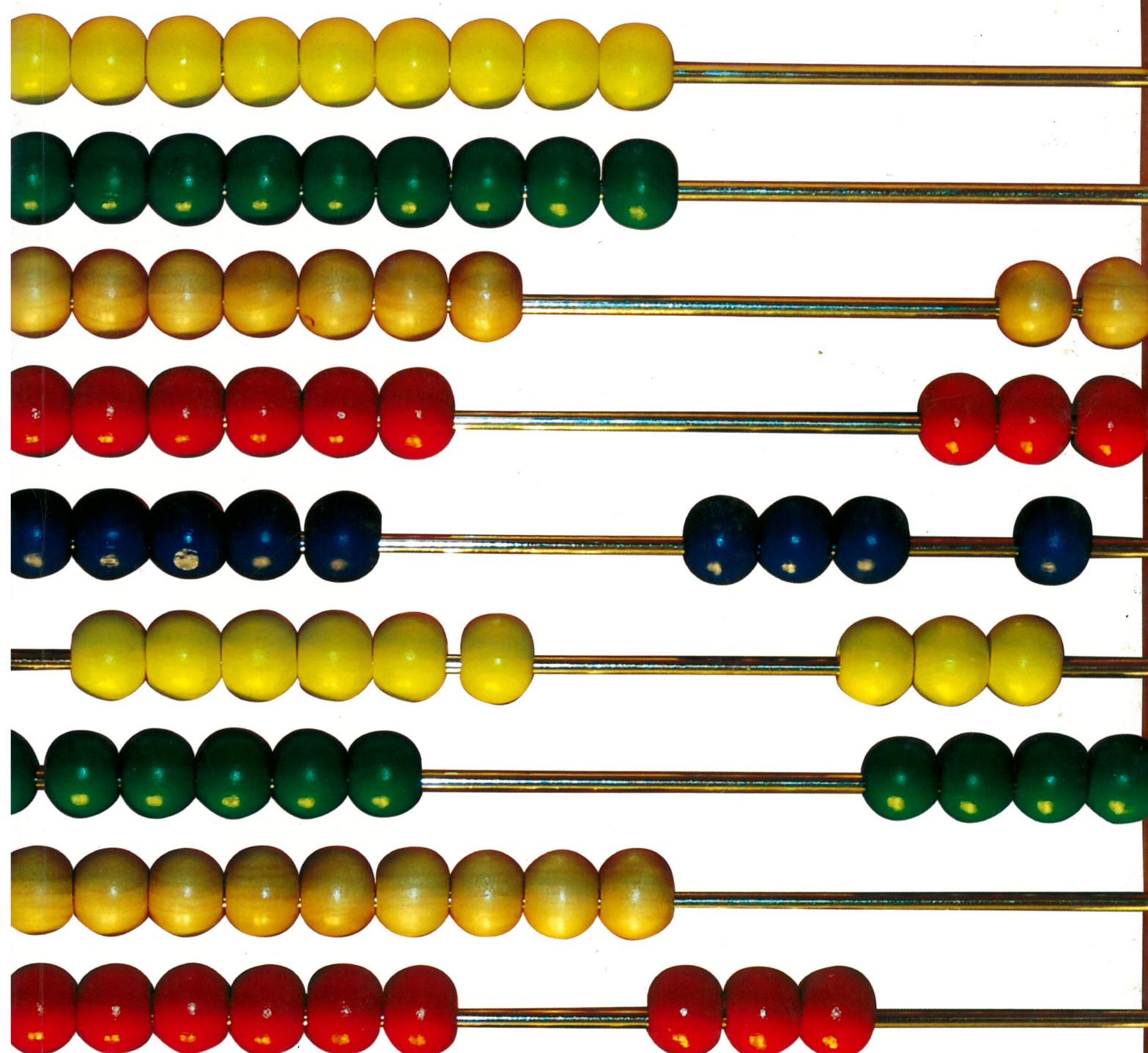


Ron Larson



# CÁLCULO APLICADO

Curso rápido

Tradução da 8<sup>a</sup> edição norte-americana

### Exercícios 7.3

Nos Exercícios 1-14, determine os valores das funções.

1.  $f(x, y) = \frac{x}{y}$ 
  - (a)  $f(3, 2)$
  - (b)  $f(-1, 4)$
  - (c)  $f(30, 5)$
  - (d)  $f(5, y)$
  - (e)  $f(x, 2)$
  - (f)  $f(5, t)$
2.  $f(x, y) = 4 - x^2 - 4y^2$ 
  - (a)  $f(0, 0)$
  - (b)  $f(0, 1)$
  - (c)  $f(2, 3)$
  - (d)  $f(1, y)$
  - (e)  $f(x, 0)$
  - (f)  $f(t, 1)$
3.  $f(x, y) = xe^y$ 
  - (a)  $f(5, 0)$
  - (b)  $f(3, 2)$
  - (c)  $f(2, -1)$
  - (d)  $f(5, y)$
  - (e)  $f(x, 2)$
  - (f)  $f(t, t)$
4.  $g(x, y) = \ln|x + y|$ 
  - (a)  $g(2, 3)$
  - (b)  $g(5, 6)$
  - (c)  $g(e, 0)$
  - (d)  $g(0, 1)$
  - (e)  $g(2, -3)$
  - (f)  $g(e, e)$
5.  $h(x, y, z) = \frac{xy}{z}$ 
  - (a)  $h(2, 3, 9)$
  - (b)  $h(1, 0, 1)$
6.  $f(x, y, z) = \sqrt{x + y + z}$ 
  - (a)  $f(0, 5, 4)$
  - (b)  $f(6, 8, -3)$
7.  $V(r, h) = \pi r^2 h$ 
  - (a)  $V(3, 10)$
  - (b)  $V(5, 2)$
8.  $F(r, N) = 500 \left(1 + \frac{r}{12}\right)^N$ 
  - (a)  $F(0.09, 60)$
  - (b)  $F(0.14, 240)$
9.  $A(P, r, t) = P \left[ \left(1 + \frac{r}{12}\right)^{12t} - 1 \right] \left(1 + \frac{12}{r}\right)$ 
  - (a)  $A(100, 0.10, 10)$
  - (b)  $A(275, 0.0925, 40)$
10.  $A(P, r, t) = Pe^{rt}$ 
  - (a)  $A(500, 0.10, 5)$
  - (b)  $A(1500, 0.12, 20)$
11.  $f(x, y) = \int_x^y (2t - 3) dt$ 
  - (a)  $f(1, 2)$
  - (b)  $f(1, 4)$
12.  $g(x, y) = \int_x^y \frac{1}{t} dt$ 
  - (a)  $g(4, 1)$
  - (b)  $g(6, 3)$
13.  $f(x, y) = x^2 - 2y$ 
  - (a)  $f(x + \Delta x, y)$
  - (b)  $\frac{f(x, y + \Delta y) - f(x, y)}{\Delta y}$
14.  $f(x, y) = 3xy + y^2$ 
  - (a)  $f(x + \Delta x, y)$
  - (b)  $\frac{f(x, y + \Delta y) - f(x, y)}{\Delta y}$

Nos Exercícios 15-18, descreva a região  $R$  no plano  $xy$  que corresponde ao domínio da função e determine sua imagem.

15.  $f(x, y) = \sqrt{16 - x^2 - y^2}$     16.  $f(x, y) = x^2 + y^2 - 1$

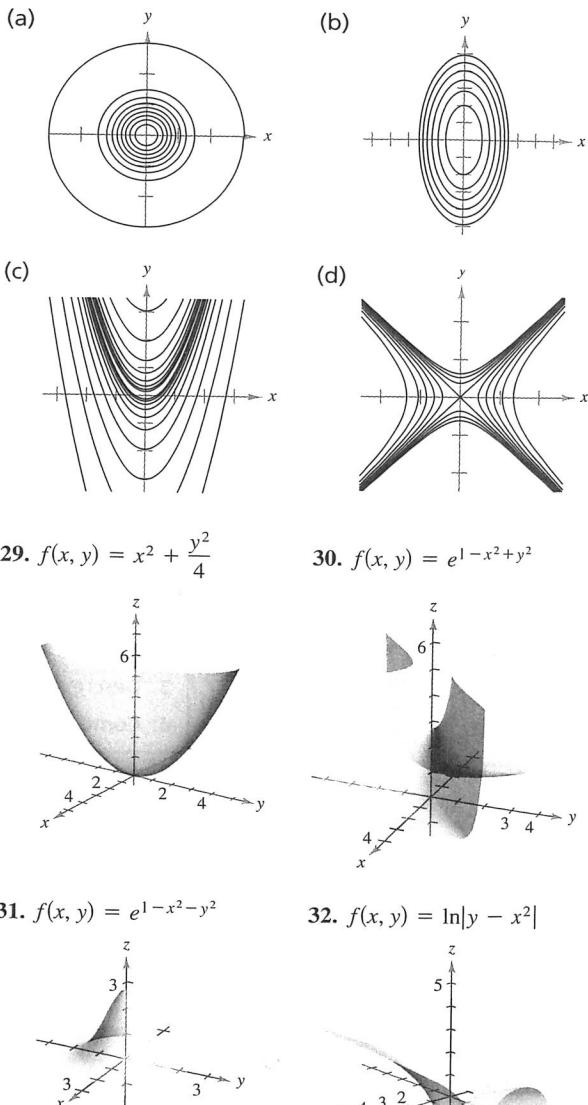
17.  $f(x, y) = e^{x/y}$

18.  $f(x, y) = \ln(x + y)$

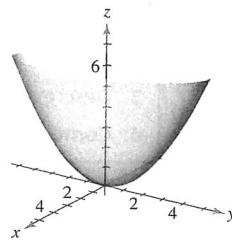
Nos Exercícios 19-28, descreva a região  $R$  no plano  $xy$  que corresponde ao domínio da função.

19.  $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$
20.  $z = \sqrt{4 - x^2 - 4y^2}$
21.  $f(x, y) = x^2 + y^2$
22.  $f(x, y) = \frac{x}{y}$
23.  $f(x, y) = \frac{1}{xy}$
24.  $g(x, y) = \frac{1}{x - y}$
25.  $h(x, y) = x\sqrt{y}$
26.  $f(x, y) = \sqrt{xy}$
27.  $g(x, y) = \ln(4 - x - y)$
28.  $f(x, y) = ye^{1/x}$

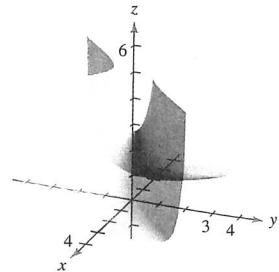
Nos Exercícios 29-32, relacione os gráficos das superfícies aos mapas de contornos, identificados de (a) a (d).



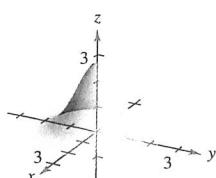
29.  $f(x, y) = x^2 + \frac{y^2}{4}$



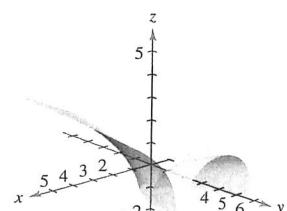
30.  $f(x, y) = e^{1-x^2+y^2}$



31.  $f(x, y) = e^{1-x^2-y^2}$



32.  $f(x, y) = \ln|y - x^2|$



Nos Exercícios 33–40, descreva as curvas de nível da função. Esboce as curvas de nível para os valores de  $c$  dados

Função	Valores de $c$
33. $z = x + y$	$c = -1, 0, 2, 4$
34. $z = 6 - 2x - 3y$	$c = 0, 2, 4, 6, 8, 10$
35. $z = \sqrt{25 - x^2 - y^2}$	$c = 0, 1, 2, 3, 4, 5$
36. $f(x, y) = x^2 + y^2$	$c = 0, 2, 4, 6, 8$
37. $f(x, y) = xy$	$c = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm 6$
38. $z = e^{xy}$	$c = 1, 2, 3, 4, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$
39. $f(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2}$	$c = \pm \frac{1}{2}, \pm 1, \pm \frac{3}{2}, \pm 2$
40. $f(x, y) = \ln(x - y)$	$c = 0, \pm \frac{1}{2}, \pm 1, \pm \frac{3}{2}, \pm 2$

41. **Função de produção de Cobb-Douglas** Um fabricante estima sua função de produção de Cobb-Douglas como

$$f(x, y) = 100x^{0.75}y^{0.25}.$$

Estime os níveis de produção quando  $x = 1\ 500$  e  $y = 1\ 000$ .

42. **Função de produção de Cobb-Douglas** Utilize a função de produção de Cobb-Douglas (Exemplo 5) para mostrar que, se o número de unidades de mão de obra e o de capital forem dobrados, o nível de produção também será dobrado.

43. **Lucro** Um fabricante de materiais esportivos produz bolas de futebol oficiais em duas fábricas. Os custos de produção de  $x_1$  unidades no Local 1 e de  $x_2$  unidades no Local 2 são dados respectivamente por

$$C_1(x_1) = 0,02x_1^2 + 4x_1 + 500$$

e

$$C_2(x_2) = 0,05x_2^2 + 4x_2 + 275$$

Se o produto for vendido a \$ 50 por unidade, então a função de lucro do produto é dada por

$$P(x_1, x_2) = 50(x_1 + x_2) - C_1(x_1) - C_2(x_2).$$

Determine (a)  $P(250, 150)$  e (b)  $P(300, 200)$ .

44. **Modelagem de filas** A quantidade média de tempo que um cliente espera em uma fila de atendimento é dada por

$$W(x, y) = \frac{1}{x - y}, \quad y < x$$

em que  $y$  é a taxa média de chegadas e  $x$  é a taxa média de atendimentos ( $x$  e  $y$  são medidos em número de clientes por hora). Calcule  $W$  em cada ponto.

- (a)  $(15, 10)$  (b)  $(12, 9)$  (c)  $(12, 6)$  (d)  $(4, 2)$

45. **Investimento** Em 2008, foi feito um investimento de \$ 1 000 em um título rendendo 10% capitalizados anualmente. O investidor paga impostos à taxa  $R$  e a taxa de inflação anual é  $I$ . No ano de 2018, o valor  $V$  do título na moeda vigente em 2008 é dado por

$$V(I, R) = 1\ 000 \left[ \frac{1 + 0,10(1 - R)}{1 + I} \right]^{10}.$$

Utilize essa função de duas variáveis e uma planilha para preencher a tabela.

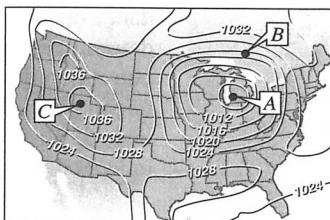
Taxa de impostos	Taxa de inflação		
	0	0,03	0,05
0			
0,28			
0,35			



46. **Investimento** Um capital de \$ 1 000 é depositado em uma conta poupança que rende uma taxa de juros de  $r$  (apresentada como decimal) capitalizada continuamente. A quantia  $A(r, t)$  após  $t$  anos é  $A(r, t) = 1\ 000 e^{rt}$ . Utilize essa função de duas variáveis e uma planilha para preencher a tabela.

Taxa	Número de anos			
	5	10	15	20
0,02				
0,04				
0,06				
0,08				

47. **Meteorologia** Os meteorologistas medem a pressão atmosférica em milibares. A partir dessas observações, criam mapas climáticos nos quais são traçadas curvas de mesma pressão atmosférica (isobáricas) (veja a figura). Nesse mapa, quanto mais próximas são as curvas isobáricas, maior é a velocidade do vento. Relacione os pontos  $A$ ,  $B$  e  $C$  com as seguintes características (a) maior pressão, (b) menor pressão e (c) maior velocidade do vento.



48. **Rentabilidade por ação** A rentabilidade da participação  $z$  (em dólares) na Starbucks Corporation de 1998 a 2006 pode ser modelada por  $z = 0,106x - 0,036y - 0,005$ , em que  $x$  são as vendas (em bilhões de dólares) e  $y$  é o patrimônio dos acionistas (em bilhões de dólares). (Fonte: Starbucks Corporation)

- (a) Determine a rentabilidade da participação quando  $x = 8$  e  $y = 5$ .  
 (b) Qual das duas variáveis nesse modelo possui maior influência sobre a rentabilidade da participação? Explique.

49. **Patrimônio do acionista** O patrimônio dos acionistas  $z$  (em bilhões de dólares) da Wal-Mart Corporation de 2000 a 2006 pode ser modelado por  $z = 0,205x - 0,073y - 0,728$ , em que  $x$  são as vendas líquidas (em bilhões de dólares) e  $y$  são