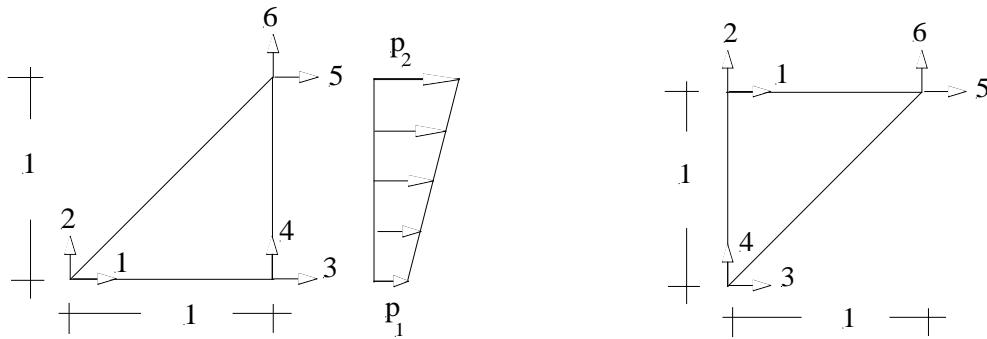


MECÂNICA DAS ESTRUTURAS AERONÁUTICAS II

Lista sobre elementos finitos triangulares de chapa

- 1) Deduza as respectivas matrizes de rigidez dos elementos finitos triangulares de três nós indicados nas figuras abaixo (a origem do referencial está atrelada ao nó inferior esquerdo de cada elemento):



Respostas:

$$\frac{E}{2(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & \nu & 0 & -\nu \\ 0 & (1-\nu)/2 & (1-\nu)/2 & -(1-\nu)/2 & -(1-\nu)/2 & 0 \\ -1 & (1-\nu)/2 & (3-\nu)/2 & -(1+\nu)/2 & -(1-\nu)/2 & \nu \\ \nu & -(1-\nu)/2 & -(1+\nu)/2 & (3-\nu)/2 & (1-\nu)/2 & -1 \\ 0 & -(1-\nu)/2 & -(1-\nu)/2 & (1-\nu)/2 & (1-\nu)/2 & 0 \\ -\nu & 0 & \nu & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

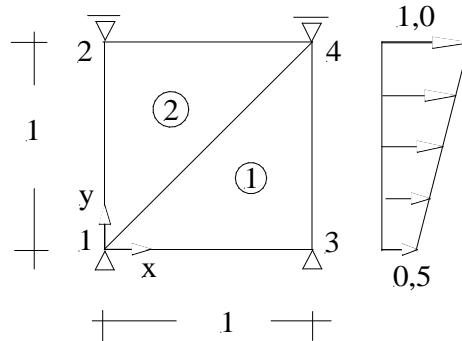
$$\frac{E}{2(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} (3-\nu)/2 & -(1+\nu)/2 & -(1-\nu)/2 & \nu & -1 & (1-\nu)/2 \\ -(1+\nu)/2 & (3-\nu)/2 & (1-\nu)/2 & -1 & \nu & -(1-\nu)/2 \\ -(1-\nu)/2 & (1-\nu)/2 & (1-\nu)/2 & 0 & 0 & -(1-\nu)/2 \\ \nu & -1 & 0 & 1 & -\nu & 0 \\ -1 & \nu & 0 & -\nu & 1 & 0 \\ (1-\nu)/2 & -(1-\nu)/2 & -(1-\nu)/2 & 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix}$$

- 2) Deduza para o primeiro elemento finito acima o vetor de forças nodais equivalentes ao carregamento distribuído indicado.

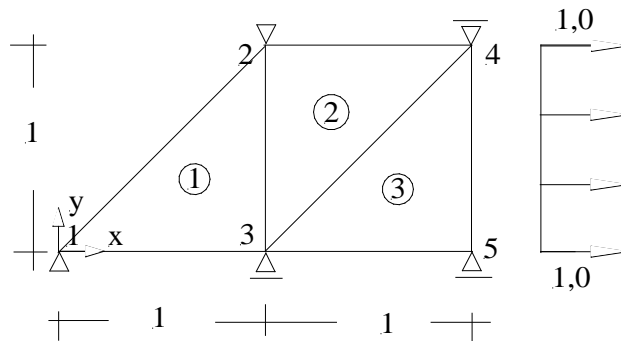
Resposta: $\underline{F}^T = \{0 \quad 0 \quad (p_1/3 + p_2/6) \quad 0 \quad (p_1/6 + p_2/3) \quad 0\}$

3) Para: $\nu = 0,2$; $E = 1$, determine os deslocamentos nodais das chapas discretizadas e submetidas aos carregamentos distribuídos conforme indicado nas figuras seguintes.

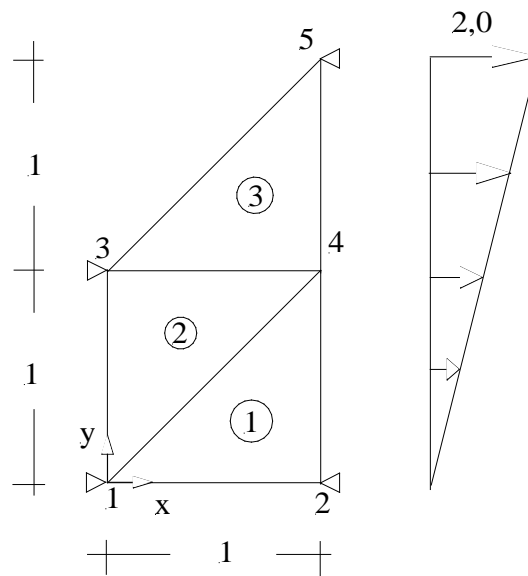
a)



b)



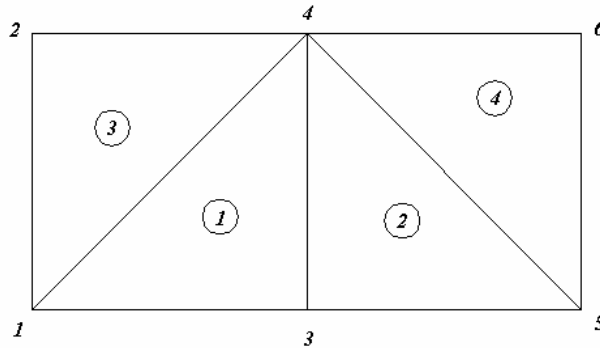
c)



Resp.: a) Desloc. horiz. nó 2: 0,833; Desloc. horiz. nó 4: 1,167

- b) Desloc. horiz. nó 3: 0,474; Desloc. horiz. nó 4: 1,065
Desloc. horiz. nó 5: 1,329
c) Desl. total nó 4: 0,735

- 4) Montar, em forma simbólica, a matriz de rigidez global ($\underline{\underline{K}}$) da discretização indicada na figura, destacando as contribuições das matrizes de cada um dos elementos finitos triangulares. Adote outra numeração de nós e repita o procedimento.



Obs : Utilize a relação de correspondência direta entre as numerações dos graus de liberdade, conforme descrito nas notas de aulas.