
**OTIMIZAÇÃO BASEADA NO
PARADIGMA DE ENXAMES DE
PARTÍCULAS
(PARTICLE SWARM
OPTIMIZATION)**

Conteúdo

- Introdução
 - Objetivos
 - Particle Swarm Optimization (PSO)
 - Mono-objetivo
 - Resultados
 - Mono-objetivo
 - Conclusões
-

Introdução

Algoritmos Estocásticos

- Utilizam o conceito de “*busca aleatoriamente guiada*”
 - A cada rodada do algoritmo obtém-se, em princípio, uma Solução Ótima distinta. Em princípio elas devem ser “próximas”.
 - Vantagens:
 - Não dependem de cálculo de derivadas.
 - A função objetivo e restrições são vistas como caixas pretas.
 - Desvantagem Principal
 - O número de iterações é elevado, em geral.
 - Podem ser baseados em tanto em Populações (Algoritmo Genético), como utilizar de um único “indivíduo”(Simulated Anneling).
-

Introdução

- **Equipamentos eletromagnéticos**

- Otimização pode envolver, por exemplo:
 - Maximizar eficiência
 - Minimizar massa
- Modelagem
 - Analítica
 - Método dos Elementos Finitos

- **Objetivo**

- Apresentar Otimização baseada em Enxames de Partículas no projeto de equipamentos eletromagnéticos
-

Particle Swarm Optimization – PSO

- Algoritmo evolutivo baseado no movimento de pássaros.
 - O método de otimização baseado em algoritmo que mimetiza o vôo de pássaros proposto em 1995 por Kennedy e Eberhart.
- Nomenclatura:
 - **Partículas:** possíveis soluções
 - **Enxame:** Conjunto de todas as partículas/soluções
 - **Posição:** coordenada da partícula no espaço das variáveis

$$x_i = [x_1, \dots, x_n]$$

$$x_i \in R^n$$

Particle Swarm Optimization – PSO

Terminologia

- Partícula

- Posição $\vec{x}_i(t)$
- Velocidade $\vec{v}_i(t)$
- Aptidão $f(x_i)$
- Melhor aptidão $f(x_{pbest})$
- Melhor posição x_{pbest}

- Enxame

- Melhor aptidão $f(x_{gbest})$
- Melhor posição x_{gbest}

Particle Swarm Optimization – PSO

- Método de busca

- Posição atualizada a cada iteração pela velocidade, segundo:

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t) \times 1$$

- Atualização da velocidade é função:

- velocidade anterior $v_i(t-1)$
- melhor posição da própria partícula x_{pbest}
- melhor posição da vizinhança x_{gbest} ou x_{lider}

Particle Swarm Optimization – PSO

- Equação da velocidade

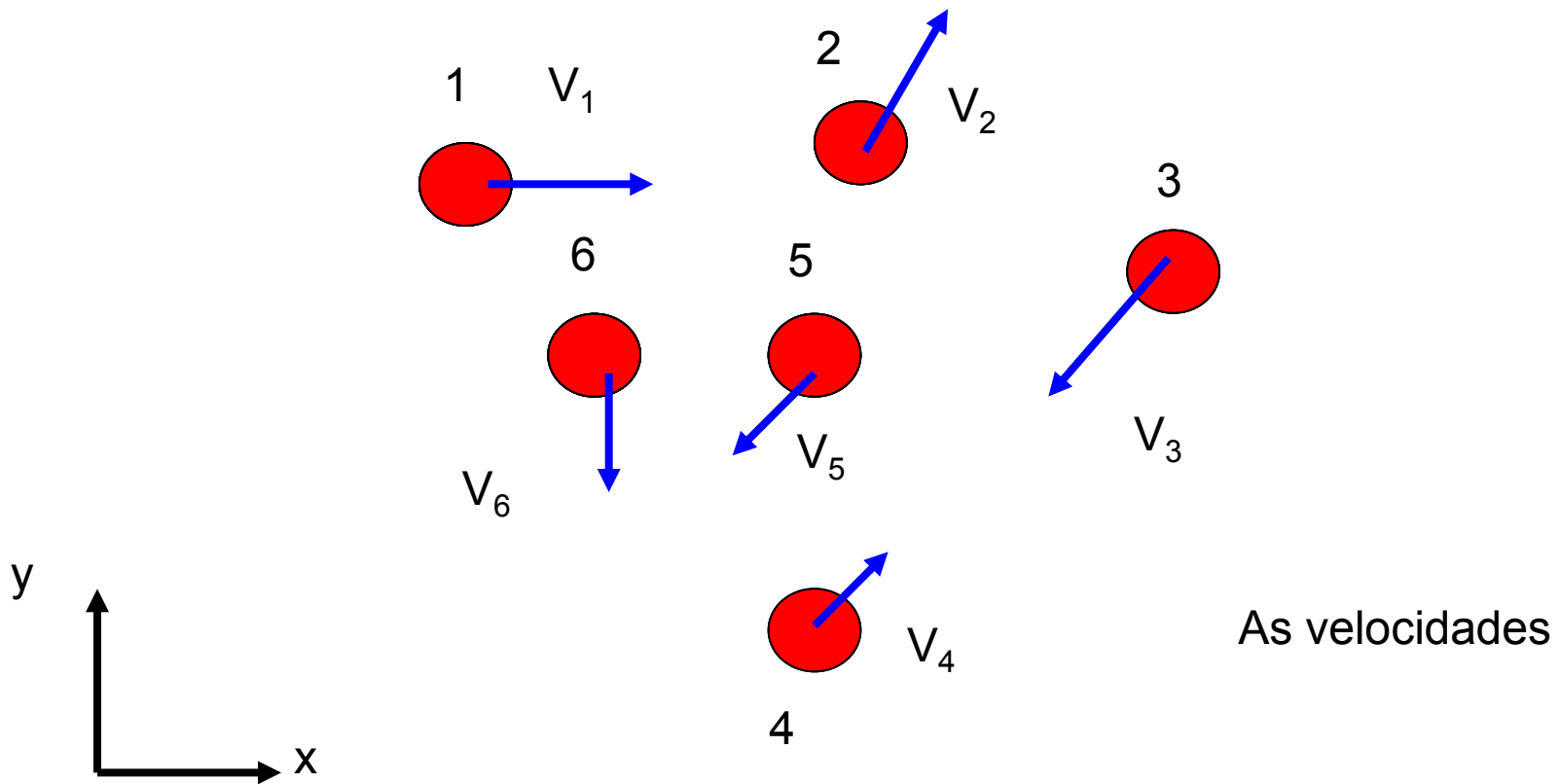
$$v_i(t) = w_i v_i(t-1) + c_1 r_1 (x_{pbest} - x_i(t)) + c_2 r_2 (x_{lider} - x_i(t))$$

- Sendo:

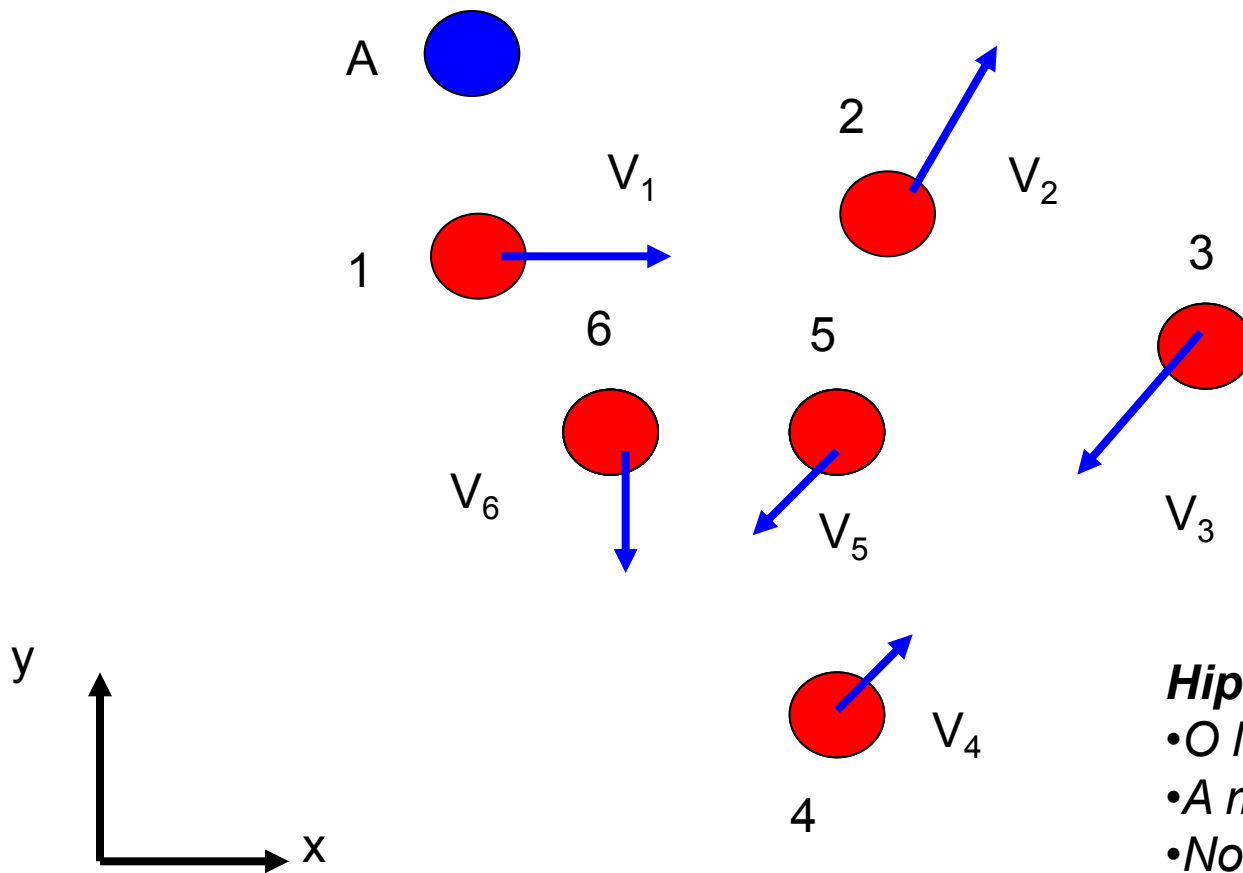
- Inércia ou Momento de Inércia w_i
- Fator de aprendizado cognitivo c_1
- Fator de aprendizado social c_2
- Variáveis estocásticas, distribuídas uniforme em $[0,1]$ r_1, r_2

“Geometria” do Particle Swarm Optimization – PSO

Um enxame simplificado



“Geometria” do Particle Swarm Optimization – PSO

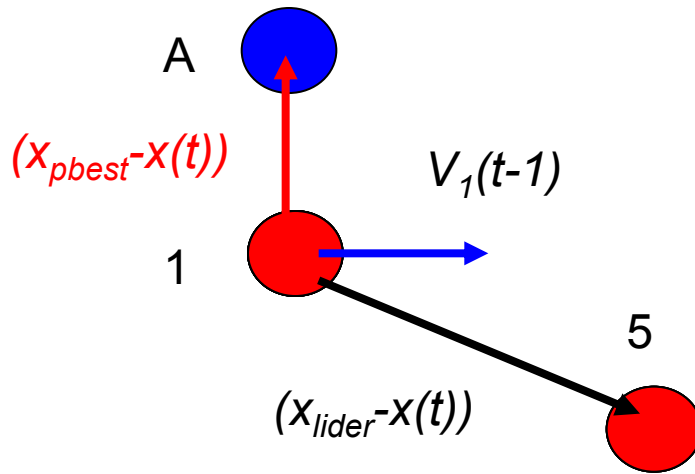


Hipóteses:

- O líder é 5
- A melhor posição de 1 foi A
- Nova Velocidade de 1 = ?
- Nova Posição de 1 = ?

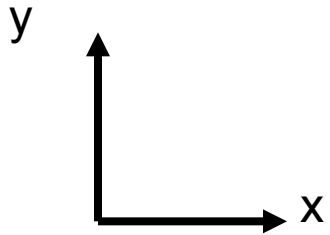
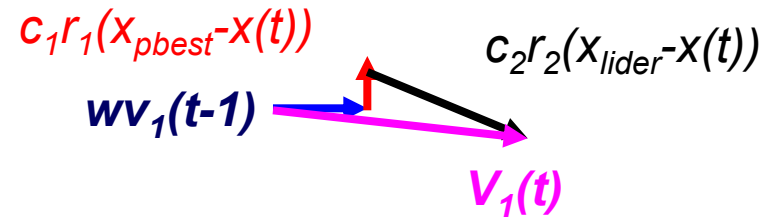
Particle Swarm Optimization – PSO

Geometricamente



Hipóteses:

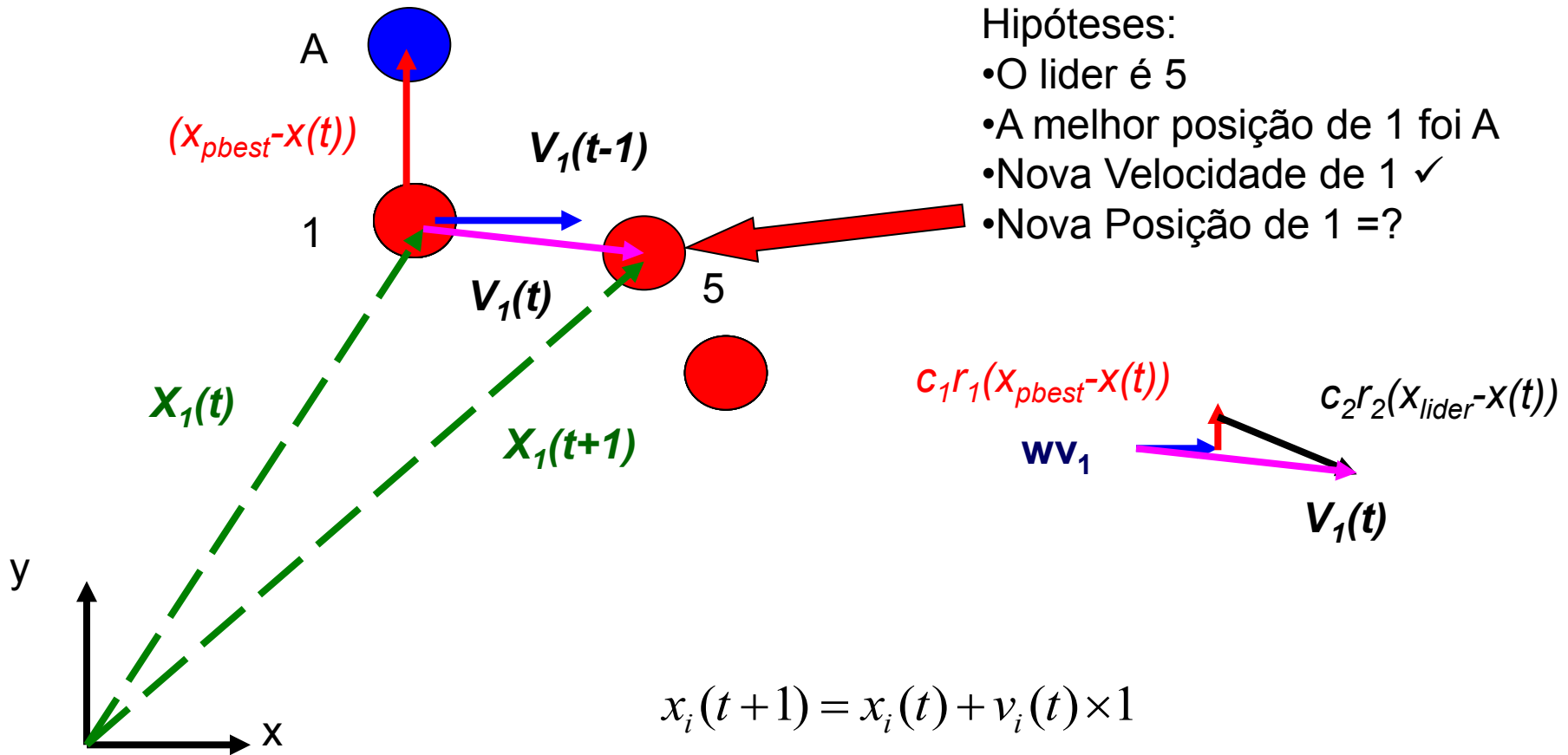
- O líder é 5
- A melhor posição de 1 foi A
- Nova Velocidade de 1 = ?



$$v_i(t) = w_i v_i(t-1) + c_1 r_1 (x_{pbest} - x_i(t)) + c_2 r_2 (x_{lider} - x_i(t))$$

Particle Swarm Optimization – PSO

Geometricamente



Particle Swarm Optimization – PSO

- Alguns cuidados com relação à velocidade:

$$v_i(t) = w_i v_i(t-1) + c_1 r_1 (x_{pbest} - x_i(t)) + c_2 r_2 (x_{lider} - x_i(t))$$

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t)$$

- Se $v(t) \uparrow$, a partícula pode “sair” do domínio $x_{min} \leq x(t) \leq x_{max}$
- Devem existir:
 - Velocidade Máxima e/ou
 - Regra de Retorno, caso $x(t) \leq x_{min}$ ou $x(t) \geq x_{max}$
 - Tipicamente:
 - Reflexão
 - $x(t) = x_{min}$ ou $x(t) = x_{max}$

Particle Swarm Optimization – PSO

- Topologia
 - Forma de conexão das partículas
 - Enxame dividido em vizinhança $\rightarrow x_{lider}$
 - Representada por grafos

- Tipos de Topologia
 - Totalmente conectada:

$$x_{lider} = x_{gbest}$$

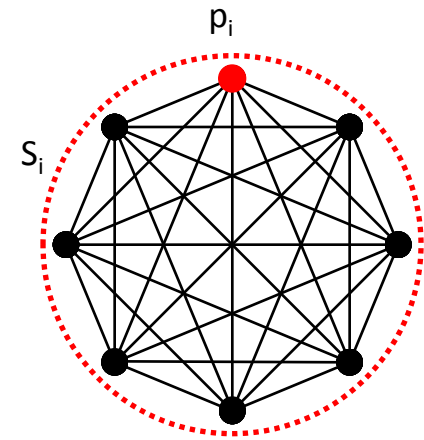


Fig. 2 – Topologia totalmente conectada

Particle Swarm Optimization – PSO

- Tipos de Topologia

- Melhor local

- Vizinhança são as k partículas mais próximas

Fig.3 – Topologia melhor local com $k=2$

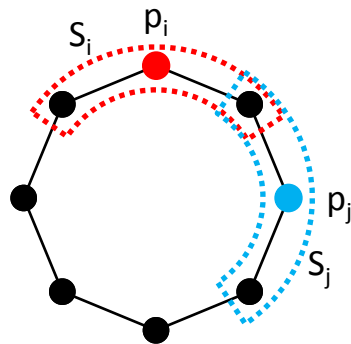
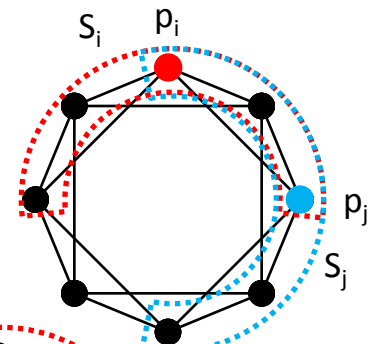


Fig.4 – Topologia melhor local com $k=4$



- Roda

- Uma partícula, p_0 , é responsável por fazer a troca de informações.

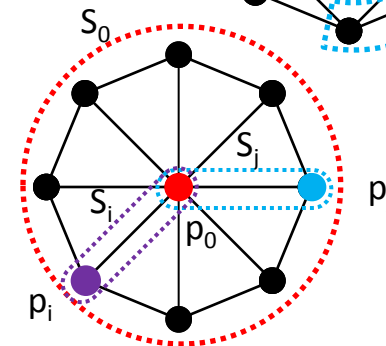
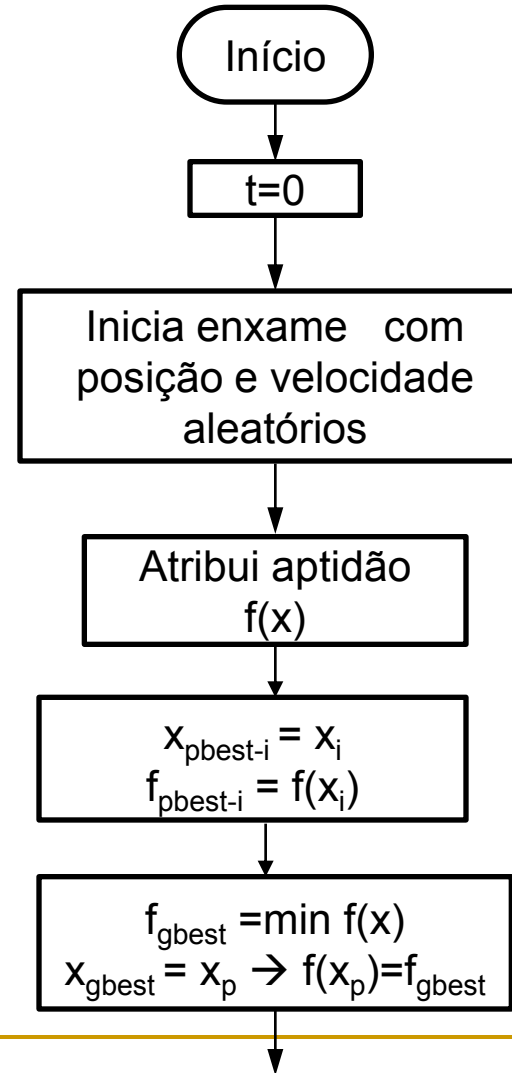


Fig.5 – Topologia roda

PSO – Algoritmo de Otimização

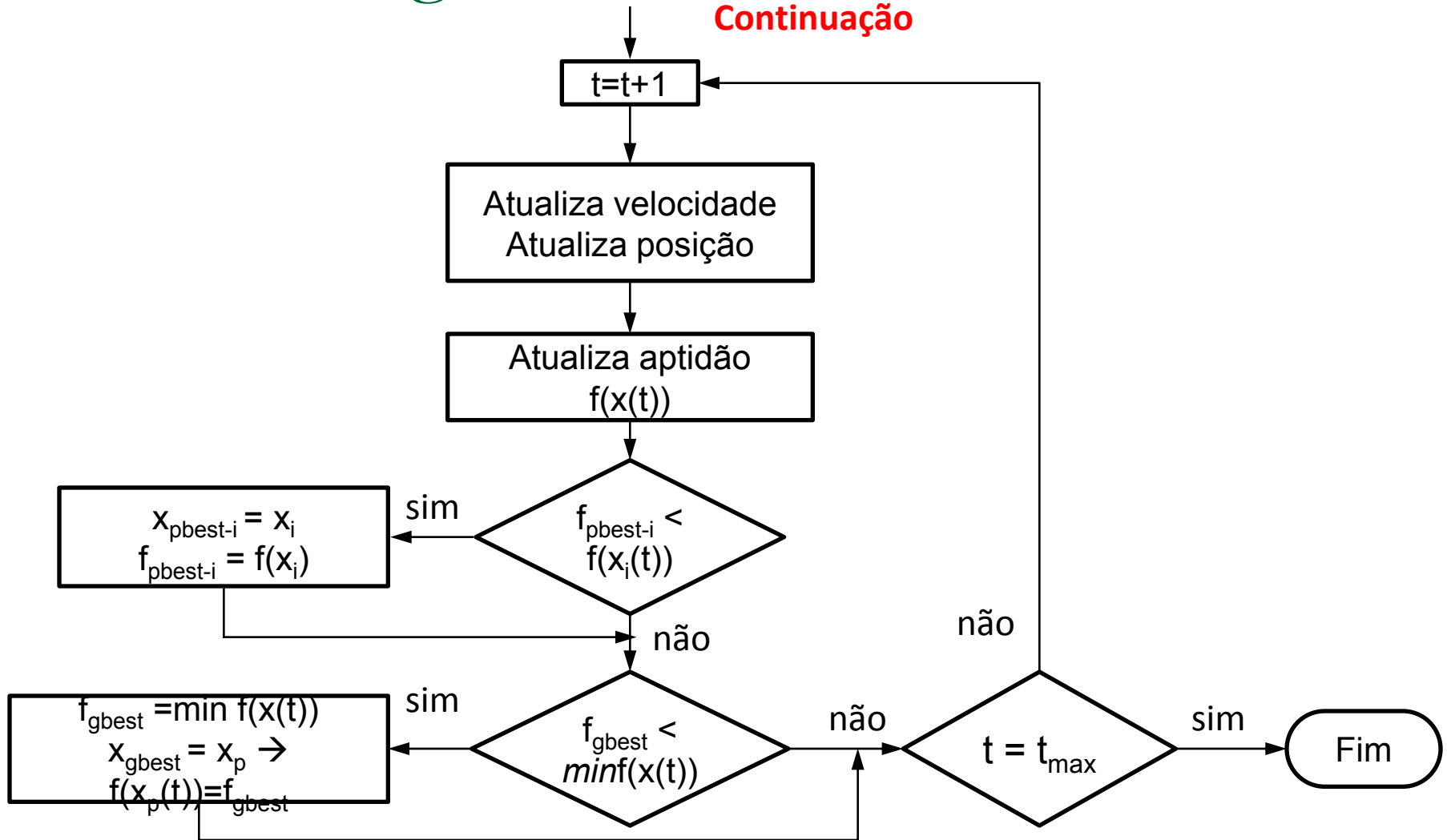
- Algoritmo para otimização mono-objetivo.



Continua

PSO – Algoritmo de Otimização

Continuação



Resultados

- Os resultados obtidos são apresentados na forma:
 - Ajuste de parâmetros do PSO em funções analíticas
 - Projeto de dispositivo eletromagnético
 - Projeto de um motor de corrente contínua sem escovas proposto por Brisset e Brochet
-

Resultados – Ajustes de parâmetros

- **Rastrigin**

$$f(x) = 10 \cdot n + \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i)]$$

$$x_i \in [-5, 12; 5, 12]$$

– Mínimo global

$$x = (0, \dots, 0)$$

$$f(x) = 0$$

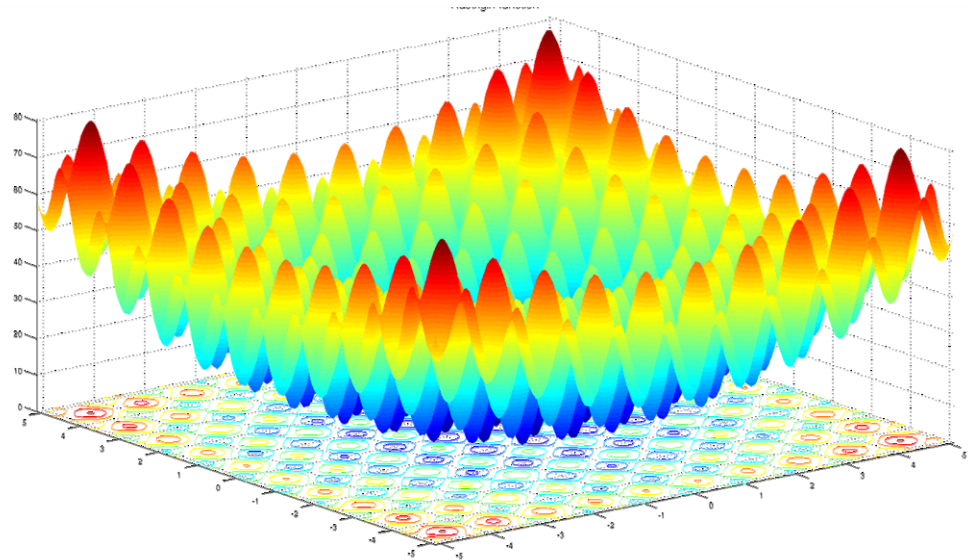


Fig.6 – Função de Rastrigin para o caso n=2

Resultados – Ajustes de parâmetros

- **Rosenbrock**

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n-1} [(1 - x_i)^2 + 100(x_{i+1} - x_i^2)^2]$$

$$x_i \in [-\infty, +\infty]$$

– Intervalo utilizado

$$x_i \in [-6, 6]$$

– Mínimo global

$$x = (1, \dots, 1)$$

$$f(x) = 0$$

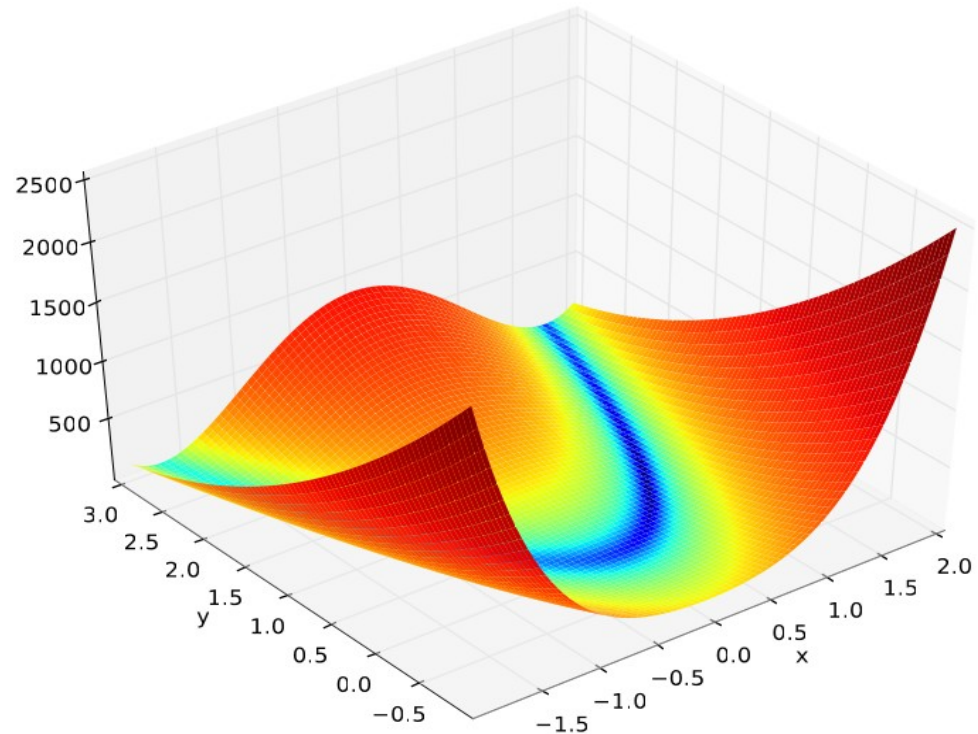


Fig.7 – Função de Rosenbrock para o caso n=2

Resultados – Ajustes de parâmetros

- Configuração do PSO
 - Topologia
 - Totalmente conectada
 - Número de partículas
 - 20
 - Número máximo de iterações
 - 3000
 - Critério de parada
 - 3000 iterações
 - Inércia adotada decrescente

com iterações

- Intervalo de variação

$$w_{\max} \in [0,5 \quad 1,4]$$

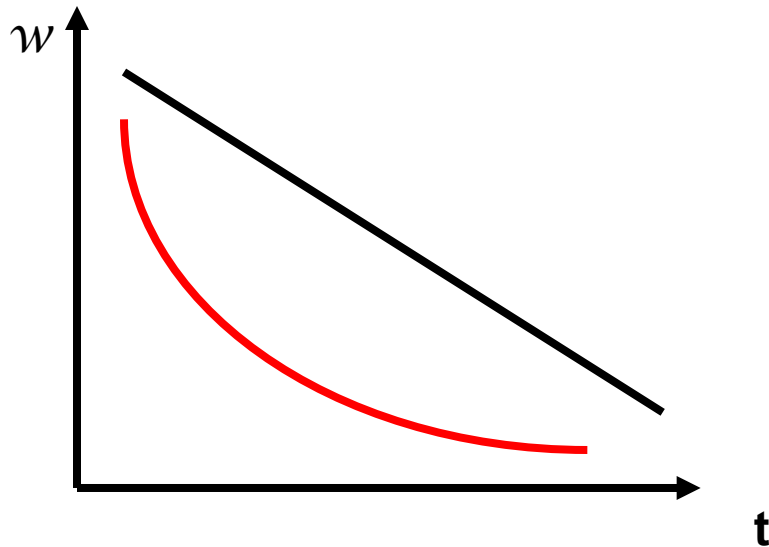
$$w_{\min} = 0,4$$

$$c_1 = c_2 = c \in [0,5;2,1]$$

- 50 tentativas para cada valor

$$w(t) = w_{\max} - \left(\frac{w_{\max} - w_{\min}}{3000} \right) t$$

A variação da Inércia com a Iteração



A tendência de w é diminuir com o aumento de t

Resultados – Ajustes de parâmetros

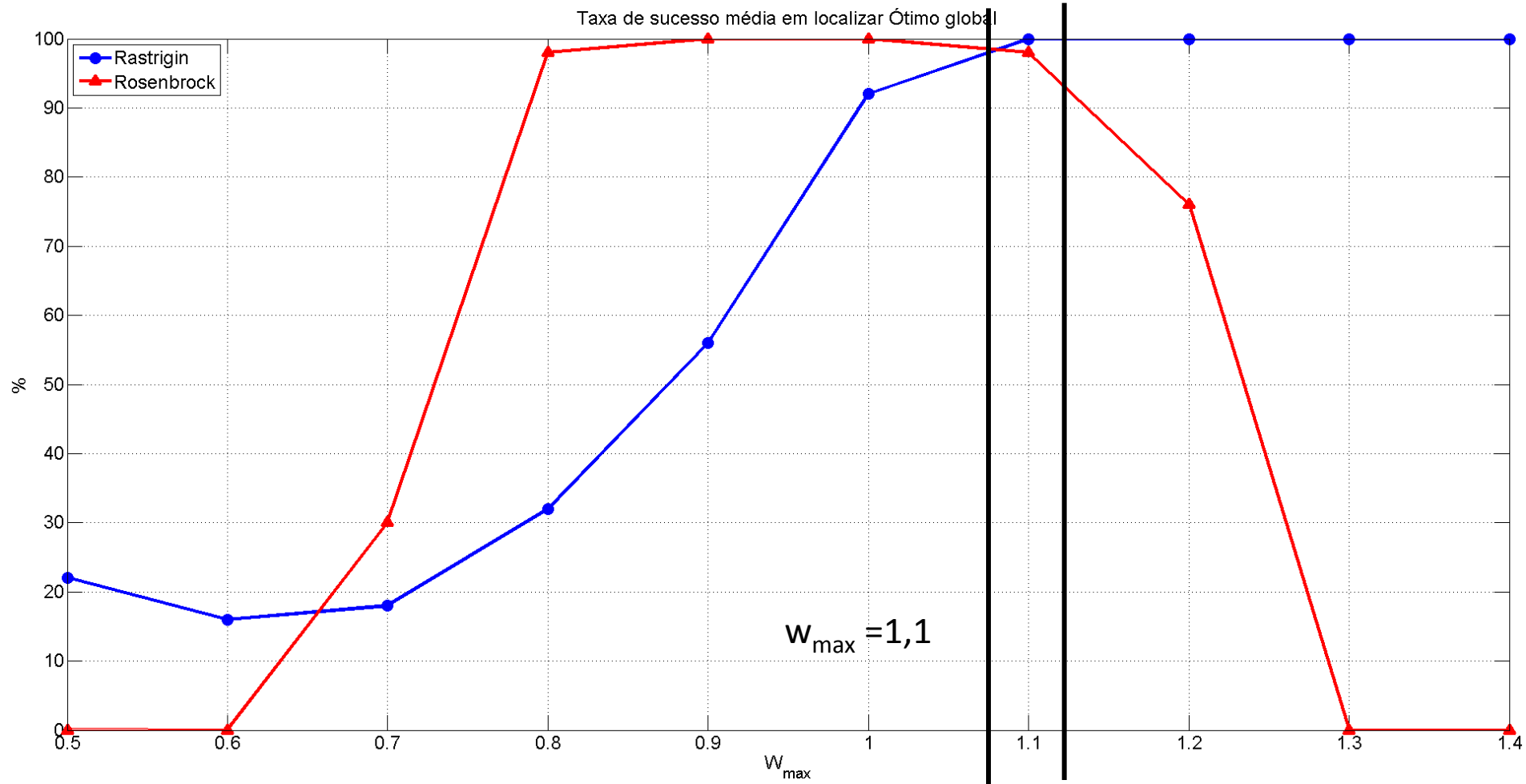


Fig. 7 – Taxa de sucesso para $c_1=c_2=1,4$ com w_{\max} variando de 0,5 a 1,4

Resultados – Ajustes de parâmetros

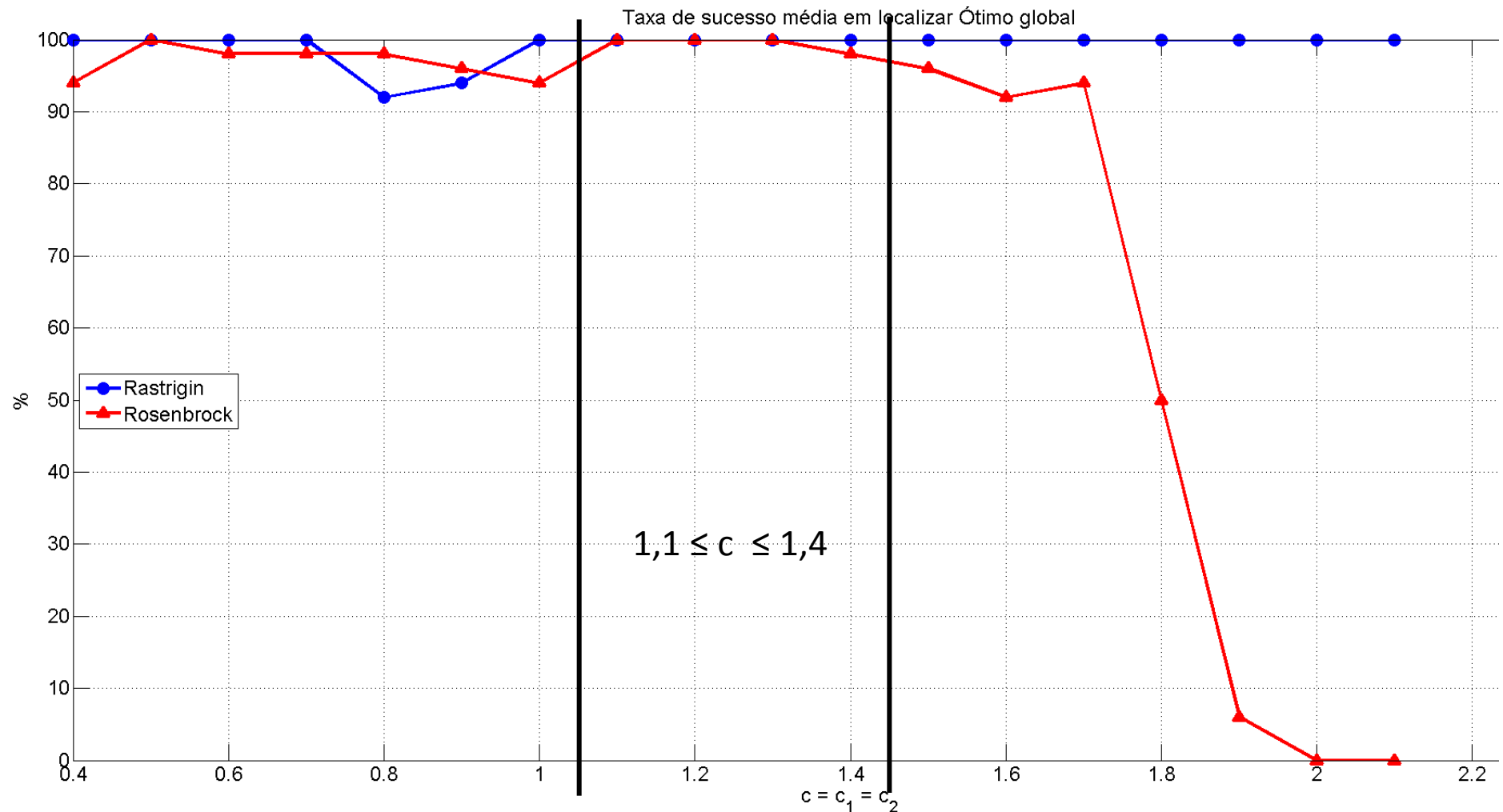


Fig. 8 – Taxa de sucesso para $w_{\max}=1,1$ com $c=c_1=c_2$ variando de 0,4 a 2,1

Resultados – Ajustes de parâmetros

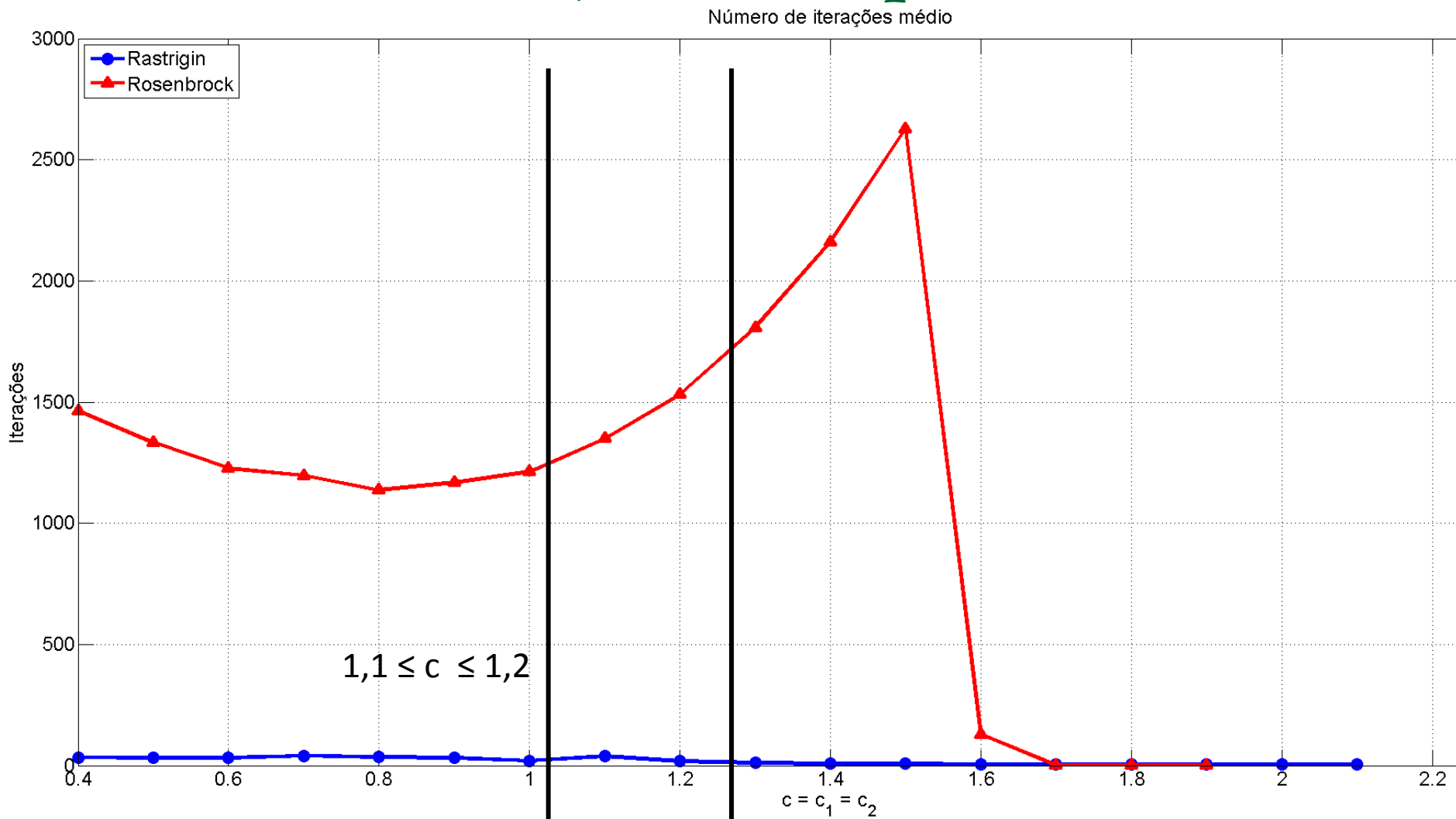


Fig. 9 – Iterações com $w_{\max}=1,1$ e $c=c_1=c_2$ variando de 0,4 a 2,1

Resultados – Ajustes de parâmetros

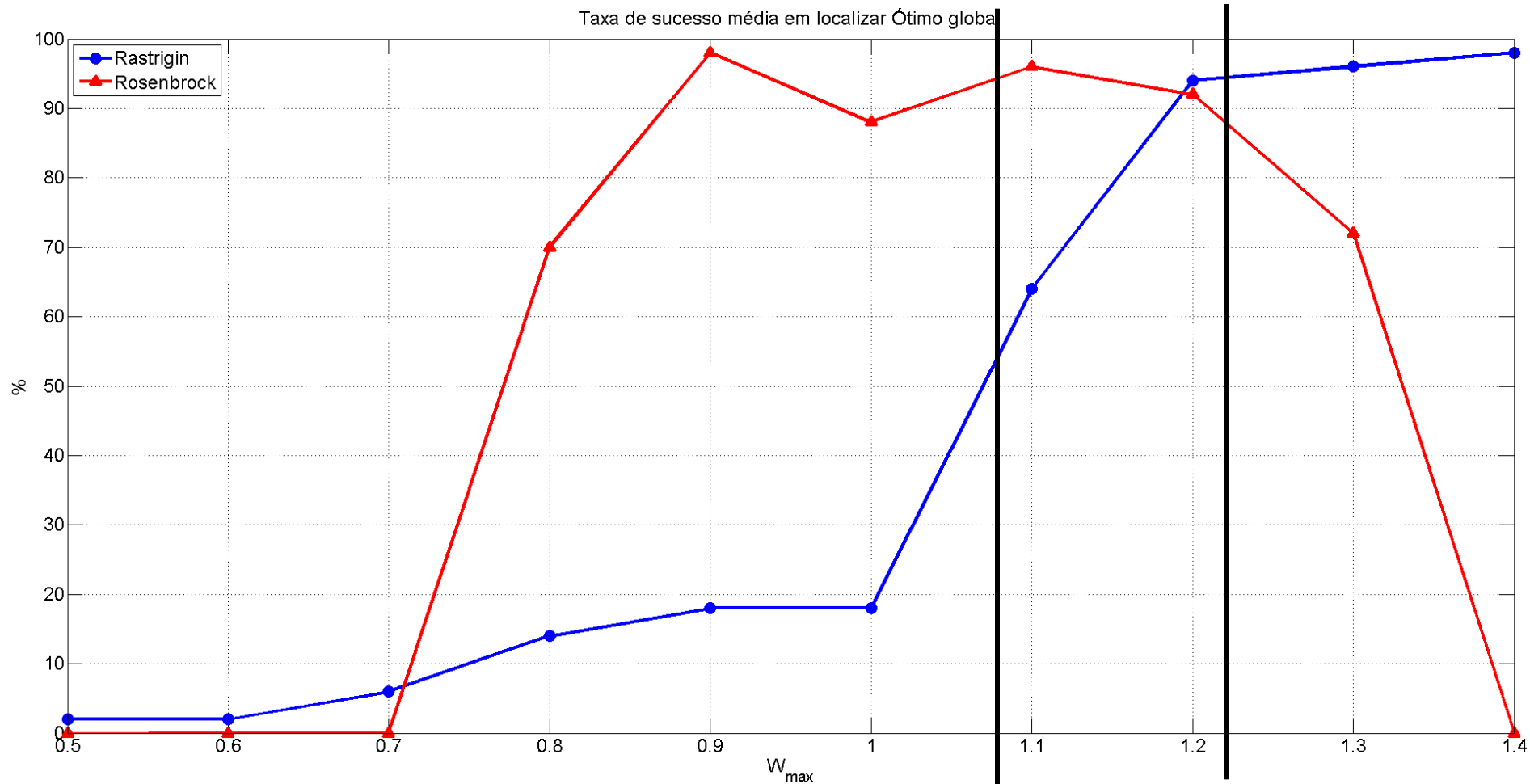


Fig. 10 – Taxa de sucesso para $c_1=c_2=1,1$ com w_{max} variando de 0,5 a 1,4

Resultados – Ajustes de parâmetros

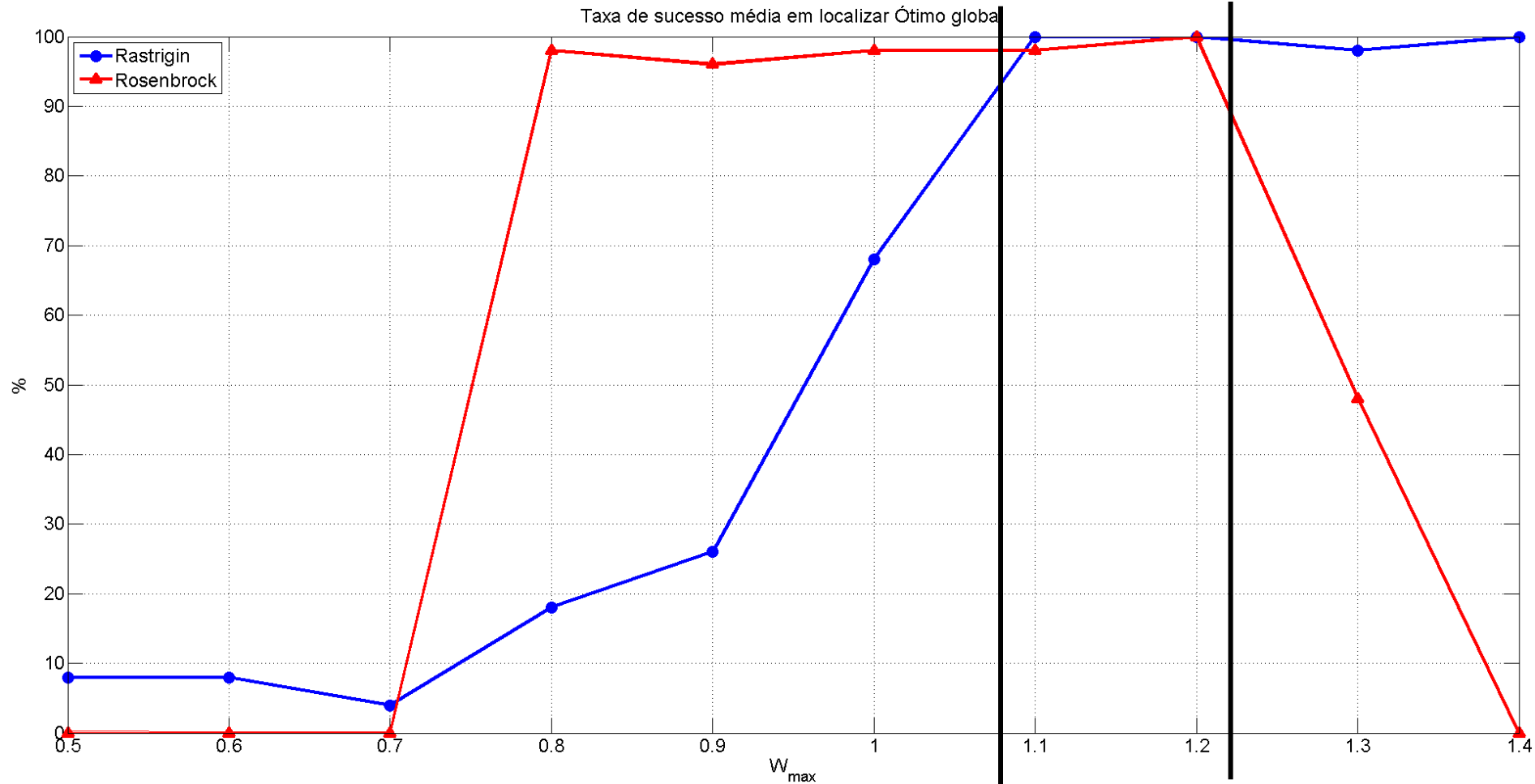


Fig. 11 – Taxa de sucesso para $c_1=c_2=1,2$ com w_{\max} variando de 0,5 a 1,4

Resultados – Ajustes de parâmetros

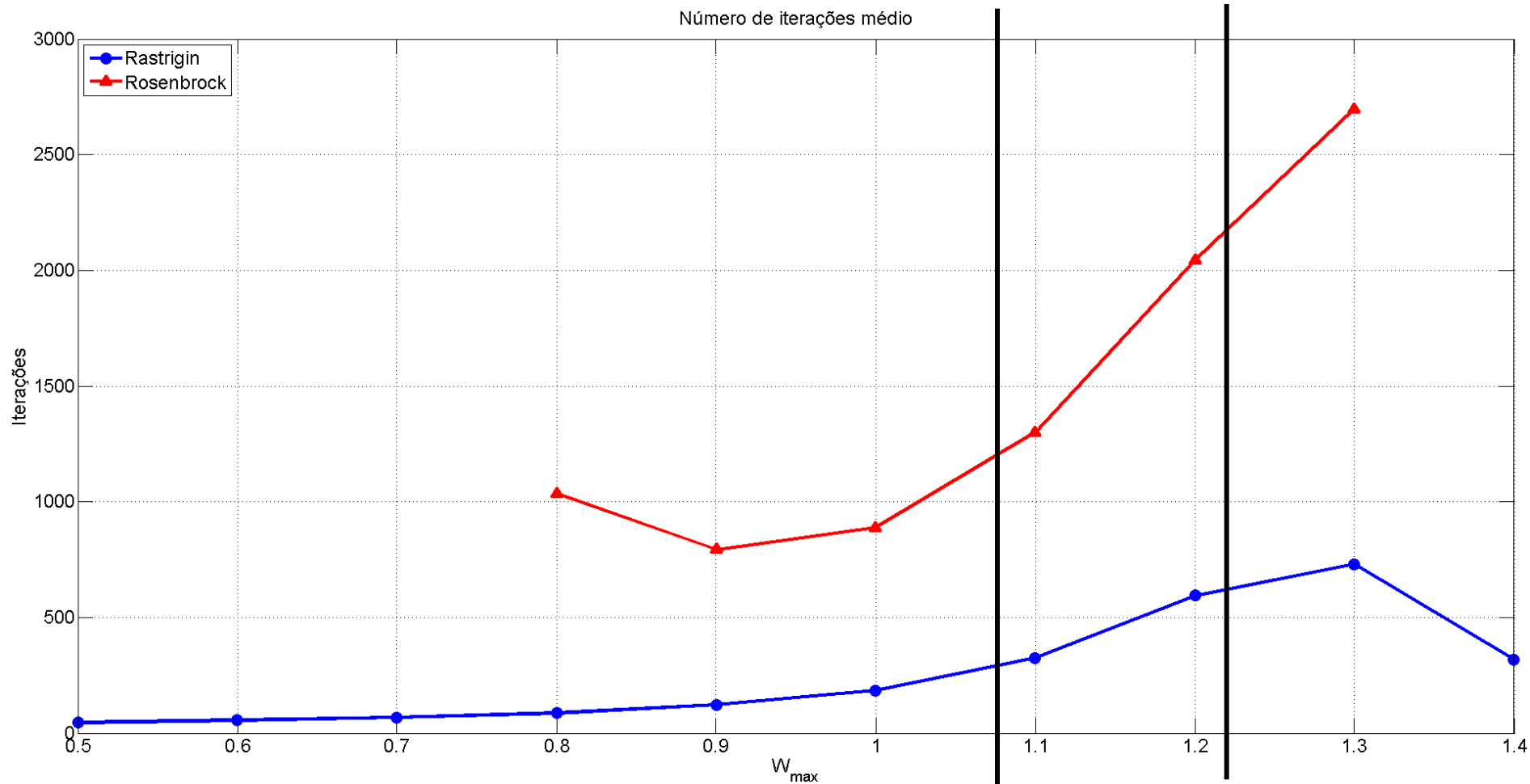


Fig. 12– Iterações com $c_1=c_2=1,1$ e w_{max} variando de 0,5 a 1,4

Resultados – Ajustes de parâmetros

- Pelo resultados apresentados os parâmetros foram fixados em:

$$w_{\max} = 1,1$$

$$w_{\min} = 0,4$$

$$c_1 = c_2 = 1,2$$

Resultados – Problemas reais

- Projeto de um motor para veículo movido a energia solar, proposto por Brisset e Brochet (École Centrale de Lille)
- Características do motor
 - corrente contínua sem escovas
 - ímãs permanentes SmCo_5
 - fluxo Radial
 - rotor externo
 - enrolamentos concêntricos
- Modelagem analítica
 - 11 variáveis

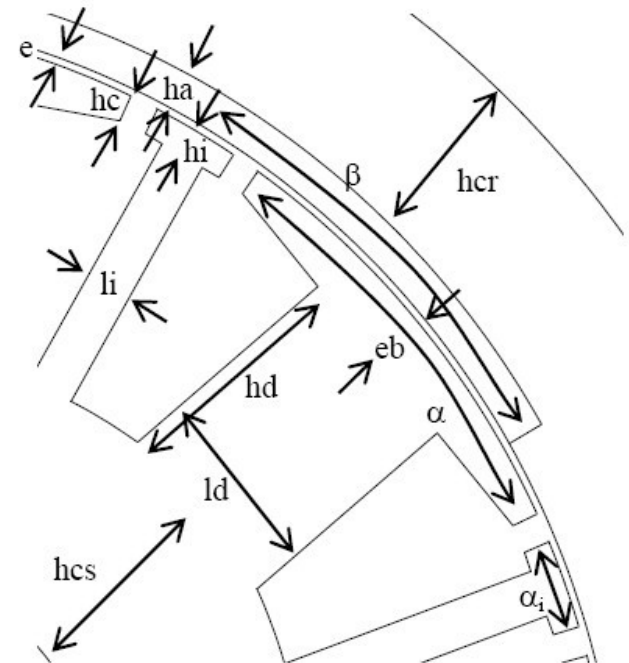


Fig.14 – Geometria do motor

Resultados – Problemas reais

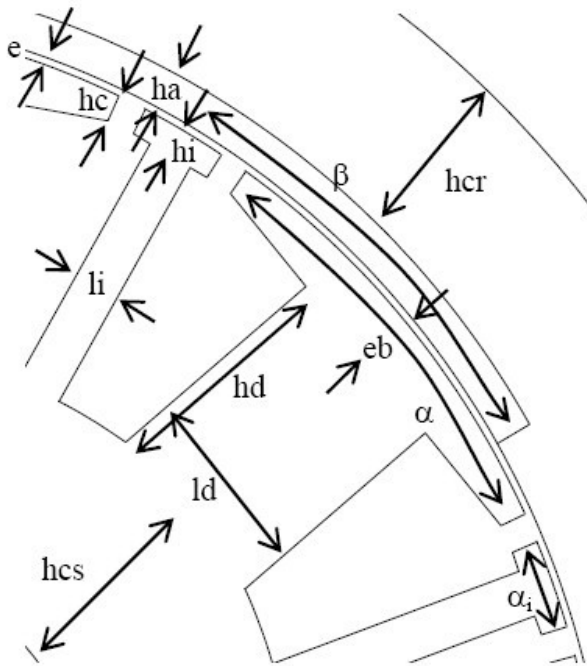


Fig.14 – Geometria do motor

Símbolo	Variáveis	Limites		Unidade
		Inferior	Superior	
D_s	Diâmetro estator	150	330	mm
B_e	Indução no entreferro	0,5	0,76	T
δ	Densidade de corrente	2	5	A/mm ²
B_d	Indução média no dente	0,9	1,8	T
L_m	Comprimento do circuito magnético do motor	30	200	mm
B_{cs}	Indução magnética média no ferro do estator	0,6	1,6	T
R_{rs}	Razão entre comprimento motor-estator	0,8	1,2	
e	Entreferro	0,3	2	mm
U_{dc}	Tensão de alimentação	50	200	V
B_{cr}	Indução magnética	0,6	1,6	T
P	Número de Pólos	4	6	

Tabela 1 – Variáveis do projeto do motor e seus limites.

Resultados – Problemas reais

- 3 problemas do tipo benchmark são propostos
 - 5 variáveis (D_s , B_e , δ , B_d e B_{cs})
 - 10 variáveis. (Todas as variáveis, exceto o número de pólos)
 - Todas as variáveis
- O projeto está sujeito ainda às seguintes restrições:
 - Massa total ≤ 15 kg
 - Diâmetro externo ≤ 340 mm
 - Diâmetro interno ≥ 76 mm
 - Corrente máxima ≥ 125 A
 - Temperatura dos ímãs $\leq 120^\circ\text{C}$
 - Altura da ranhura, onde fica alojada a bobina ≥ 0

Resultados – Problemas reais

- Para o caso de 10 variáveis são adicionadas mais duas restrições
 - Comprimento total do eixo do motor ≤ 100 mm
 - Tempo de subida da corrente $\leq \frac{1}{30f}$
- Função objetivo
 - Maximizar rendimento (η)

Resultados – Mono-objetivo

- Configuração do PSO

- Topologia
 - Totalmente conectada
- Número de partículas
 - 20
- Número máximo de iterações
 - 3000
- Critério de parada
 - x_{gbest} não varia após 50 iterações
 - $f_{gbest} > 90\%$
 - 3000 iterações

- Inércia adotada decrescente com iterações

$$w(t) = w_{\max} - \left(\frac{w_{\max} - w_{\min}}{3000} \right) t$$

- Parâmetros:

$$w_{\max} = 1,1$$

$$w_{\min} = 0,4$$

$$c_1 = c_2 = 1,2$$

- 50 tentativas

Resultados – Mono-objetivo

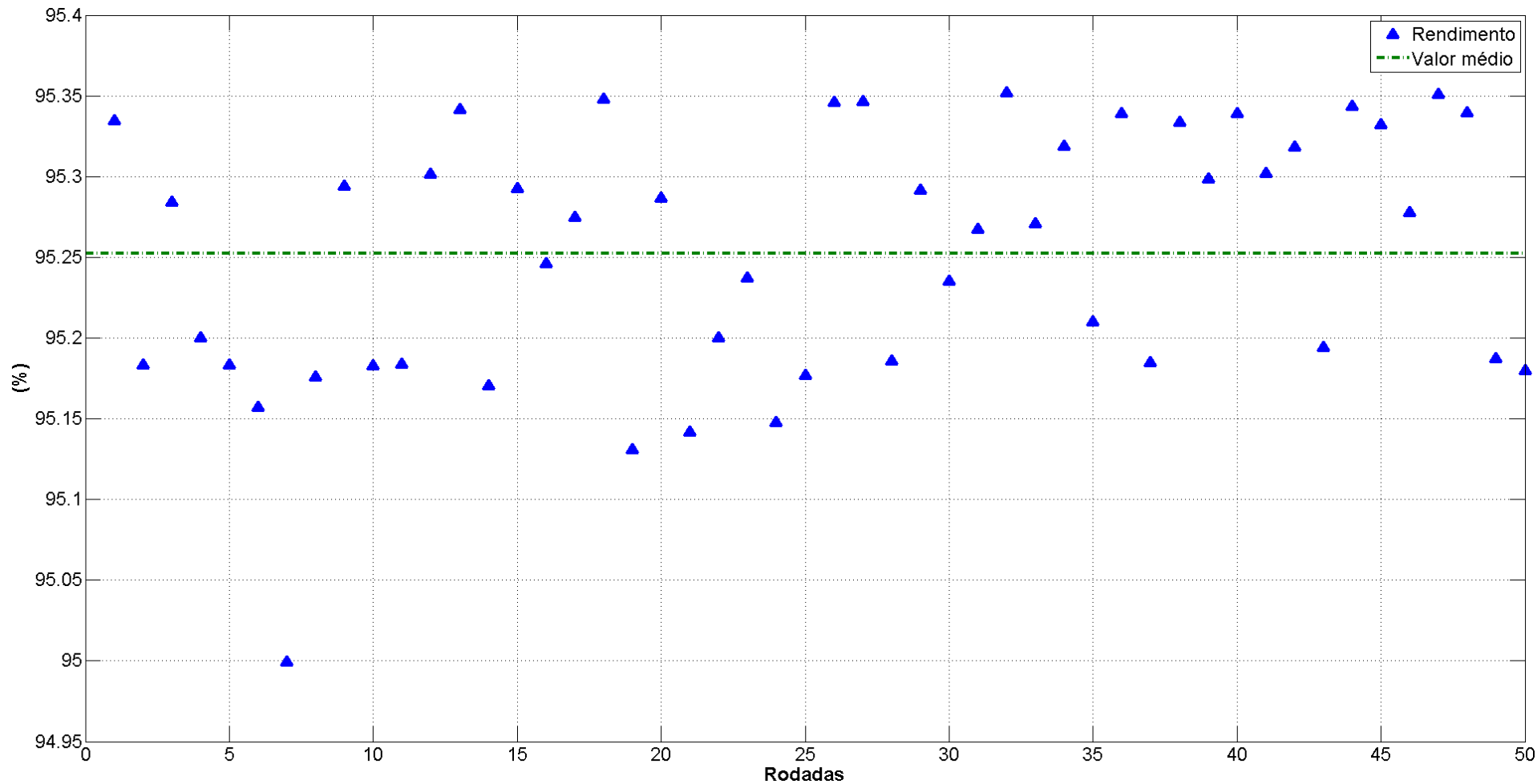


Fig.15– Rendimento obtido pelo PSO em 50 execuções

Resultados – Mono-objetivo

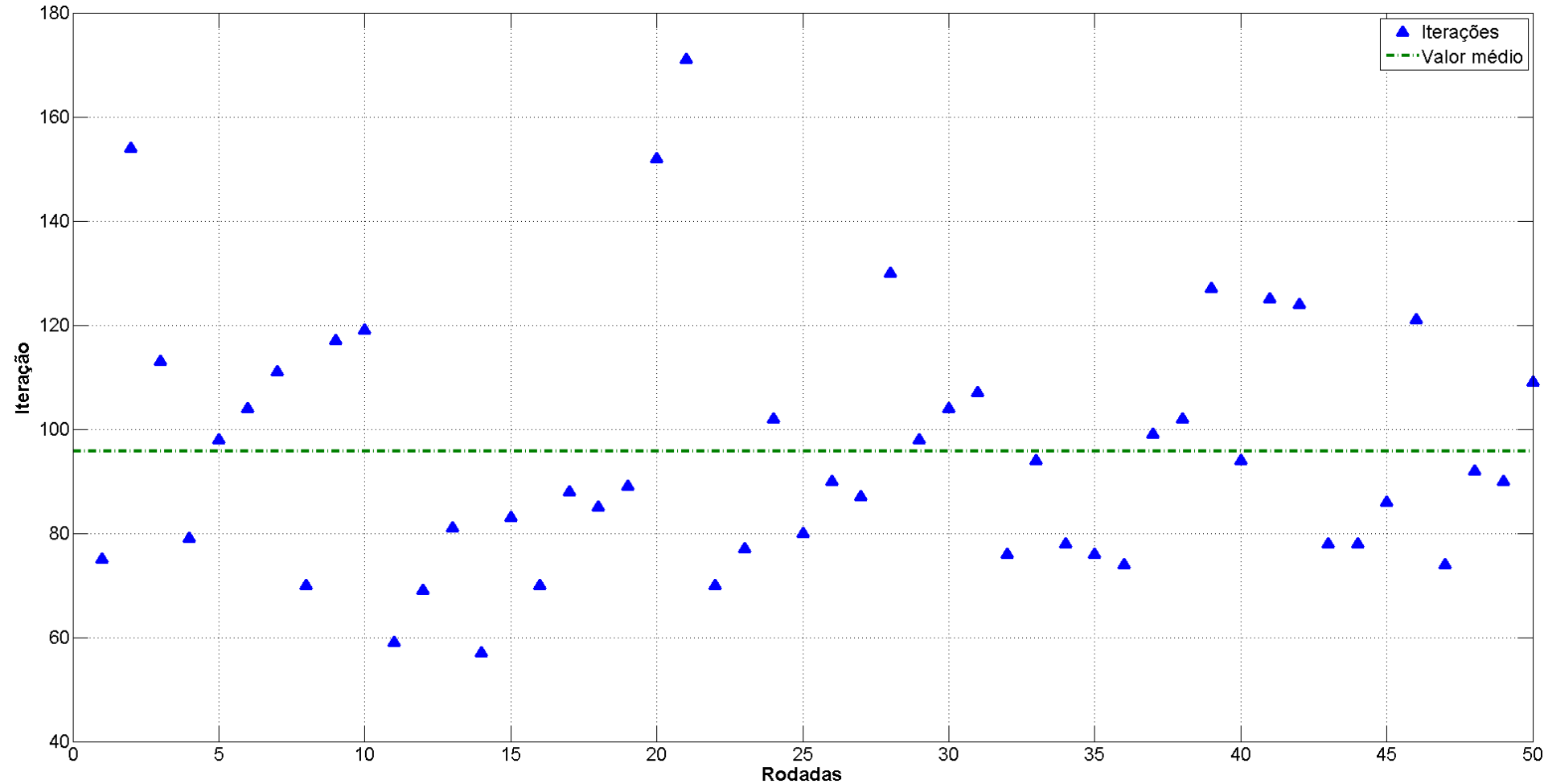


Fig.16– Iterações utilizadas pelo PSO até convergir em 50 execuções

Resultados – Mono-objetivo após 50 iterações

- Resultados encontrados para o rendimento e as variáveis do problema de otimização a 5 variáveis do motor:

Variável	Mínimo	Máximo	Média	Unidade
η	95,0	95,35	95,25	%
D_s	192,76	210,80	198,83	mm
B_e	0,64	0,76	0,70	T
δ	2,0	2,92	2,28	A/mm ²
B_e	1,8	1,8	1,8	T
B_{cs}	0,6	1,47	0,98	T

- O maior valor para o rendimento apresentado na literatura para o problema é 95,32% . O método utilizado foi o Sequential Quadratic Programming (SQP).

Conclusões

- Algoritmo baseado no paradigma de enxames se mostrou um bom método de bom desempenho.
 - Escolha de parâmetros através da análise de influência para otimização de funções de teste.
 - Resultados:
 - Bom desempenho nas funções de Rosenbrock e de Rastringin
 - Otimização do Motor:
 - Mono-objetivo: (5 variáveis)
 - Resultados equivalentes ao encontrados pelo autores do benchmark
 - Rápida convergência
-

Referências

1. KENNEDY, J.; EBERHART, R. Particle swarm optimization. In: Neural Networks, 1995. Proceedings., IEEE International Conference on. Perth, AU:IEEE Press, 1995. v. 4, p. 1942 – 1948 vol.4.
 2. SHI, Y.; EBERHART, R. A modified particle swarm optimizer. In:Evolutionary Computation Proceedings, 1998. IEEE World Congress onComputational Intelligence., The 1998 IEEE International Conference on. Anchorage, US: IEEE Press, 1998. p. 69 – 73.
 3. KENNEDY, J.; MENDES, R. Population structure and particle swarm performance. In: Evolutionary Computation, 2002. CEC '02. Proceedings of the 2002 Congress on. Honolulu, US: IEEE Press, 2002. p. 1671 – 1676.
 4. BRISSET, S.; BROCHET, P. Analytical model for the optimal design of a brushless dc wheel motor. Compel-the International Journal for Computation and athematics in Electrical and Electronic Engineering, v. 24, p. 829 – 848, 2005. ISSN 0332-1649.
-