



*Escola Politécnica da USP - Depto. de Enga. Mecatrônica*

# PMR-3510 Inteligência Artificial

## Aula 8- Algoritmo de busca A\*

*Prof. José Reinaldo Silva*

*[reinaldo@usp.br](mailto:reinaldo@usp.br)*





## Cronograma de entrega do trabalho em grupo

O cronograma de trabalho será dividido em "milestones":

Setembro 2018						
Domingo	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29

7: Independência do Brasil    22: Início da primavera  
02 - Quarto Minguante    09 - Lua Nova    16 - Quarto Crescente    24 - Lua Cheia

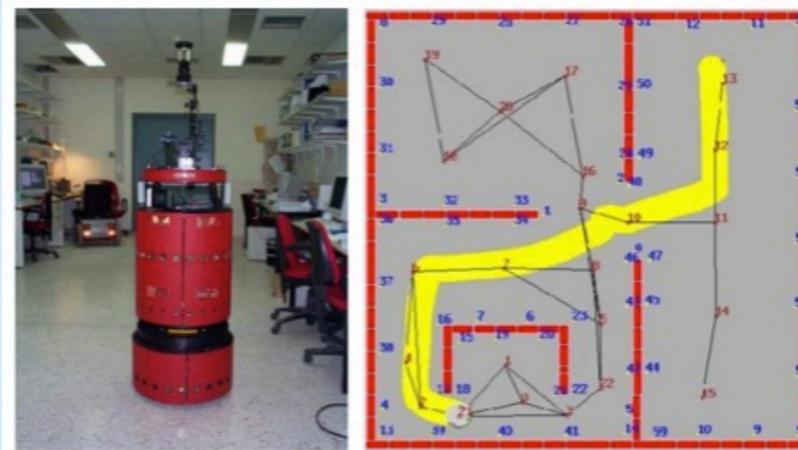
Outubro 2018						
Domingo	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

21: Início do horário de verão    12: Nsa. Sra. Aparecida    15: Dia dos Professores  
02 - Quarto Minguante    09 - Lua Nova    16 - Quarto Crescente    24 - Lua Cheia    31 - Quarto Minguante



## Upload do trabalho em grupo

### Algoritmos de busca informada



Source: <http://www.ics.forth.gr/cvr1/>

Vamos a partir desta aula mudar o foco da discussão sobre os algoritmos de busca usados em IA da busca clássica não-informada para a busca informada, onde se pode usar heurísticas obtidas de conhecimento tácito ou explícito para orientar a escolha do caminho na árvore de busca. Esperamos portanto obter uma melhor performance, comparado aos métodos clássicos e assim justificar o uso de IA para problemas que têm um custo proibitivo por métodos convencionais, ou mesmo que não chegam a uma resposta, utilizando métodos otimizados. A barganha é portanto obter uma solução próxima do ótimo mas em um tempo aceitável.

Começaremos a discussão pelo best-first, e aplicaremos este algoritmo para um exemplo já bem conhecido que o 8-Puzzle, ou o jogo dos tiles, que é o exercício em grupo que estamos considerando. Aproveito para lembrar que o milestone para este exercício, que seria hoje foi adiado de uma semana, em função de termos perdido a aula passada.

#### Aula7

Transparencias da Aula 7

#### Search Techniques

#### Milestone 1

Este é o milestone para o primeiro trabalho em grupo. Faça o upload até a data limite (10 de outubro próximo) da descrição da heurística que deverá usar no seu trabalho com a respectiva justificativa de performance (porque e como irá acelerar a busca). A coleta funciona até a meia-noite do dia 10/10.



## Search Techniques for Artificial Intelligence

Search is a central topic in Artificial Intelligence. This part of the course will show why search is such an important topic, present a general approach to representing problems to do with search, introduce several search algorithms, and demonstrate how to implement these algorithms in Prolog.

- Motivation: Applications and Toy Examples
- The State-Space Representation
- Uninformed Search Techniques:
  - Depth-first Search (several variations)
  - Breadth-first Search
  - Iterative Deepening
- Best-first Search with the A\* Algorithm





## *Estratégias de Busca Informada*

Análise de custo

$$f(x) = g(x)$$

Heurística

$$f(x) = h(x)$$

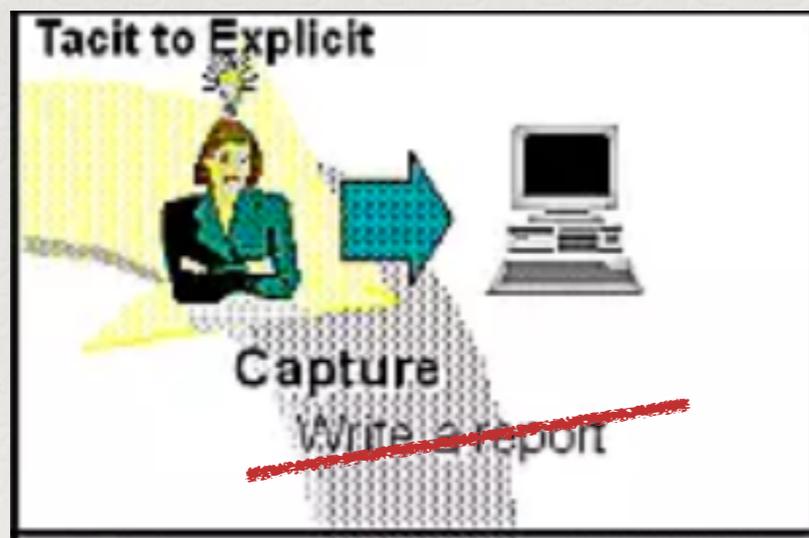
Algoritmo  $A^*$

$$f(x) = g(x) + h(x)$$



## Heuristic search

In computer science, artificial intelligence, and mathematical optimization, a **heuristic** (from Greek εὕρισκω "I find, discover") is a technique designed for **solving a problem** more quickly when classic methods are too slow, or for finding an approximate solution when classic methods fail to find any exact solution. This is achieved by trading optimality, completeness, **accuracy**, or **precision** for speed. In a way, it can be considered a shortcut.



find a function



## Heuristic-guided Search

- Our complexity analysis of the various basic search algorithms has shown that they are unlikely to produce results for slightly more complex problems than we have considered here.
- In general, there is no way around this problem. In practice, however, good *heuristics* that tell us which part of the search tree to explore next, can often help to find solutions also for larger problem instances.
- In this final chapter on search techniques for AI, we are going to discuss one such heuristic, which leads to the well-known A\* algorithm.



## *Voltando ao projeto dos grupos...*

2	8	3
1	6	4
7		5

Vamos supor que temos acima o estado inicial do nosso jogo automático de tiles (8-puzzle) e queremos agora achar uma função de avaliação para fazer o computador resolver automaticamente o enigma. Já vimos em aulas anteriores que o "estado" do sistema é dado pela tabela de tiles com o posicionamento de todos eles. Podemos então dividir a função de avaliação em duas partes: uma que avalia o "custo", isto é, quanto mais profundo o nó, maior o custo; e outra que avalia o grau de desorganização da tabela de tiles.



## *A função de seleção*

$$f(x) = g(x) + h(x)$$

*custo para chegar ao  
nó  $n$  da árvore de busca*

*custo estimado para  
chegar ao  
nó objetivo*



## The A\* Algorithm

The central idea in the so-called *A\* algorithm* is to guide best-first search both by

- the estimate to the goal as given by the heuristic function  $h$  and
- the cost of the path developed so far.

Let  $n$  be a node,  $g(n)$  the cost of moving from the initial node to  $n$  along the current path, and  $h(n)$  the estimated cost of reaching a goal node from  $n$ . Define  $f(n)$  as follows:

$$f(n) = g(n) + h(n)$$

This is the *estimated cost of the cheapest path through  $n$*  leading from the initial node to a goal node. *A\* is the best-first search algorithm that always expands a node  $n$  such that  $f(n)$  is minimal.*



2	8	3
1	6	4
7		5

$$g(0) = 0 + 4$$



1	2	3
8		4
7	6	5

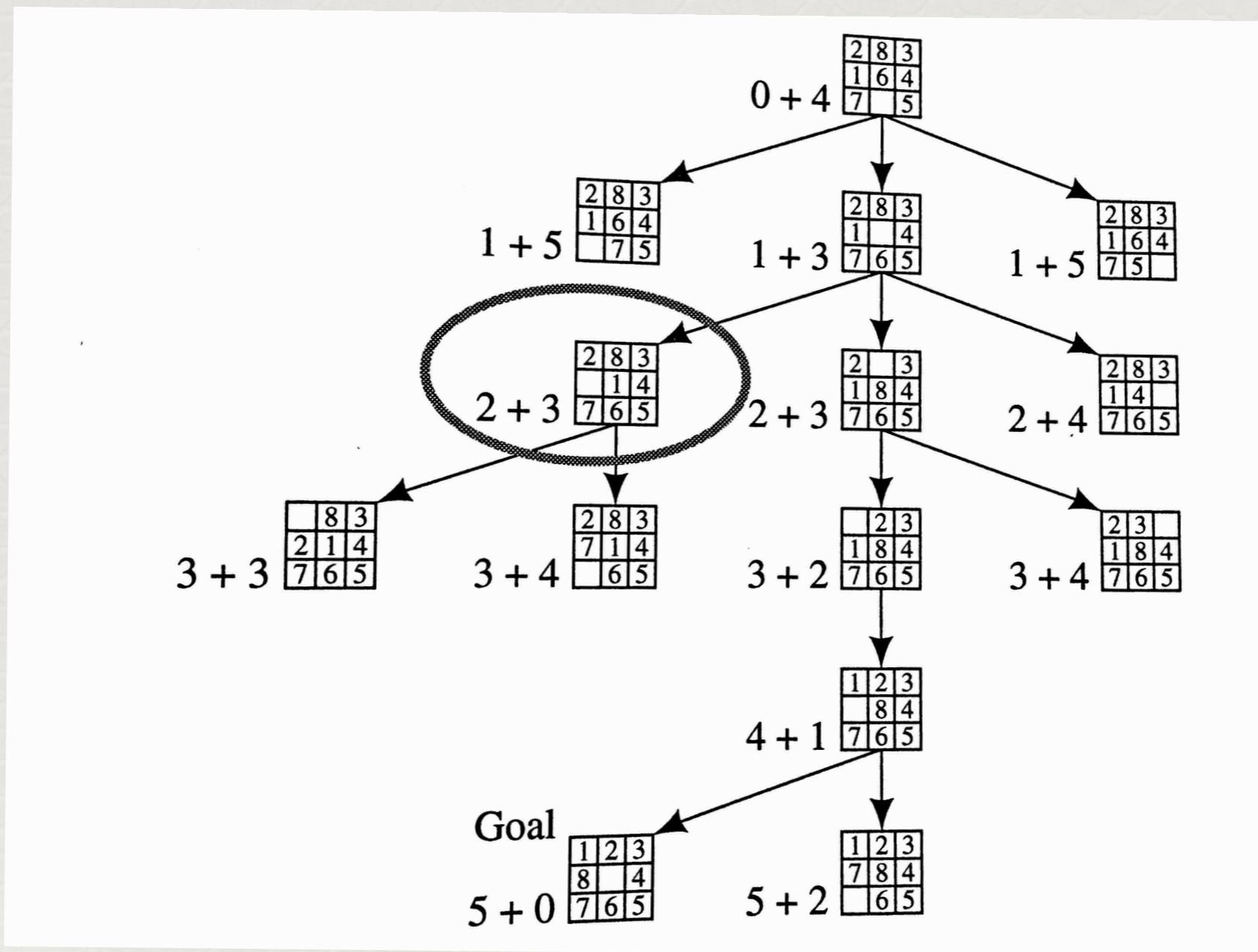
estado final

comparando o estado inicial (a raiz da árvore de busca) com o estado final mostrado à direita, temos que os tiles 1, 2, 8 e 6 estão fora do lugar, portanto neste estado (o nível zero ou raiz, de profundidade zero)  $h(0) = 4$ , e a função de avaliação é  $g(0) = 0 + 4 = 4$

Nils J. Nilsson, Artificial Intelligence: a new synthesis, Morgan Kaufmann, 1998



## Árvore de busca e a busca informada



Nils J. Nilsson, Artificial Intelligence: a new synthesis, Morgan Kaufmann, 1998



## *Critérios para a escolha da heurística*

O objetivo do  $A^*$  é guiar a busca para a solução de modo a atingir o estado alvo mais rapidamente e com menor custo. Portanto a heurística escolhida deve ser admissível.

Uma heurística  $h(x)$  é dita admissível se para cada nó  $n$  da árvore de busca  $h(n) \leq h^*(n)$ , onde  $h(n)$  é o custo estimado para atingir a solução e  $h^*(n)$  é o custo real. Portanto, o algoritmo não deve superestimar o custo para atingir o objetivo.



*formalmente...*

**Teorema:** Se  $h(n)$  é admissível, o algoritmo  $A^*$  baseado em árvore de busca é otimizante, isto é, pode chegar a um caminho ótimo de solução.



## *Comparando diferentes propostas de heurísticas*

Sejam duas heurísticas admissíveis  $h_1(x)$  e  $h_2(x)$ . Ambas devem ter como limite o valor real  $h^*(x)$  e tendem para este limite. Portanto, se para qualquer nó  $x$   $h_2(x) \geq h_1(x)$ , significa que  $h_2(x)$  está mais próxima do limite e dizemos que  $h_2$  "domina"  $h_1$ .

A heurística dominante deve gerar uma busca melhor, e expandir um número menor de nós alternativos para a busca.



## The A\* Algorithm

The central idea in the so-called *A\* algorithm* is to guide best-first search both by

- the estimate to the goal as given by the heuristic function  $h$  and
- the cost of the path developed so far.

Let  $n$  be a node,  $g(n)$  the cost of moving from the initial node to  $n$  along the current path, and  $h(n)$  the estimated cost of reaching a goal node from  $n$ . Define  $f(n)$  as follows:

$$f(n) = g(n) + h(n)$$

This is the *estimated cost of the cheapest path through  $n$*  leading from the initial node to a goal node. *A\* is the best-first search algorithm that always expands a node  $n$  such that  $f(n)$  is minimal.*



Dado um nó  $n$ , vamos definir o custo para ir deste nó para o seu sucessor  $n'$ , realizando a ação  $a$ , como sendo  $C(n, a, n')$ .

Uma heurística  $h$  é dita consistente, se para qualquer sucessor  $n'$  do nó  $n$ , vale a seguinte inequação:

$$h(n) \leq C(n, a, n') + h(n')$$



**Teorema: Se uma heurística  $h$  é consistente, então usando  $A^*$  em uma busca em grafo, isto é, uma busca onde se checa o sucessor já foi visitado antes para evitar loops, é ótima.**



Portanto o  $A^*$  é um algoritmo de busca informada otimizante, que, em situações práticas pode ter uma abordagem heurística relaxada para ter uma resposta mais rápida.



```
/* 8_puzzle.pl */

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%
%%% A* Algorithm
%%%
%%%
%%% Nodes have form S#D#F#A
%%% where S describes the state or configuration
%%% D is the depth of the node
%%% F is the evaluation function value
%%% A is the ancestor list for the node

:- op(400,yfx,'#'). /* Node builder notation */

solve(State,Soln) :- f_function(State,0,F),
                    search([State#0#F#[]],S), reverse(S,Soln).

f_function(State,D,F) :- h_function(State,H),
                        F is D + H.

search([State#_#_#Soln|_], Soln) :- goal(State).
search([B|R],S) :- expand(B,Children),
                  insert_all(Children,R,Open),
                  search(Open,S).

insert_all([F|R],Open1,Open3) :- insert(F,Open1,Open2),
                                insert_all(R,Open2,Open3).
insert_all([],Open,Open).

insert(B,Open,Open) :- repeat_node(B,Open), !.
insert(B,[C|R],[B,C|R]) :- cheaper(B,C), !.
insert(B,[B1|R],[B1|S]) :- insert(B,R,S), !.
insert(B,[],[B]).

repeat_node(P#_#_#_, [P#_#_#_|_]).

cheaper(_#_#F1#_#_, _#_#F2#_#_) :- F1 < F2.

expand(State#D#_#S.All My Children) :-
    bagof(Child#D1#F#[Move|S],
        (D1 is D+1,
         move(State,Child,Move),
         f_function(Child,D1,F)),
        All My Children).
```



left( A/0/C/D/E/F/H/I/J , 0/A/C/D/E/F/H/I/J ).  
left( A/B/C/D/0/F/H/I/J , A/B/C/0/D/F/H/I/J ).  
left( A/B/C/D/E/F/H/0/J , A/B/C/D/E/F/0/H/J ).  
left( A/B/0/D/E/F/H/I/J , A/0/B/D/E/F/H/I/J ).  
left( A/B/C/D/E/0/H/I/J , A/B/C/D/0/E/H/I/J ).  
left( A/B/C/D/E/F/H/I/0 , A/B/C/D/E/F/H/0/I ).

up( A/B/C/0/E/F/H/I/J , 0/B/C/A/E/F/H/I/J ).  
up( A/B/C/D/0/F/H/I/J , A/0/C/D/B/F/H/I/J ).  
up( A/B/C/D/E/0/H/I/J , A/B/0/D/E/C/H/I/J ).  
up( A/B/C/D/E/F/0/I/J , A/B/C/0/E/F/D/I/J ).  
up( A/B/C/D/E/F/H/0/J , A/B/C/D/0/F/H/E/J ).  
up( A/B/C/D/E/F/H/I/0 , A/B/C/D/E/0/H/I/F ).

right( A/0/C/D/E/F/H/I/J , A/C/0/D/E/F/H/I/J ).  
right( A/B/C/D/0/F/H/I/J , A/B/C/D/F/0/H/I/J ).  
right( A/B/C/D/E/F/H/0/J , A/B/C/D/E/F/H/J/0 ).  
right( 0/B/C/D/E/F/H/I/J , B/0/C/D/E/F/H/I/J ).  
right( A/B/C/0/E/F/H/I/J , A/B/C/E/0/F/H/I/J ).  
right( A/B/C/D/E/F/0/I/J , A/B/C/D/E/F/I/0/J ).

down( A/B/C/0/E/F/H/I/J , A/B/C/H/E/F/0/I/J ).  
down( A/B/C/D/0/F/H/I/J , A/B/C/D/I/F/H/0/J ).  
down( A/B/C/D/E/0/H/I/J , A/B/C/D/E/J/H/I/0 ).  
down( 0/B/C/D/E/F/H/I/J , D/B/C/0/E/F/H/I/J ).  
down( A/0/C/D/E/F/H/I/J , A/E/C/D/0/F/H/I/J ).  
down( A/B/0/D/E/F/H/I/J , A/B/F/D/E/0/H/I/J ).



## A competição entre equipes

Calendar for October 2018. The dates 10 and 31 are circled in green. The calendar includes the following text at the bottom: 21: Início do horário de verão, 12: Nsa. Sra. Aparecida, 15: Dia dos Professores, 02 - Quarto Minguante, 09 - Lua Nova, 16 - Quarto Crescente, 24 - Lua Cheia, 31 - Quarto Minguante.

Domingo	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

No dia 31, segundo o nosso cronograma, teremos o desfecho do trabalho em grupo e faremos isso na forma de uma competição onde todos os grupos deverão resolver o mesmo problema dado como estado inicial. Todos devem ter o seu programa instalado no sistema Swish e pronto para rodar sua implementação do  $A^*$ .



Design and Science | CEUR-WS.org | ScholarOne | itSIMPLE | Meist | The service con | Designing Produ | IEEE Xplore Full | Cloud manufact | Age of Entangle | Inbox (270) - rel | Entrada (2.565) | SWISH -- exam

swish.swi-prolog.org/example/examples.swinb

Bookmarks Bar (Chrom) | Bookmarks | Artificial Intelligence: | Notícias | Popular | Save to Mendeley

**SWISH** File Edit Examples Help

134 users online Search

htmlcell examples

## Welcome to SWISH

You are reading a SWISH *notebook*. A notebook is a mixture of *text*, *programs* and *queries*. This notebook only contains text and gives an overview of example programs shipped with SWISH.

- **First steps**
  - [Knowledge bases](#) provides a really simple knowledge base with example queries.
  - [Lists](#) defines a couple of really simple list operations and illustrates timing *naive reverse*.
- **Classics**
  - [Movie database](#) provides a couple of thousands of facts about movies for you to query.
  - [Expert system](#) illustrates simple meta-interpretation of rules and asking for missing knowledge.
  - [Eliza](#) implements the classical shrink.
  - [English grammar](#) DCG rules for parsing some simple English sentences and show the result as an SVG tree.
- **Puzzles and constraints**
  - [Einstein's Riddle](#) A famous puzzle attributed to Einstein.
  - [N-Queens \(traditional\)](#) solves the N-queens problem using traditional Prolog and illustrates domain-specific (graphics) output.
  - [N-Queens \(clp\(fd\)\)](#) as above, illustrating the value of constraint programming.
  - [Sudoku \(clp\(fd\)\)](#) solves the sudoku puzzle using constraint programming, redering the result as a table.
  - [Knights and Knaves \(clp\(b\)\)](#) solves boolean problems.
  - [Mortgage \(clp\(q,r\)\)](#) Compute mortgages.
- **Side effects and I/O**
  - [Read and write](#) demonstrates that you can read from and write to the web interface.
  - [Assert and retract](#) demonstrates using the dynamic database.
- **Machine learning (notebooks)** (see also [SWISH tutorials](#))
  - [EM Clustering of the Iris Dataset](#)
  - [SIATEC pattern discovery in polyphonic music](#)
- **Graphical output** (see also [rendering](#))

```
?- trace,in_data(X,Y).
```

Examples History Solutions  table results Run!



2	8	3
1	6	4
7		5

$$g(0) = 0 + 4$$



1	2	3
8		4
7	6	5

estado final

*O estado final será o mesmo que usamos na aula passada no exemplo de resolução da busca baseada no algoritmo Best-first.*



## *O procedimento*

- ✦ Todos devem estar preparados com o Swish e o seu algoritmo, mas sem tocar no teclado ou no mouse;
- ✦ O estado inicial será colocado em um slide;
- ✦ Todos esperam o “sinal de largada” para começar o processo;
- ✦ Devem inserir o estado inicial no programa e resolvê-lo;
- ✦ Chegando ao estado final o programa deve descrever este estado e colocar na tela o custo da busca (soma de  $g(x)$ ).
- ✦ com esta informação na saída do programa a equipe faz um sinal de termino e o tempo é anotado.



## *Após a competição*

Após a competição cada equipe deve fazer o upload no sistema e-disciplinas de um texto que descreve a heurística ( $g(x)$  e  $h(x)$ ), suas propriedades, e uma listagem do código Prolog. A nota final será a média da nota atribuída a este documento e a nota da competição.



## *A nota da competição*

A nota da competição será a composição da classificação por tempo (de zero a cinco), e cinco pontos se a equipe conseguiu resolver mesmo que em um tempo mais longo, e zero se não fechou o processo de busca.



## *Trabalho em grupo*

*Os grupos estão já definidos e registrados no e-disciplinas. A configuração é a seguinte:*

Grupo 1:

Alyson Akio Haro  
Alexandre Inoue  
Eduardo Kose  
Vitor Fukuda

Grupo 2:

Alex Majima  
Gabriel Ferreira  
Lucas de Angelis  
Thiago Ferraz

Grupo 3:

Gabriel Tutia  
Lucas Palopoli  
Pedro dos Santos Melo  
Samuel Monção

Grupo 4:

Gustavo Novello  
Luiz Guilherme Sabino  
Alessandro Ezequiel Junior  
Gabriel Negre

Grupo 5:

Gabriel Yida  
Vinicius Santiago  
Danilo Polidoro

Grupo 6:

Guilherme Aires de França  
Henrique Peterlevitz  
Wagner Geraldo Ferreira



*Até a próxima aula!*