

SEM0501

Dinâmica Aplicada às Máquinas

Aula #13 — Equações de movimento
para corpos rígidos

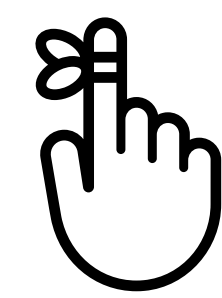
Advanced R

Prof. Dr. Thiago Boaventura

tboaventura@usp.br

São Carlos, 08/10/18





Aula passada...

Momento angular:

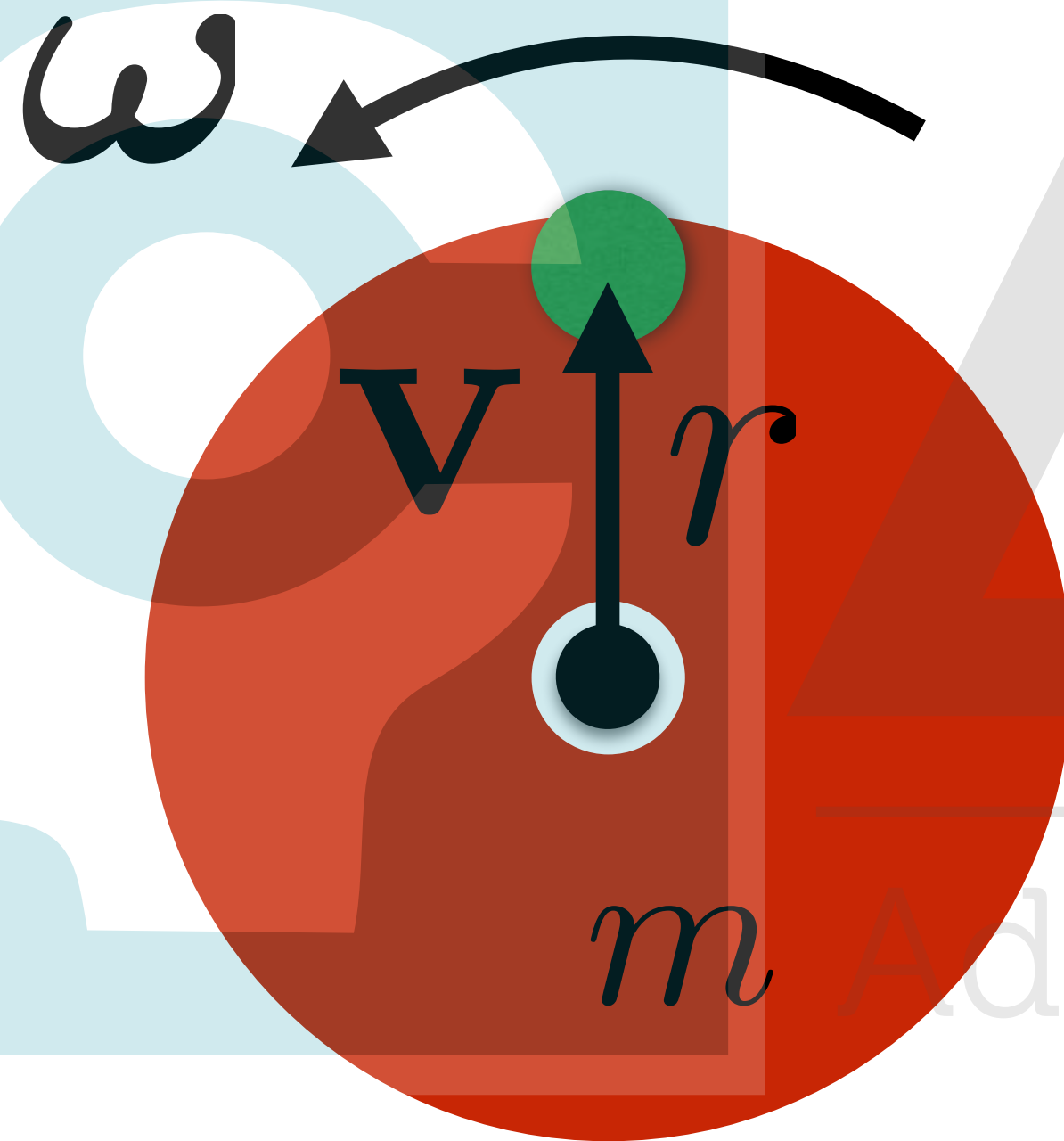
$$H = I\omega$$

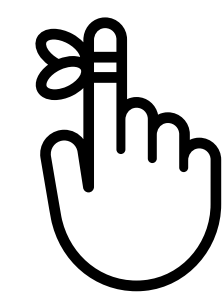
Momento de inércia:

medida da resistência

de um corpo a uma

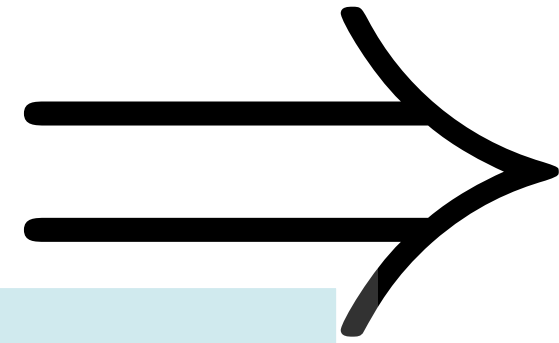
aceleração angular



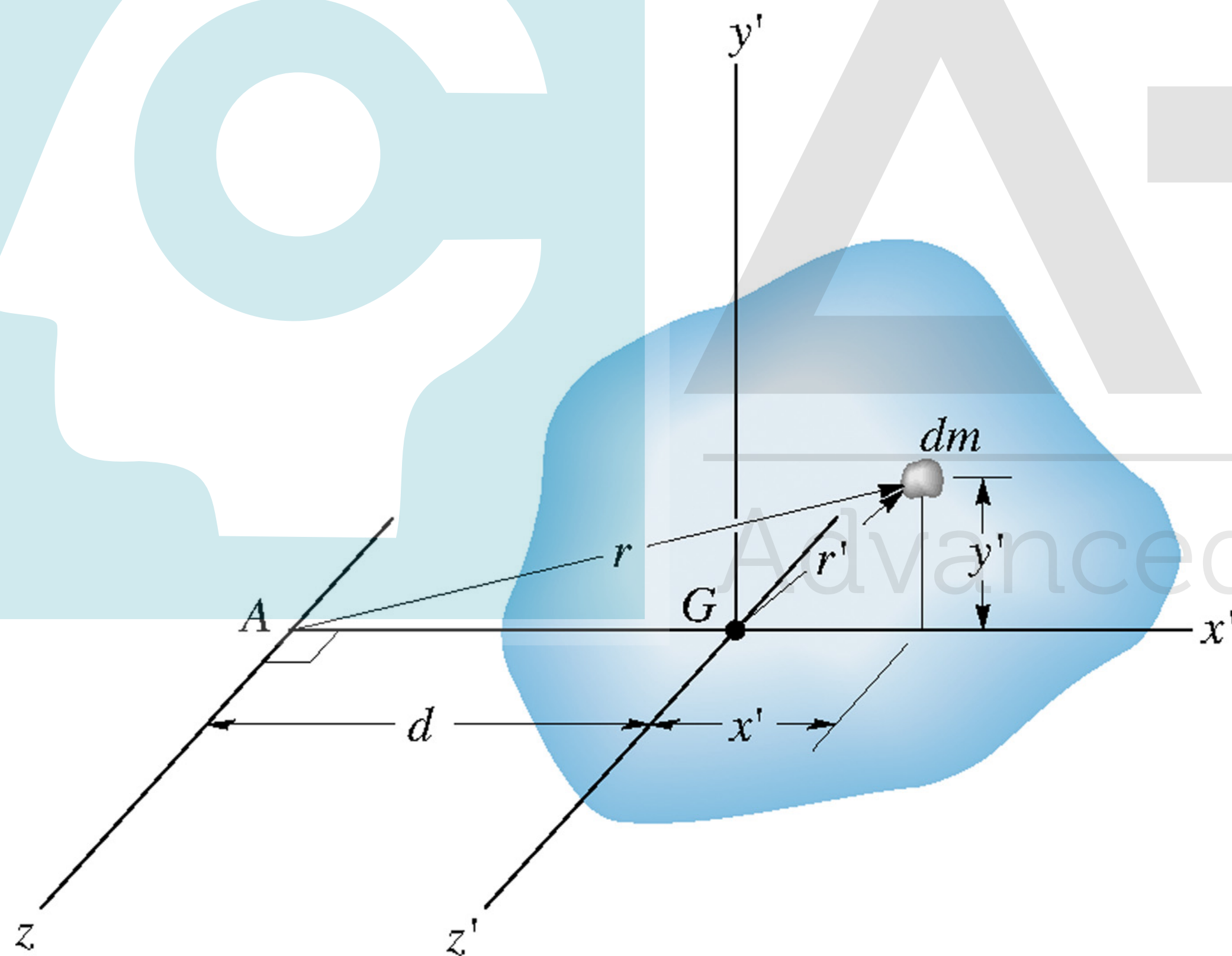


Aula passada...

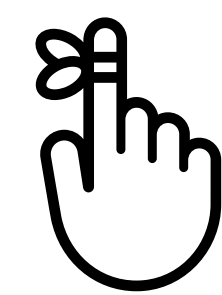
I_G



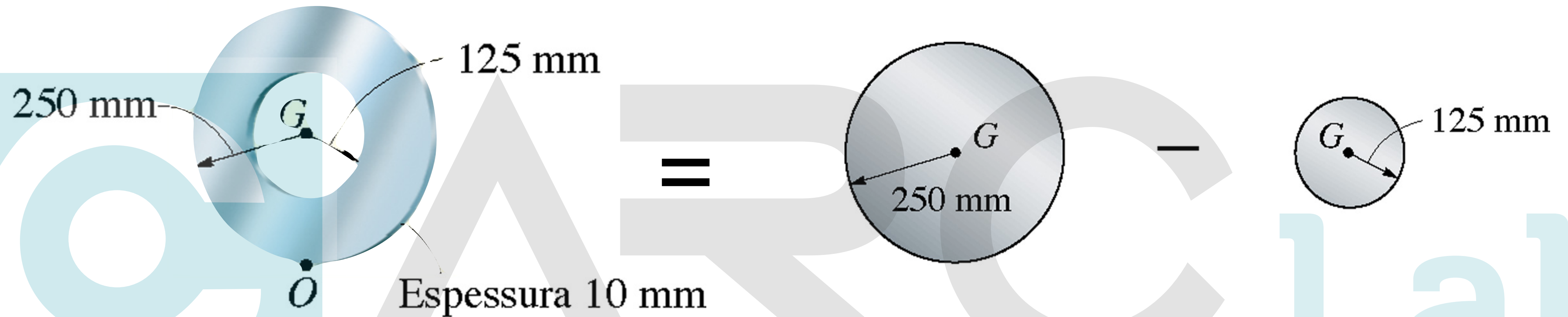
pode-se determinar o momento de inércia
em relação a um eixo paralelo



$$I = I_G + md^2$$



Aula passada...



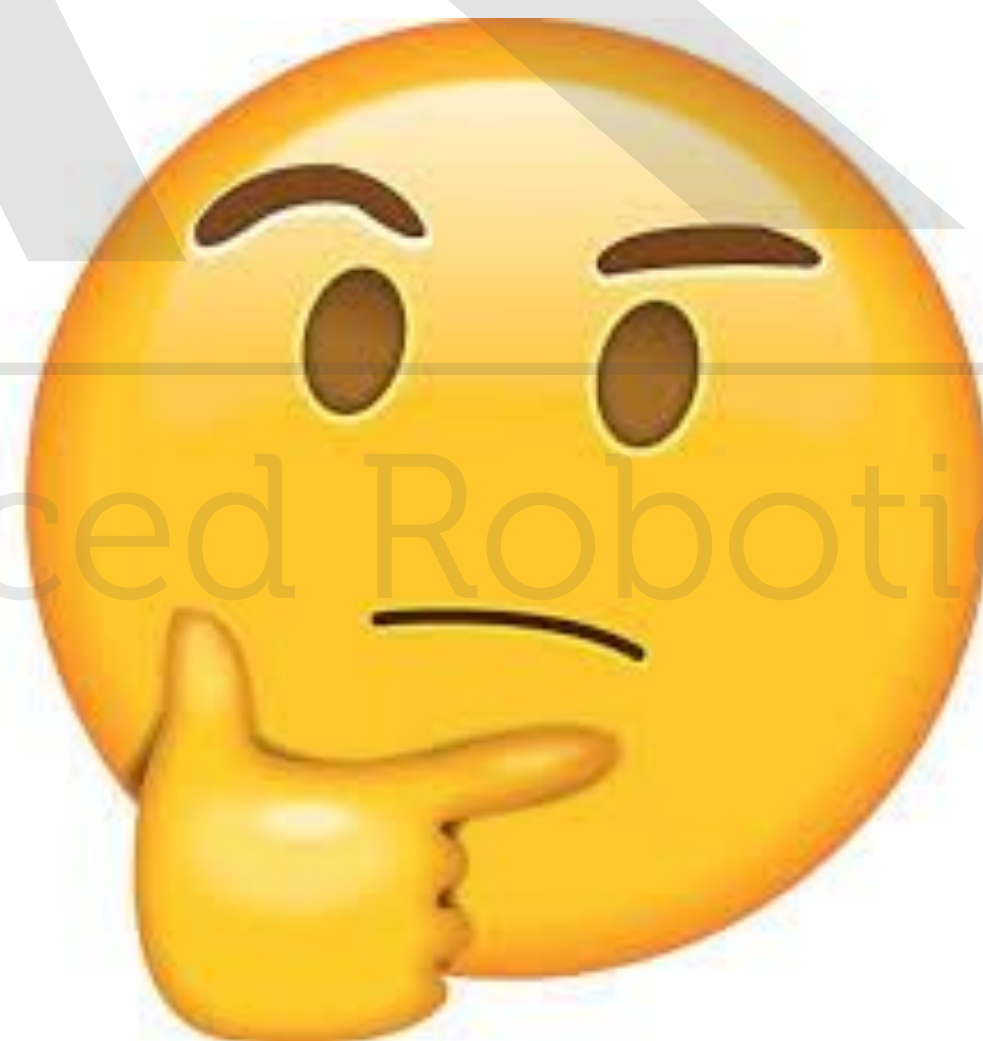
Advanced Robotics Control Laboratory

$$I = \sum (I_G + md^2)$$

Dúvidas?

Lab

Advanced Robotics Control Laboratory



Conteúdo



- Translação
- Rotação

Equações de movimento



- “Take-home messages”
- Próxima aula

Conclusão

Conteúdo



- Translação
- Rotação

Equações de
movimento

Conclusão

Advanced Robotics Control Laboratory

Cinética do movimento plano

Equações de movimento

Translação

Rotação

(em torno de um eixo fixo)



Conclusão

Advanced Robotics Control Laboratory

Cinética do movimento plano

Translação

$$\mathbf{F}_r = m \mathbf{a}_G$$

retilínea

curvilínea



Equações de movimento

Conclusão

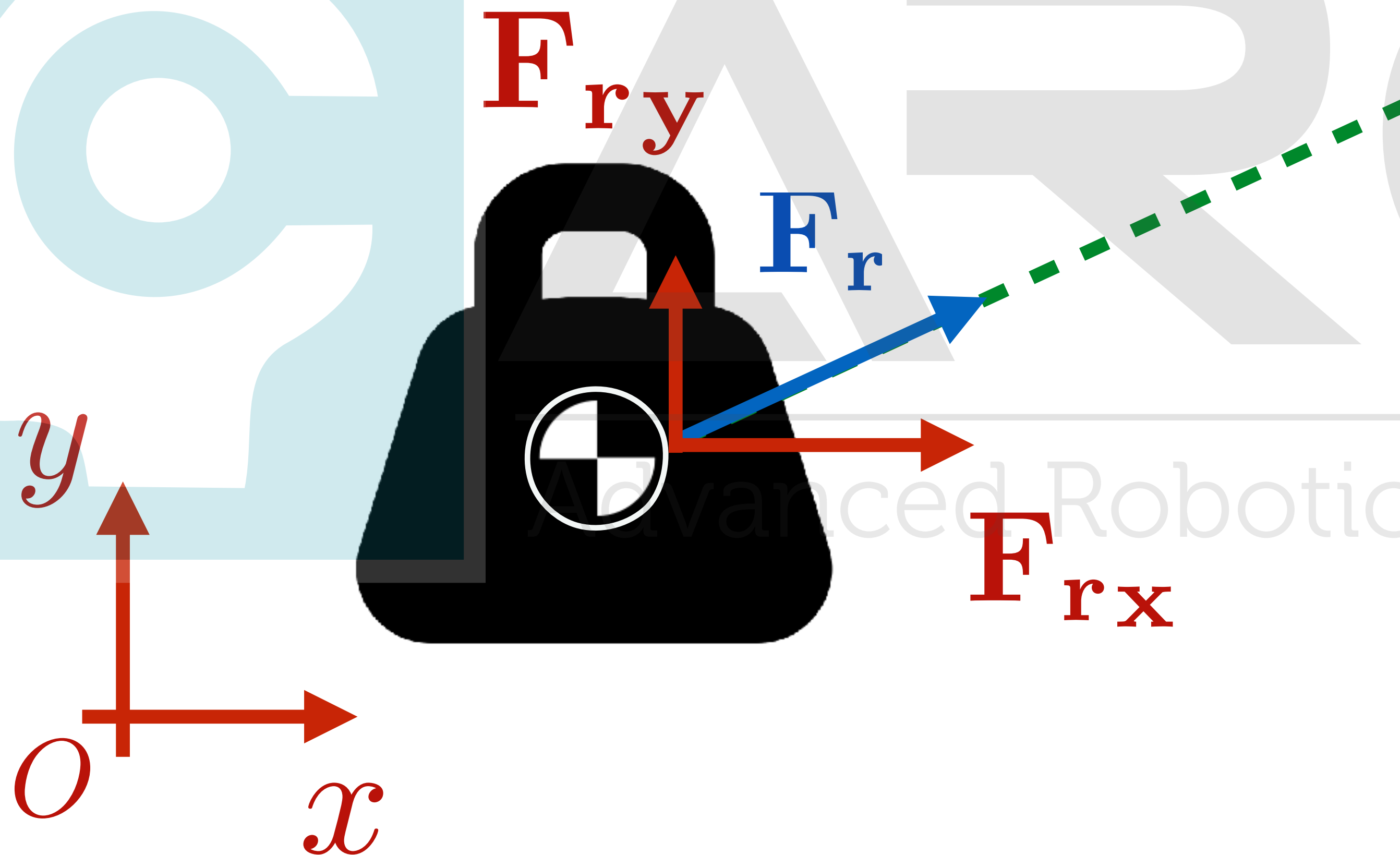
Cinética do movimento plano

Translação retilínea

$$\mathbf{F}_r = m \mathbf{a}_G$$

$$\mathbf{F}_{rx} = m \mathbf{a}_{Gx}$$

$$\mathbf{F}_{ry} = m \mathbf{a}_{Gy}$$



Equações de movimento

Conclusão

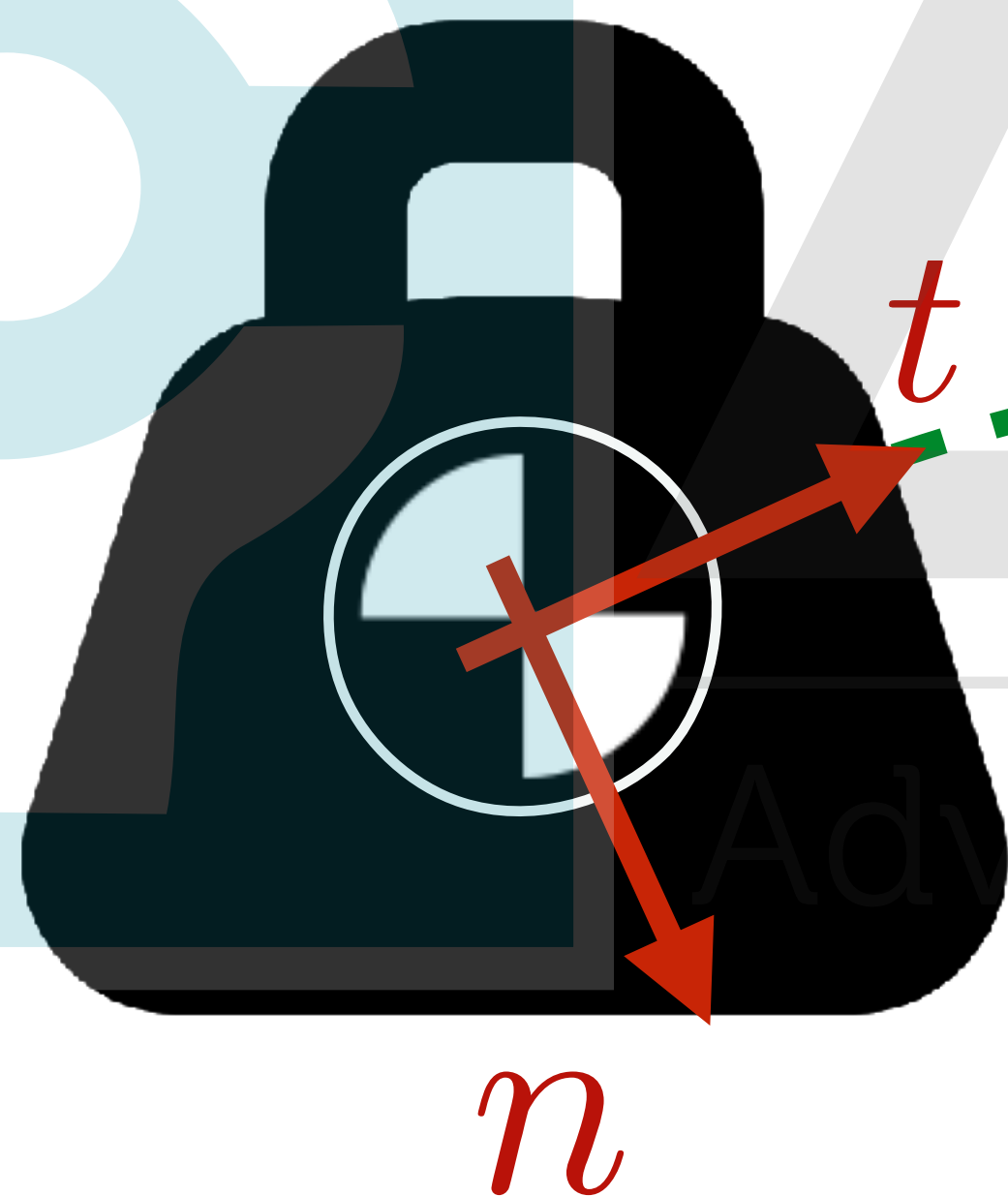
Cinética do movimento plano

Translação curvilínea

$$\mathbf{F}_r = m \mathbf{a}_G$$

$$\sum \mathbf{F}_n = m \mathbf{a}_{Gn}$$

$$\sum \mathbf{F}_t = m \mathbf{a}_{Gt}$$



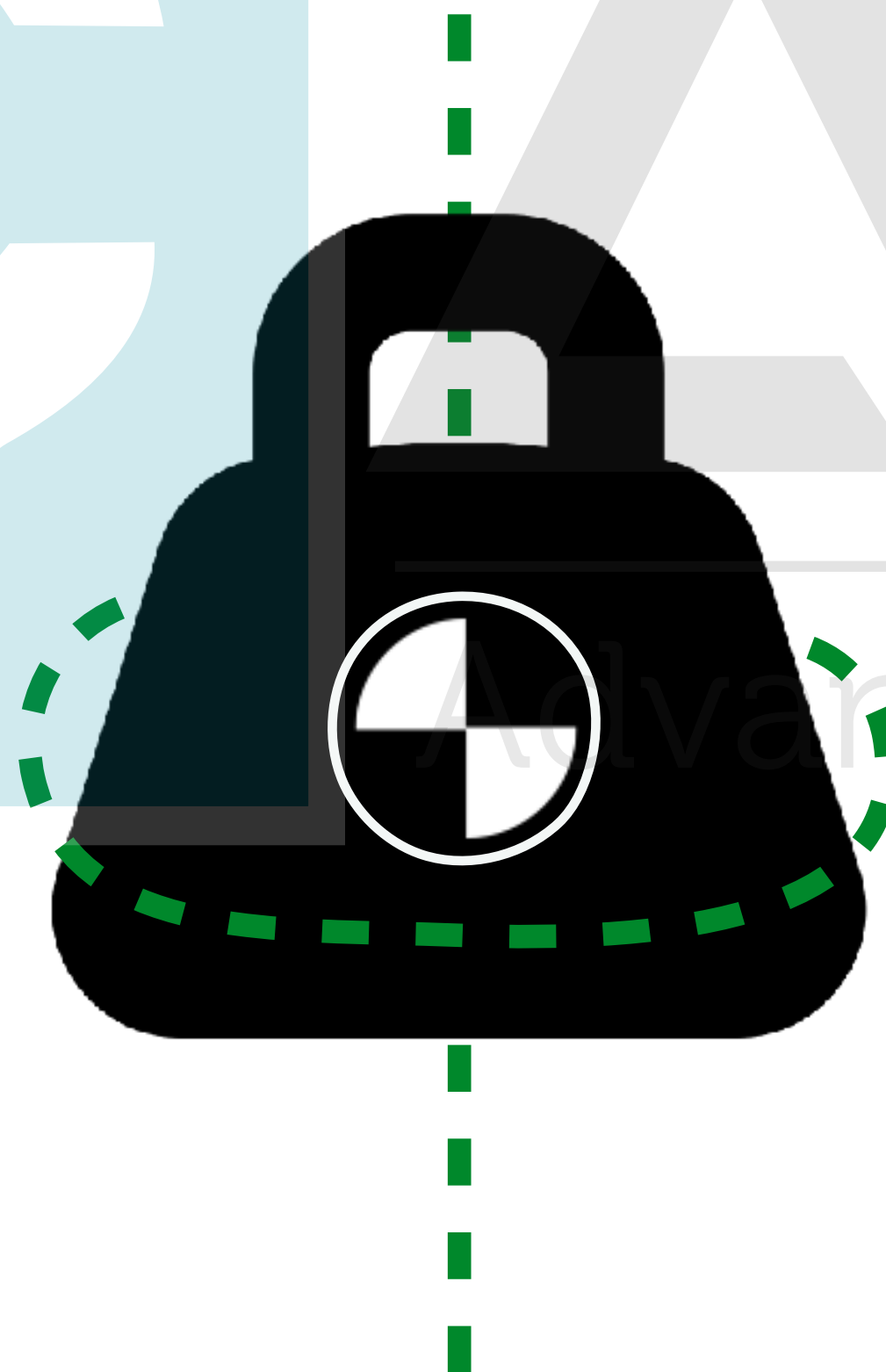
Equações de movimento

Conclusão

Cinética do movimento plano

Rotação

(em torno de um eixo fixo)



Momento angular:

$$\mathbf{H} = I\omega$$

$$\sum \mathbf{M} = \frac{d(\mathbf{H})}{dt} = \frac{d(I\omega)}{dt}$$

$$\sum \mathbf{M}_G = I_G \alpha$$

Equações de movimento

Conclusão

Cinética do movimento plano

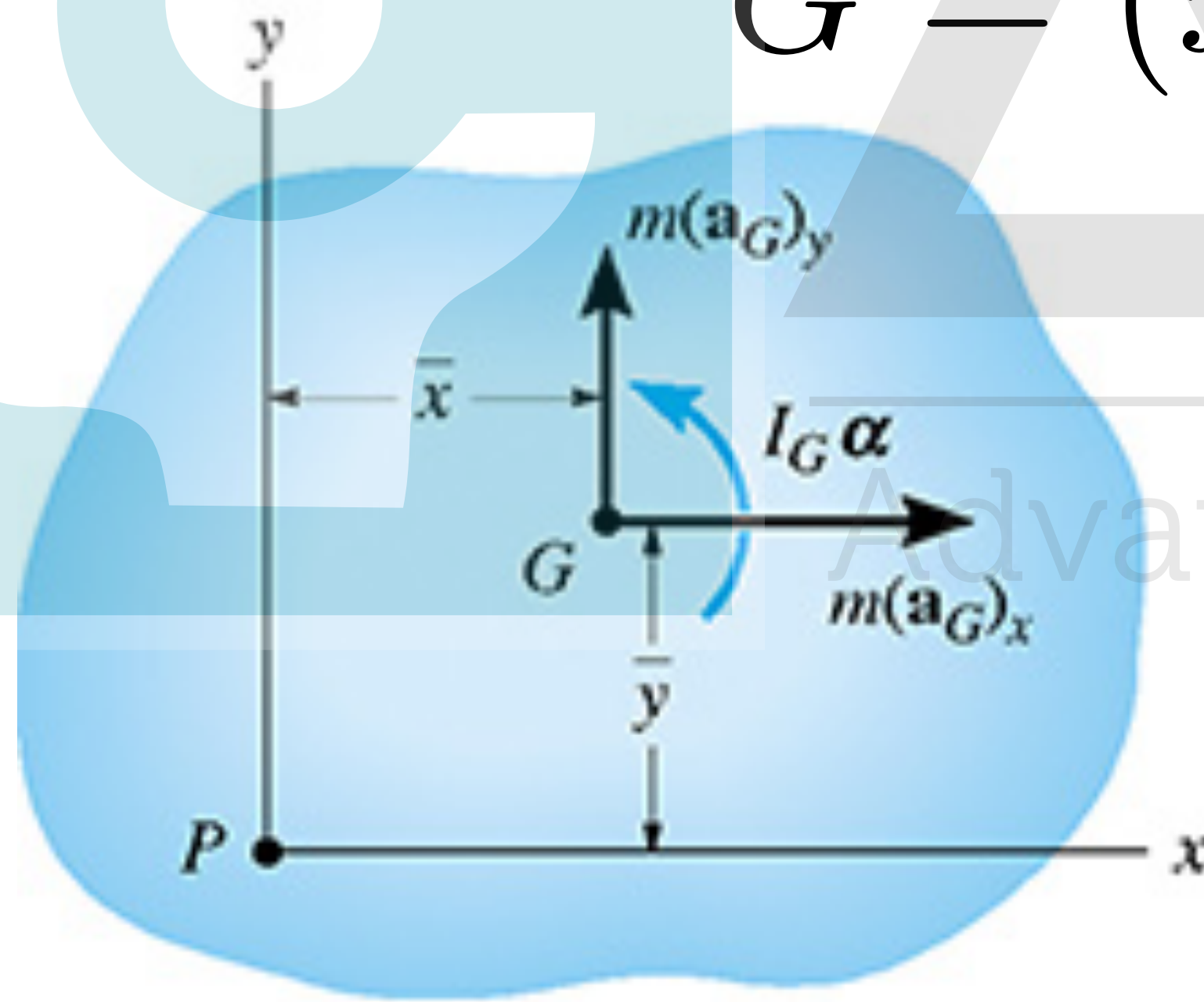
Rotação

(em torno de um eixo fixo P)

$$\sum \mathbf{M}_G = I_G \alpha$$

$$G = (\bar{x}, \bar{y})$$

$$I = \sum (I_G + m d^2)$$



$$\sum \mathbf{M}_P = -\bar{y} m a_{Gx} + \bar{x} m a_{Gy} + I_G \alpha$$

$$\sum \mathbf{M}_P = \sum (\mathcal{M}_K)_P$$

Equações de movimento

Conclusão

Movimento plano geral

Equações de movimento

Conclusão



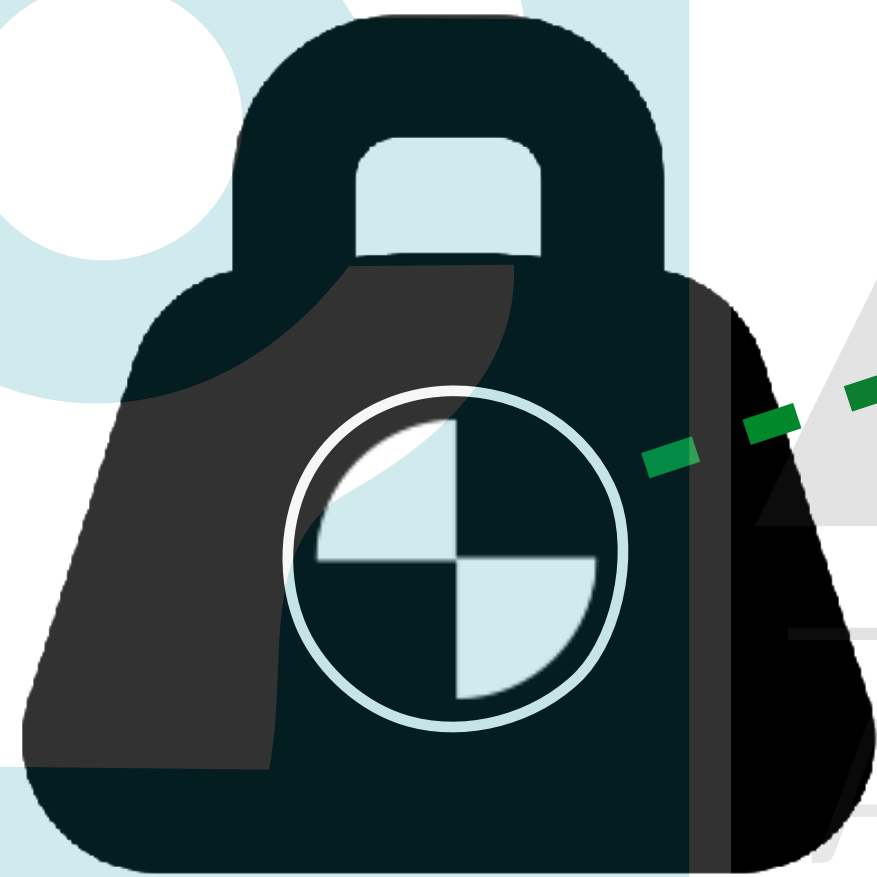
$$\mathbf{F}_{\mathbf{r}_x} = m \mathbf{a}_{G_x}$$

$$\mathbf{F}_{\mathbf{r}_y} = m \mathbf{a}_{G_y}$$

$$\sum \mathbf{M}_G = I_G \alpha$$

Equações de movimento - translação retilínea

Equações de movimento



$$\mathbf{F}_{rx} = m \mathbf{a}_{Gx}$$

$$\mathbf{F}_{ry} = m \mathbf{a}_{Gy}$$

Conclusão

$$\sum \mathbf{M}_G = 0$$

Equações de movimento - translação curvilínea

Equações de movimento



Conclusão

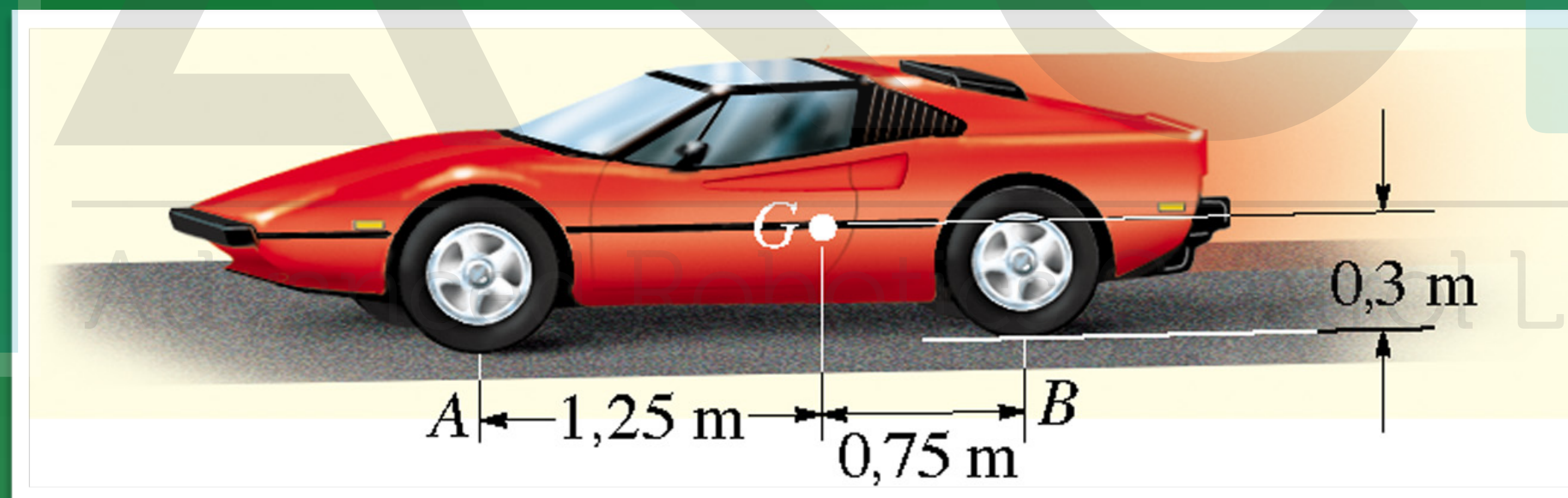
$$\sum \mathbf{F}_n = m \mathbf{a}_{G_n}$$

$$\sum \mathbf{F}_t = m \mathbf{a}_{G_t}$$

$$\sum \mathbf{M}_G = 0$$

Exemplo 17.5

O carro mostrado na Figura 17.10a tem uma massa de 2 Mg e um centro de massa em G . Determine a aceleração se as rodas ‘motrizes’ traseiras estão sempre deslizando, enquanto as rodas dianteiras estão livres para rodar. Despreze a massa das rodas. O coeficiente de atrito cinético entre as rodas e a estrada é $\mu_k = 0,25$.

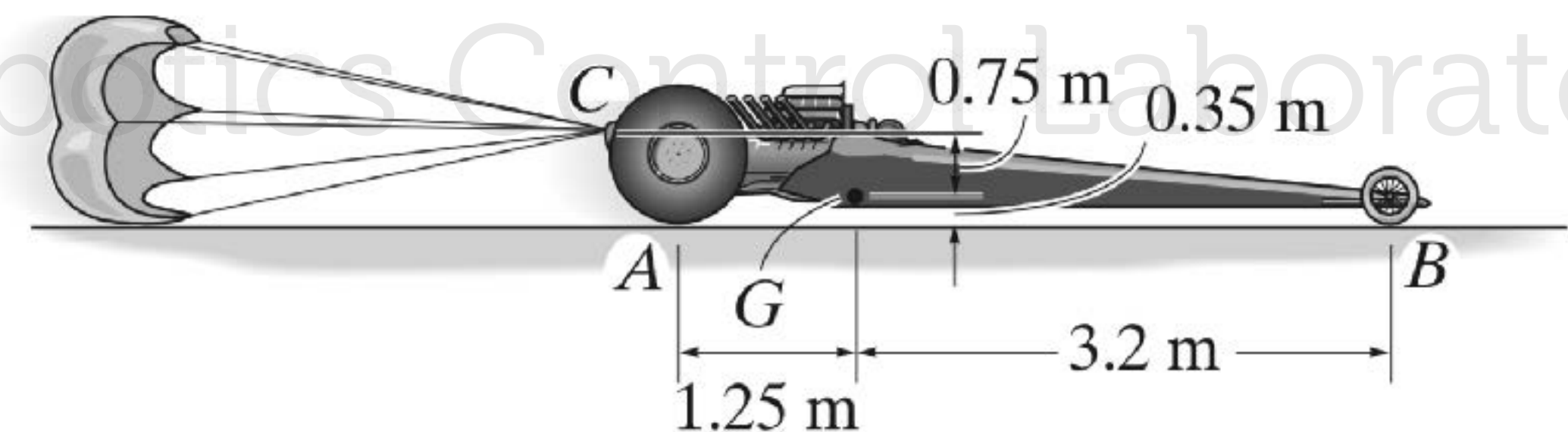


Problema 17.26

Equações de movimento

17–26. The dragster has a mass of 1200 kg and a center of mass at G . If a braking parachute is attached at C and provides a horizontal braking force of $F = (1.6v^2)$ N, where v is in meters per second, determine the critical speed the dragster can have upon releasing the parachute, such that the wheels at B are on the verge of leaving the ground; i.e., the normal reaction at B is zero. If such a condition occurs, determine the dragster's initial deceleration. Neglect the mass of the wheels and assume the engine is disengaged so that the wheels are free to roll.

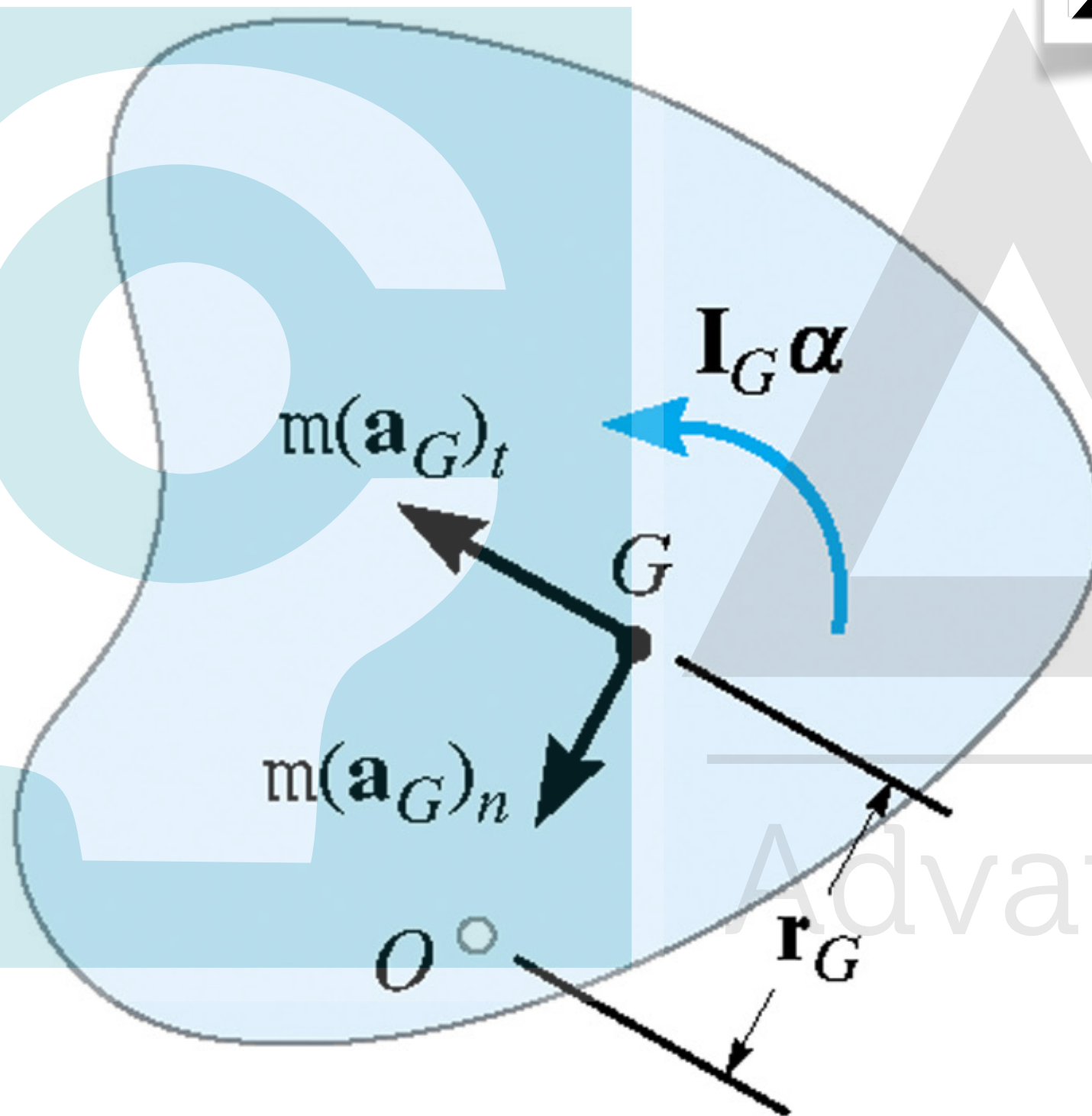
Conclusão



Equações de movimento - rotação

Equações de movimento

Conclusão



$$\sum \mathbf{M}_G = I_G \alpha$$

$$\sum \mathbf{M}_O = I_O \alpha$$

$$\sum \mathbf{F}_n = m \mathbf{a}_{Gn} = m \omega^2 r_G$$

$$\sum \mathbf{F}_t = m \mathbf{a}_{Gt} = m \alpha r_G$$

Raio de giração k

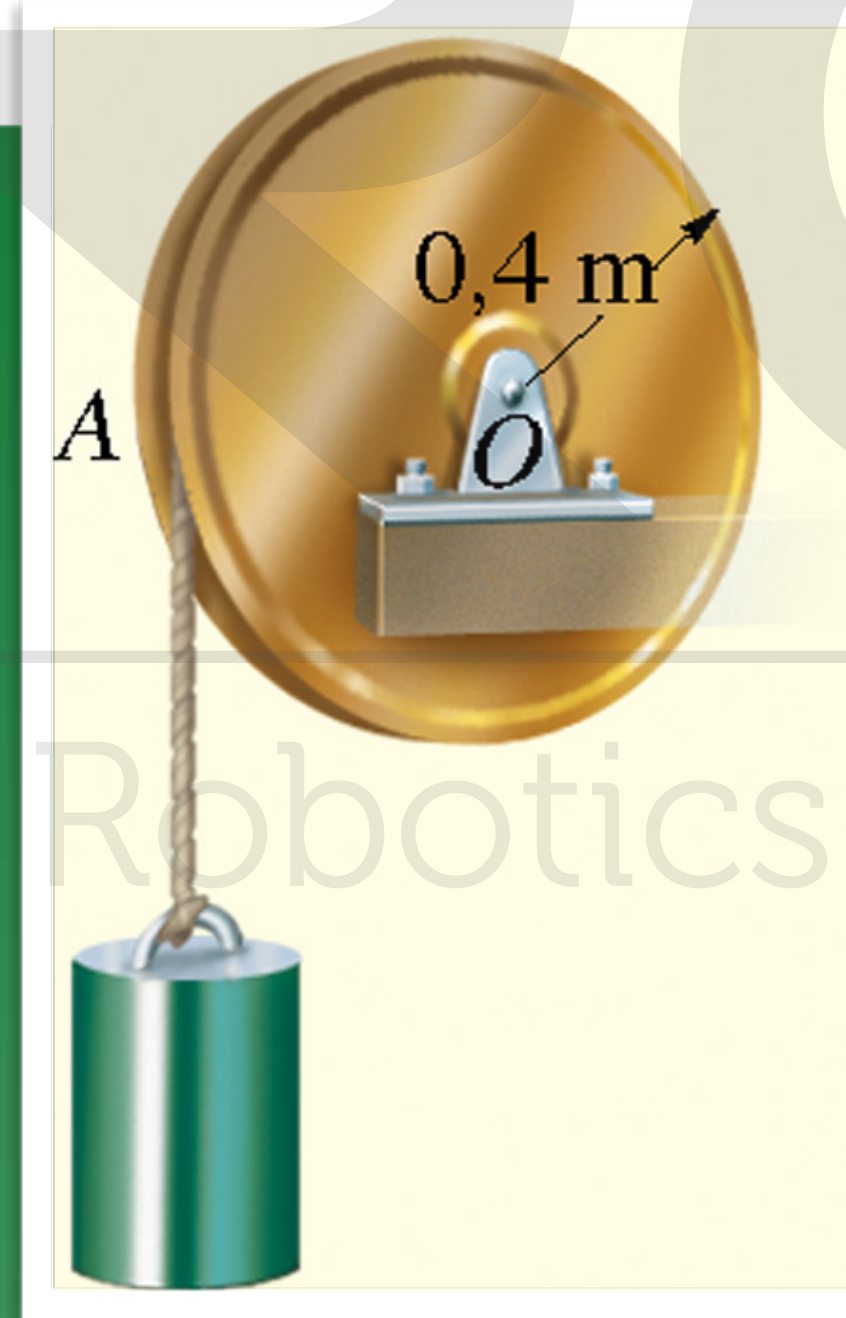
$$I = \int_m r^2 dm$$

$$I = mk^2$$

$$k = \sqrt{\frac{I}{m}}$$

Exemplo 17.11

O tambor mostrado na Figura 17.17a tem uma massa de 60 kg e um raio de giração $k_O = 0,25$ m. Uma corda de massa desprezível está enrolada em torno da periferia do tambor e fixada a um bloco tendo uma massa de 20 kg. Se o bloco é solto, determine a aceleração angular do tambor.



Conteúdo

Equações de
movimento



- “Take-home messages”
- Próxima aula

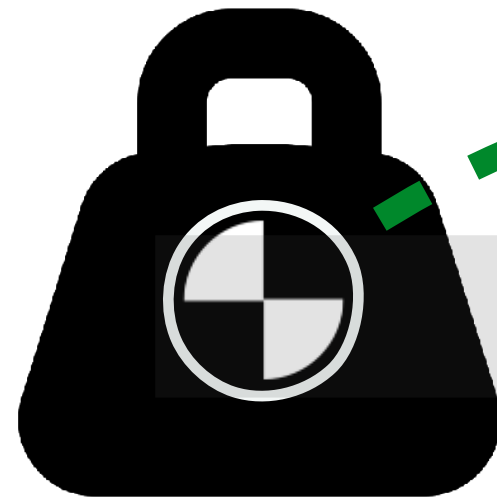
Conclusão

“Take-home messages”

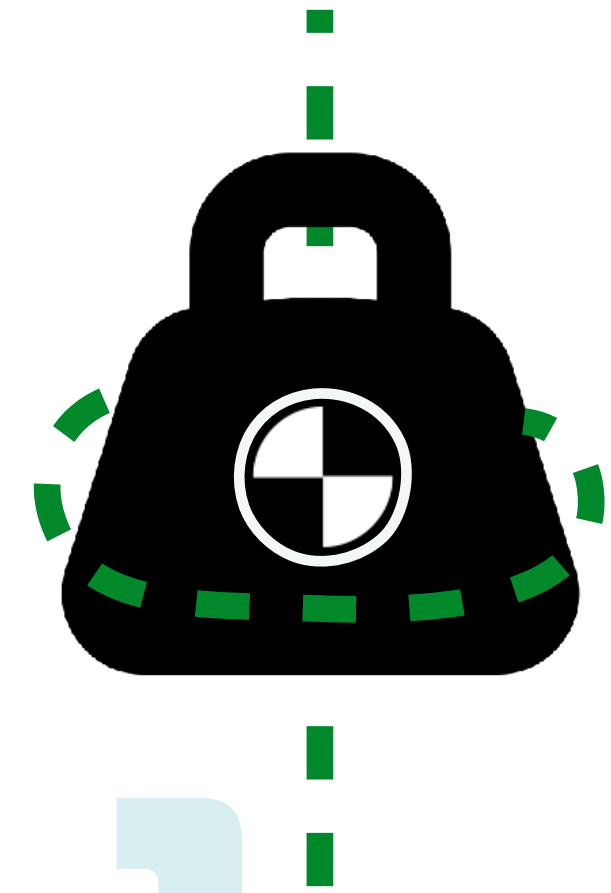
Equações de movimento



$$\mathbf{F}_{rx} = m \mathbf{a}_{Gx}$$



$$\sum \mathbf{F}_n = m \mathbf{a}_{Gn}$$



$$\sum M_G = I_G \alpha$$

Conclusão

$$\mathbf{F}_{ry} = m \mathbf{a}_{Gy}$$

$$\sum \mathbf{F}_t = m \mathbf{a}_{Gt}$$

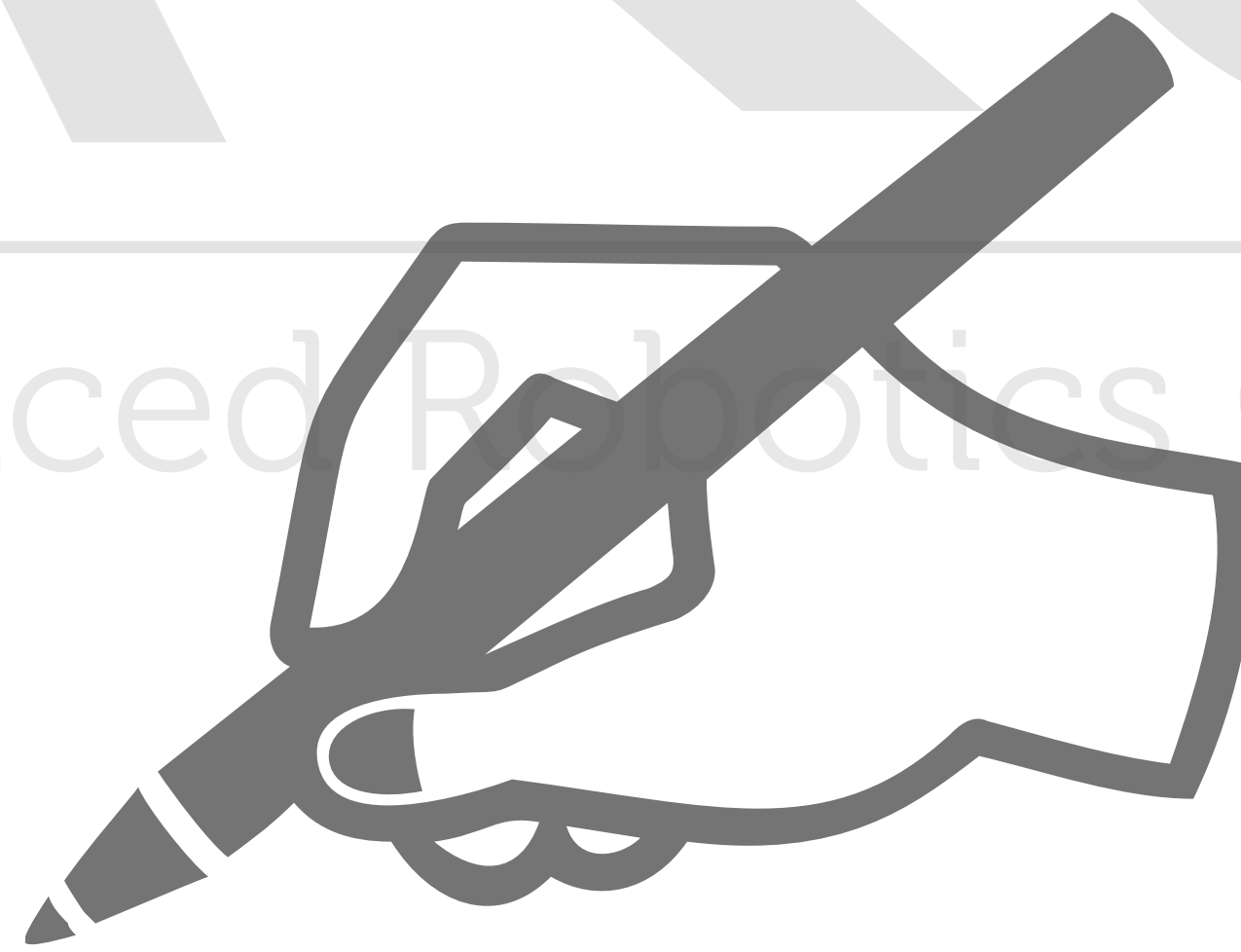
$$\begin{aligned} \hookleftarrow \sum M_P = \\ -\bar{y} m a_{Gx} + \bar{x} m a_{Gy} \\ + I_G \alpha \end{aligned}$$

Próxima aula...

Exercícios

Equações de movimento de corpos rígidos

Advanced Robotics Control Laboratory



Equações de
movimento

Conclusão



That's all Folks!

Advanced Robotics Control Laboratory