Instituto de Física da USP
Física Moderna I - 2º semestre de 2018
Profa. Dra. Marcia A. Rizzutto

4ª Lista de Exercícios

1. Se as funções de onda $\Psi_1(x,t), \Psi_2(x,t) e \Psi_3(x,t)$ são três soluções da equação de Schroedinger para um potencial particular V(x,t), mostre que a combinação linear arbitrária $\Psi\ (x,t) = c_1\Psi_1(x,t) + c_2\Psi_2(x,t) + c_3\Psi_3(x,t)$ também é solução desta equação.

2. Uma partícula de massa *m* pode se mover livremente sobre o eixo x entre os pontos x=–a/2 e x=a/2, mas está estritamente proibida de ser encontrada fora dessa região (partícula oscila entre as paredes x= ± a/2ou seja está presa a uma caixa unidimensional).
   a) Verifique que a função de onda

   $\Psi(x,t) = A sen \frac{2\pi x}{a} e^{-iEt/\hbar}$ -a/2 < × > +a/2 e

   $\Psi(x,t) = 0$ x <-a/2 ou × >+a/2

   é uma solução para a equação de Schroedinger na região -a/2 <×<+a/2
   b) Determine também o valor da energia total E da partícula neste primeiro estado excitado do sistema
   c) Trace o gráfico da dependência espacial dessa função de onda
   d) Normalize a função de onda, ajustando o valor da constante multiplicativa A de forma que a probabilidade de encontrar a partícula associada em algum ponto da região de comprimento a seja um.
   e) Calcule o valor esperado de x, x^2, p e p^2
   f) Suponha que a posição do elétron possa ser medida enquanto ele se encontra no estado fundamental, determine deste modo a probabilidade de encontra-lo na região 0<X>a/4

3. Calcular os valores esperados da energia cinética e da energia potencial para uma partícula no estado de menor energia de um oscilador harmônico simples, usando a função de onda:

$$\Psi(x,t) = \frac{(Cm)^{1/8}}{(\pi\hbar)^{1/4}} e^{-(\sqrt{Cm}/2\hbar)x^2} e^{-\frac{i}{2}\sqrt{\frac{C}{m}}t}$$

4. Considere um metal onde há elétrons livres, e o potencial é zero. Qual é a forma matemática que a função de onda $\Psi(x)$ deve ter?

5. Use os operadores de energia e momento e a conservação de energia para reproduzir a equação de onda de Schrödinger depende do tempo

6. a) Demonstre que

$$\Psi(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} sen \frac{2\pi x}{L}$$

Representa a função de onda para o 1º estado excitado de uma partícula em um poço quadrado infinito (0 a L)
a) explique o termo raiz de 2/L
b) determine os valores esperados de x, x^2, p e p^2,

c) Supondo que o diâmetro do núcleo é da ordem de 10^{-14} m e que este valor é da ordem da largura do poço quadrado infinito faça uma estimativa da energia de transição do 1º estado excitado para o estado fundamental de um próton confinado no núcleo.

7. Calcule o coeficiente de transmissão para um elétron de energia total 2eV incidente sobre uma barreira de potencial retangular de altura 4eV e largura 10^{-10}m. Se considerarmos que a energia do elétron aumentou de fator 10 vezes (20eV), qual é o novo coeficiente de transmissão.

8. Um próton e um dêuteron tentam penetrar em uma barreira de potencial retangular de altura 10MeV e largura 10^{-14}m. As duas partículas têm energias totais de 3 MeV.

a) Use argumentos qualitativos para prever qual das partículas tem a maior probabilidade de conseguí-lo.

b) Calcule a probabilidade de sucesso para cada uma das partículas.

9. Para uma partícula em uma caixa, mostre que a diferença fracional em energia entre valores adjacentes é: $\frac{\Delta E_n}{E_n} = \frac{2n+1}{n^2}$. A partir desta expressão discuta o limite clássico do sistema.

10. A constante da força restauradora *C* para as vibrações interatômicas de uma molécula diatômica típica é de aproximadamente 10^3 J/m^2. Use esse valor para fazer uma estimativa da energia do estado fundamental das vibrações moleculares.

11. Considere uma partícula livre confinada dentro de uma caixa de comprimento L_1, L_2 e L_3 ao longo do eixo x, y e z, respectivamente (caixa cúbica de lado L). Ache a energia e a função de onda do estado fundamental e a energia do 1º estado excitado.