Física do calor

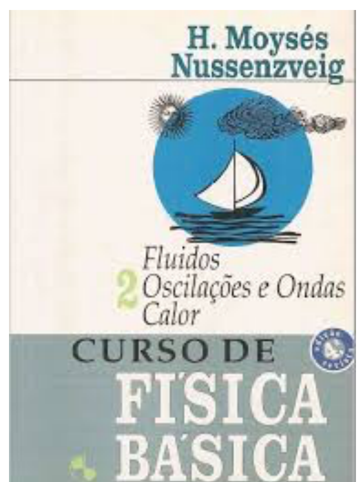
F.S. Navarra

navarra@if.usp.br

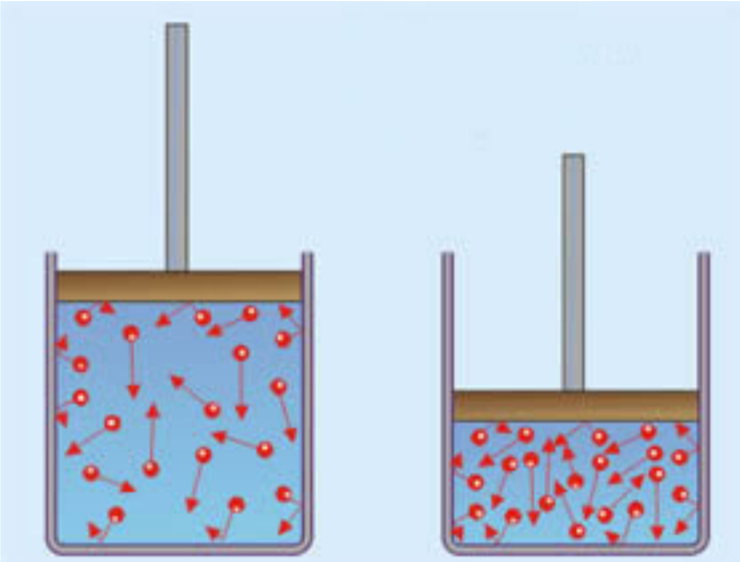
edisciplinas.if.usp.br

Capítulo 11

Teoria Cinética dos Gases

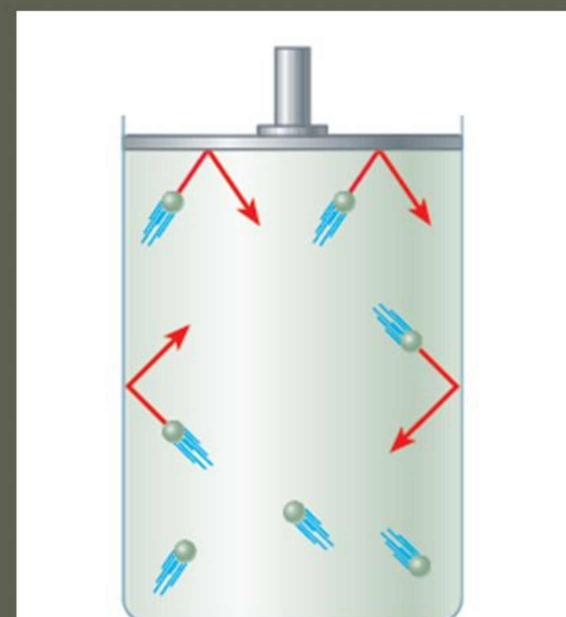


Gás = "bilhar" microscópico



As moléculas não exercem força umas sobre as outras, exceto quando colidem (elas realizam movimento retilíneo e uniforme).

As colisões das moléculas entre si e contra as paredes do recipiente que as contém são perfeitamente elásticas e de duração desprezível (conservação da energia cinética e da quantidade de movimento).



Pressão das "bolas de bilhar" na parede

$$\boxed{P = \frac{1}{3} n\, m < v^2 >}$$

$$\boxed{P = \frac{1}{3} \rho < v^2 >}$$

$$\boxed{P = \frac{2}{3} \frac{< K >}{V}}$$

$$\boxed{P = \frac{2}{3} \frac{U}{V}}$$

$$\boxed{\frac{1}{2} m < v^2 > = \frac{3}{2} k T}$$

$$\boxed{v_{qm} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}}$$

$$\boxed{U = \frac{3}{2} R T}$$

$$\boxed{P V = R T}$$

Capacidade Térmica Molar

1 mol
$$
\begin{cases}
dU = C_V\, dT \\[2ex]
C_V = \dfrac{dU}{dT}
\end{cases}
$$

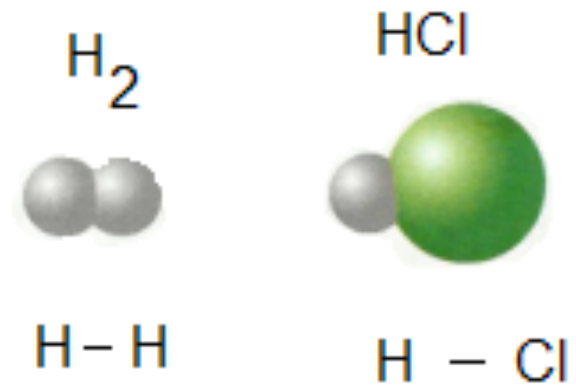
Energia interna = soma das energias cinéticas das moléculas !

$$U = \frac{3}{2} R T \qquad\qquad C_V = \frac{3}{2} R$$

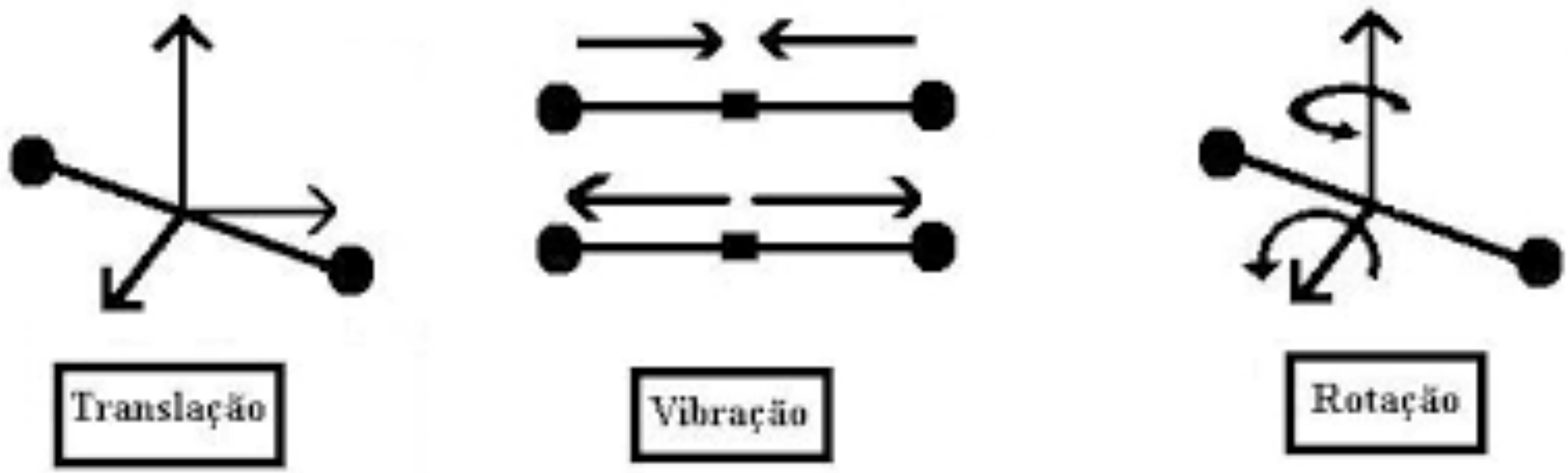
$$\boxed{C_P = C_V + R = \frac{5}{2} R; \qquad \gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{5}{3}}$$ (monoatômico)

Teorema da Equipartição da Energia

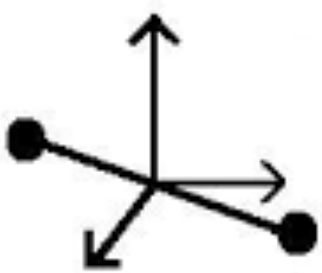
Molécula diatômica



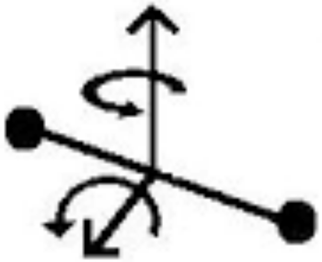
Tipos de movimento:



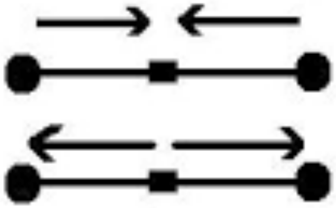
Várias formas de energia cinética e potencial



$$\tau_{\text{trans}} = \frac{1}{2} M V_{\text{CM}}^2 = \frac{1}{2} M(\dot{X}^2 + \dot{Y}^2 + \dot{Z}^2)$$



$$\tau_{\text{rot}} = \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2 + \frac{1}{2} I_2 \omega_2^2$$



$$\tau_{\text{vibr}} = \frac{1}{2} \mu \dot{r}^2 \qquad U_{\text{vibr}} = \frac{1}{2} K r^2$$

Teorema

Segundo um teorema fundamental da mecânica estatística clássica, o *teorema de equipartição da energia* (cuja demonstração requer métodos mais elaborados, que não poderemos desenvolver aqui), *numa situação de equilíbrio térmico à temperatura T, a energia média associada a cada termo quadrático na expressão da energia total é igual* $\frac{1}{2}kT$ *por molécula.*

Translação

$$\frac{1}{2}M < \dot{X}^2 >= \frac{1}{2}M < \dot{Y}^2 >= \frac{1}{2}M < \dot{Z}^2 >= \frac{1}{2}kT \quad \longrightarrow \quad < \tau_{\text{trans}} >= \frac{3}{2}kT$$

Rotação

$$\tau_{rot} = \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2 + \frac{1}{2} I_2 \omega_2^2 \longrightarrow < \tau_{rot} > = kT$$

Vibração

$$\tau_{vibr} = \frac{1}{2} \mu \dot{r}^2$$

$$U_{vibr} = \frac{1}{2} K r^2$$

$$\longrightarrow < \tau_{vibr} + U_{vibr} > = kT$$

q = número de termos quadráticos na energia

$$U = \frac{1}{2} q R T$$

$$C_V = \frac{dU}{dT} \longrightarrow C_V = \frac{1}{2} q R$$

$$\boxed{C_V = \frac{q}{2} R, \quad C_P = \frac{q+2}{2} R, \quad \gamma = \frac{q+2}{q}}$$

$$\boxed{1 < \gamma \leq \frac{5}{3}}$$

Para o modelo de partícula puntiforme das moléculas monoatômicas, tem-se $q = 3$,

Para o modelo de haltere de moléculas diatômicas (sem vibração), é $q = 5$, e

$$C_V = \frac{5}{2}R \approx 4{,}97\,\frac{\text{cal}}{\text{mol K}}; \qquad C_P = \frac{7}{2}R \approx 6{,}96\,\frac{\text{cal}}{\text{mol K}}$$

$$\gamma = \frac{7}{5} = 1{,}40 \qquad \text{(diatômica rígida)}$$

Levando em conta também a possibilidade de vibração de moléculas diatômicas, é $q = 7$,

$$C_V = \frac{7}{2}R \approx 6{,}96\,\frac{\text{cal}}{\text{mol K}}; \qquad C_P = \frac{9}{2}R \approx 8{,}95\,\frac{\text{cal}}{\text{mol K}}$$

$$\gamma = \frac{9}{7} = 1{,}29 \qquad \text{(diatômica com vibrações)}$$

Calor específico de um sólido

$$< \tau_{\mathrm{vibr}} + U_{\mathrm{vibr}} > \; = kT$$

em três direções:
q = 6

$$\boxed{C_V = 3R \approx 5{,}96 \frac{\mathrm{cal}}{\mathrm{mol\,K}} \qquad \text{(sólidos)}}$$

Lei de Dulong e Petit

Comparação com a experiência

	monoatômico		*diatômico*				*poli-atômico*
Gás	He	A	H_2	N_2	O_2	Cl_2	NH_3
γ	1,66	1,67	1,41	1,40	1,40	1,35	1,31
C_V (cal/mol K)	2,98	2,98	4,88	4,96	5,03	6,15	6,65
$(C_P - C_V)/R$	1,001	1,008	1,00	1,01	1,00	1,09	1,06

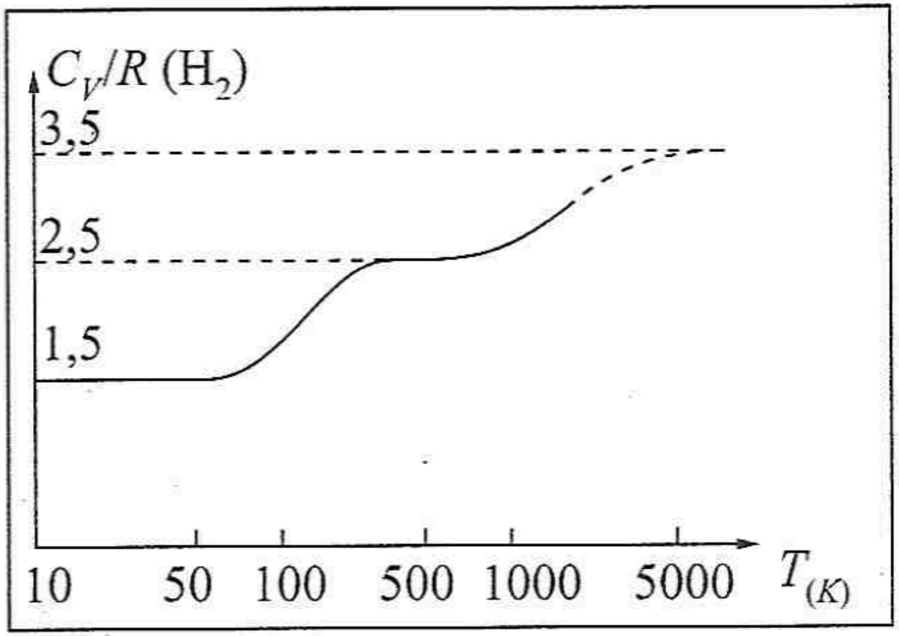


Figura 11.6 — C_V/R para H_2

Livre caminho médio

Uma molécula sofre várias colisões

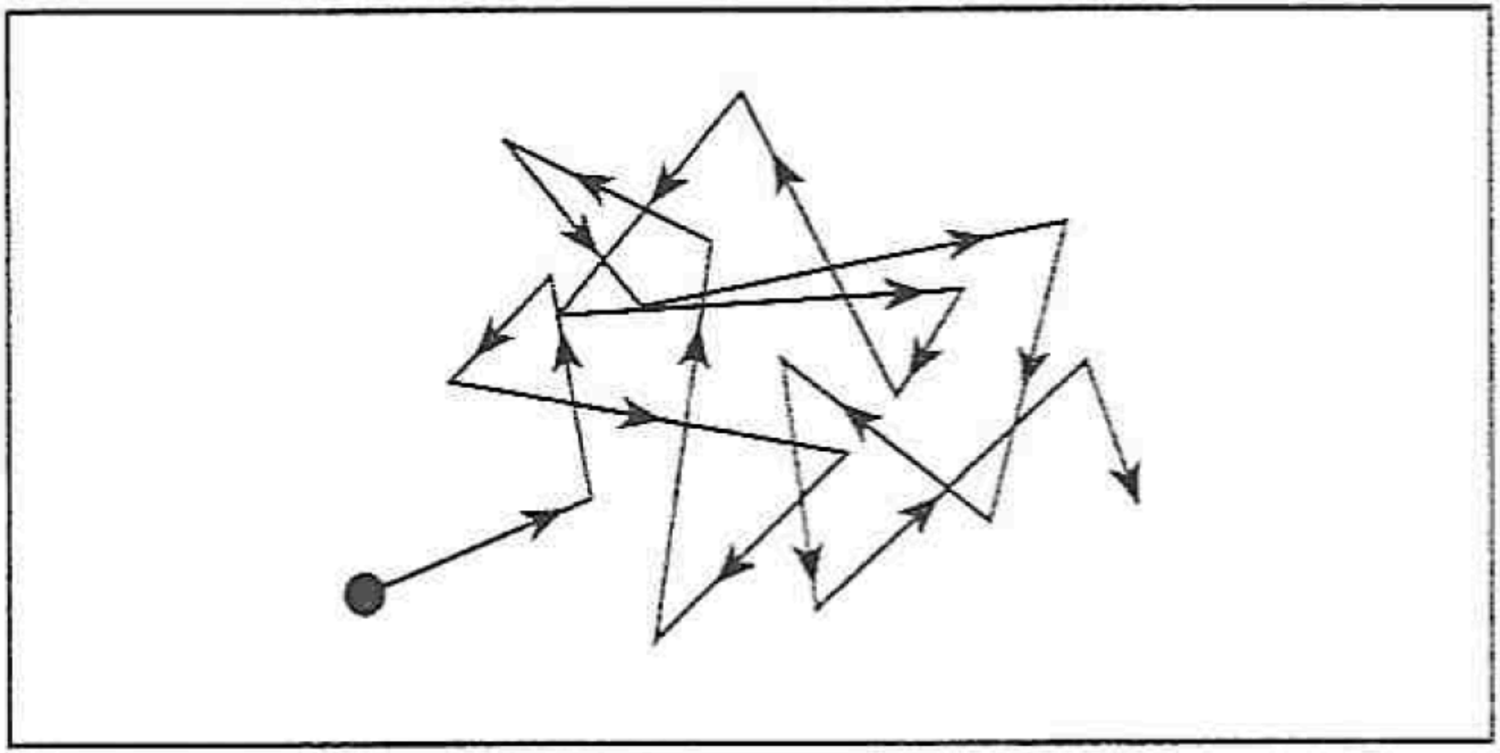


Figura 11.8 — *Trajetória típica de uma molécula*

Durante uma colisão as moléculas se "encostam"

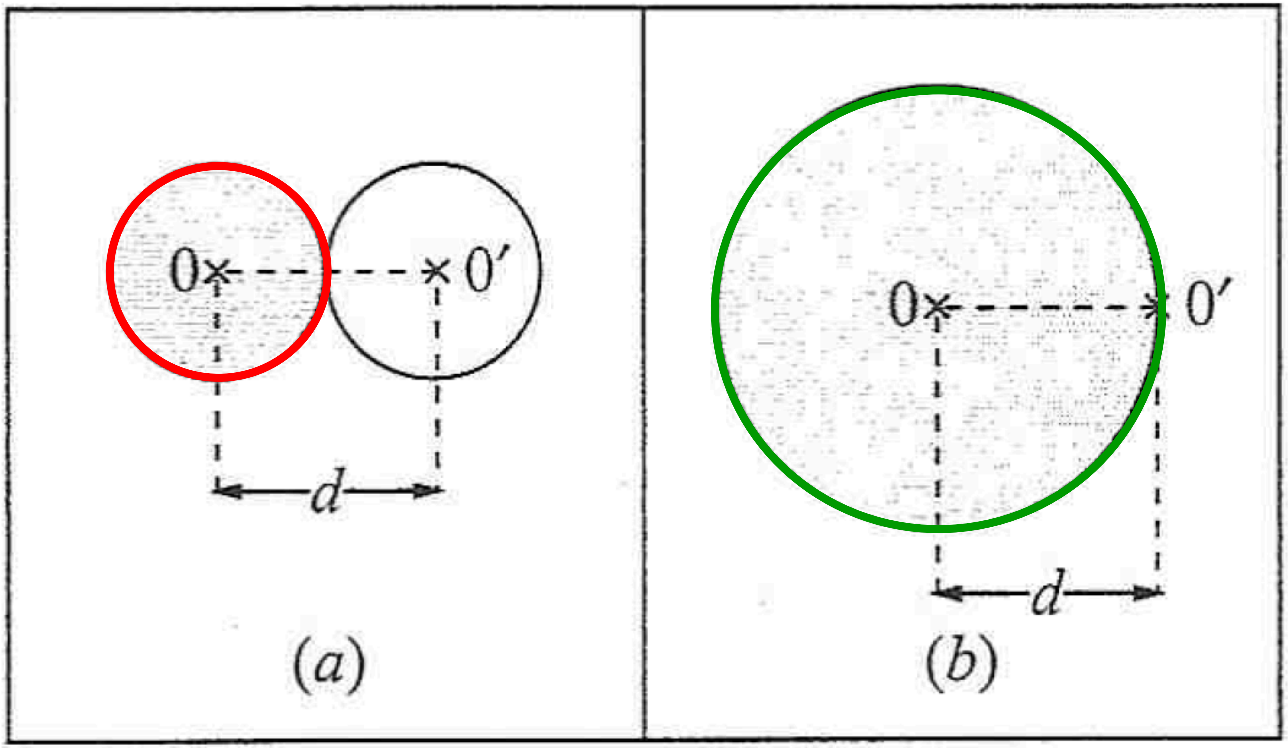
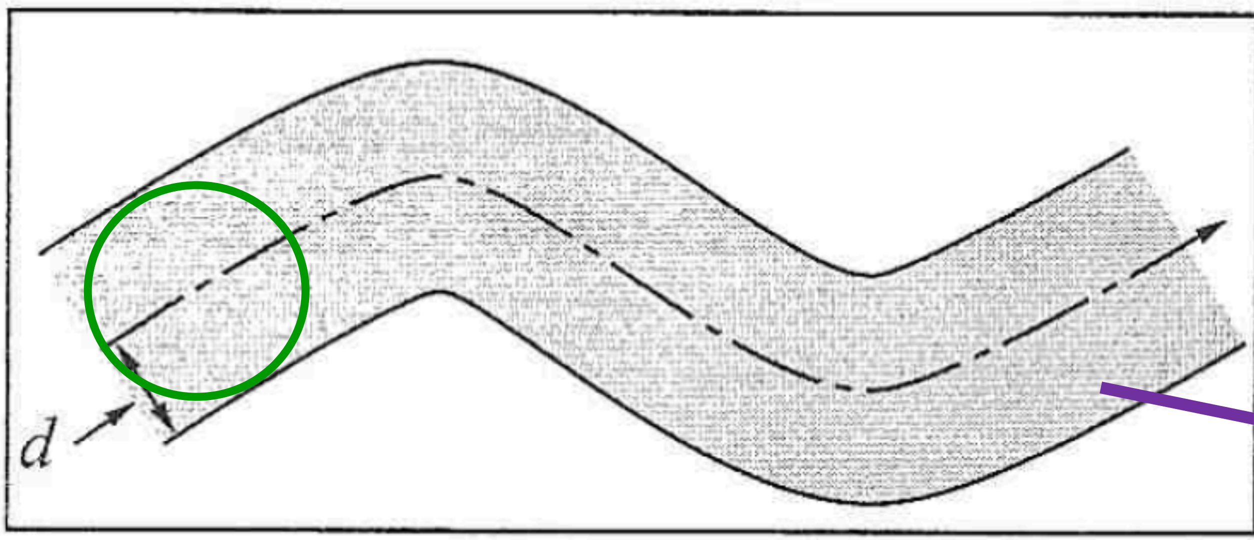


Figura 11.9 — *Volume excluído*

Esfera "verde" em movimento colide
com os centros das outras esferas



cilindro
"entortado"

Figura 11.10 — Volume varrido

área transversal : $\boxed{\sigma = \pi d^2}$

área efetiva que
a molécula bloqueia

Seção de Choque Total

Cálculo do livre caminho médio

Mólecula de centro O se move com velocidade $\bar{v}$
e as outras estão paradas

Num tempo t o volume "varrido" pela esfera de centro O é

$$V = \sigma \bar{v} t$$

Número médio de colisões sofridas

$$n V = n \sigma \bar{v} t$$

n = densidade de moléculas

Cálculo do livre caminho médio

lcm = distância total percorrida dividida pelo número médio de colisões

$$\bar{l} = \frac{\bar{v}\,t}{n\,\sigma\,\bar{v}\,t} = \frac{1}{n\,\sigma} = \frac{1}{\pi\,n\,d^2}$$

Movimento das outras moléculas

$$\bar{v} \rightarrow \bar{v}_{rel}$$

$$n\,V = n\,\sigma\,\bar{v}\,t \rightarrow n\,\sigma\,\bar{v}_{rel}\,t$$

$$\mathbf{v}_{\mathrm{rel}} = \mathbf{v} - \mathbf{v}'$$

$$v_{\mathrm{rel}}^2 = v^2 + v'^2 - 2\mathbf{v}\cdot\mathbf{v}'$$

$$<\mathbf{v}\cdot\mathbf{v}'>= vv' < \cos\theta > \quad = 0$$

$$< v_{\mathrm{rel}}^2 > \;=\; < v^2 > + < v^2 > \quad = 2v_{\mathrm{qm}}^2$$

$$\boxed{\bar{v}_{\mathrm{rel}} = \sqrt{2}\,\bar{v}}$$

$$\bar{l} = \frac{\bar{v}\,t}{n\,\sigma\,\bar{v}_{rel}\,t} = \frac{\bar{v}\,t}{n\,\sigma\,\sqrt{2}\,\bar{v}\,t} = \frac{1}{\sqrt{2}\,n\,\sigma} = \frac{1}{\pi\sqrt{2}\;n\,d^2}$$

Exemplo: qual é o livre caminho médio do O_2 à temperatura ambiente e à pressão atmosférica ?

$$T = 300\,K$$

$$P = 1\,atm \simeq 10^5\,Pa$$

$$d = 2.9 \times 10^{-10}\,m$$

$$V = \frac{n\,R\,T}{p} = 2.47 \times 10^{-2}\,m^3$$ (1 mol)

$$N = \frac{6 \times 10^{23}}{2.47 \times 10{-}2} = 2.44 \times 10^{25}\,moleculas/m^3$$

$$\bar{l} = \frac{1}{\pi\sqrt{2}\,N\,d^2} = 1.1 \times 10^{-7}\;m$$

Fim


H. Moysés
Nussenzveig
Fluidos
2 Oscilações e Ondas
Calor
CURSO DE
FÍSICA
BÁSICA

Mais rápido
do que o som ?