

- 1) Uma peça fabricada de uma liga de Al 2024-T4 é carregado axialmente e tem a forma de uma placa com um furo central como mostrado na Figura 2.1. As dimensões são $w=50$ mm, $d=10$ mm e $t=20$ mm e o furo foi polido internamente, desconsiderar qualquer outro efeito na vida em fadiga.
- Para uma vida de 50.000 ciclos estime qual seria o fator de segurança em vida e em tensão, se este componente estiver submetido a uma amplitude de força de 50 kN e a uma força média aplicada de 10,5 kN.
 - Considere o histórico de carregamento da Figura 2.2 e calcule quantas repetições deste histórico serão necessárias para que o componente falhe?

Table 9.1 Constants for Stress–Life Curves for Various Ductile Engineering Metals, From Tests at Zero Mean Stress on Unnotched Axial Specimens

Material	Yield Strength σ_o	Ultimate Strength σ_u	True Fracture Strength $\tilde{\sigma}_{fB}$	$\sigma_a = \sigma'_f (2N_f)^b = AN_f^B$		
				σ'_f	A	b = B
<i>(a) Steels</i>						
SAE 1015 (normalized)	228 (33)	415 (60.2)	726 (105)	1020 (148)	927 (134)	-0.138
Man-Ten (hot rolled)	322 (46.7)	557 (80.8)	990 (144)	1089 (158)	1006 (146)	-0.115
RQC-100 (roller Q & T)	683 (99.0)	758 (110)	1186 (172)	938 (136)	897 (131)	-0.0648
SAE 4142 (Q & T, 450 HB)	1584 (230)	1757 (255)	1998 (290)	1937 (281)	1837 (266)	-0.0762
AISI 4340 (aircraft quality)	1103 (160)	1172 (170)	1634 (237)	1758 (255)	1643 (238)	-0.0977
<i>(b) Other Metals</i>						
2024-T4 Al	303 (44.0)	476 (69.0)	631 (91.5)	900 (131)	839 (122)	-0.102
Ti-6Al-4V (solution treated and aged)	1185 (172)	1233 (179)	1717 (249)	2030 (295)	1889 (274)	-0.104

Notes: The tabulated values have units of MPa (ksi), except for dimensionless $b = B$. See Table 14.1 for sources and additional properties.

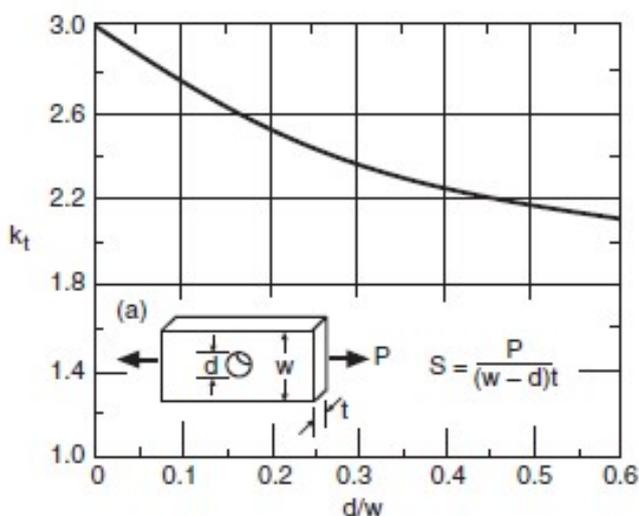


Figura 2.1

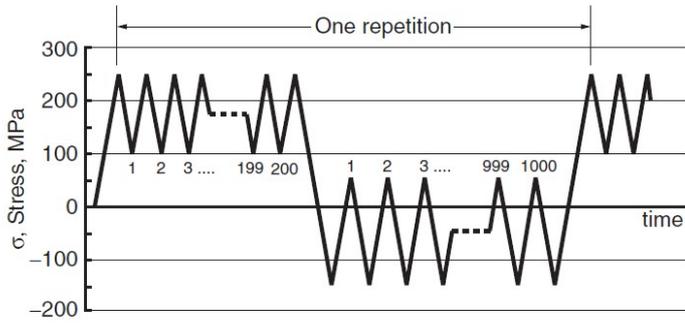


Figura 2.2

$$k_f = 1 + \frac{k_t - 1}{1 + \sqrt{\frac{\beta}{\rho}}}$$

Para liga de Al:

$$\log \beta = -9.402 \times 10^{-9} \sigma_u^3 + 1.422 \times 10^{-5} \sigma_u^2 - 8.249 \times 10^{-3} \sigma_u + 1.451, \quad \beta, \text{ mm} = 10^{\log \beta}$$

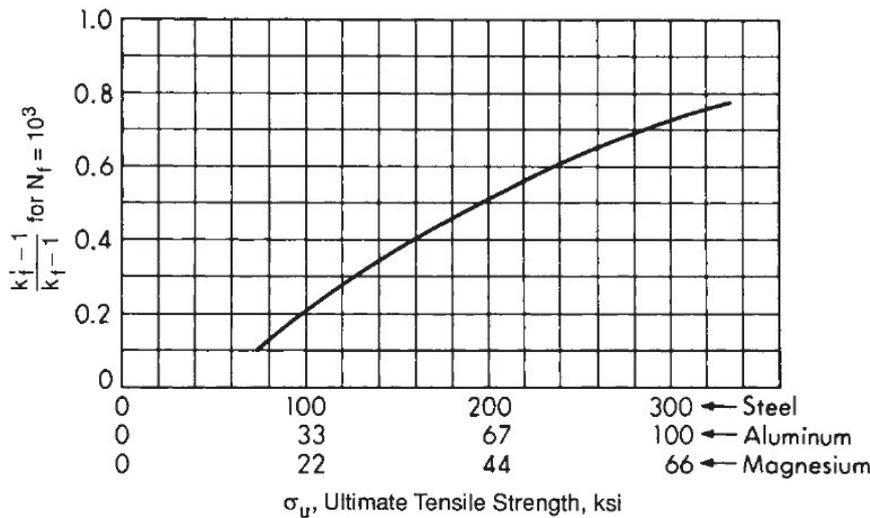
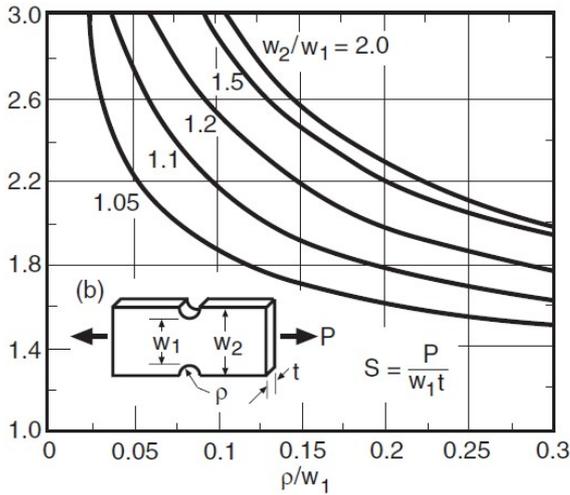


Figura 2.3.

- 2) Os dados do ensaio de amplitude de tensão nominal versus número de ciclos são apresentados na Tabela abaixo para carregamentos completamente reversos em corpos de prova entalhados de aço SAE 4130 normalizados. Os corpos de prova foram carregados axialmente e possuíam entalhes laterais duplos como mostrado na figura abaixo, e possuem as seguintes dimensões: $w_1=38,10$ mm $w_2= 57,15$, raio do entalhe $\rho = 1,45$ mm e espessura $t = 1,905$ mm, apresentando um $K_t = 4$. As propriedades de tração do material são tensão limite de escoamento 679 MPa e tensão limite de resistência de 807 MPa.
- a) Estime a curva S-N correspondente a esses corpos de prova pelo método de Juvinal e graficamente compare os dados obtidos na Tabela abaixo, com a curva estimada. Comente o resultado.



S_a , MPa	N_f , cycles
690	190
552	1 075
400	5 779
345	27 000
310	43 000
262	82 000
221	182 000
221	635 000
197	1 712 700
186	2 153 500
172	>10 900 000

$$k_f = 1 + \frac{k_t - 1}{1 + \frac{\alpha}{\rho}}$$

$$\log \alpha = 2.654 \times 10^{-7} \sigma_u^2 - 1.309 \times 10^{-3} \sigma_u + 0.01103$$

$$\alpha, \text{ mm} = 10^{\log \alpha} \quad (345 \leq \sigma_u \leq 2070 \text{ MPa})$$

Table 10.1 Parameters for Estimating Fatigue Limits

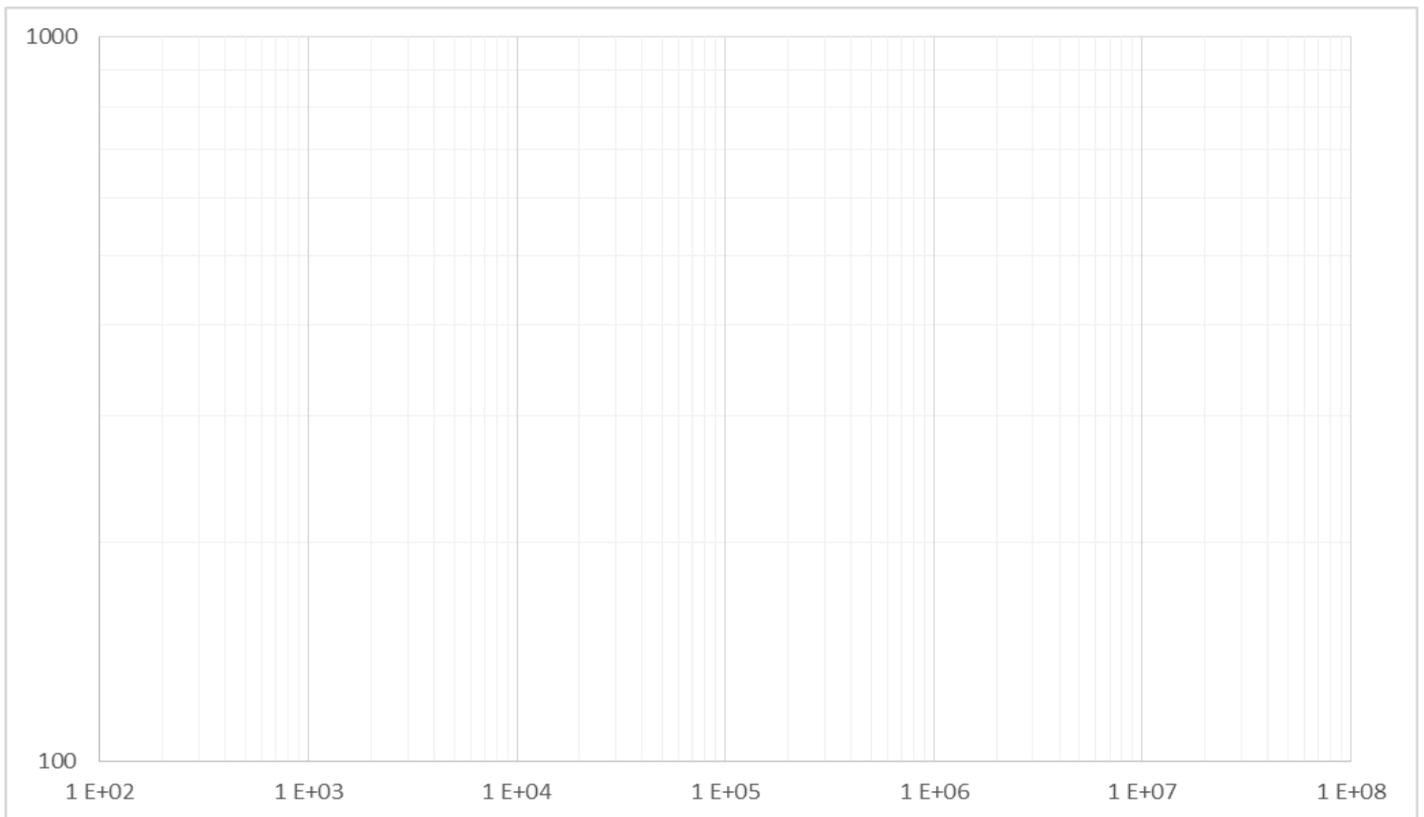
Parameter	Applicability	Juvinall (2006)	Budynas (2011)
Bending fatigue limit factor: m_e	Steels, $\sigma_u \leq 1400$ MPa ¹ High-strength steels Cast irons; Al alloys if $\sigma_u \leq 328$ MPa Higher strength Al Magnesium alloys	0.5 ≤ 0.5 0.4 $\sigma_{erb} = 131$ MPa 0.35	0.5 $\sigma_{erb} = 700$ MPa — — —
Load type factor: m_t	Bending Axial Torsion	1.0 1.0 0.58	1.0 0.85 0.59
Size (stress gradient) factor: m_d	Bending or torsion ^{2,3,4} Axial ^{2,3}	1.0 ($d < 10$ mm) 0.9 ($10 \leq d < 50$) 0.7 to 0.9 ($d < 50$) ⁵	$1.24d^{-0.107}$ ($3 \leq d \leq 51$ mm) 1.0
Surface finish factor: m_s	Polished Ground ⁶ Machined ⁶	1.0 See Fig. 10.10 See Fig. 10.10	1.0 $1.58\sigma_u^{-0.085}$ $4.51\sigma_u^{-0.265}$
Life for fatigue limit point: N_e , cycles	Steels, cast irons Aluminum alloys Magnesium alloys	10^6 5×10^8 10^8	10^6 — —

Notes:¹ Juvinall specifically gives a hardness limit, $HB \leq 400$. ² Diameter d is in mm units. ³ For Juvinall, for $50 \leq d < 100$ mm, decrease the values of m_d by 0.1 relative to the values for $d < 50$ mm, and for $100 \leq d < 150$ mm decrease by 0.2. ⁴ For Budynas, use $1.51d^{-0.157}$ for $51 < d \leq 254$ mm, and for nonrotating bending, replace d with $d_e = 0.37d$ for round sections, and with $d_e = 0.808\sqrt{ht}$ for rectangular sections (Fig. A.2). ⁵ Use 0.9 for accurately concentric loading, and a lower value otherwise. ⁶ For Budynas, substitute σ_u in MPa.

Table 10.2 Estimates of the S-N Curve Point at 10^3 Cycles

Juvinall (2006) ¹	$m' = 0.9, k'_f = k_f$ (bending; torsion with τ_u replacing σ_u) $m' = 0.75, k'_f = k_f$ (axial)
Budynas (2011) ² (steel only)	$m' = 0.90$ ($\sigma_u < 483$ MPa) $m' = 0.2824x^2 - 1.918x + 4.012, \quad x = \log \sigma_u$ ($\sigma_u \geq 483$ MPa) $k'_f = k_f$

Notes: ¹ Use the estimate $\tau_u \approx 0.8\sigma_u$ for steel, and $\tau_u \approx 0.7\sigma_u$ for other ductile metals. ² The equation for m' is a fit to the curve given in Budynas (2011)



- 3) Um componente estrutural de uma aeronave, fabricado em Al 7075-T6, está submetido a esforços que provocam o aparecimento de uma trinca de canto como mostrada na figura 1.1. Considere que a trinca, ao se propagar, mantém a geometria aproximada de um quarto de círculo e que o fator de correção geométrica pode ser considerado constante e igual a 0.722. Pergunta-se:
- Se a tensão aplicada no componente varia de $S_{\min} = -68$ MPa a $S_{\max} = 336$ MPa, quantos ciclos são necessários para que ocorra falha por fratura frágil, considerando uma trinca de tamanho inicial de $a = 0.5$ mm? Obtenha seu resultado utilizando a equação de Walker, com os coeficientes dados na tabela 1.1.
 - Se o carregamento possui a forma mostrada na figura 1.2, qual o intervalo de inspeção recomendado para o componente, considerando a trinca detectável a partir de $a = 0.5$ mm?

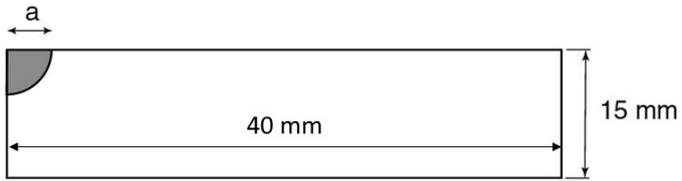
Tabela

Material	Walker Equation ¹			Forman Equation ¹			
	C_1	m_1	γ ($R \geq 0$)	γ ($R < 0$)	C_2	m_2	K_c
AISI 4340 steel ² ($\sigma_u = 1296$ MPa)	5.11×10^{-10} (2.73×10^{-11})	3.24	0.42	0	—	—	—
7075-T6 Al	2.71×10^{-8} (1.51×10^{-9})	3.70	0.64	0	5.29×10^{-6} (2.56×10^{-7})	3.21	78.7^3 (71.6)
2024-T3 Al	1.42×10^{-8} (7.85×10^{-10})	3.59	0.68	—	2.31×10^{-6} (1.14×10^{-7})	3.38	110^3 (100)

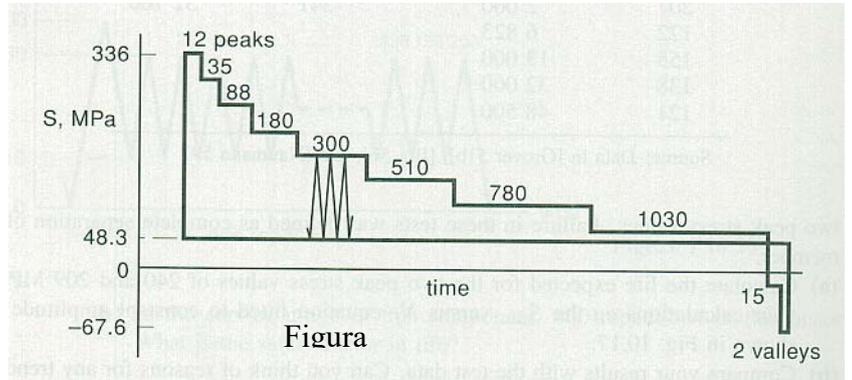
Notes: ¹Values of C_1 , C_2 , and K_c not in parentheses should be used with units of $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ for K and mm/cycle for da/dN ; those in parentheses are used with units of $\text{ksi}\sqrt{\text{in}}$ and in/cycle . ²Additional properties for this steel are yield strength $\sigma_o = 1255$ MPa and fracture toughness $K_{Ic} = 130$ $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$. ³For 2.3 mm thick sheet material.

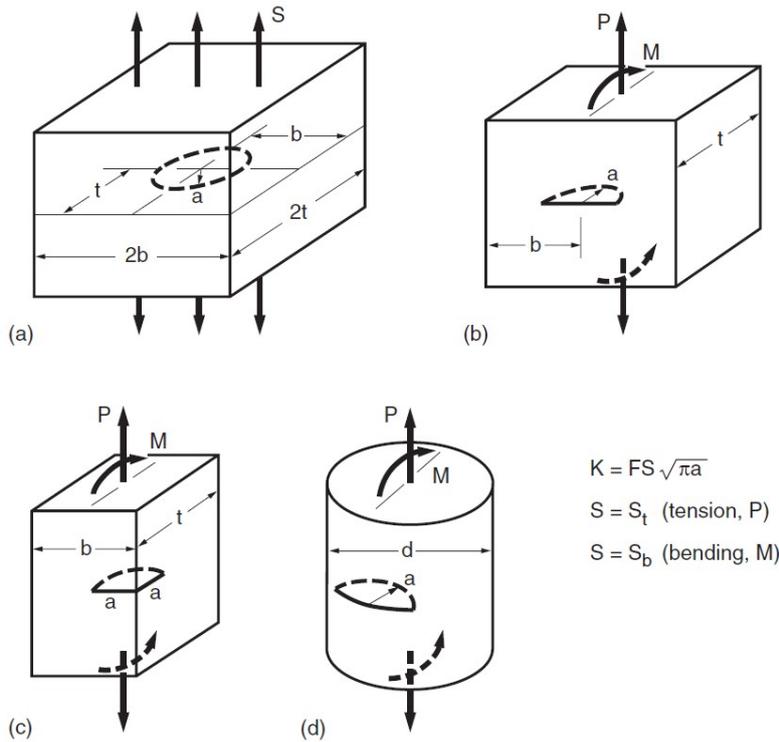
Sources: Values for Al alloys adapted from [Hudson 69], including modification for use there of k , where $K = k\sqrt{\pi}$. Values for steel from [Dennis 86].

Figura



Tensão, MPa	Ocorrências
336	12
292	35
255	88
219	180
181	300
143	510
105	780
67,6	1030
-19,3	15
-67,6	2





$$K = FS\sqrt{\pi a}$$

$$S = S_t \text{ (tension, P)}$$

$$S = S_b \text{ (bending, M)}$$

Case	S_t	S_b	F for small a	Limits for $\pm 10\%$ on F
(a)	$\frac{P}{4bt}$	—	$\frac{2}{\pi} = 0.637$	$\frac{a}{t}, \frac{a}{b} < 0.5$
(b)	$\frac{P}{2bt}$	$\frac{3M}{bt^2}$	0.728	$\frac{a}{t} < 0.4, \frac{a}{b} < 0.3$
(c)	$\frac{P}{bt}$	$\frac{6M}{bt^2}$	0.722	$\frac{a}{t} < 0.35, \frac{a}{b} < 0.2$
(d)	$\frac{4P}{\pi d^2}$	$\frac{32M}{\pi d^3}$	0.728	$\frac{a}{d} < 0.2$ or 0.35^1

Note: ¹Different limits for tension or bending, respectively.

Figure 8.17 Stress intensity factors for (a) an embedded circular crack under uniform tension normal to the crack plane, and related cases: (b) half-circular surface crack, (c) quarter-circular corner crack, and (d) half-circular surface crack in a shaft, where the latter is more precisely a portion of a circular arc with center on the surface. (Based on [Newman 86] and [Raju 86].)

4) Um eixo circular sólido fabricado de aço inoxidável 17-4 PH tem 50 mm de diâmetro e foi observada uma trinca circunferencial superficial de profundidade $a = 3$ mm. O eixo é submetido a flexão rotativa (ver caso (b) da Figura 8.14) com um momento $M_{\max} = 5$ N.m e $R = -1$.

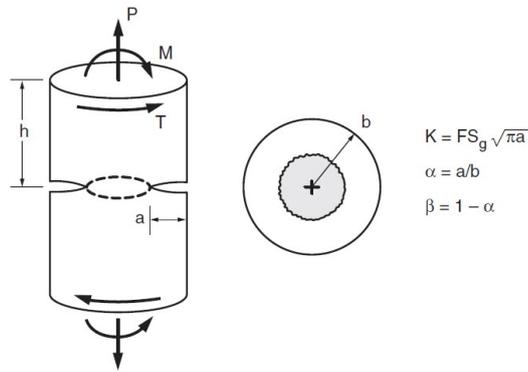
a) Estime o número de ciclos necessários para causar a fratura do eixo, considerando que para variações na função geometria, $F(\alpha)$, maiores do que 10%, use a integração numérica com $r = 1,1$.

b) Considerando o histórico de carregamentos da Figura P11.54 determine a vida em fadiga deste eixo.

Para o caso de fratura dúctil:

$$a_o = b \left[1 - \frac{1}{b} \left(\frac{3M_{\max}}{4\sigma_o} \right)^{1/3} \right]$$

Para o caso de fratura frágil:



(a) Axial load P : $S_g = \frac{P}{\pi b^2}$, $F = 1.12$ (10%, $a/b \leq 0.21$)

$$F = \frac{1}{2\beta^{1.5}} \left[1 + \frac{1}{2}\beta + \frac{3}{8}\beta^2 - 0.363\beta^3 + 0.731\beta^4 \right]$$

(b) Bending moment M : $S_g = \frac{4M}{\pi b^3}$, $F = 1.12$ (10%, $a/b \leq 0.12$)

$$F = \frac{3}{8\beta^{2.5}} \left[1 + \frac{1}{2}\beta + \frac{3}{8}\beta^2 + \frac{5}{16}\beta^3 + \frac{35}{128}\beta^4 + 0.537\beta^5 \right]$$

(c) Torsion T , $K = K_{III}$: $S_g = \frac{2T}{\pi b^3}$, $F = 1.00$ (10%, $a/b \leq 0.09$)

$$F = \frac{3}{8\beta^{2.5}} \left[1 + \frac{1}{2}\beta + \frac{3}{8}\beta^2 + \frac{5}{16}\beta^3 + \frac{35}{128}\beta^4 + 0.208\beta^5 \right]$$

Figure 8.14 Stress intensities for a round shaft with a circumferential crack, including limits on the constant F for 10% accuracy and expressions for any $\alpha = a/b$. For torsion (c), the stress intensity is for the shear Mode III. (Equations from [Tada 85] pp. 27.1, 27.2, and 27.3.)

Table 11.2 Constants for the Walker Equation for Several Metals

Material	Yield σ_o MPa (ksi)	Toughness K_{Ic} MPa \sqrt{m} (ksi \sqrt{in})	Walker Equation				
			C_0 mm/cycle (MPa $\sqrt{m})^m$	C_0 in/cycle (ksi $\sqrt{in})^m$	m	γ ($R \geq 0$)	γ ($R < 0$)
Man-Ten steel	363 (52.6)	200 ¹ (182)	3.28×10^{-9}	1.74×10^{-10}	3.13	0.928	0.220
RQC-100 steel	778 (113)	150 ¹ (136)	8.01×10^{-11}	4.71×10^{-12}	4.24	0.719	0
AISI 4340 steel ($\sigma_u = 1296$ MPa)	1255 (182)	130 (118)	5.11×10^{-10}	2.73×10^{-11}	3.24	0.420	0
17-4 PH steel (H1050, vac. melt)	1059 (154)	120 ¹ (109)	3.29×10^{-8}	1.63×10^{-9}	2.44	0.790	0
2024-T3 Al ²	353 (51.2)	34 (31)	1.42×10^{-8}	7.85×10^{-10}	3.59	0.680	—
7075-T6 Al ²	523 (75.9)	29 (26)	2.71×10^{-8}	1.51×10^{-9}	3.70	0.641	0

Notes: ¹Data not available; values given are estimates. ²Values for C_0 include a modification for use in [Hudson 69] of k , where $K = k\sqrt{\pi}$.

Sources: Original data or fitted constants in [Crooker 75], [Dennis 86], [Dowling 79c], [Hudson 69], and [MILHDBK 94] pp. 3–10 and 3–11.

j	a m	β 1 - a/b	F				
0	0.000500	0.9800	1.1367				
1	0.000550	0.9780	1.1380				
2	0.000604	0.9758	1.1395				
3	0.000664	0.9735	1.1412				
4	0.000729	0.9708	1.1431				
5	0.000802	0.9679	1.1452				
6	0.000881	0.9648	1.1476				
7	0.000968	0.9613	1.1503				
8	0.001064	0.9574	1.1533				
9	0.001170	0.9532	1.1567				
10	0.001285	0.9486	1.1606				
11	0.001413	0.9435	1.1650				
12	0.001553	0.9379	1.1700				
13	0.001706	0.9318	1.1757				
14	0.001875	0.9250	1.1823				
15	0.002061	0.9176	1.1899				
16	0.002265	0.9094	1.1987				
17	0.002489	0.9004	1.2088				
18	0.002736	0.8906	1.2206				
19	0.003007	0.8797	1.2345	25	0.005298	0.7881	1.3934
20	0.003304	0.8678	1.2507	26	0.005823	0.7671	1.4426
21	0.003632	0.8547	1.2700	27	0.006399	0.7440	1.5036
22	0.003991	0.8404	1.2928	28	0.007033	0.7187	1.5800
23	0.004386	0.8245	1.3202	29	0.007729	0.6908	1.6773
24	0.004821	0.8072	1.3532	30	0.008494	0.6602	1.8029

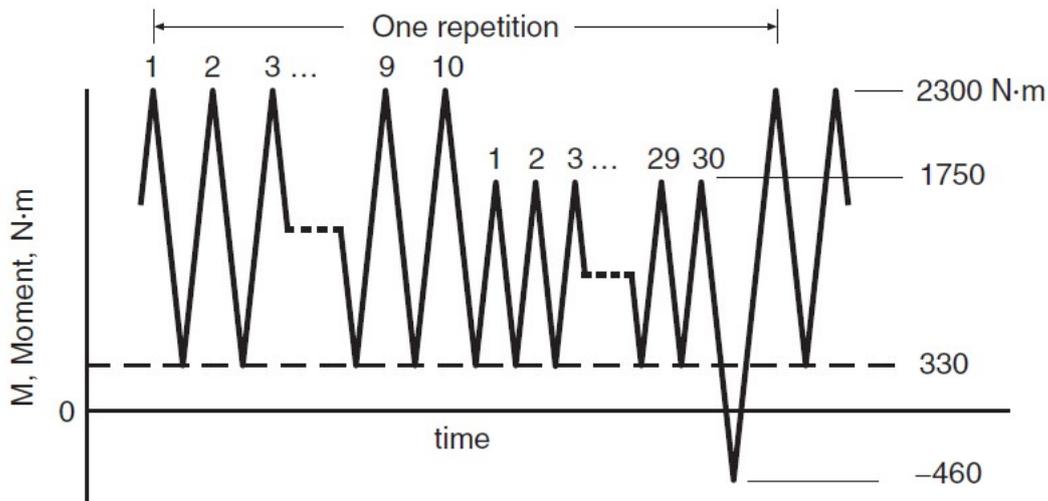


Figure P11.54

5) Um eixo retangular com dimensões (Figura 2.2a), $b=40$ mm e $t=20$ mm ($h \gg b$) é feito de aço com as seguintes propriedades: Tensão limite de escoamento, $\sigma_y = 778$ MPa, Fator de intensidade de tensão crítico, $K_{IC} = 100$ MPa.m^{1/2}, $C_0=8,01 \times 10^{-11}$ [(mm/ciclo)/(MPa.m^{0,5})^m], $m=4,24$, $\gamma_{(R \geq 0)} = 0,719$ e $\gamma_{(R < 0)} = 0$. O eixo é submetido ao histórico de carregamento da figura abaixo e possui uma trinca de tamanho inicial de $a = 10$ mm, pergunta-se:

- Qual é o tamanho da trinca na fratura?
- Quantas repetições do histórico de carregamento são necessárias para a falha do componente, se considerada a solução aproximada?
- Considerando a método da integração numérica determine quantas repetições do histórico de carregamentos serão necessárias?
- Se o projeto especificou uma vida de 200 repetições do histórico, qual o fator de segurança?

Observação:

- Caso necessário use a expressão de Walker para corrigir o efeito da tensão média;
- Caso necessário use a razão, $r=1,1$, sendo $a_n = a_1 \times r^n$

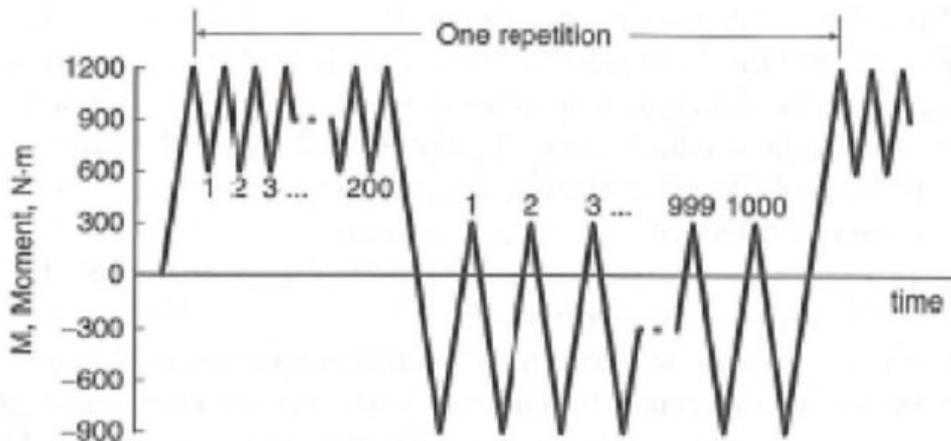
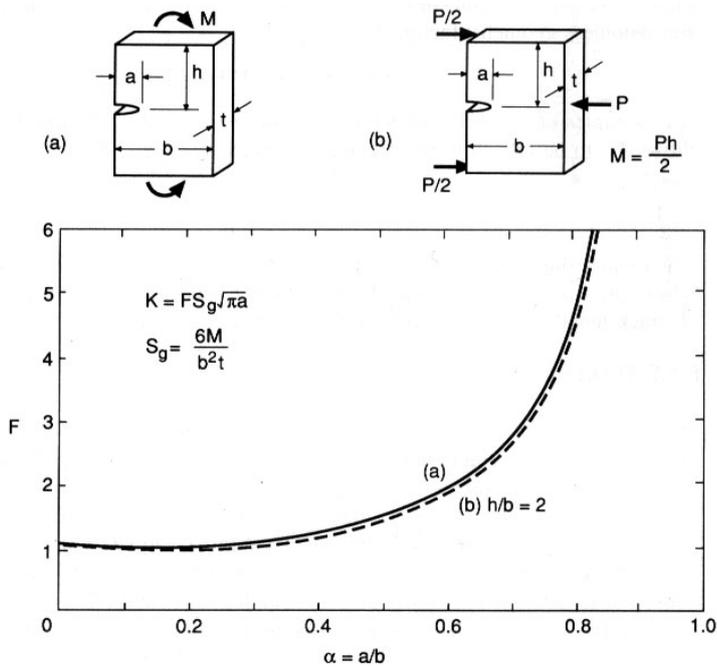


Figura 2.1



Values for small a/b and limits for 10% accuracy:

$$(a, b) K = 1.12S_g\sqrt{\pi a} \quad (a/b \leq 0.4)$$

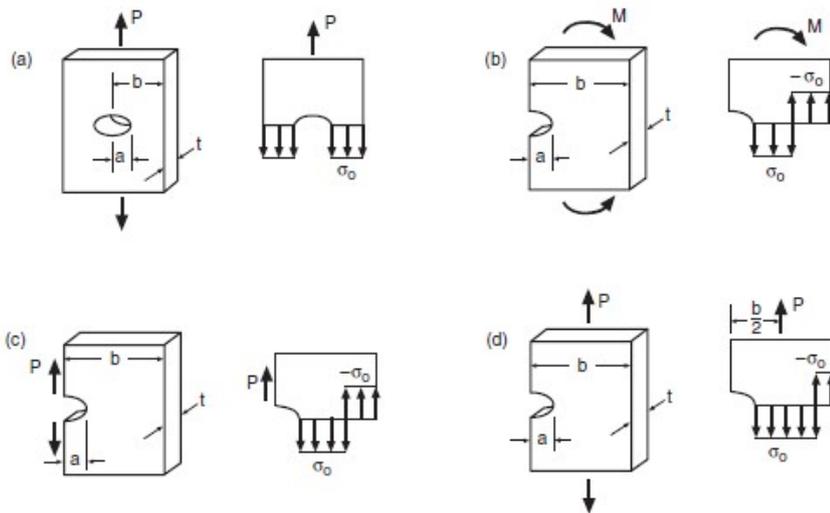
Expressions for any $\alpha = a/b$:

$$(a) F = \sqrt{\frac{2}{\pi\alpha} \tan \frac{\pi\alpha}{2}} \left[\frac{0.923 + 0.199 \left(1 - \sin \frac{\pi\alpha}{2}\right)^4}{\cos \frac{\pi\alpha}{2}} \right] \quad (\text{large } h/b)$$

(b) F is within 3% of (a) for $h/b = 4$, and within 6% for $h/b = 2$, at any a/b .

$$F = \frac{1.99 - \alpha(1 - \alpha)(2.15 - 3.93\alpha + 2.7\alpha^2)}{\sqrt{\pi}(1 + 2\alpha)(1 - \alpha)^{3/2}} \quad (h/b = 2)$$

Figure 2.2



Fully plastic force or moment for given $\alpha = a/b$:

$$(a) P_o = 2bt\sigma_o(1 - \alpha) \quad (b) M_o = \frac{b^2t\sigma_o}{4}(1 - \alpha)^2$$

$$(c) P_o = bt\sigma_o \left[-\alpha - 1 + \sqrt{2(1 + \alpha^2)} \right] \quad (d) P_o = bt\sigma_o \left[-\alpha + \sqrt{2\alpha^2 - 2\alpha + 1} \right]$$

Crack length at fully plastic yielding for given load, where, for (c) and (d), $P' = P/(bt\sigma_o)$:

$$(a) a_o = b \left[1 - \frac{P}{2bt\sigma_o} \right] \quad (b) a_o = b \left[1 - \frac{2}{b} \sqrt{\frac{M}{t\sigma_o}} \right]$$

$$(c) a_o = b \left[P' + 1 - \sqrt{2P'(P' + 2)} \right] \quad (d) a_o = b \left[P' + 1 - \sqrt{2P'(P' + 1)} \right]$$

Figure 2.3

a	alfa	F
0,011	0,275	1,277346
0,0114	0,285	1,289079
0,0115	0,2875	1,292097
0,012	0,3	1,30771
0,0125	0,3125	1,324223
0,013	0,325	1,341676
0,0135	0,3375	1,360116
0,014	0,35	1,379592
0,0145	0,3625	1,40016
0,015	0,375	1,421882
0,0154	0,385	1,440136
0,0155	0,3875	1,444826
0,016	0,4	1,469069
0,0164	0,41	1,489454
0,0165	0,4125	1,494695
0,017	0,425	1,521798
0,0174	0,435	1,544614
0,0175	0,4375	1,550483
0,018	0,45	1,580867
0,0184	0,46	1,606484
0,0185	0,4625	1,61308
0,019	0,475	1,647267
0,0194	0,485	1,676147
0,0195	0,4875	1,683591
0,02	0,5	1,722234
0,0204	0,51	1,754955
0,0205	0,5125	1,763401
0,021	0,525	1,807321
0,0214	0,535	1,844614
0,0215	0,5375	1,854256
0,022	0,55	1,904498
0,0224	0,56	1,947294
0,0225	0,5625	1,958379
0,023	0,575	2,016278
0,024	0,6	2,145915
0,0235	0,5875	2,078626
0,024	0,6	2,145915
0,0245	0,6125	2,218713
0,025	0,625	2,297672
0,0254	0,635	2,365778
0,0255	0,6375	2,383547
0,026	0,65	2,477217
0,0265	0,6625	2,579708
0,027	0,675	2,692229
0,0275	0,6875	2,816204
0,028	0,7	2,953331

DADOS:

$$N = \left[\frac{1}{C(F\Delta\sigma)^m \pi^{m/2} \left(1 - \frac{m}{2}\right)} \right] \left[a_f^{(1-(m/2))} - a_0^{(1-(m/2))} \right] \quad C = \frac{C_0}{(1-R)^{m(1-\gamma)}}$$

$$\Delta S_q = \left[\frac{\sum_{j=1}^k N_j (\bar{\Delta S}_j)^m}{N_B} \right]^{1/m} \quad \bar{\Delta K} = K_{\max} (1-R)^\gamma \quad \bar{\Delta S} = S_{\max} (1-R)^\gamma$$

$$\left(\frac{dN}{da} \right) = \frac{1}{C(\Delta K_j)^m} = \frac{1}{C(F_j \Delta S \sqrt{\pi} a_j)^m}$$

Regra da integração de Simpson:

Deve ser considerado os 3 tamanhos consecutivos de trinca a_j , a_{j+1} e a_{j+2} , sendo $j=0,2,4,6,\dots, (n-2)$ onde n é par.

$$\Delta N = \int_{a_j}^{a_{j+2}} y da = \frac{a_j (r^2 - 1)}{6r} \left(y_j r(2-r) + y_{j+1} (r+1)^2 + y_{j+2} (2r-1) \right)$$