

# **Otimização a Múltiplos Objetivos e o Método de Enxames de Partículas: Aplicação ao Projeto de Equipamentos Eletromagnéticos**

Baseado no Mestrado de:

**TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO BASEADAS NO PARADIGMA  
DE ENXAMES DE PARTÍCULAS E SUA APLICAÇÃO AO  
PROJETO DE EQUIPAMENTOS ELETROMAGNÉTICOS**

Leandro Zavarez Barbosa

# Introdução

- **Otimização**

- **Mono-objetivo:** Solução única
- **Multiobjetivo:** Conjunto de soluções ótimas
  - Soluções incomparáveis entre si
    - Dominância de Pareto

- **Algoritmos evolutivos**

- Utilizam o conceito de população
  - Várias possíveis soluções a cada iteração
- Soluções ótimas com poucas iterações
- Exemplos: Algoritmo Genético, Evolução Diferencial.

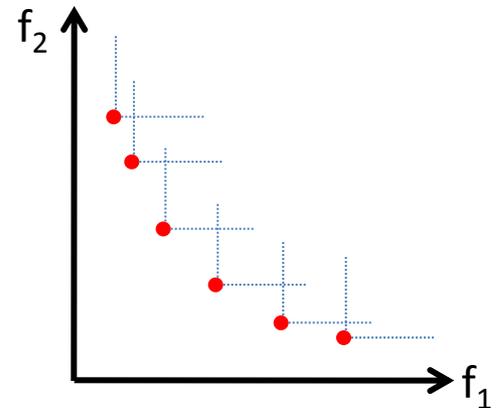


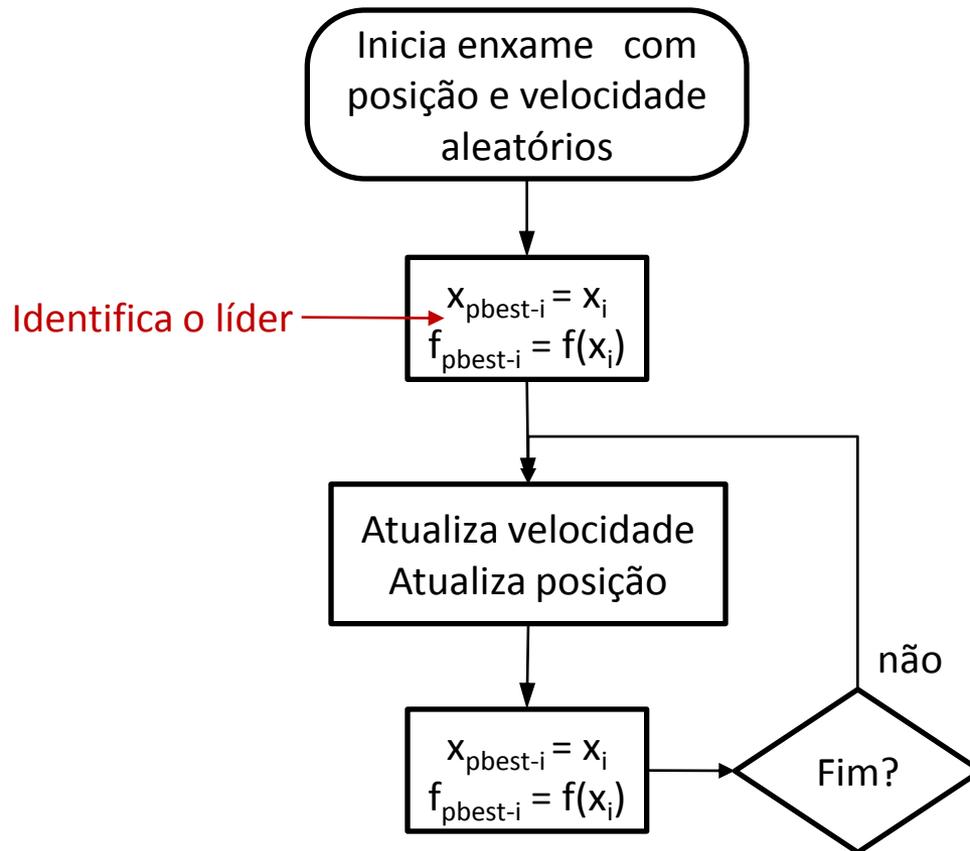
Fig. 1 – Conjunto de soluções ótimas

# Particle Swarm Optimization – PSO

## Otimização mono-objetivo

- Algoritmo evolutivo baseado no movimento de pássaros.
  - Uma população (enxame) cujos indivíduos (partículas) são possíveis soluções “voa” no espaço de soluções
  - Novas soluções geradas a partir de iterações sociais entre as partículas
    - A posição é atualizada a cada iteração:
      1. Velocidade anterior da partícula
      2. Melhor posição individual – ***Melhor individual***
      3. Melhor posição do enxame (líder) – ***Melhor solução***

# PSO – Algoritmo de Otimização



# PSO - Parâmetros

- Inércia  $w_i$
- Fatores de aprendizado
  - Cognitivo  $c_1$
  - Social  $c_2$
- Tamanho do enxame
- Topologia

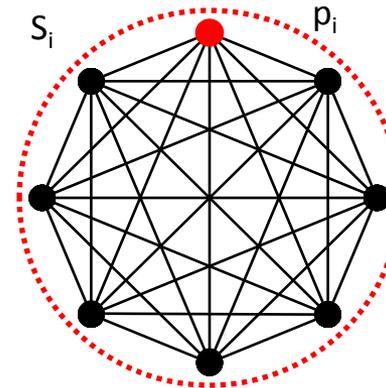


Fig. 2 – Topologia totalmente conectada

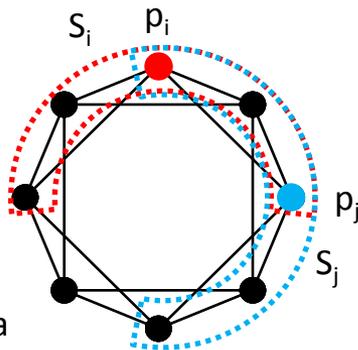


Fig.3 – Topologia melhor local com  $k=4$

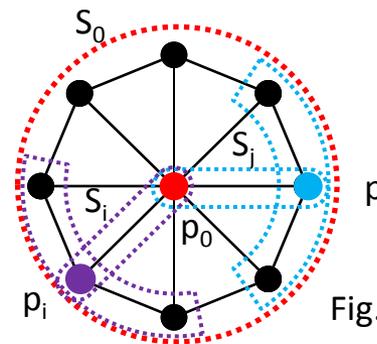
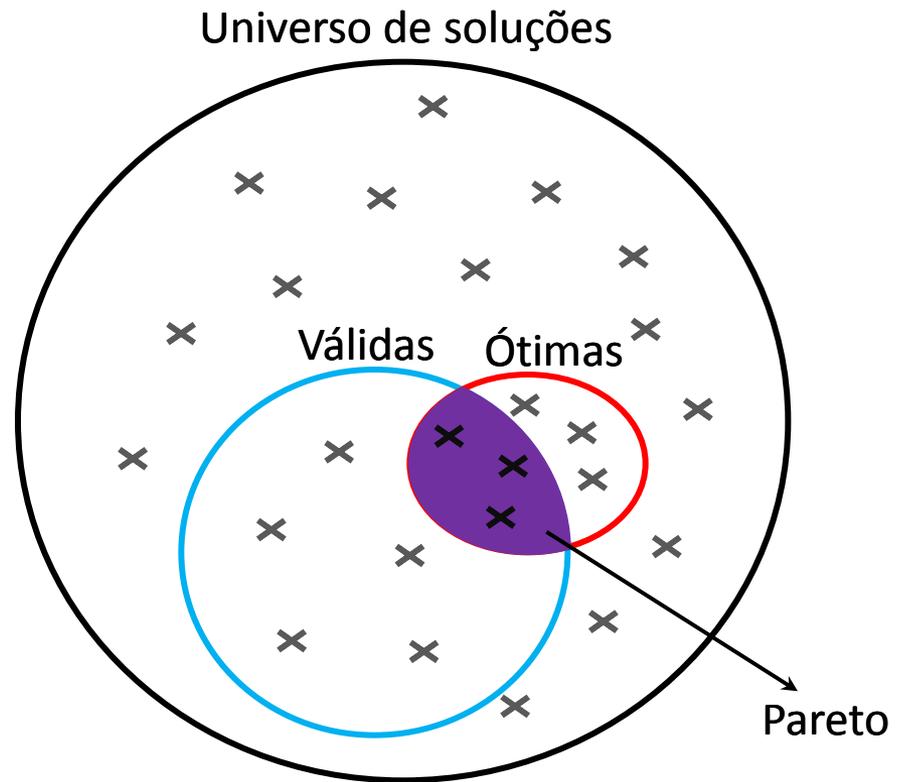


Fig.4 – Topologia roda

# PSO Multiobjetivo

- O conceito de Melhor solução muda de uma única solução para um conjunto de soluções.
- Como adaptar o PSO ao novo cenário?
  - Uso do conceito de Dominância de Pareto
  - Arquivo externo
    - Força de Pareto
    - *Crowding distance*

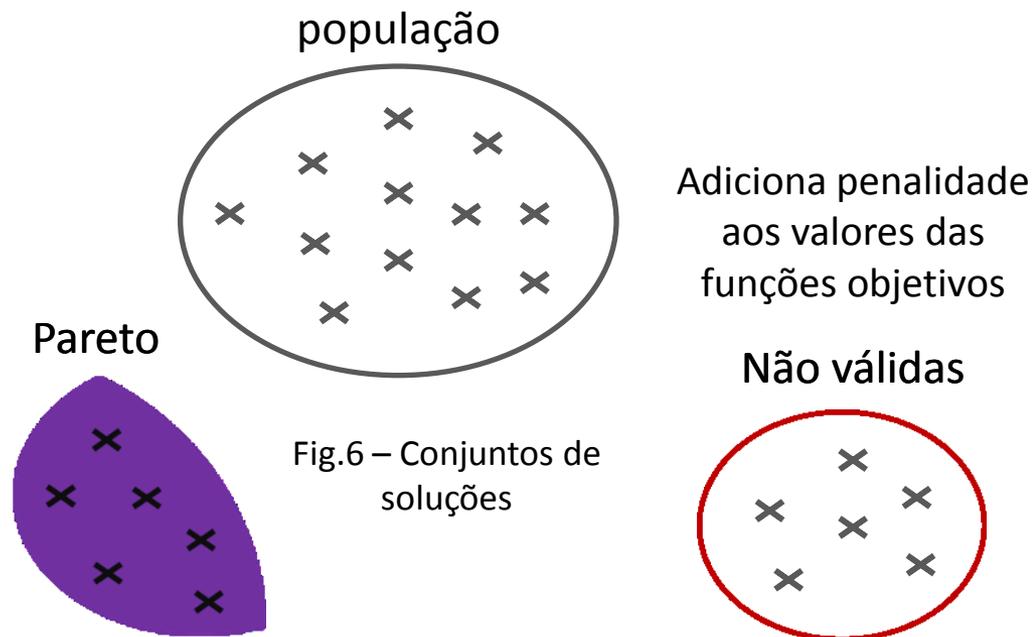


# Enhanced Multiobjective Particle Swarm Optimization - EMOPSO

- Baseado no Multiobjective Particle Swarm Optimization (MOPSO) proposto por Raquel e Naval<sup>1</sup>

## ➤ MOPSO

- Arquivo externo ranqueado:
  - Crowding distance (NSGA)
- Mutação
- Velocidade:
  1. Velocidade anterior
  2. Melhor posição individual
  3. Melhor posição global
    - Aleatória
    - Crowding distance



<sup>1</sup>C. R. Raquel and P.C. Naval, Jr., "An effective use of crowding distance in multiobjective particle swarm optimization," in *Proceedings of Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO 2005)*, Washington, DC, USA, 2005.

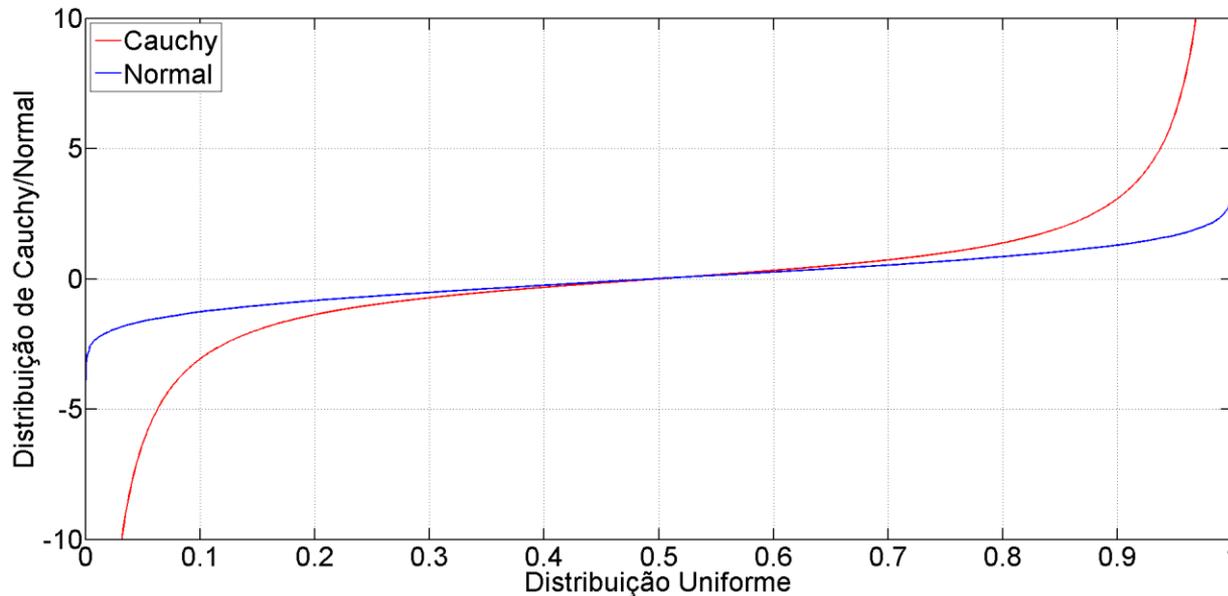
# Enhanced Multiobjective Particle Swarm Optimization - EMOPSO

## ➤ EMOPSO

- Arquivo externo ranqueado:
  - Crowding distance
- Distribuição de Cauchy

## – Velocidade:

1. Velocidade anterior
2. Melhor posição individual
3. Melhor posição global



➤ Aleatória

➤ Crowding distance

Fig.7 – Comparativo entre a distribuição normal e a de Cauchy

# Multiobjective Strength Pareto Particle Swarm Optimization – MSP2SO

## ➤ MSP2SO

- Arquivo externo
  - Força de Pareto (do SPEA<sup>2</sup>)
- Velocidade
  1. Velocidade anterior
  2. Melhor posição individual
    - Para cada função objetivo ->  $\Delta_{local}$
  3. Melhor posição global
    - **Todas** as soluções do arquivo externo ->  $\Delta_{global}$

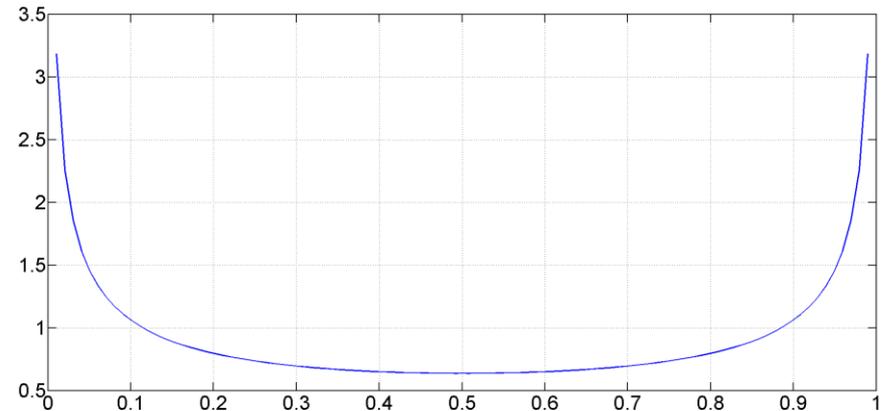


Fig.7 – Densidade de probabilidade

$$\Delta_{local} = \sum_{m=1}^F r_m^f (x_{ipbest}^m - x_i(t-1))$$

$$\Delta_{global} = \sum_{k=1}^{A_s} \frac{r_2^k (x_{gbest}^k - x_i(t-1))}{s_k + 1}$$

<sup>2</sup> ZITZLER, E.; THIELE, L. An Evolutionary Algorithm for Multiobjective Optimization: The Strength Pareto Approach., May 1998.

# Multiobjective Strength Pareto Particle Swarm Optimization – MSP2SO

## ➤ MSP2SO

### – Restrições

- Função penalidade
- Arquivo externo
  - Válido
  - Livre

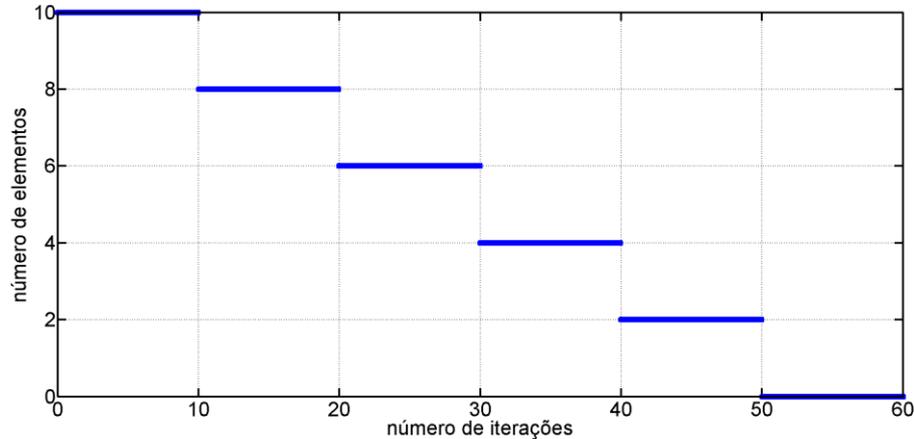


Fig.8 – Evolução do número máximo de soluções permitidas no arquivo livre.

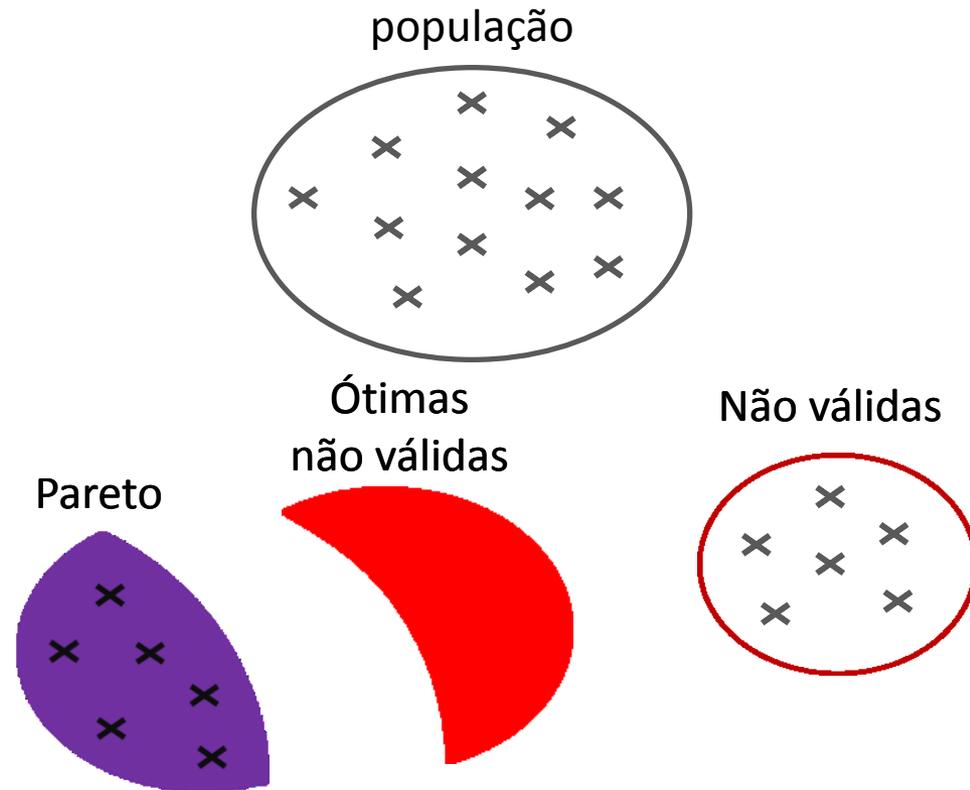


Fig.9 – Grupos de soluções

# Multiobjective Strength Pareto Particle Swarm Optimization – MSP2SO

## ➤ MSP2SO

- Força de Pareto (não dominadas)

$$s_k = \frac{d_k}{N+1}$$

- Arquivo válido

$$s_k = \frac{d_k + A_L}{N+1}$$

- Arquivo Livre

$$s_k = \frac{d_k}{N+1}$$

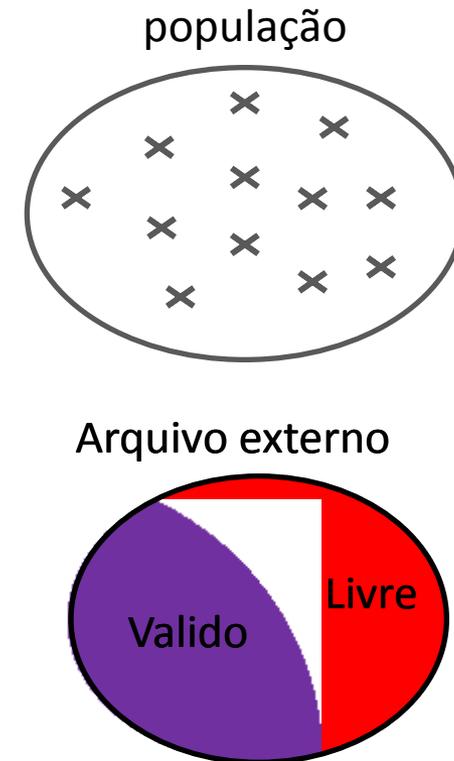


Fig.10 – População e arquivo externo

# Resultados

- Os resultados obtidos podem ser divididos em:
  - Resultados do algoritmo proposto 1
    - Comparação com o algoritmo de referência na otimização do motor sem escovas
  - Resultados preliminares para o algoritmo proposto 2
    - Desempenho na otimização de uma função de teste

# Resultados – Multiobjetivo EMOPSO

- O problema de otimização a **10** variáveis do motor foi resolvido utilizando o algoritmo proposto EMOPSO e o RNMOPSO
  - Funções objetivo
    - Maximizar o rendimento
    - Minimizar a massa

- Restrições:

Símbolo	Variáveis	Restrição	Unidade
$D_{ext}$	Diâmetro externo	$\leq 340$	$mm$
$D_{int}$	Diâmetro interno	$\geq 76$	$mm$
$I_{max}$	Corrente máxima	$\geq 125$	$A$
$T_a$	Temperatura nos ímãs	$\leq 120$	$^{\circ}C$
$h_d$	Altura da ranhura	$\geq 0$	$mm$
$L_{tot}$	Comprimento total do eixo do motor	$\leq 100$	$mm$
$t_1$	Tempo de subida da corrente na fase 1	$\leq \frac{1}{30 \cdot f}$	$s$

Tabela 4 – Restrições da otimização multiobjetivo do motor CC.

# Resultados – EMOPSO

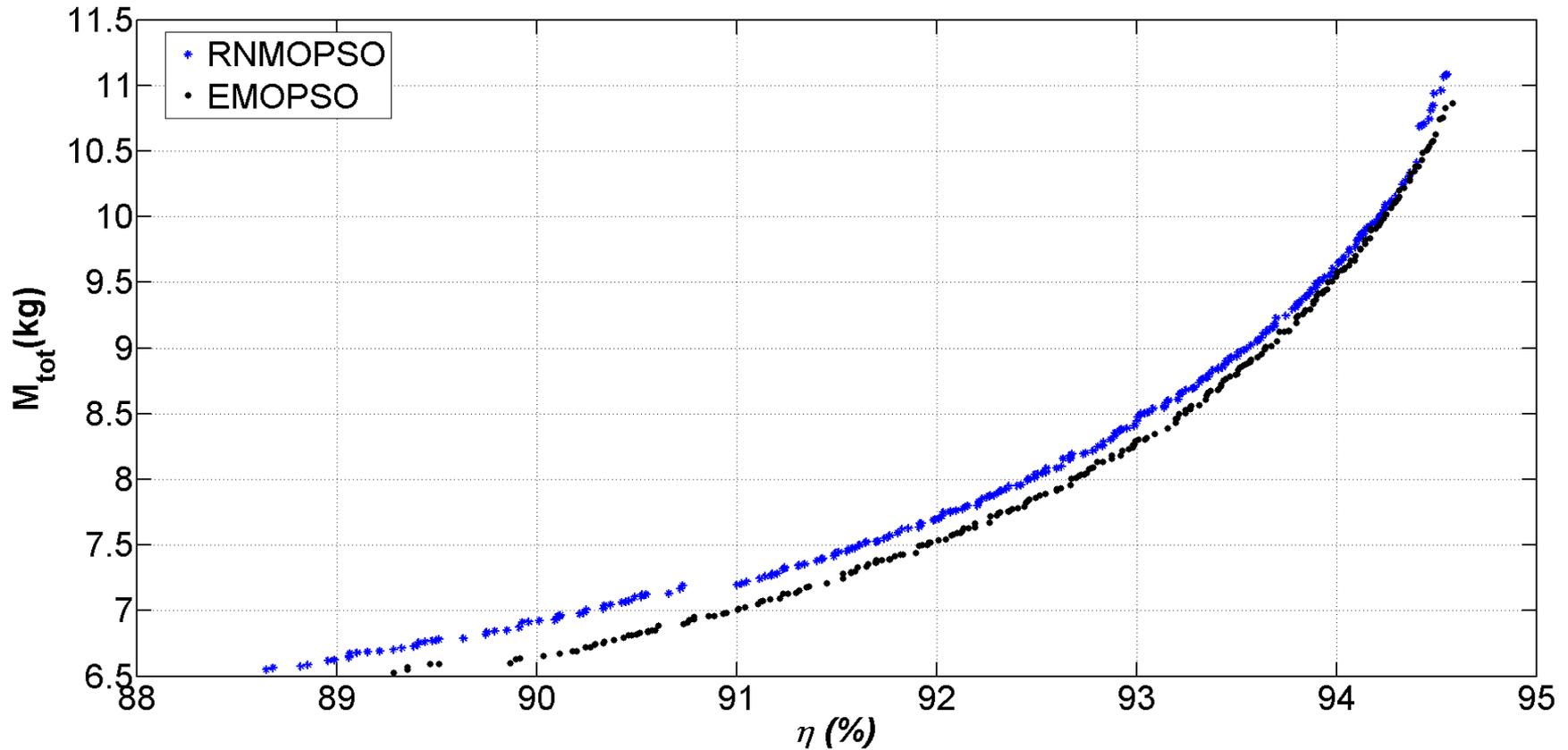


Fig.17– Fronteira de Pareto obtida em 30 execuções do EMOPSO e RNMOPSO

# Resultados – EMOPSO

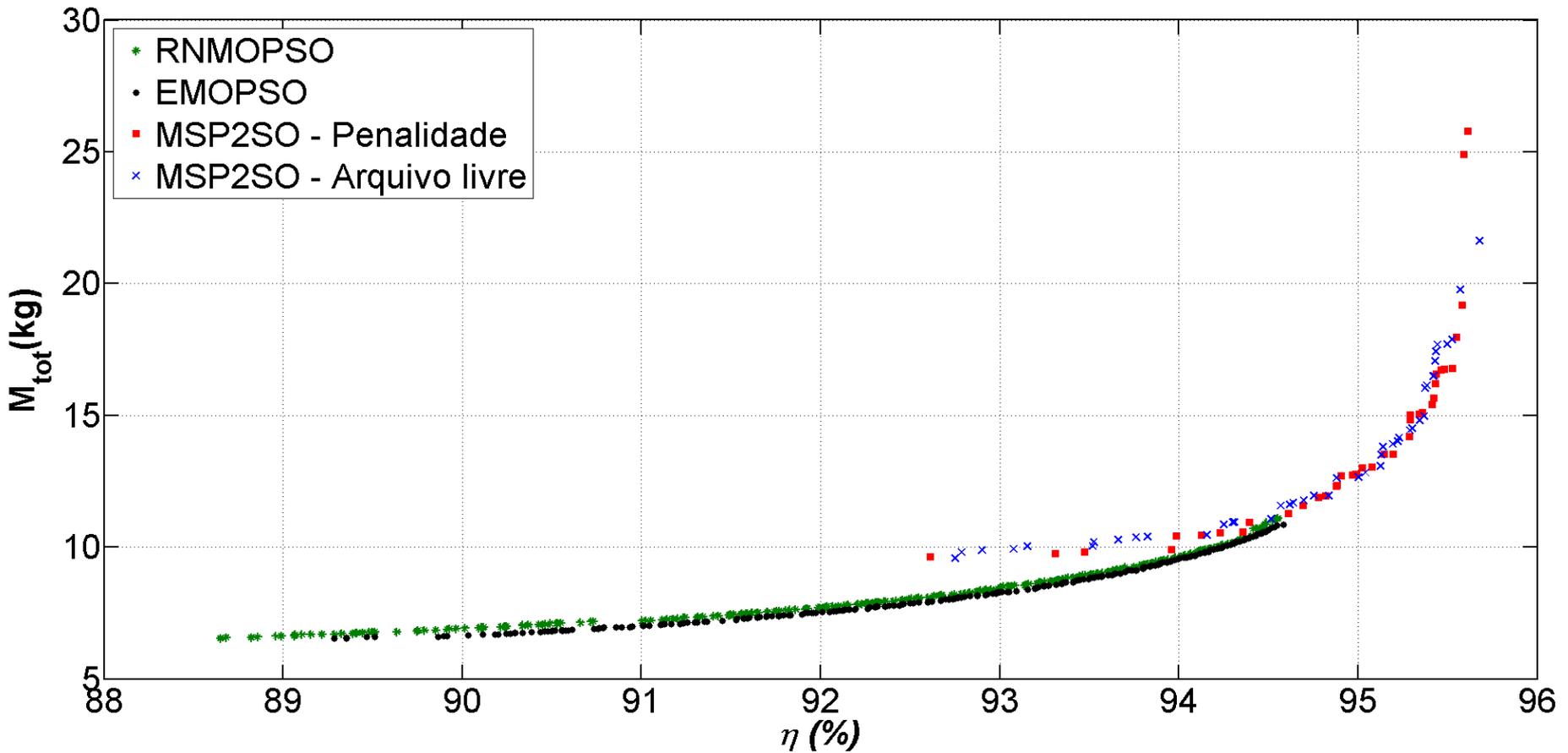


Fig.18– Fronteira de Pareto obtida em 30 execuções do EMOPSO e RNMOPSO

# Resultados – EMOPSO

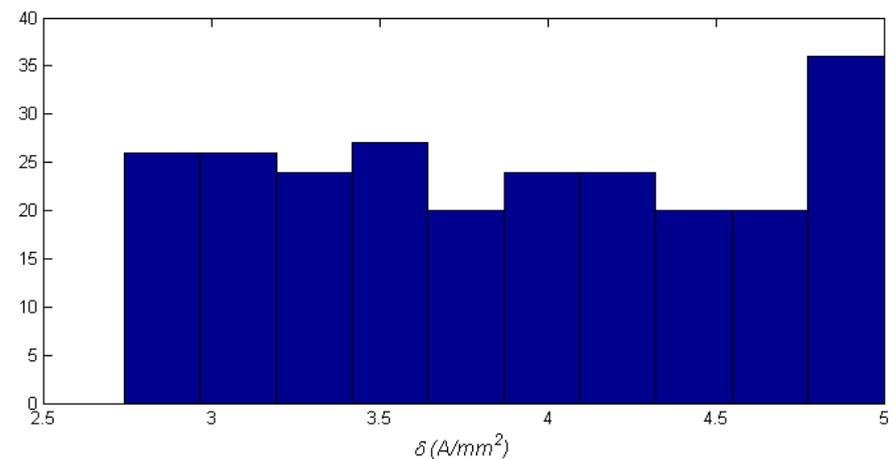
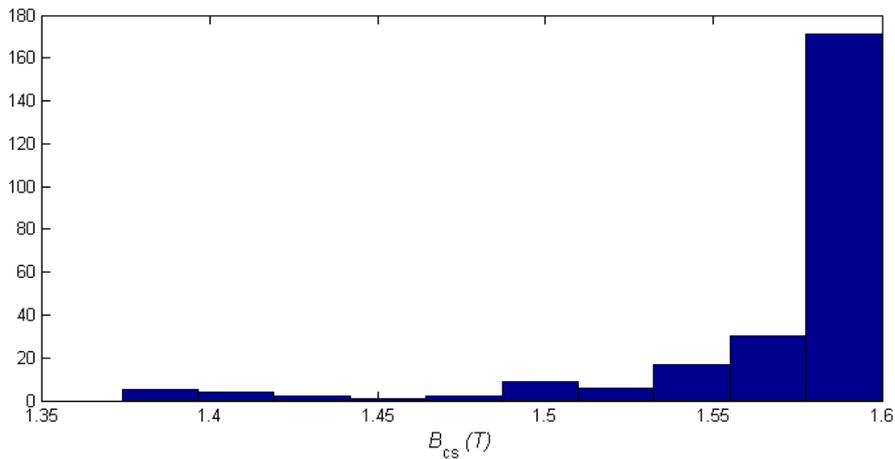
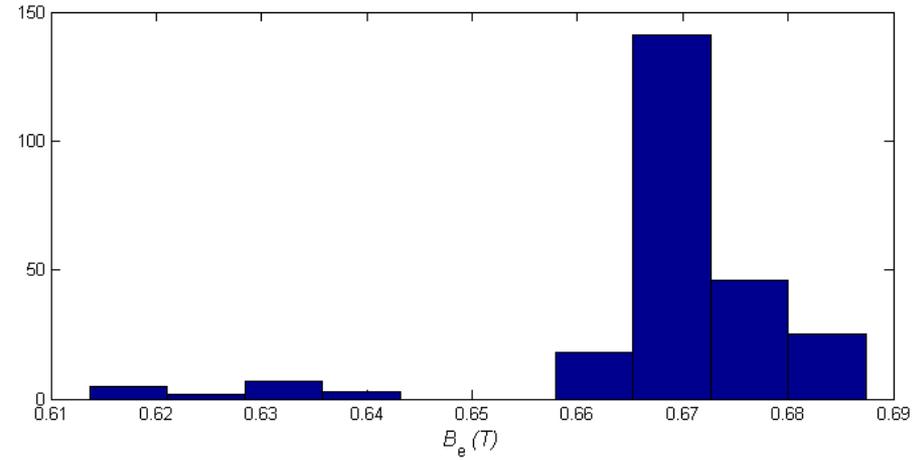
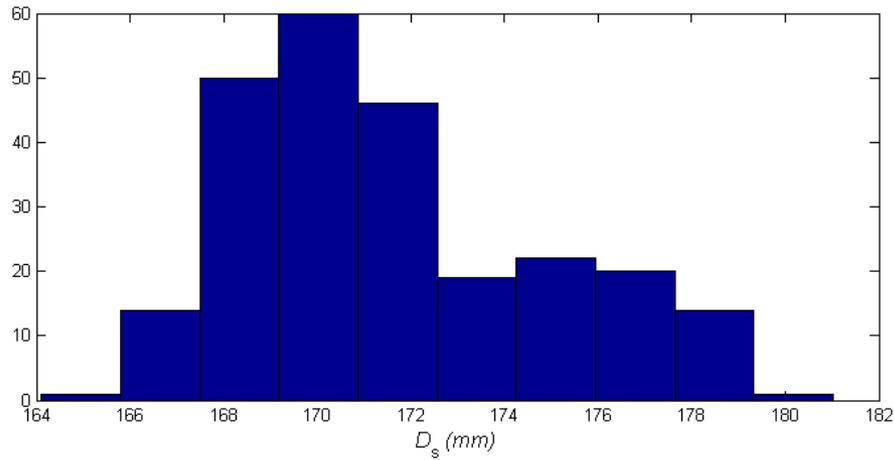


Fig.19– Histograma para as variáveis  $D_s$ ,  $B_e$ ,  $B_{cs}$  e  $\delta$  para as soluções do conjunto de Pareto

# Resultados – EMOPSO

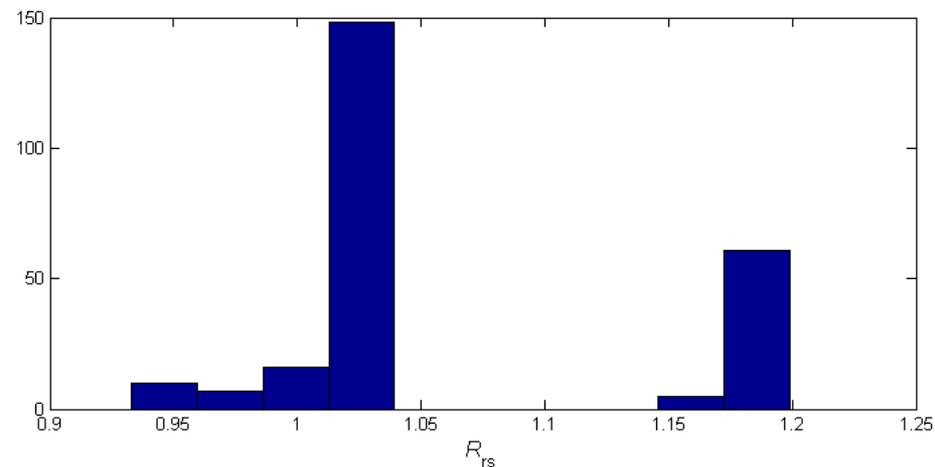
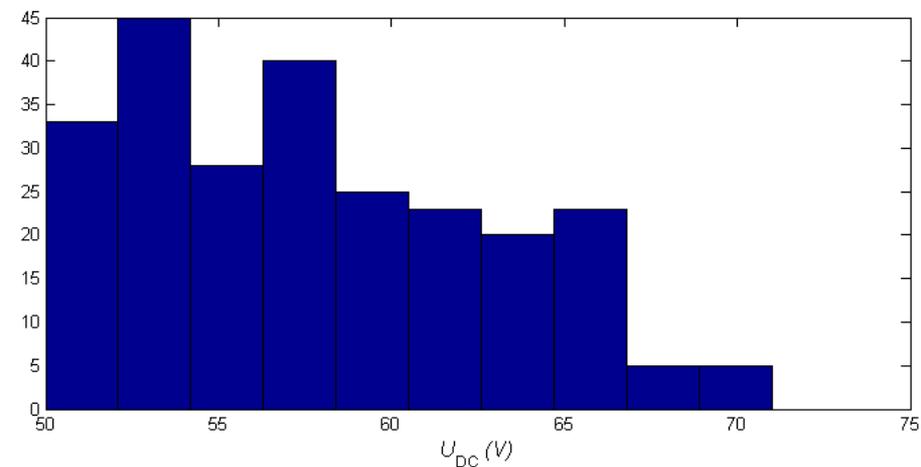
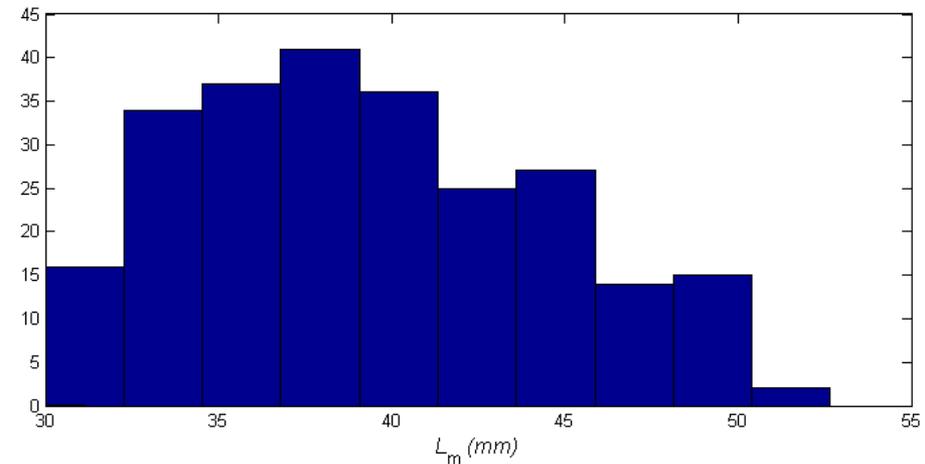
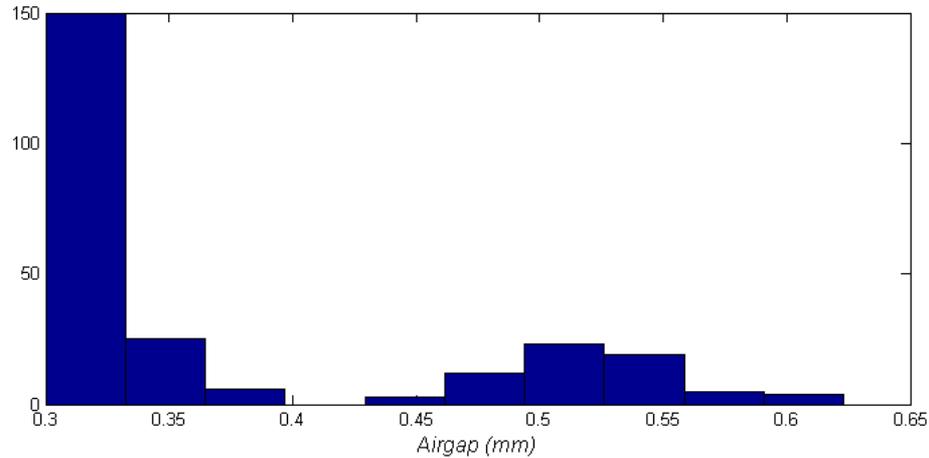


Fig.20– Histograma para as variáveis  $e$ ,  $L_m$ ,  $U_{DC}$ ,  $R_{rs}$  para as soluções do conjunto de Pareto

# Resultados – MSP2SO

- A função ZDT1 (f1) proposta Zitzler, Deb e Thiele<sup>3</sup> por pode ser escrita na forma (n=30):

$$f_1(x_1) = x_1$$

$$g(x_2, \dots, x_m) = 1 + 9 \cdot \sum_{i=2}^m x_i / (m - 1)$$

$$h(f_1, g) = 1 - \sqrt{f_1 / g}$$

- Veja na referência as demais funções.

<sup>3</sup> ZITZLER, E.; DEB, K.; THIELE, L.  
Comparison of multiobjective evolutionary  
algorithms: Empirical results. Evolutionary  
Computation, v. 8, n. 2, p. 173195, 2000.

# Resultados – MSP2SO

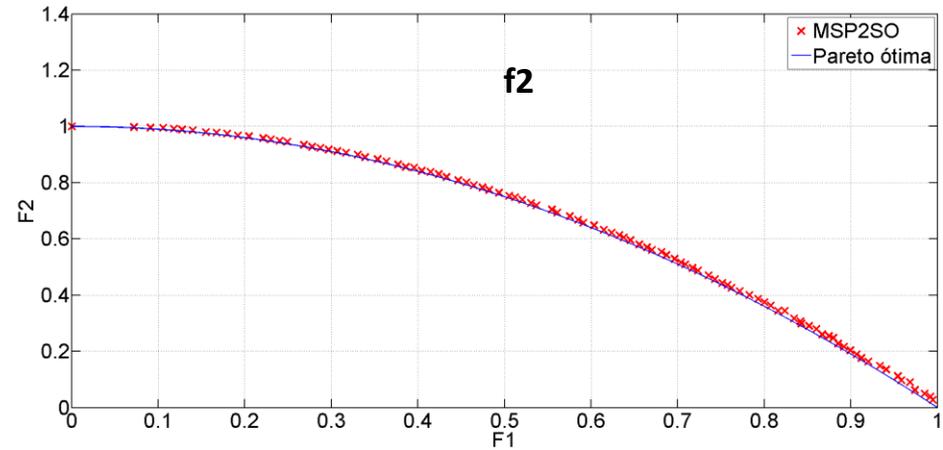
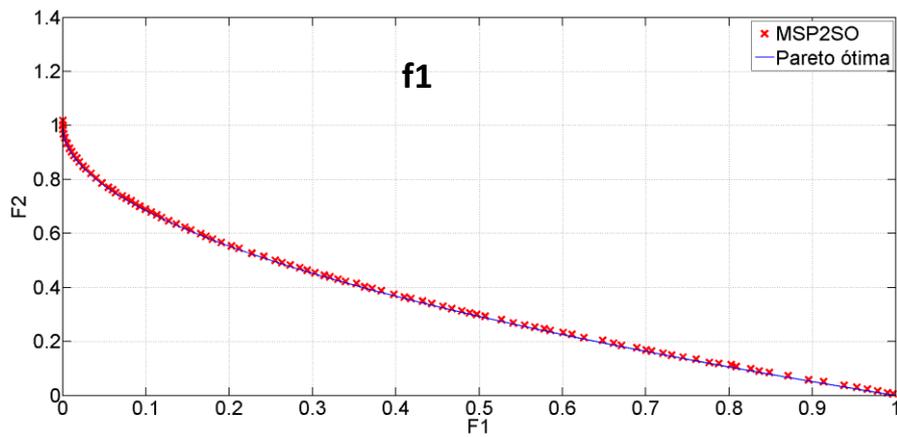
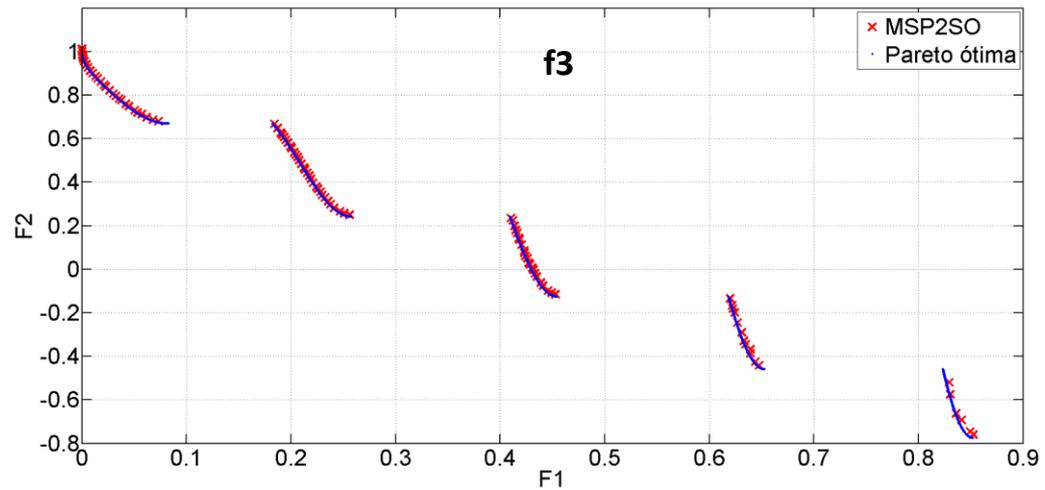


Fig.21 – Resultados do MSP2SO resolvendo as funções ZDT1, ZDT2, ZDT3



# Resultados – MSP2SO

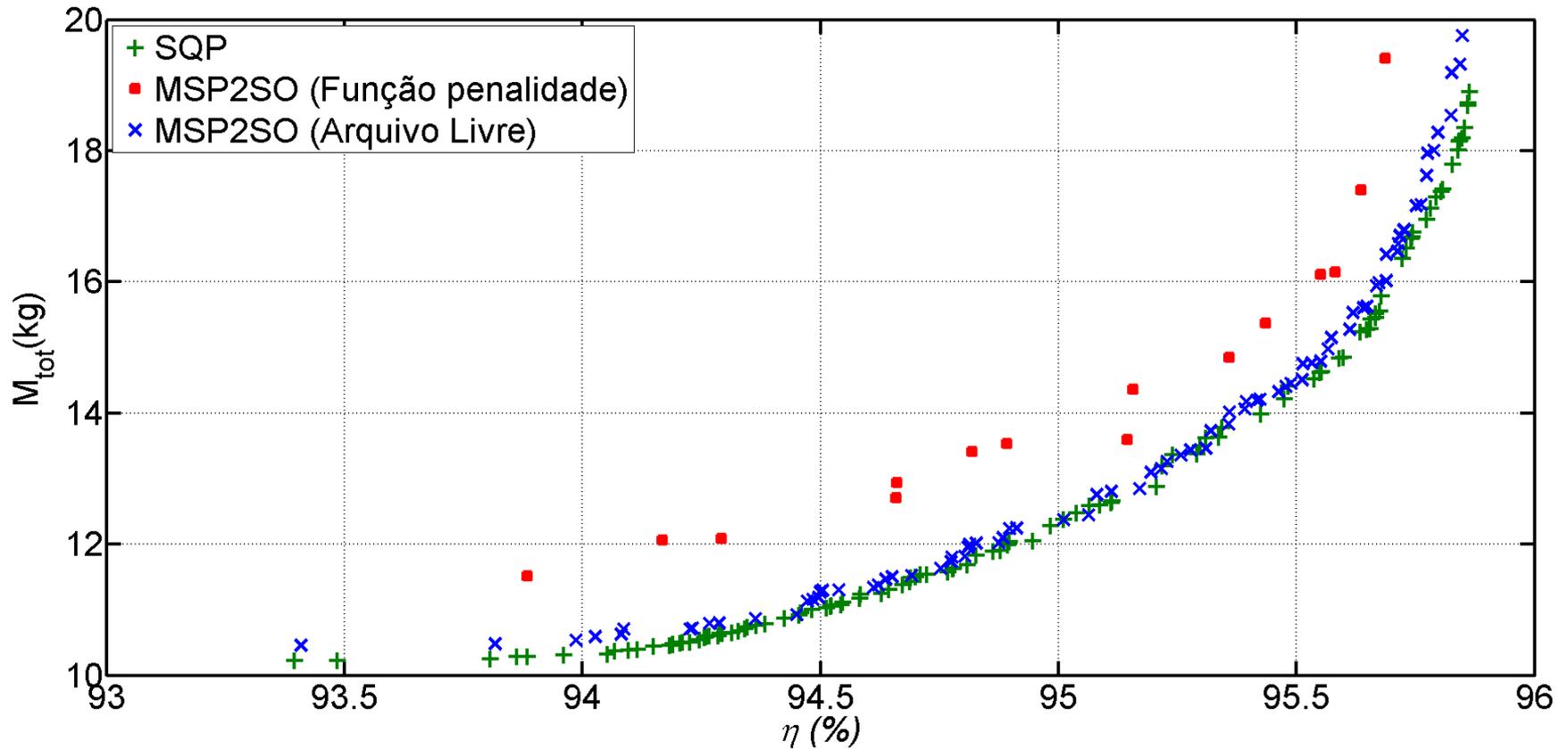


Fig.22– Fronteira de Pareto comparativa entre SQP e MSP2SO

# Resultados – MSP2SO para o Motor sem Escovas

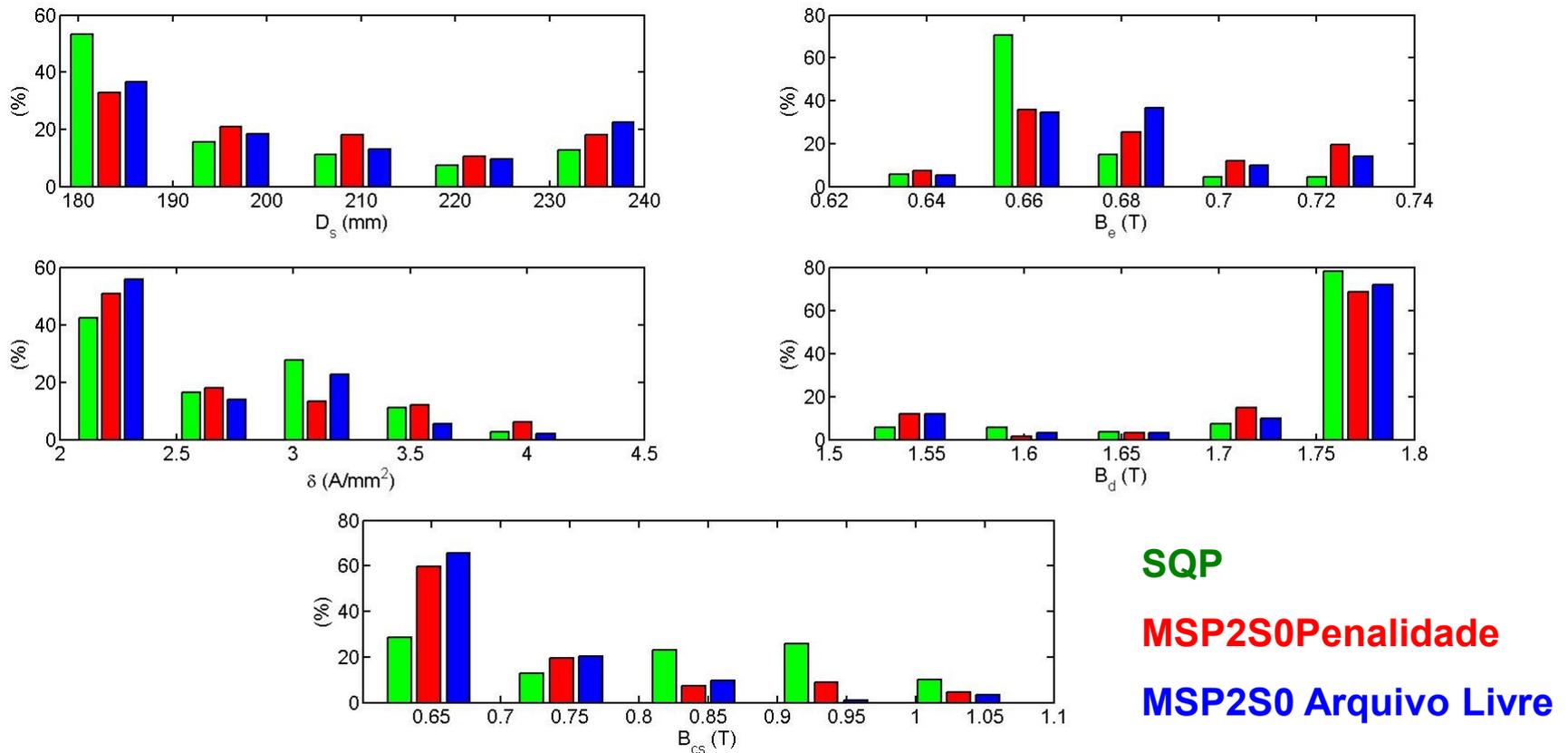


Fig.23 – Histograma de variáveis comparativo entre SQP e MSP2SO.

# Conclusão

- O PSO pode ser multiobjetivo.
- EMOPSO
  - Apresentou resultados superiores ao algoritmo de origem
  - Troca do operador mutação pela distribuição de Cauchy.
- MSP2SO
  - Todo arquivo externo como melhor global
  - Permitir soluções inválidas no arquivo externo (arquivo livre)