Física do calor

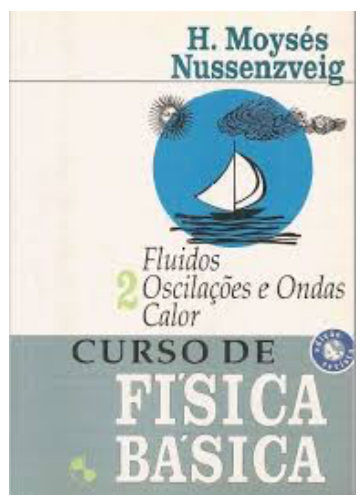
F.S. Navarra

navarra@if.usp.br

edisciplinas.if.usp.br

Capítulo 11

Teoria Cinética dos Gases



Gás = "bilhar" microscópico

Daniel Bernoulli (1738)

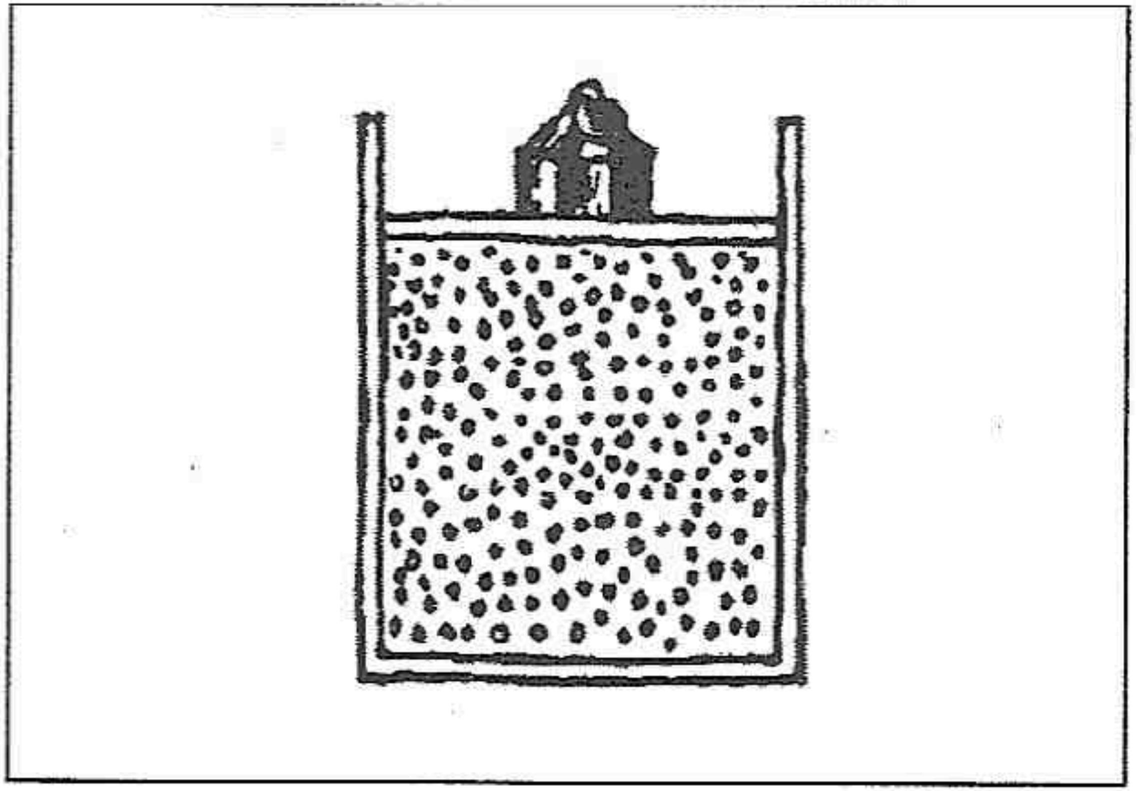
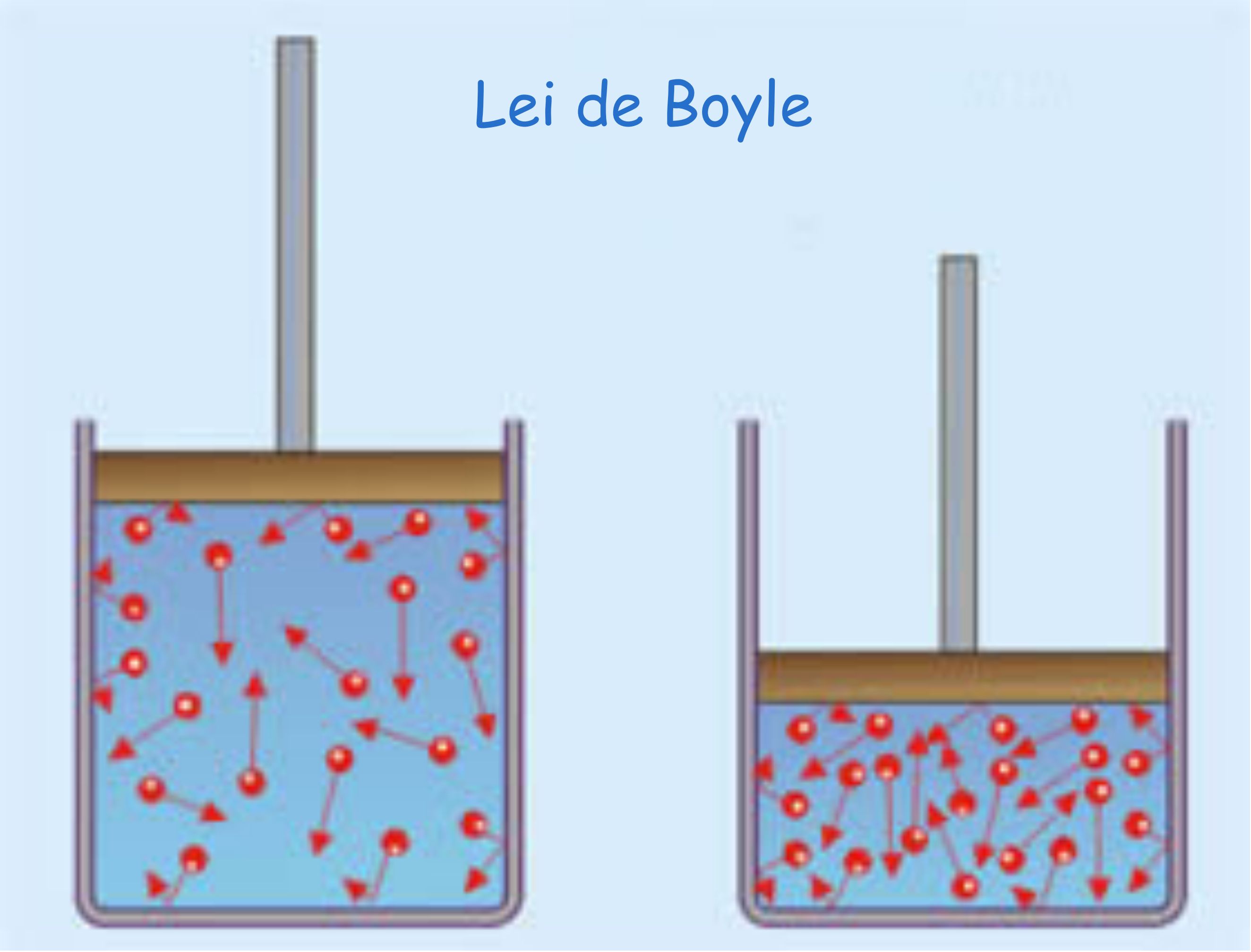


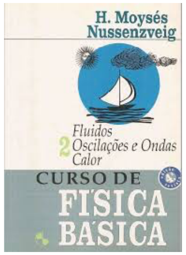
Figura 11.1 — Modelo de Bernoulli

Bernoulli

Gás = "bilhar" microscópico

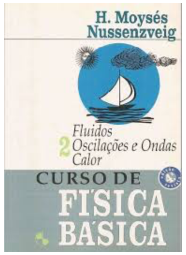


Gás = "bilhar" microscópico

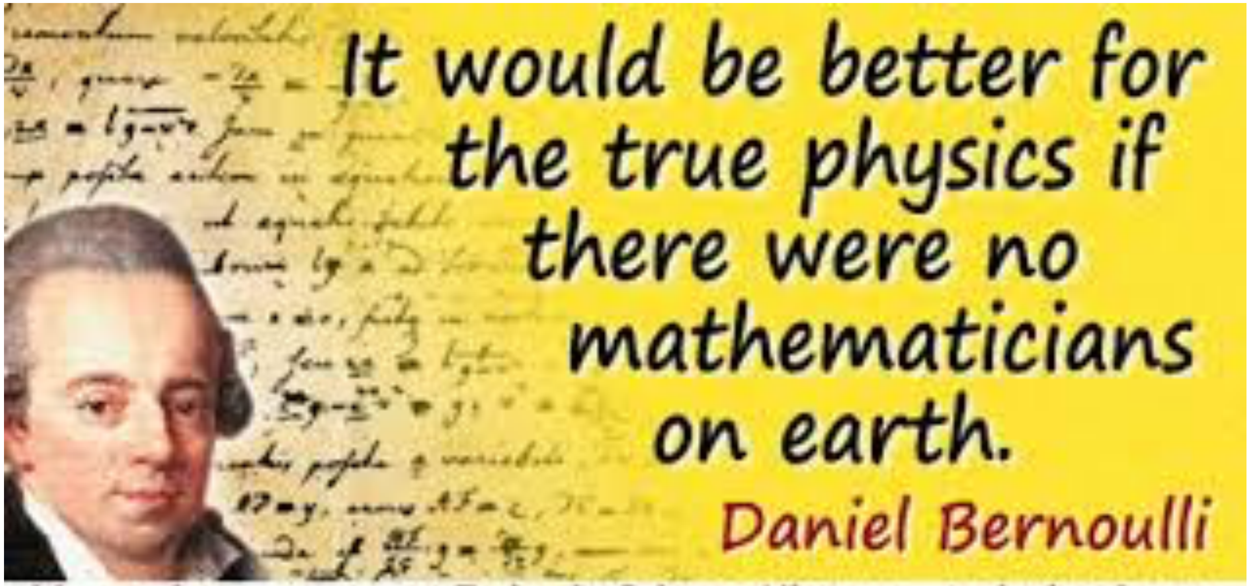


Se diminuirmos o volume, aumenta o número de colisões por segundo com o pistão, o que leva a um aumento da pressão: Bernoulli utilizou este argumento para deduzir a lei de Boyle (9.1.3). Deduziu também de seu modelo que, a pressão constante, o volume deveria crescer com a temperatura, antecipando em meio século a lei de Charles. Nesta dedução, escreveu: "... admite-se que o calor possa ser considerado como um crescente movimento interno das partículas", o que antecipa em um século o reconhecimento do calor como forma de energia.

Gás = "bilhar" microscópico



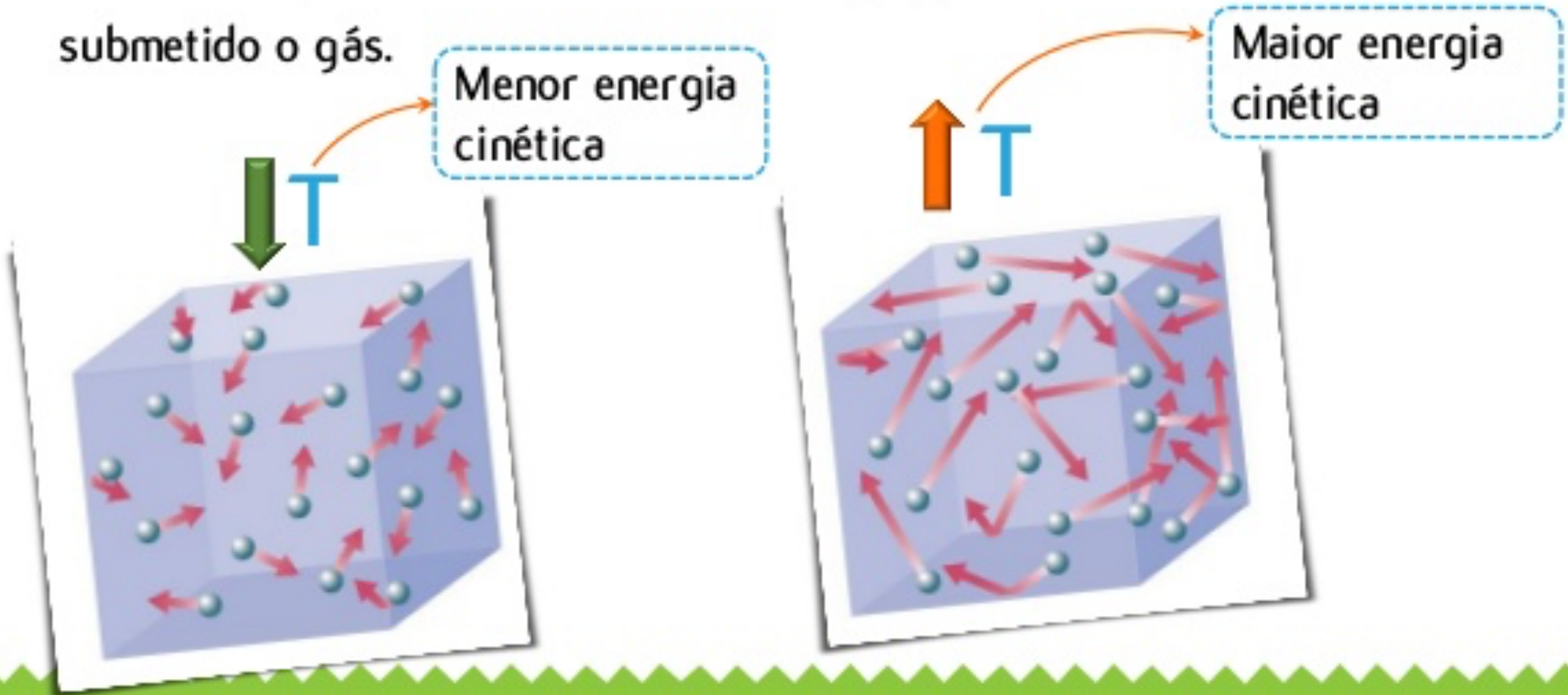
Se diminuirmos o volume, aumenta o número de colisões por segundo com o pistão, o que leva a um aumento da pressão: Bernoulli utilizou este argumento para deduzir a lei de Boyle (9.1.3). Deduziu também de seu modelo que, a pressão constante, o volume deveria crescer com a temperatura, antecipando em meio século a lei de Charles. Nesta dedução, escreveu: "... admite-se que o calor possa ser considerado como um crescente movimento interno das partículas", o que antecipa em um século o reconhecimento do calor como forma de energia.



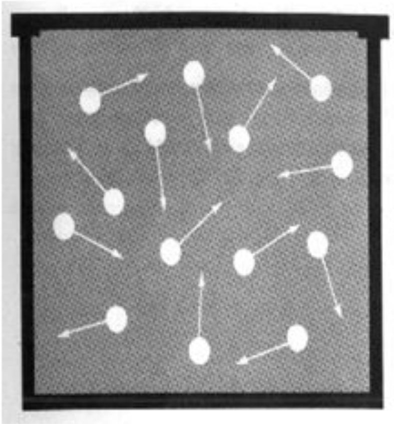
Gás = "bilhar" microscópico

Teoria Cinética dos Gases

IV – A energia cinética das moléculas é proporcional à temperatura à qual está submetido o gás.



TEORIA CINÉTICA DOS GASES



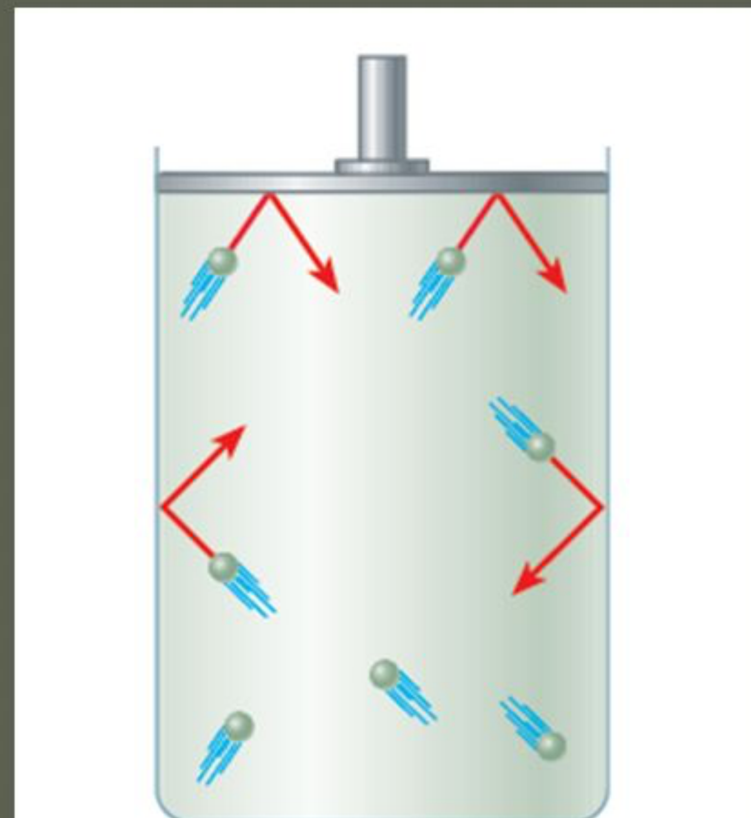
I As moléculas de um gás estão em contínuo movimento e separadas por grandes espaços vazios.

II O movimento das moléculas ocorre ao acaso e em todas as direções e sentidos.

Teoria Cinética dos Gases

III As moléculas não exercem força umas sobre as outras, exceto quando colidem (elas realizam movimento retilíneo e uniforme).

IV As colisões das moléculas entre si e contra as paredes do recipiente que as contém são perfeitamente elásticas e de duração desprezível (conservação da energia cinética e da quantidade de movimento).



Teoria Cinética da Pressão

Hipóteses básicas

Vamos considerar um gás homogêneo, de uma substância pura (por exemplo, hidrogênio ou vapor de água), contido num recipiente. As hipóteses básicas da teoria cinética dos gases são as seguintes:

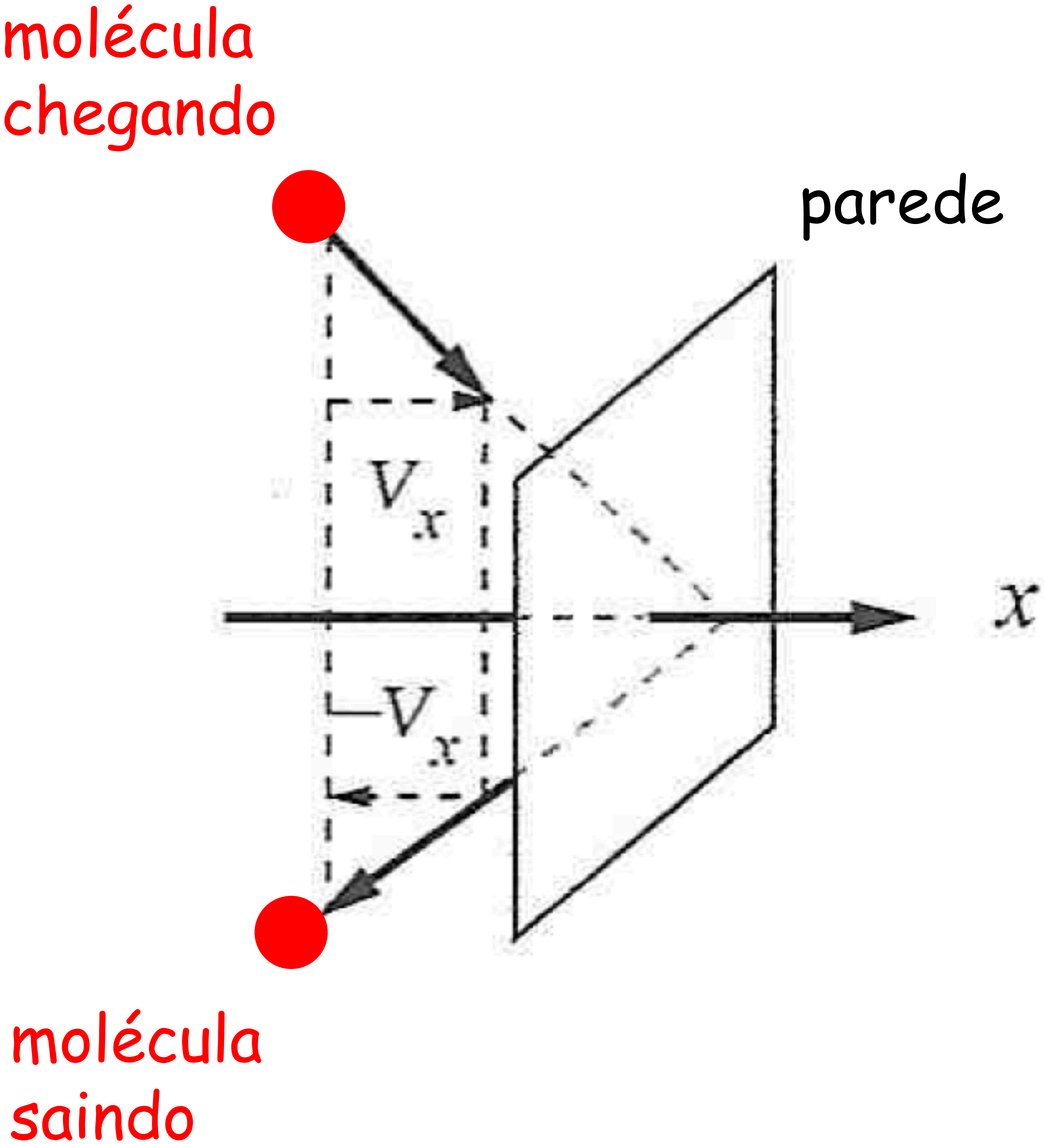
(1) *O gás é constituído de um número extremamente grande de moléculas idênticas*. Basta lembrar o valor do número de Avogadro.

(2) *O tamanho de uma molécula de gás é desprezível em confronto com a distância média entre as moléculas*.

(3) *As moléculas estão em movimento constante em todas as direções.*

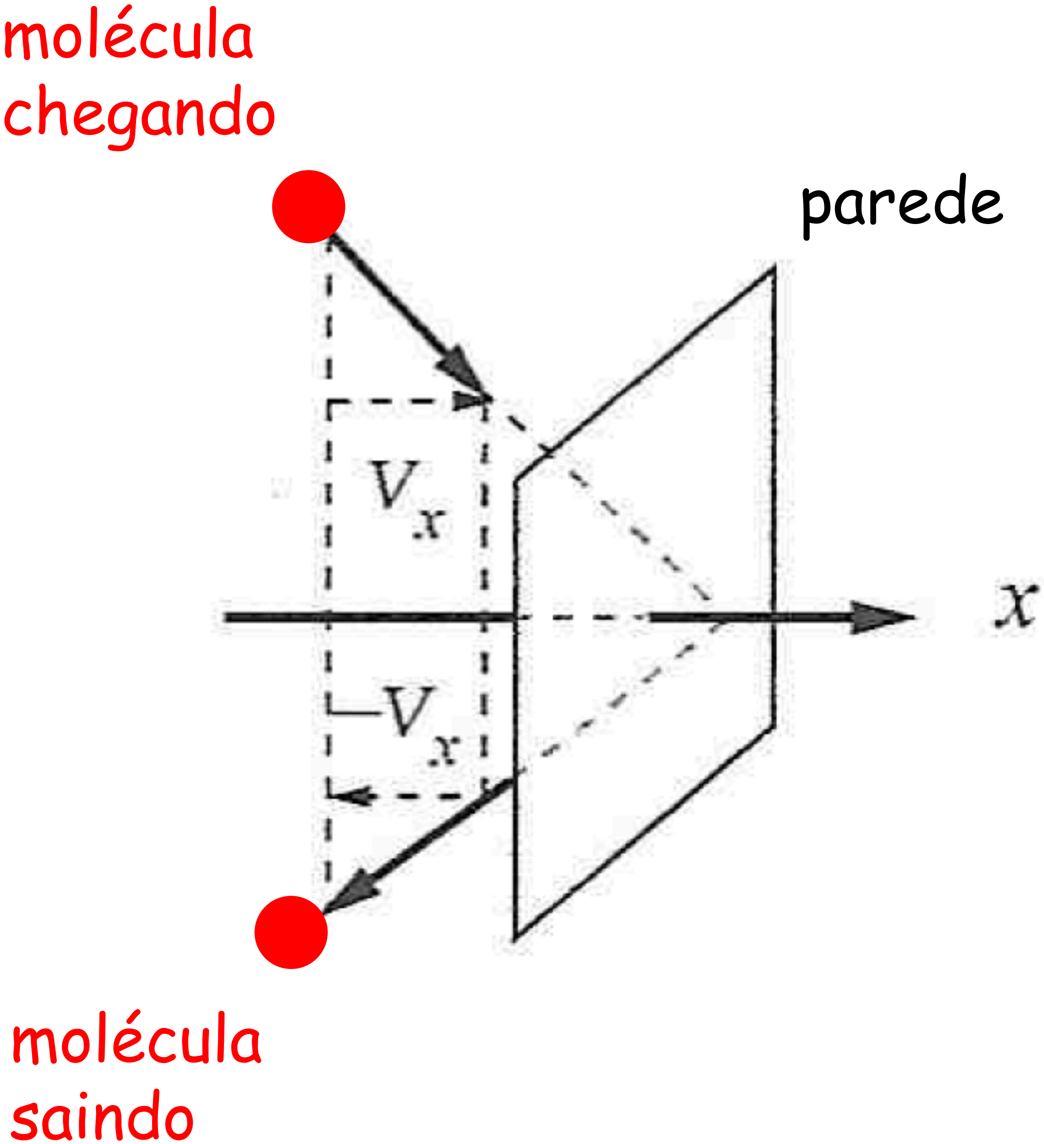
(4) *As forças de interação entre as moléculas são de curto alcance, atuando somente durante as colisões.*

(5) *Tanto as colisões entre as moléculas como as colisões entre elas e as paredes do recipiente são perfeitamente elásticas*, ou seja, a energia cinética total se conserva



antes:

$$p_x = mv_x$$

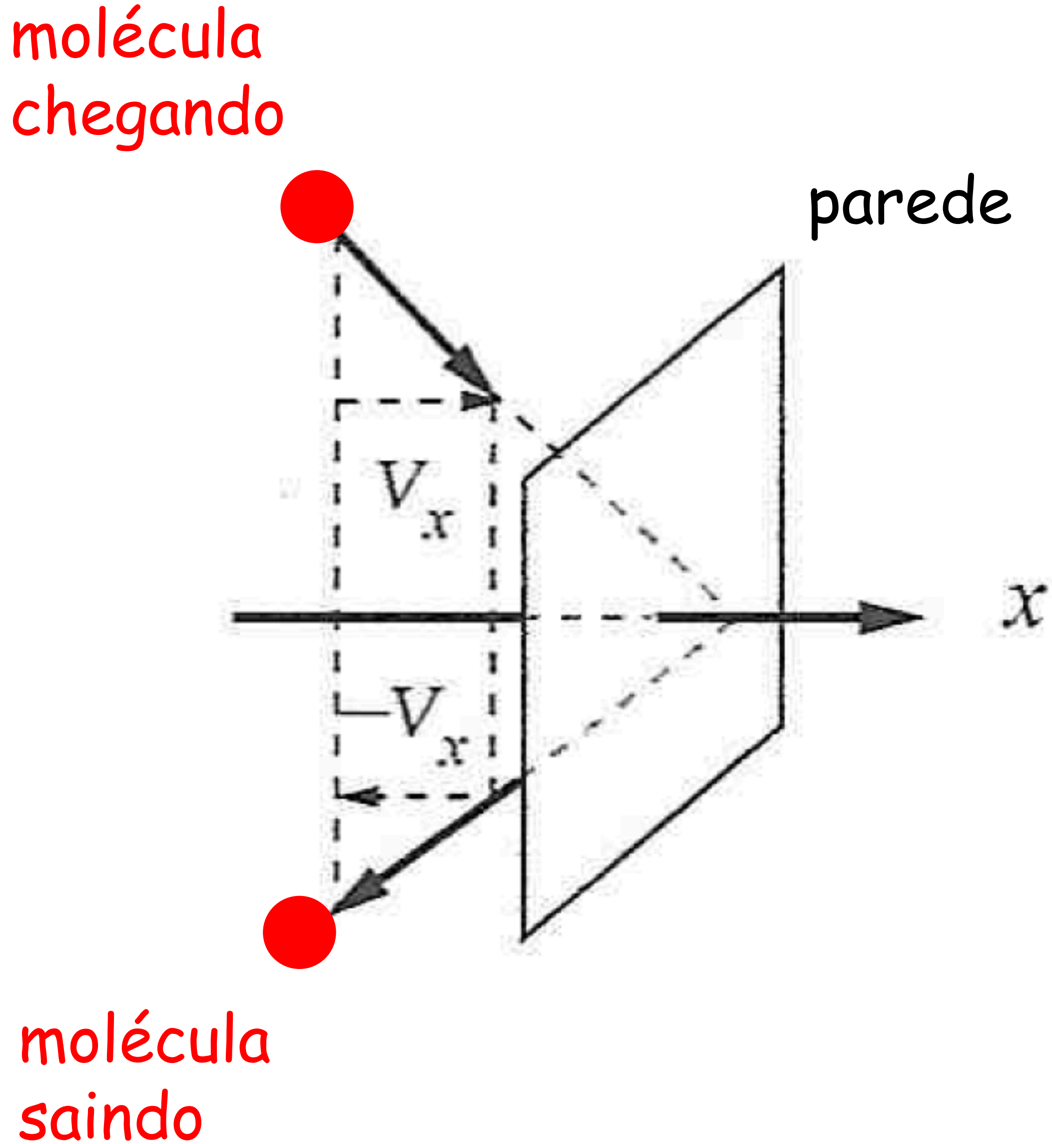


antes:

$$p_x = mv_x$$

depois:

$$p_x = -mv_x$$



antes:

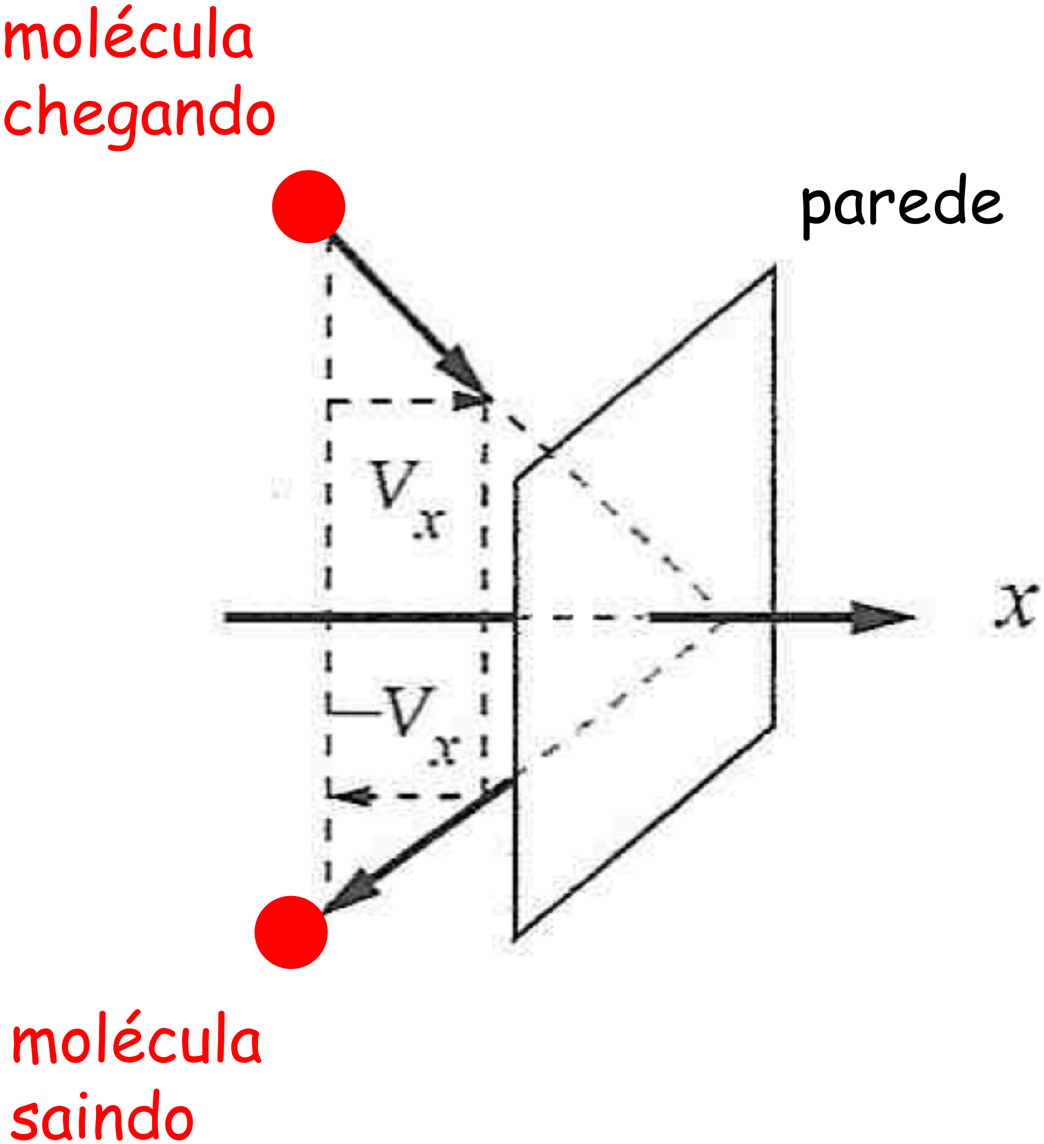
$$p_x = mv_x$$

depois:

$$p_x = -mv_x$$

variação de momento:

$$\Delta p_x = -2mv_x$$



antes:

$$p_x = mv_x$$

depois:

$$p_x = -mv_x$$

variação de momento:

$$\Delta p_x = -2mv_x$$

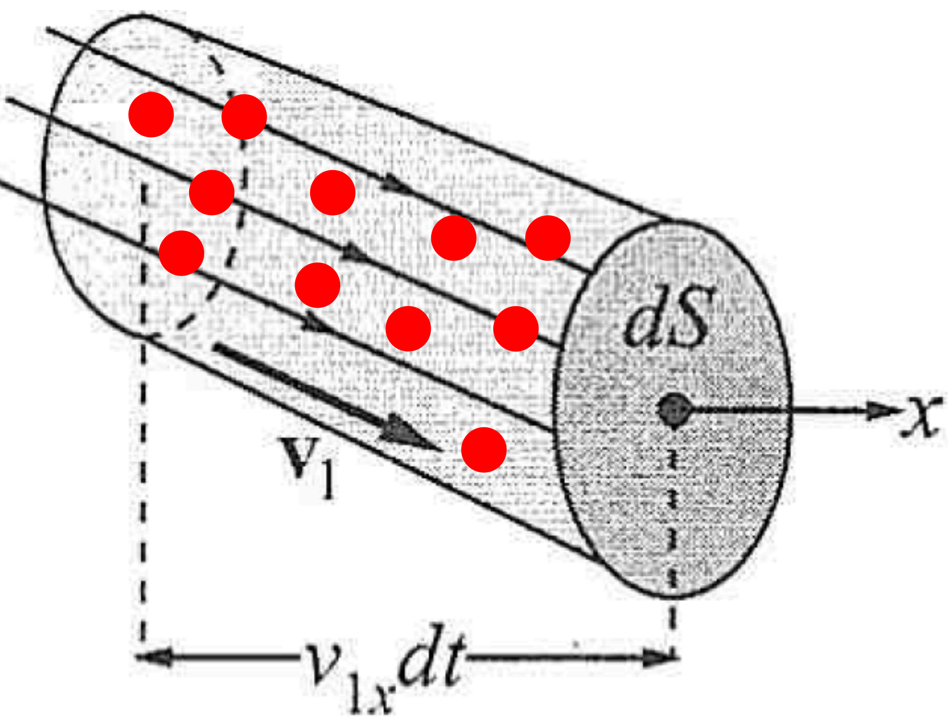
momento transferido:

$$\Delta p_x = 2mv_x$$

$v_1, v_2, v_3, \ldots$ velocidades

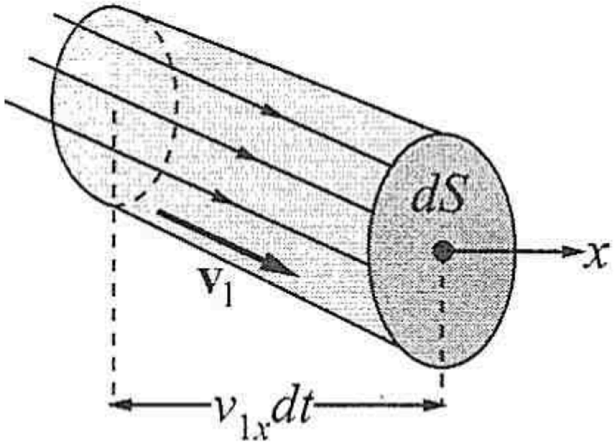
$n_1, n_2, n_3, \ldots$ número de partículas por unid. volume com velocidade v_1 , v_2 , v_3 ...

Δn_1 número total de partículas com velocidade v_1 que colide com a área delta S



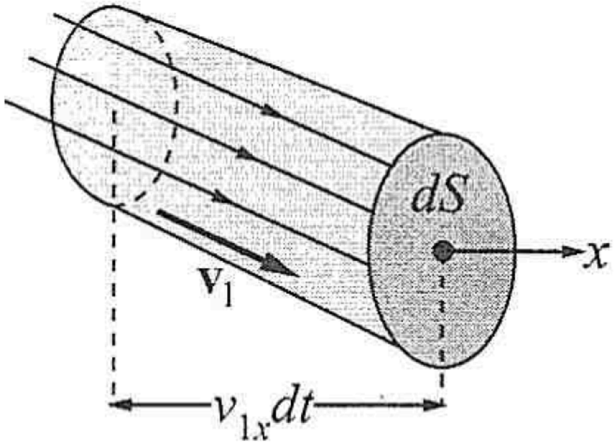
$$\Delta n_1 = n_1 \, v_{1x} \, \Delta t \, \Delta S$$

Momento total transferido por todas as partículas com v_1



$$\Delta p_{1x} = \Delta n_1 \, 2 \, m \, v_{1x}$$

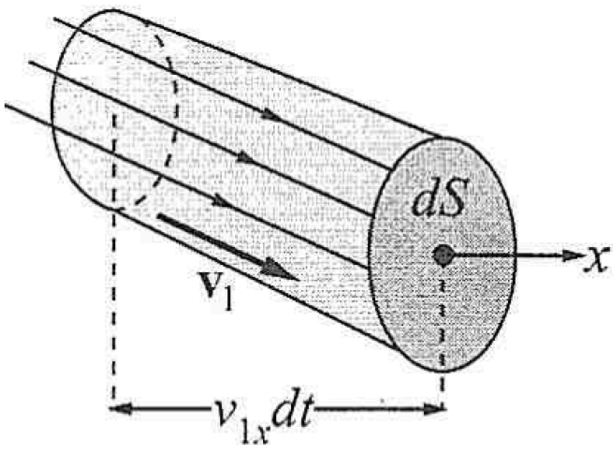
Momento total transferido por todas as partículas com v_1



$$\Delta p_{1x} = \Delta n_1 \, 2 \, m \, v_{1x}$$

$$\Delta n_1 = n_1 \, v_{1x} \, \Delta t \, \Delta S$$

Momento total transferido por todas as partículas com v_1

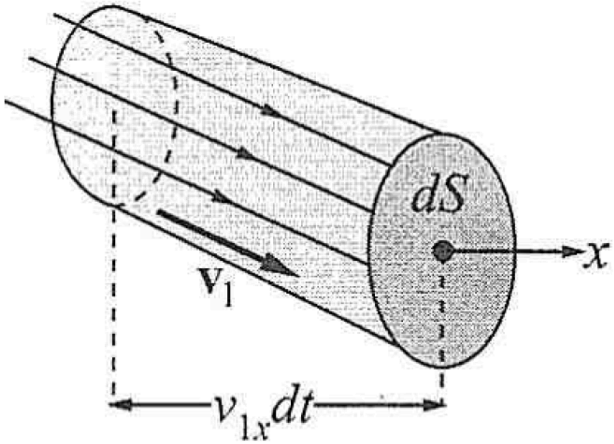


$$\Delta p_{1x} = \Delta n_1 \, 2 \, m \, v_{1x}$$

$$\Delta n_1 = n_1 \, v_{1x} \, \Delta t \, \Delta S$$

$$\Delta p_{1x} = \, 2 \, m \, n_1 \, v_{1x}^2 \, \Delta t \, \Delta S$$

Momento total transferido por todas as partículas com v_1



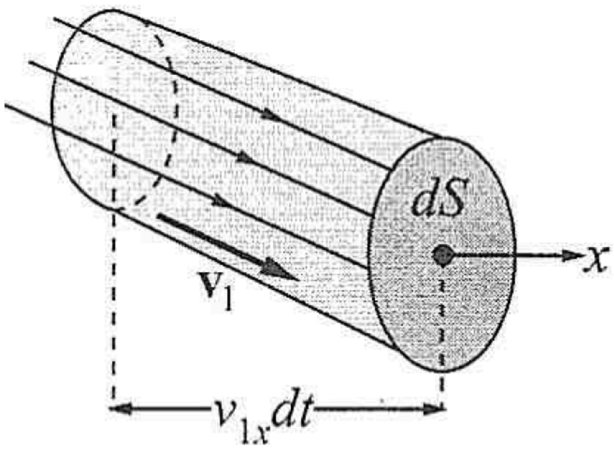
$$\Delta p_{1x} = \Delta n_1 \, 2 \, m \, v_{1x}$$

$$\Delta n_1 = n_1 \, v_{1x} \, \Delta t \, \Delta S$$

$$\Delta p_{1x} = 2 \, m \, n_1 \, v_{1x}^2 \, \Delta t \, \Delta S$$

Força feita por todas as partículas com v_1 : $\Delta F_{1x} = \dfrac{\Delta p_{1x}}{\Delta t}$

Momento total transferido por todas as partículas com v_1



$$\Delta p_{1x} = \Delta n_1 \, 2 \, m \, v_{1x}$$

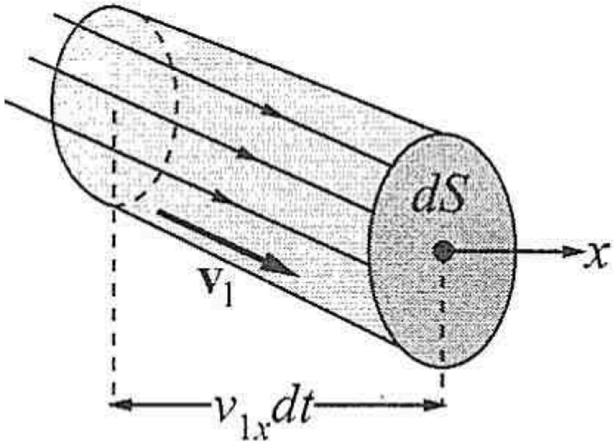
$$\Delta n_1 = n_1 \, v_{1x} \, \Delta t \, \Delta S$$

$$\Delta p_{1x} = 2 \, m \, n_1 \, v_{1x}^2 \, \Delta t \, \Delta S$$

Força feita por todas as partículas com v_1 : $\Delta F_{1x} = \dfrac{\Delta p_{1x}}{\Delta t}$

Pressão feita por todas as partículas c v_1 : $P_1 = \dfrac{\Delta F_{1x}}{\Delta S}$

Momento total transferido por todas as partículas com v_1



$$\Delta p_{1x} = \Delta n_1 \, 2\, m\, v_{1x}$$

$$\Delta n_1 = n_1\, v_{1x}\, \Delta t\, \Delta S$$

$$\Delta p_{1x} = 2\, m\, n_1\, v_{1x}^2\, \Delta t\, \Delta S$$

Força feita por todas as partículas com v_1 : $\Delta F_{1x} = \dfrac{\Delta p_{1x}}{\Delta t}$

Pressão feita por todas as partículas c v_1 : $P_1 = \dfrac{\Delta F_{1x}}{\Delta S}$

$$P_1 = 2\, m\, n_1\, v_{1X}^2$$

Pressão total feita por todas as partículas com v_1 , v_2 , v_3 , ...

$$P = 2m \sum_{i, v_i > 0} n_i v_{ix}^2 \longrightarrow P = m \sum_i n_i v_{ix}^2$$

Pressão total feita por todas as partículas com v_1 , v_2 , v_3 , ...

$$P = 2m \sum_{i, v_i > 0} n_i \, v_{ix}^2 \longrightarrow P = m \sum_i n_i \, v_{ix}^2$$

Velocidade quadrática média na direção x:

$$< v_x^2 > = \frac{n_1 v_{1x}^2 + n_2 v_{2x}^2 + \ldots}{n_1 + n_2 + \ldots} = \frac{\sum_i n_i \, v_{ix}^2}{\sum_i n_i}$$

Pressão total feita por todas as partículas com v_1 , v_2 , v_3 , ...

$$P = 2m \sum_{i, v_i > 0} n_i \, v_{ix}^2 \longrightarrow P = m \sum_i n_i \, v_{ix}^2$$

Velocidade quadrática média na direção x:

$$< v_x^2 > = \frac{n_1 v_{1x}^2 + n_2 v_{2x}^2 + \ldots}{n_1 + n_2 + \ldots} = \frac{\sum_i n_i \, v_{ix}^2}{\sum_i n_i}$$

$$P = n \, m < v_x^2 > \qquad \sum_i n_i = n$$

o gás é isotrópico : $< v_x^2 > = < v_y^2 > = < v_z^2 >$

o gás é isotrópico : $$< v_x^2 >=< v_y^2 >=< v_z^2 >$$

$$\frac{1}{3}\left(< v_x^2 > + < v_y^2 > + < v_z^2 >\right) = \frac{1}{3} < v^2 >$$

o gás é isotrópico : $$< v_x^2 > = < v_y^2 > = < v_z^2 >$$

$$\frac{1}{3}\left(< v_x^2 > + < v_y^2 > + < v_z^2 >\right) = \frac{1}{3} < v^2 >$$

$$< v_x^2 > = \frac{1}{3} < v^2 >$$

o gás é isotrópico : $$< v_x^2 >=< v_y^2 >=< v_z^2 >$$

$$\frac{1}{3}\left(< v_x^2 > + < v_y^2 > + < v_z^2 >\right) = \frac{1}{3} < v^2 >$$

$$< v_x^2 >= \frac{1}{3} < v^2 >$$

$$P = n\,m\ < v_x^2 >= \boxed{\frac{1}{3} n\,m\ < v^2 >}$$

o gás é isotrópico : $$< v_x^2 > = < v_y^2 > = < v_z^2 >$$

$$\frac{1}{3}\left(< v_x^2 > + < v_y^2 > + < v_z^2 >\right) = \frac{1}{3} < v^2 >$$

$$< v_x^2 > = \frac{1}{3} < v^2 >$$

$$P = n\,m\ < v_x^2 > = \boxed{\frac{1}{3}\, n\,m\ < v^2 >}$$

$$\frac{1}{2}\, n\,m\ < v^2 > = \frac{< K >}{V}$$

o gás é isotrópico : $$< v_x^2 > = < v_y^2 > = < v_z^2 >$$

$$\frac{1}{3}\left(< v_x^2 > + < v_y^2 > + < v_z^2 >\right) = \frac{1}{3} < v^2 >$$

$$< v_x^2 > = \frac{1}{3} < v^2 >$$

$$P = n\,m\, < v_x^2 > = \boxed{\frac{1}{3} n\,m\, < v^2 >}$$

$$\frac{1}{2} n\,m\, < v^2 > = \frac{< K >}{V}$$

$$\boxed{P = \frac{2}{3} \frac{< K >}{V}}$$

Teoria Cinética da Pressão

$$P = \frac{1}{3} n m < v^2 >$$

Teoria Cinética da Pressão

$$P = \frac{1}{3} n\, m < v^2 >$$

$$\rho = n\, m$$ densidade = massa por volume

Teoria Cinética da Pressão

$$P = \frac{1}{3} n\, m < v^2 >$$

$$\rho = n\, m$$ densidade = massa por volume

$$P = \frac{1}{3} \rho < v^2 >$$

Teoria Cinética da Pressão

$$P = \frac{1}{3} n\, m < v^2 >$$

$$\rho = n\, m$$ densidade = massa por volume

$$P = \frac{1}{3} \rho < v^2 >$$

$$\boxed{v_{qm} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}}$$

Teoria Cinética da Pressão

$$P = \frac{1}{3} n\, m < v^2 >$$

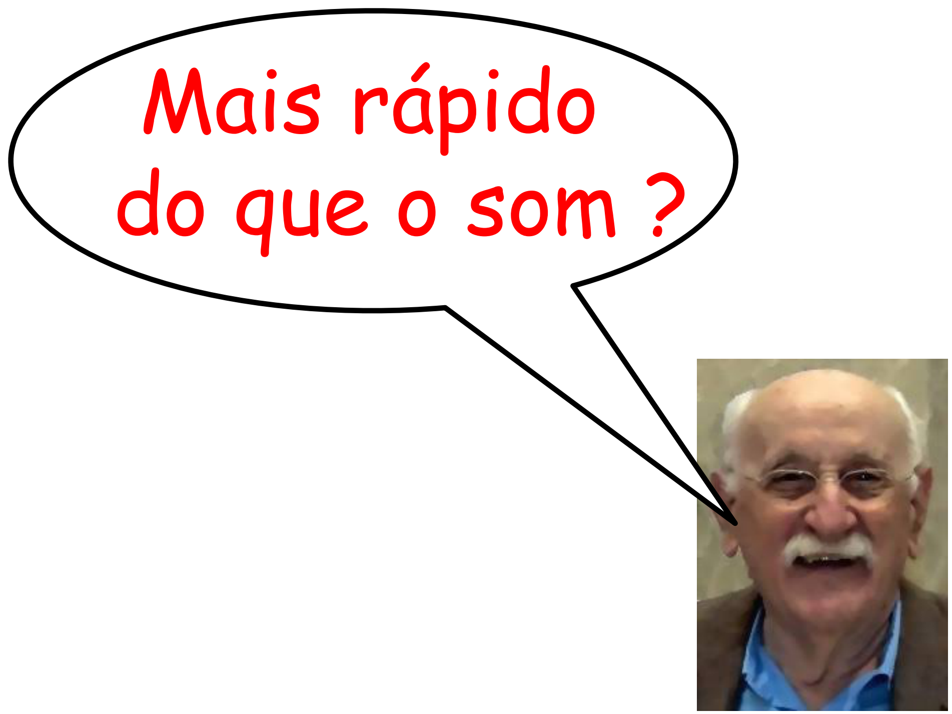
$$\rho = n\, m$$ densidade = massa por volume

$$P = \frac{1}{3} \rho < v^2 >$$

$$\boxed{v_{qm} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}}$$

Como P e ρ são grandezas macroscópicas, podemos utilizar esta relação para calcular a velocidade. Por exemplo: nas condições NTP ($T = 273\text{K}$, $P = 1\ \text{atm} = 1{,}01 \times 10^5\ \text{N/m}^2$), a densidade do oxigênio é $\rho \approx 1{,}43\ \text{kg/m}^3$, de modo que a (11.3.16) dá

$$v_{qm}(O_2,\ \text{NTP}) \approx 461\ \text{m/s}$$



Equação de estado

Gás de moléculas monoatômicas

$$U \; = < K > = \frac{1}{2} N m < v^2 >$$

Um mol: $N = N_0$ (Avogadro)

$$P = \frac{2}{3} \frac{< K >}{V}$$

$$\boxed{P = \frac{2}{3} \frac{U}{V}}$$

Entropia de um gás ideal

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

Entropia de um gás ideal

$$dS = \frac{dQ}{T} \longrightarrow dQ = T\,dS$$

Entropia de um gás ideal

$$dS = \frac{dQ}{T} \longrightarrow dQ = T\,dS$$

$$dQ = dU + p\,dV$$

Entropia de um gás ideal

$$dS = \frac{dQ}{T} \longrightarrow dQ = T\,dS$$

$$dQ = dU + p\,dV$$

$$\boxed{dS = \frac{dU}{T} + \frac{p}{T}\,dV}$$

Entropia de um gás ideal

$$dS = \frac{dQ}{T} \longrightarrow dQ = T\,dS$$

$$dQ = dU + p\,dV$$

$$\boxed{dS = \frac{dU}{T} + \frac{p}{T}\,dV}$$

$$\begin{cases} dU = C_V\,dT & \text{(1 mol)} \\ P = \dfrac{2}{3}\dfrac{U}{V} \end{cases}$$

Entropia de um gás ideal

$$dS = \frac{dQ}{T} \longrightarrow dQ = T\,dS$$

$$dQ = dU + p\,dV$$

$$\boxed{dS = \frac{dU}{T} + \frac{p}{T}\,dV}$$

$$\left\{\begin{array}{l} dU = C_V\,dT \quad \text{(1 mol)} \\ \\ P = \dfrac{2}{3}\dfrac{U}{V} \end{array}\right. \longrightarrow dS = C_V\,\frac{dT}{T} + \frac{2}{3}\frac{U}{V}\,\frac{dV}{T}$$

$$dS = C_V \frac{dT}{T} + \frac{2}{3}\frac{U}{V}\frac{dV}{T}$$

$$
\begin{cases}
dS = C_V \dfrac{dT}{T} + \dfrac{2}{3}\dfrac{U}{V}\dfrac{dV}{T} \\[2ex]
dS = \dfrac{\partial S}{\partial T}\, dT + \dfrac{\partial S}{\partial V}\, dV
\end{cases}
$$

$$\begin{cases} dS = C_V \dfrac{dT}{T} + \dfrac{2}{3}\dfrac{U}{V}\dfrac{dV}{T} \\[2ex] dS = \dfrac{\partial S}{\partial T}\, dT + \dfrac{\partial S}{\partial V}\, dV \end{cases} \longrightarrow \begin{array}{l} \dfrac{\partial S}{\partial T} = \dfrac{C_V}{T} \\[2ex] \dfrac{\partial S}{\partial V} = \dfrac{2}{3}\dfrac{U}{VT} \end{array}$$

$$\begin{cases} dS = C_V \dfrac{dT}{T} + \dfrac{2}{3}\dfrac{U}{V}\dfrac{dV}{T} \\[2ex] dS = \dfrac{\partial S}{\partial T} dT + \dfrac{\partial S}{\partial V} dV \end{cases} \longrightarrow \begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial T} &= \frac{C_V}{T} \\[2ex] \frac{\partial S}{\partial V} &= \frac{2}{3}\frac{U}{VT} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial V}\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right) = \frac{\partial}{\partial V}\left(\frac{C_V(T)}{T}\right) = 0$$

$$\left\{\begin{aligned} dS &= C_V \frac{dT}{T} + \frac{2}{3}\frac{U}{V}\frac{dV}{T} \\ dS &= \frac{\partial S}{\partial T}\, dT + \frac{\partial S}{\partial V}\, dV \end{aligned}\right. \quad \longrightarrow \quad \begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial T} &= \frac{C_V}{T} \\ \frac{\partial S}{\partial V} &= \frac{2}{3}\frac{U}{VT} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial V}\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right) = \frac{\partial}{\partial V}\left(\frac{C_V(T)}{T}\right) = 0$$

$$0 = \frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right) = \frac{1}{V}\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{2}{3}\frac{U(T)}{T}\right)$$

$$
\begin{cases}
dS = C_V \dfrac{dT}{T} + \dfrac{2}{3}\dfrac{U}{V}\dfrac{dV}{T} \\[2ex]
dS = \dfrac{\partial S}{\partial T} dT + \dfrac{\partial S}{\partial V} dV
\end{cases}
\longrightarrow
\begin{aligned}
\frac{\partial S}{\partial T} &= \frac{C_V}{T} \\[2ex]
\frac{\partial S}{\partial V} &= \frac{2}{3}\frac{U}{VT}
\end{aligned}
$$

$$
\frac{\partial}{\partial V}\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right) = \frac{\partial}{\partial V}\left(\frac{C_V(T)}{T}\right) = 0
$$

$$
0 = \frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right) = \frac{1}{V}\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{2}{3}\frac{U(T)}{T}\right)
$$

$$
\frac{2}{3}\frac{U}{T} = R
$$

$$\begin{cases} dS = C_V \dfrac{dT}{T} + \dfrac{2}{3}\dfrac{U}{V}\dfrac{dV}{T} \\[2ex] dS = \dfrac{\partial S}{\partial T}\, dT + \dfrac{\partial S}{\partial V}\, dV \end{cases} \longrightarrow \quad \frac{\partial S}{\partial T} = \frac{C_V}{T} \qquad \frac{\partial S}{\partial V} = \frac{2}{3}\frac{U}{VT}$$

$$\frac{\partial}{\partial V}\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right) = \frac{\partial}{\partial V}\left(\frac{C_V(T)}{T}\right) = 0$$

$$0 = \frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right) = \frac{1}{V}\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{2}{3}\frac{U(T)}{T}\right)$$

$$\frac{2}{3}\frac{U}{T} = R \longrightarrow \boxed{U = \frac{3}{2} R T}$$

R é constante

$$U = < K > = \frac{1}{2} N m < v^2 >$$

$$U \;=<K>=\;\frac{1}{2}\,N\,m\;<v^2>$$

$$<K>_{mol}=\;\frac{1}{2}\,N_0\,m\;<v^2>=\;\frac{3}{2}\,R\,T$$

$$U \;=< K >= \frac{1}{2}\,N\,m\;< v^2 >$$

$$< K >_{mol} = \frac{1}{2}\,N_0\,m\;< v^2 >= \frac{3}{2}\,R\,T$$

$$P = \frac{2}{3}\,\frac{< K >}{V}$$

$$U = \langle K \rangle = \frac{1}{2} N m \langle v^2 \rangle$$

$$\langle K \rangle_{mol} = \frac{1}{2} N_0 m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} R T$$

$$P = \frac{2}{3} \frac{\langle K \rangle}{V}$$

$$P = \frac{2}{3} \frac{\langle K \rangle_{mol}}{V} = \frac{2}{3} \frac{1}{V} \frac{3}{2} R T$$

$$U = \langle K \rangle = \frac{1}{2} N m \langle v^2 \rangle$$

$$\langle K \rangle_{mol} = \frac{1}{2} N_0 m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} R T$$

$$P = \frac{2}{3} \frac{\langle K \rangle}{V}$$

$$P = \frac{2}{3} \frac{\langle K \rangle_{mol}}{V} = \frac{2}{3} \frac{1}{V} \frac{3}{2} R T$$

$$\boxed{P V = R T}$$

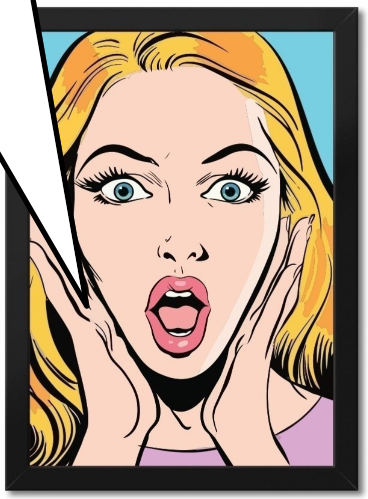
$$U = < K > = \frac{1}{2} N m < v^2 >$$

$$< K >_{mol} = \frac{1}{2} N_0 m < v^2 > = \frac{3}{2} R T$$

$$P = \frac{2}{3} \frac{< K >}{V}$$

$$P = \frac{2}{3} \frac{< K >_{mol}}{V} = \frac{2}{3} \frac{1}{V} \frac{3}{2} R T$$

$$\boxed{P V = R T}$$



Temperatura e energia cinética

$$\begin{cases} U = \langle K \rangle_{mol} = \dfrac{1}{2} N_0 \, m \, \langle v^2 \rangle \\[2em] U = \dfrac{3}{2} R T \end{cases}$$

Temperatura e energia cinética

$$\begin{cases} U = \langle K \rangle_{mol} = \dfrac{1}{2} N_0 \, m \, \langle v^2 \rangle \\ \\ U = \dfrac{3}{2} R T \end{cases}$$

$$\frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} \frac{R}{N_0} T$$

Temperatura e energia cinética

$$\begin{cases} U = \langle K \rangle_{mol} = \dfrac{1}{2} N_0 \, m \langle v^2 \rangle \\[2em] U = \dfrac{3}{2} R T \end{cases}$$

$$\frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} \frac{R}{N_0} T$$

$$\boxed{\frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} k T}$$

Temperatura e energia cinética

$$\begin{cases} U = \langle K \rangle_{mol} = \dfrac{1}{2} N_0 \, m \, \langle v^2 \rangle \\[2em] U = \dfrac{3}{2} R \, T \end{cases}$$

$$\frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} \frac{R}{N_0} T$$

$$\boxed{\frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} k \, T}$$

$$k = \frac{R}{N_0}$$ constante de Boltzmann

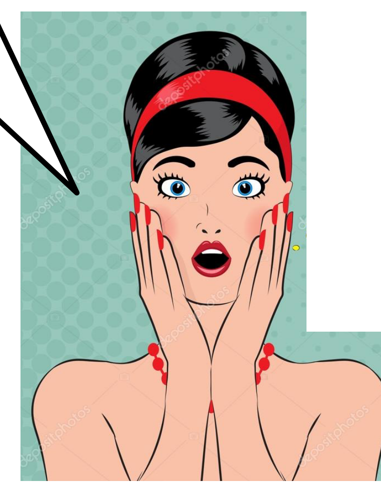
Temperatura e energia cinética

$$\begin{cases} U = \langle K \rangle_{mol} = \dfrac{1}{2} N_0 \, m \langle v^2 \rangle \\[2em] U = \dfrac{3}{2} R T \end{cases}$$

$$\frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} \frac{R}{N_0} T$$

$$\boxed{\frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} k T}$$

temperatura é energia cinética !



$$k = \frac{R}{N_0}$$ constante de Boltzmann

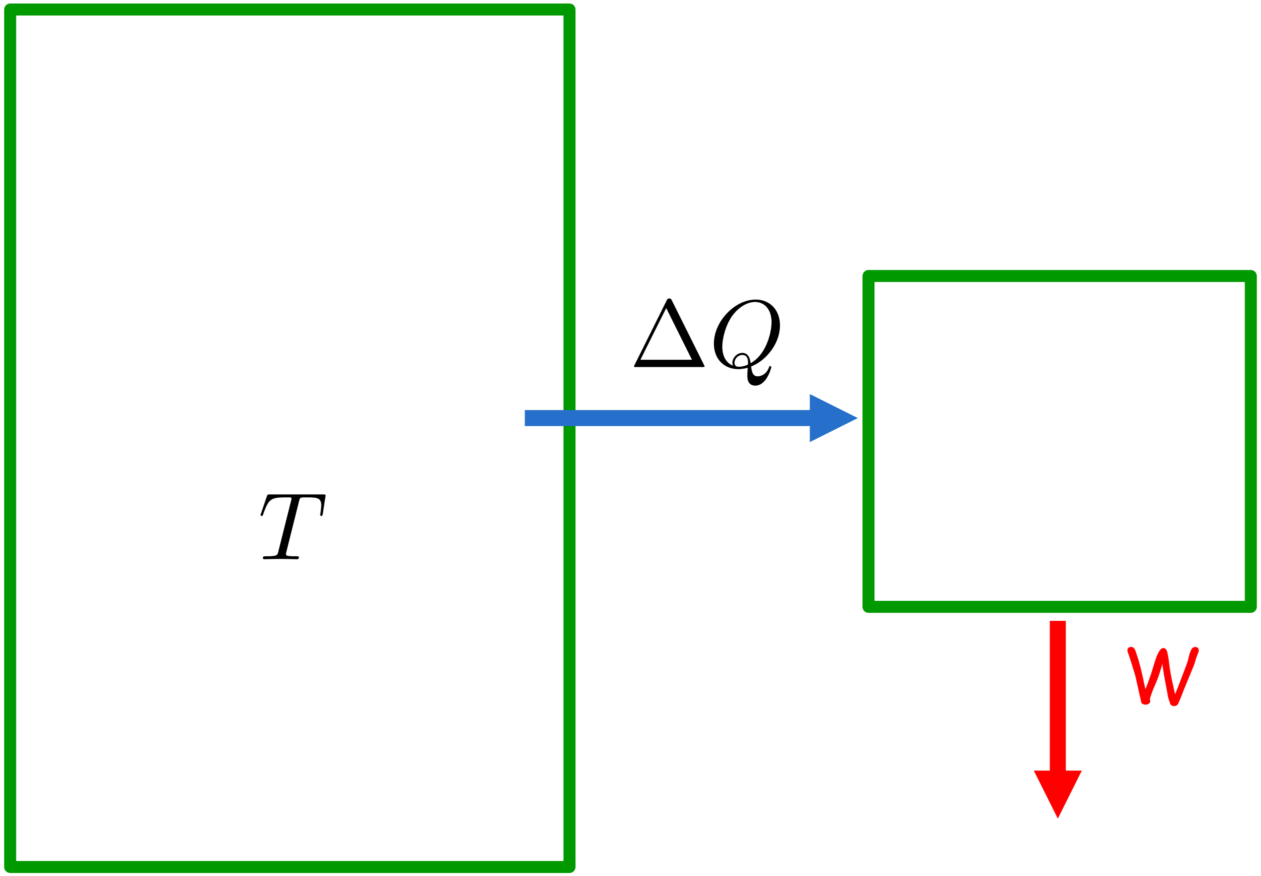
Constante de Boltzmann

$$k = \frac{8{,}314\ \text{J / mol K}}{6{,}023 \times 10^{23}\ \text{moléculas / mol}}$$

$$\boxed{k = 1{,}38 \times 10^{-23}\ \text{J / molécula K}}$$

Fim


H. Moysés
Nussenzveig
Fluidos
2 Oscilações e Ondas
Calor
CURSO DE
FÍSICA
BÁSICA



$$\Delta S = -\frac{\Delta Q}{T} < 0$$