

Escola Politécnica da  
Universidade de São Paulo



# PME 3344

# Termodinâmica Aplicada

## 8) Entropia



Falamos nas aulas anteriores sobre a **2ª Lei da Termodinâmica**.

Vimos dois enunciados da 2ª Lei, o de **Kelvin-Planck** e o de **Clausius**.

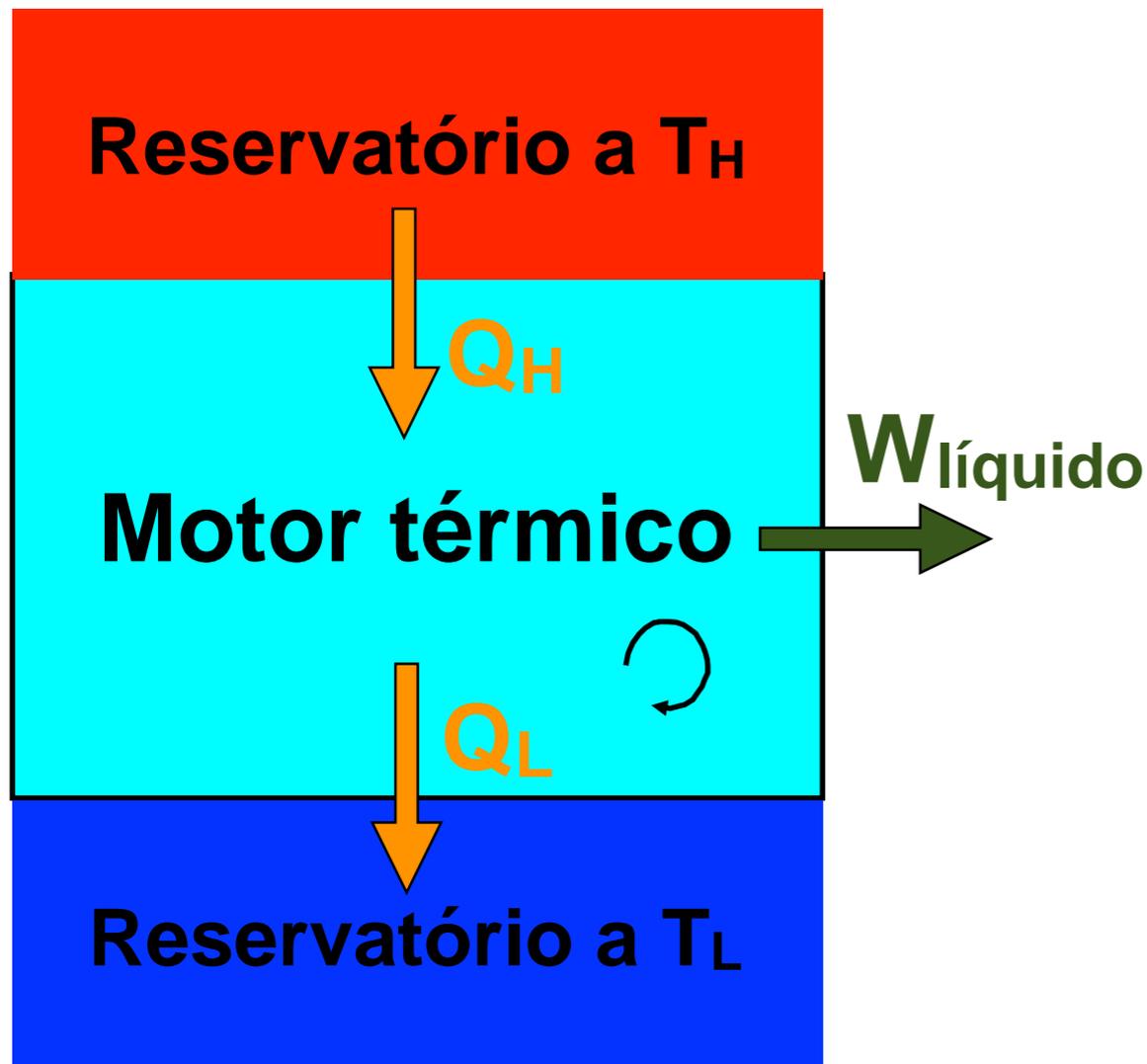
Falamos sobre sentido natural dos processos, oportunidade de realizar trabalho ou perda da, fatores que impedem a realização do máximo trabalho (irreversibilidades), reversibilidade, ciclo de Carnot e escala termodinâmica de temperatura.

O que não fizemos foi desenvolver uma expressão matemática para a 2ª Lei, é o que faremos na sequência.



# Desigualdade de Clausius

Para escrever uma equação matemática para representar a 2ª Lei da Termodinâmica, considere um ciclo motor, reversível ou irreversível.



Para esse ciclo, a eficiência térmica é dada por:

$$\eta_{\text{motor}} = 1 - \frac{Q_L}{Q_H}$$

Para um ciclo reversível vimos que o rendimento pode ser calculado por:

$$\eta_{\text{rev}} = 1 - \frac{T_L}{T_H}$$



# Desigualdade de Clausius

No caso do motor reversível podemos escrever:

$$1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{Q_L}{Q_H} \longrightarrow \frac{T_L}{T_H} = \frac{Q_L}{Q_H} \longrightarrow \frac{Q_H}{T_H} - \frac{Q_L}{T_L} = 0$$

Comparemos o rendimento de um ciclo irreversível com aquele de um reversível operando entre os mesmos reservatórios térmicos:

$$\eta_{\text{rev}} > \eta_{\text{irrev}} \longrightarrow 1 - \frac{T_L}{T_H} > 1 - \frac{Q_L}{Q_H} \longrightarrow \frac{Q_H}{T_H} - \frac{Q_L}{T_L} < 0$$

Generalizando para qualquer motor operando ciclicamente:

$$\frac{Q_H}{T_H} - \frac{Q_L}{T_L} \leq 0$$



# Desigualdade de Clausius

Podíamos ter feito análise similar, comparando os coeficientes de desempenho de refrigeradores e bombas de calor reversíveis e irreversíveis, teríamos chegado à mesma conclusão:

$$\frac{Q_H}{T_H} - \frac{Q_L}{T_L} \leq 0$$

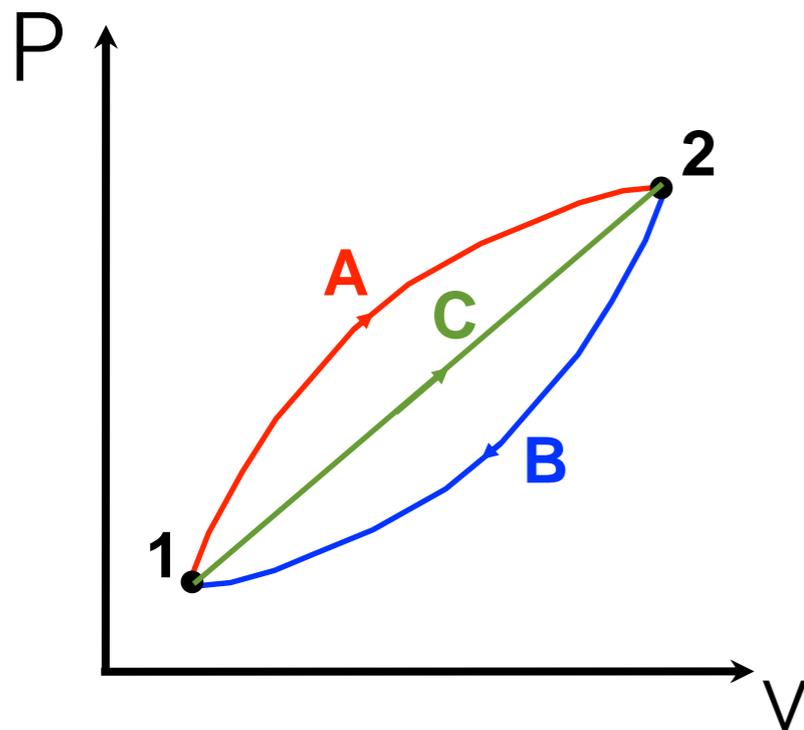
Demonstramos, assim, a desigualdade de Clausius:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$



# A propriedade entropia

Considere um sistema que percorre dois ciclos reversíveis. Ambos os ciclos começam no estado 1 e vão até o estado 2, sendo compostos por dois processos. O primeiro ciclo é formado por dois processos, **A** e **B**. O segundo pelos processos **B** e **C**.



Como os ciclos são compostos por processos reversíveis podemos escrever:

$$\int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_A + \int_2^1 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_B = 0$$

$$\int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_C + \int_2^1 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_B = 0$$



# A propriedade entropia

Combinando as equações anteriores:

$$\int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_A + \int_2^1 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_B = 0$$
$$\int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_C + \int_2^1 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_B = 0$$

---

$$\int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_A = \int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_C$$

Observe que como a integral não depende do caminho para qualquer processo reversível, ela só depende dos estados inicial e final!



# A propriedade entropia

Assim sendo, quando resolvemos a integral de linha ao longo de um processo reversível estamos calculando a variação de uma propriedade termodinâmica!

$$\Delta \text{Propriedade} = \Delta S = \int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{rev}}$$

A essa propriedade dá-se o nome de *entropia* ( $S$ ), que, como pode ser observado na expressão, é dada em  $\text{kJ} / \text{K}$  no S.I.

Na forma diferencial:  $dS = \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{rev}}$



# Ciclo de Carnot

O ciclo de Carnot é composto apenas por processos reversíveis. Podemos, então, calcular variações de entropia usando a integral anterior.

◆ **Processo 1-2**: Isotérmico / interação de calor com o reservatório H.

$$\Delta S = \int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{rev}} \longrightarrow S_2 - S_1 = \frac{Q_H}{T_H}$$

◆ **Processo 2-3**: Adiabático / expansão.  $S_3 = S_2$

◆ **Processo 3-4**: Isotérmico / interação de calor com o reservatório L.

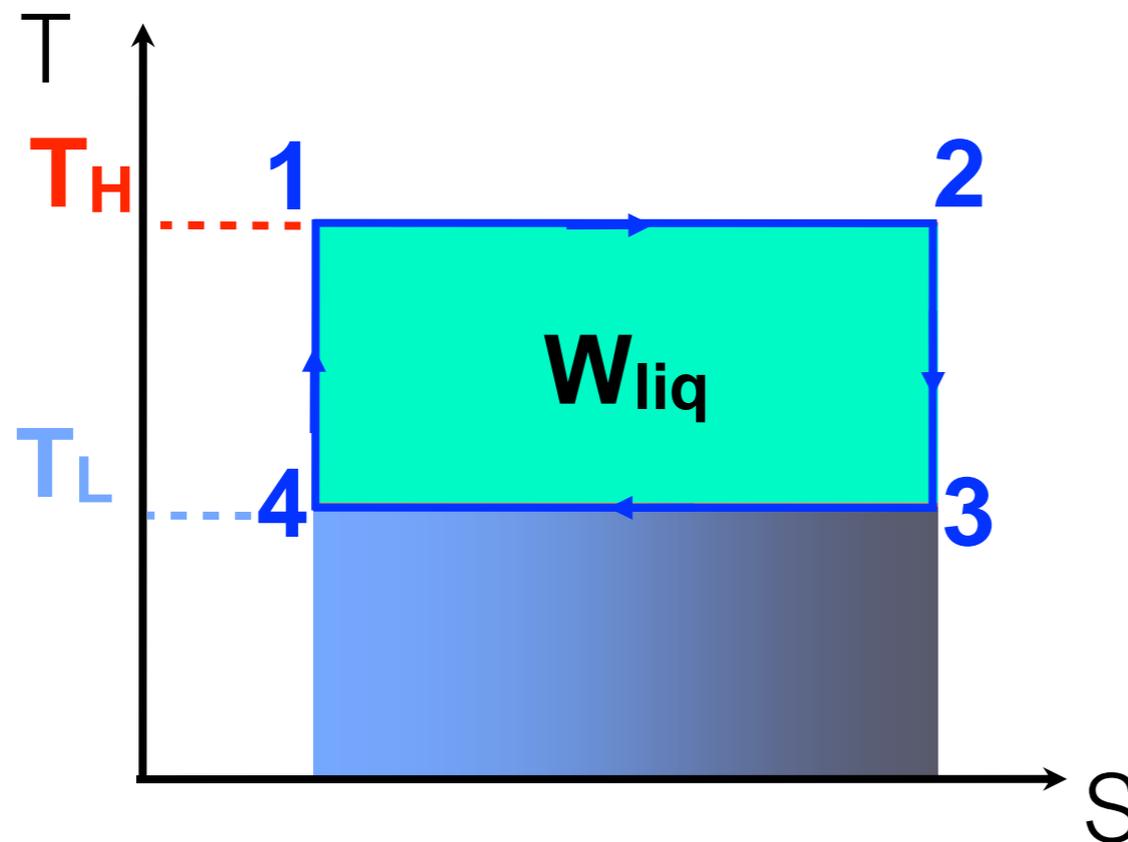
$$\longrightarrow S_4 - S_3 = -\frac{Q_L}{T_L}$$

◆ **Processo 4-1**: Adiabático / compressão.  $S_4 = S_1$



# Ciclo de Carnot

As características do Ciclo de Carnot sugerem a utilização de um diagrama T-s para visualização dos processos, observe:



**Área** =  $Q_H$

**Área** =  $Q_L$

Como aumentar o trabalho realizado e o rendimento do ciclo?

Importante: essa relação com as áreas só é válida quando todos os processos que compõem o ciclo forem reversíveis.



Agora precisamos aprender a calcular variações de entropia a partir de outras propriedades não mensuráveis, energia e entalpia, e de propriedades mensuráveis como pressão e temperatura...

Considere a 1ª Lei para um sistema na forma diferencial:  $dU = \delta Q - \delta W$

Para uma substância compressível simples que passa por um processo reversível:  $\delta W_{\text{rev}} = pdV$

Para um processo reversível:  $dS = \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{rev}}$

Combinando as expressões anteriores:  $dU = TdS - pdV$

A primeira relação procurada é:  $TdS = dU + pdV$



A segunda relação pode ser obtida usando a definição de entalpia.

Definição de entalpia:  $H = U + PV$

Derivando:  $dH = dU + d(PV)$

Pela regra do produto:  $dH = dU + VdP + PdV$

Substituindo a expressão anterior na relação:  $TdS = dU + PdV$

obtemos a segunda relação:  $TdS = dH - VdP$



As duas relações obtidas foram:

$$\mathbf{TdS = dU + PdV}$$

$$\mathbf{TdS = dH - VdP}$$

Podemos escrevê-las em termos de propriedades intensivas:

$$\mathbf{Tds = du + Pdv}$$

$$\mathbf{Tds = dh - vdP}$$



# Variações de entropia

As variações de entropia de substâncias puras compressíveis simples podem ser obtidas a partir da integração das relações anteriores:

$$Tds = du + Pdv \quad \longrightarrow \quad s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{du}{T} + \int_1^2 \frac{P}{T} dv$$

$$Tds = dh - vdP \quad \longrightarrow \quad s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{dh}{T} - \int_1^2 \frac{v}{T} dP$$



# Variações de entropia

- líquido saturado para vapor saturado:

$$s_v - s_l = \int_l^v \frac{dh}{T} - \int_l^v \frac{v}{T} dP \quad \longrightarrow \quad s_v - s_l = \frac{h_v - h_l}{T_{\text{sat}}}$$

processo isobárico

- entropia de uma mistura saturada:

$$s = (1 - x)s_l + xs_v$$

- entropia do líquido comprimido (aproximação):

$$s_{\text{liq. comp.}}(T, P) \cong s_l(T)$$



# Variações de entropia

- líquido ou sólido (modelo incompressível):

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{du}{T} + \int_1^2 \frac{P}{T} dv \rightarrow \Delta s = \int_1^2 \frac{du}{T} \rightarrow s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{cdT}{T}$$

incompressível

Considerando calor específico independente da temperatura:

$$s_2 - s_1 = c \ln \frac{T_2}{T_1}$$



# Variações de entropia

- gás perfeito:

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{du}{T} + \int_1^2 \frac{P}{T} dv \quad \rightarrow \quad s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{c_v dT}{T} + \int_1^2 \frac{R}{v} dv$$

integrando  $s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{c_v dT}{T} + R \ln \frac{v_2}{v_1}$

Considerando calor específico independente da temperatura:

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1}$$



# Variações de entropia

- gás perfeito:

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{dh}{T} - \int_1^2 \frac{v}{T} dp \quad \longrightarrow \quad s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{c_p dT}{T} - \int_1^2 \frac{R}{P} dP$$

integrando  $s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{c_p dT}{T} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$

Considerando calor específico independente da temperatura:

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$



# Processo politrópico reversível

As equações desenvolvidas para a variação de entropia de um gás ideal com  $c_p$  e  $c_v$  constantes podem ser usadas para obter expressões que relacionam em pares  $P$ ,  $T$  e  $v$  em um processo isentrópico ( $\Delta s = 0$ ):

$$0 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1} \quad \longrightarrow \quad \frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1}$$

$$0 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} \quad \longrightarrow \quad \frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}$$

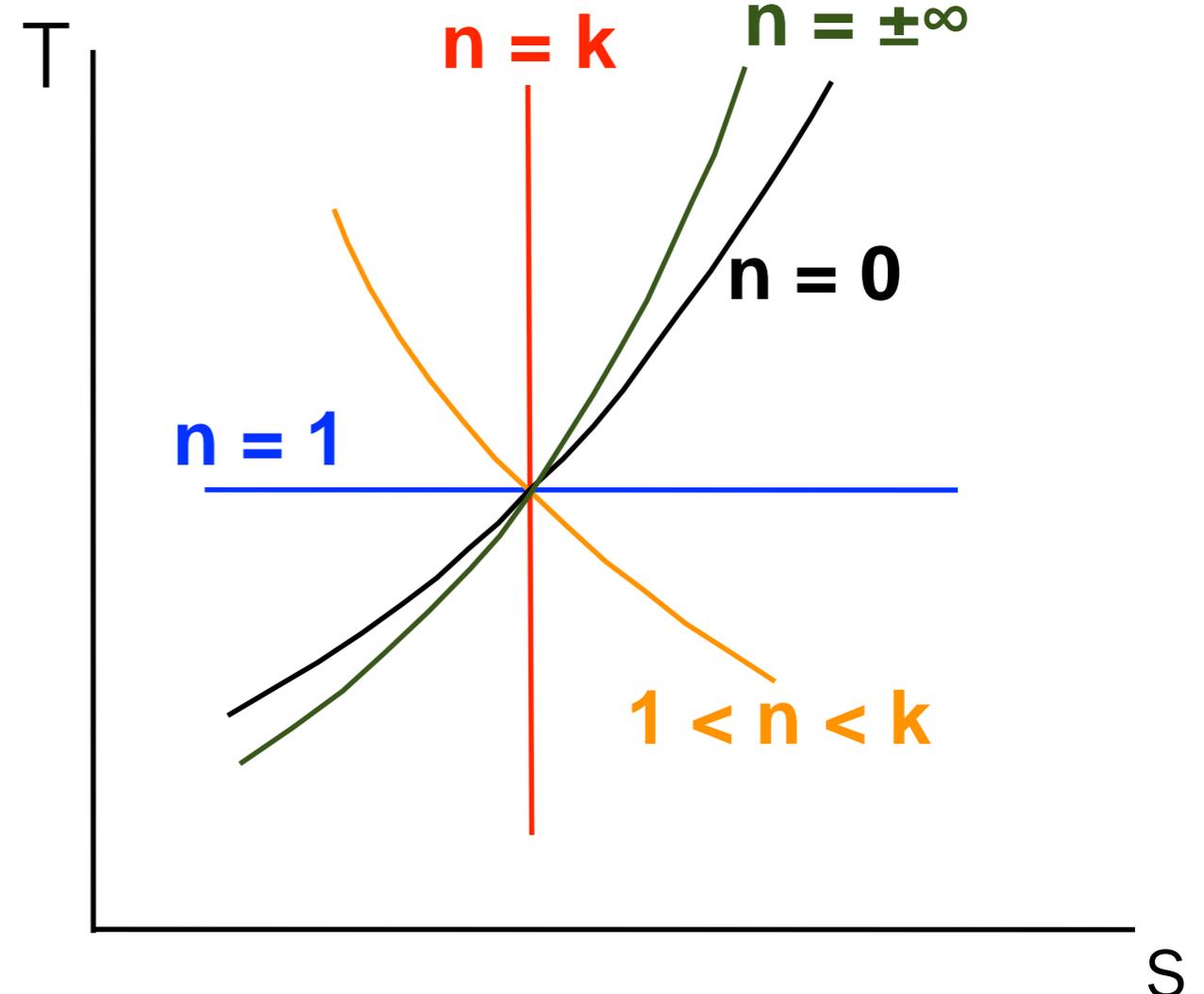
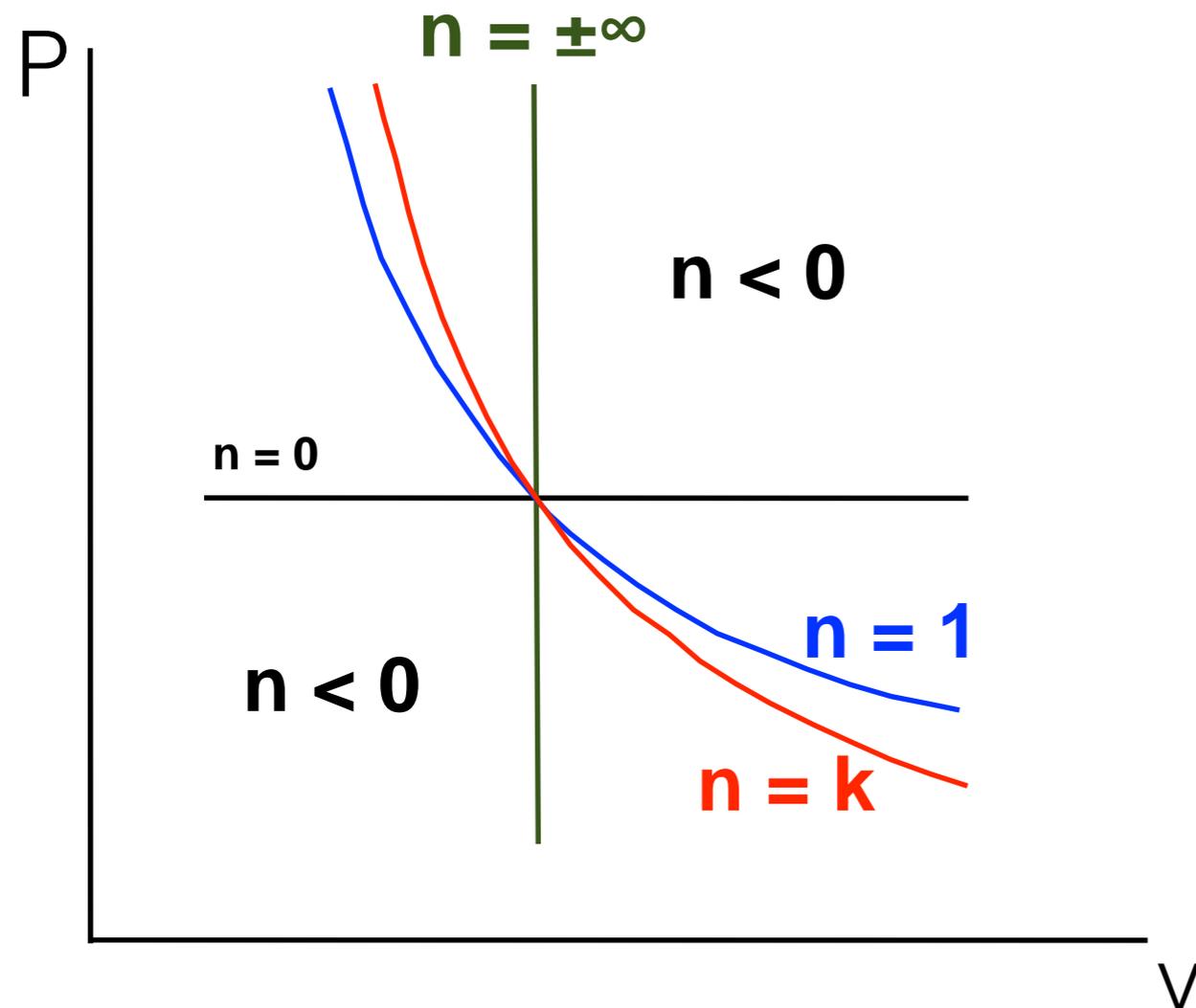
Combinando as equações anteriores:

$$\frac{P_2}{P_1} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^k$$

Trata-se de um processo politrópico ( $PV^n = \text{cte}$ ) com  $n = k$ !



# Processo politrópico gás perfeito



processo isobárico ( $n = 0$ )

processo isocórico ( $n = \pm\infty$ )

processo isotérmico ( $n = 1$ )

processo isentrópico ( $n = k$ )



Considere a desigualdade de Clausius:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

Para um ciclo reversível composto por dois processos:

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)$$

Para um ciclo irreversível composto por dois processos:

$$S_2 - S_1 > \int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)$$



# 2ª Lei para um Sistema

Chegamos em:

$$S_2 - S_1 > \int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)$$

Podemos eliminar a desigualdade introduzindo a entropia gerada ( $S_{ger}$ ):

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T} \right) + S_{ger}$$

Finalmente chegamos em uma expressão da 2ª Lei para um sistema!



# Entropia gerada

Introduzimos o conceito de entropia gerada sem, no entanto, dar qualquer explicação...

## Notas:

- ❖  $S_{ger}$  não é uma propriedade termodinâmica;
- ❖  $S_{ger} = 0$  para um processo reversível;
- ❖  $S_{ger} > 0$  para um processo irreversível;
- ❖  $S_{ger}$  não pode ser menor que 0;
- ❖  $S_{ger}$  tem unidade de entropia.



Resumo das equações para sistema:

$$\mathbf{S}_2 - \mathbf{S}_1 = \int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T} \right) + \mathbf{S}_{ger}$$

Na forma de taxas:

$$\frac{d\mathbf{S}}{dt} = \int_1^2 \left( \frac{\delta \dot{Q}}{T} \right) + \dot{\mathbf{S}}_{ger}$$



Processo reversível:  $\Delta S = \int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T} \right) + \cancel{S_{ger}} \rightarrow \Delta S = \int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)$

Processo adiabático reversível:  $\Delta s = 0$

Perguntas:

1<sup>a</sup>)  $\Delta s$  pode ser menor que zero?

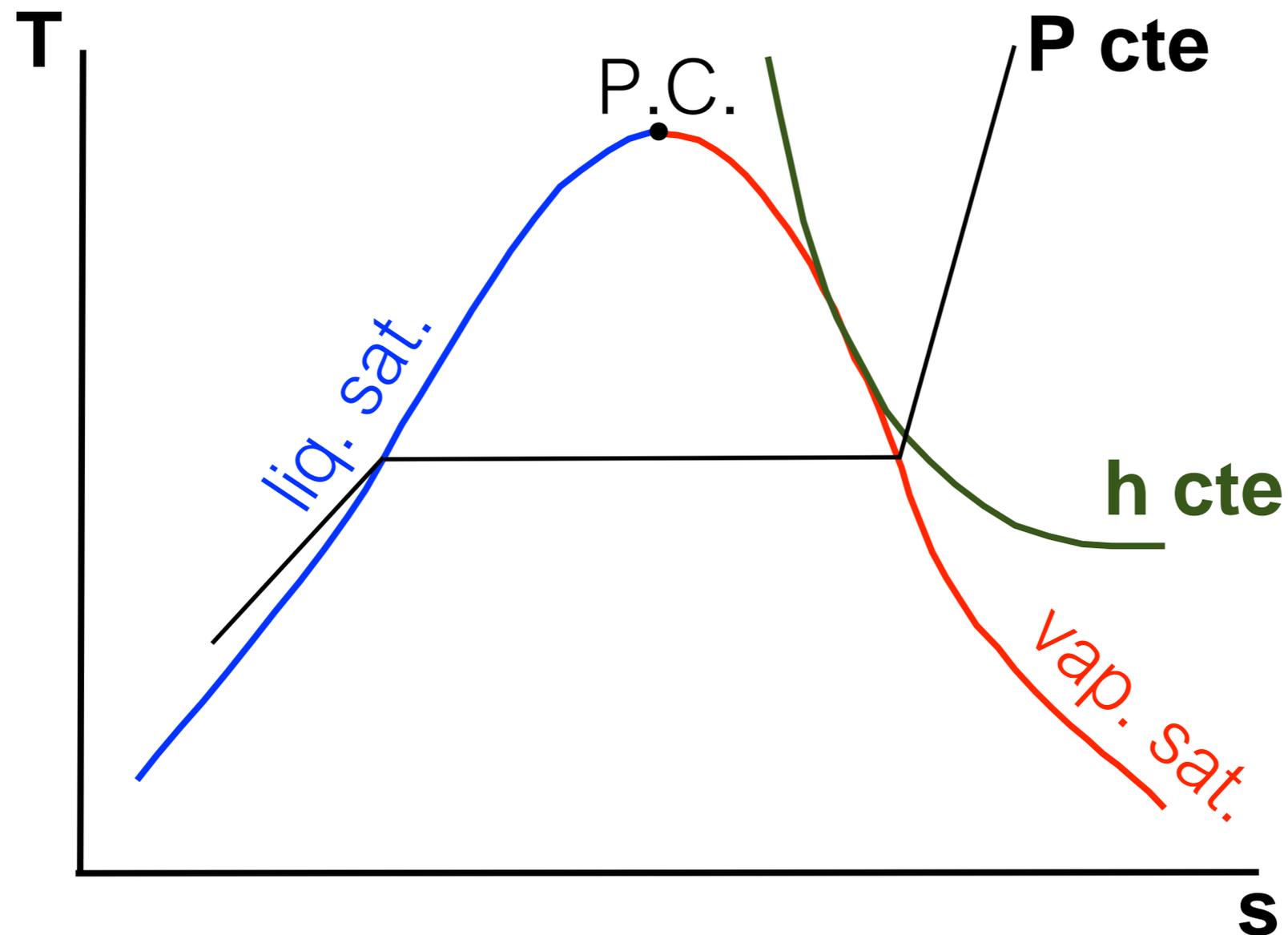
2<sup>a</sup>) Quando  $\Delta s = 0$  o processo é necessariamente adiabático reversível ?

Regime permanente:  $\cancel{\frac{dS_{vc}}{dt}} = \int_1^2 \left( \frac{\delta \dot{Q}}{T} \right) + \dot{S}_{ger}$

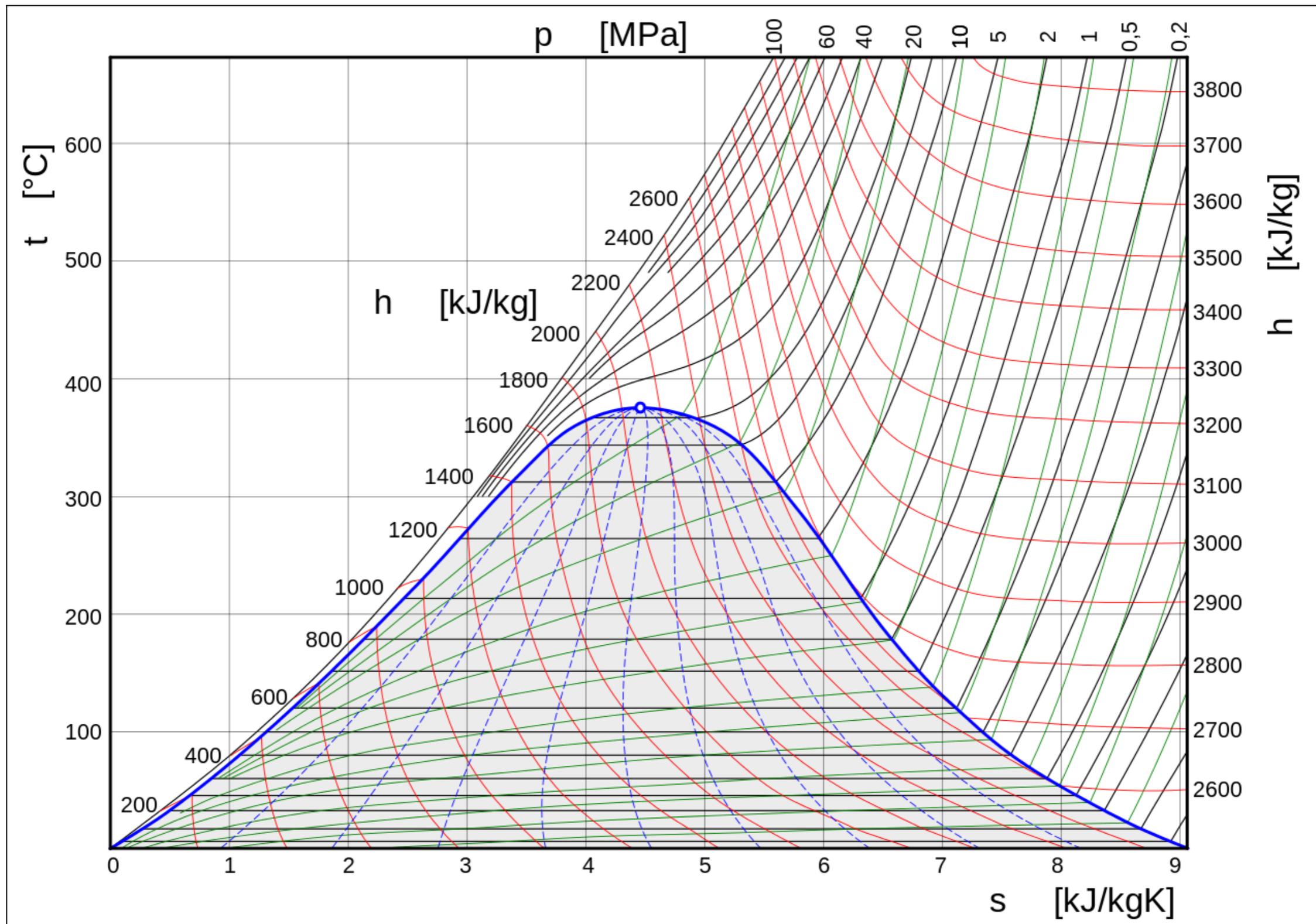


# Representação em diagramas

A partir de agora utilizaremos o diagrama T-s na representação de processos, veja suas características:



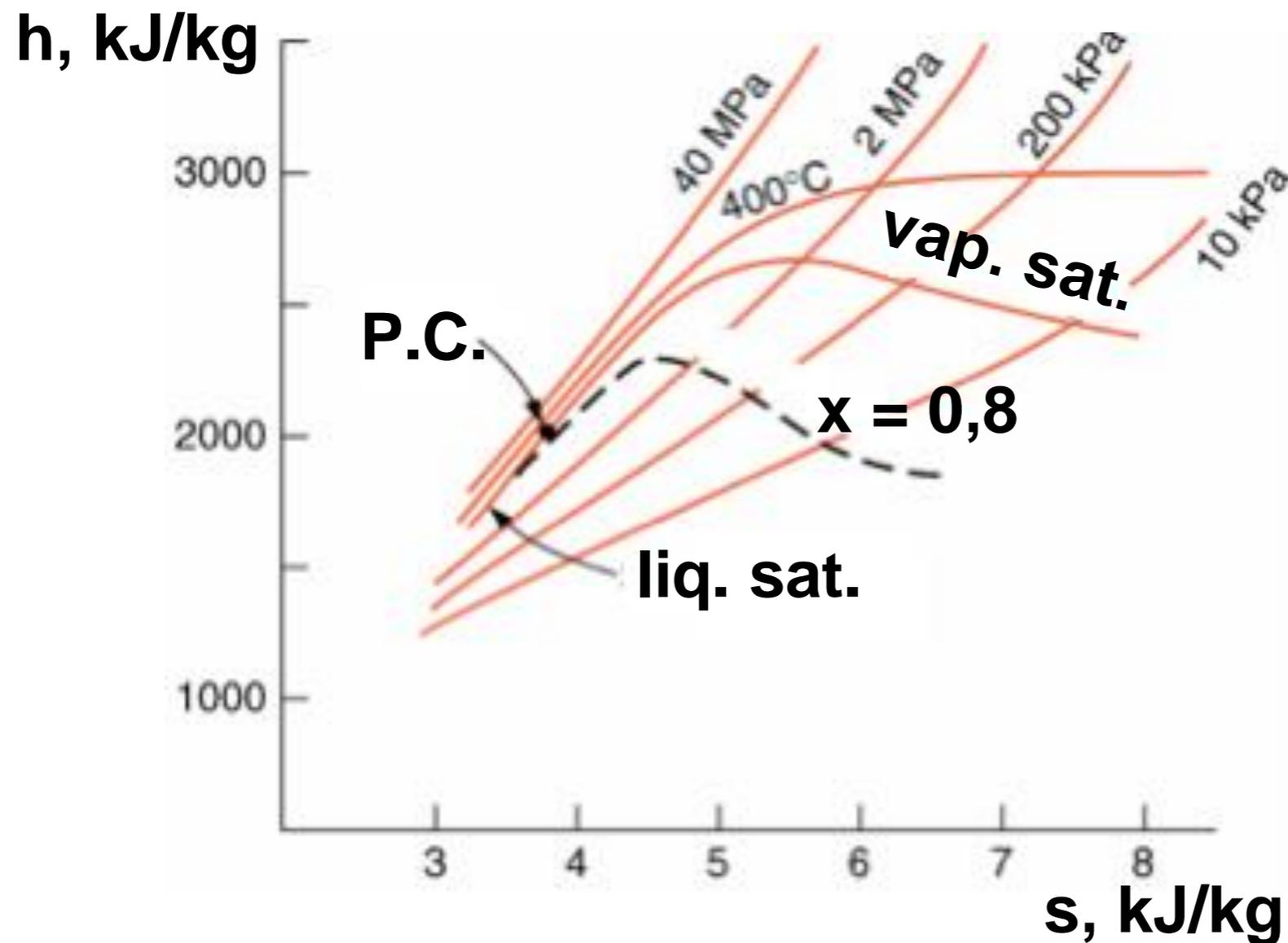
# Diagrama T-s: isentálpicas (H<sub>2</sub>O)



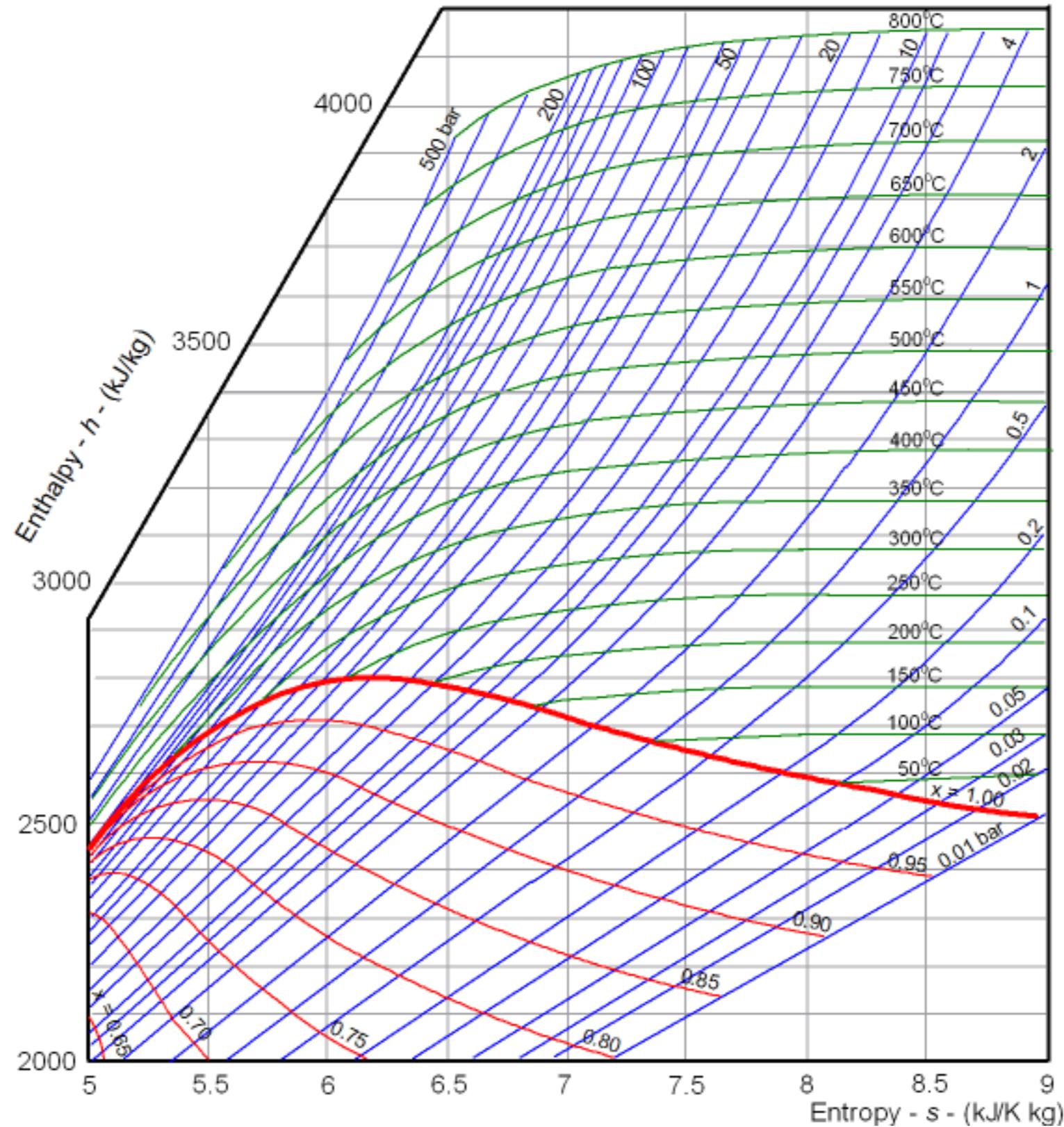


# Representação em diagramas

Em algumas situações o diagrama h-s também pode ser útil.  
Em particular, é mostrado o da água:



# Diagrama h-s: Mollier (H<sub>2</sub>O)





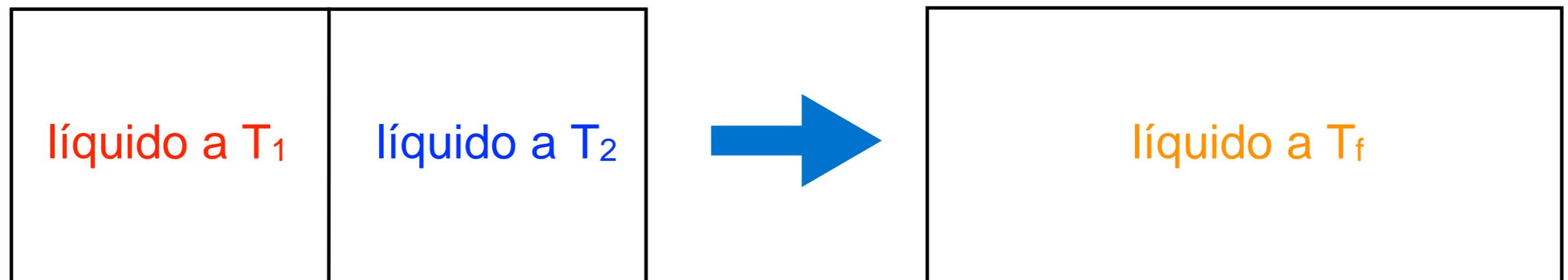
# Exercícios

1) Um sistema isolado de massa total  $m$  é formado pela mistura de duas quantidades de massa iguais do mesmo líquido inicialmente a temperaturas  $T_1$  e  $T_2$ . Eventualmente, o sistema atinge um estado de equilíbrio. Cada quantidade de massa é considerada incompressível com calor específico  $c$  constante.

a) determine a entropia gerada;

b) demonstre que ela é positiva.

(Ex. 6.14 – Moran & Shapiro, 4<sup>a</sup> ed)





# Exercícios

## Hipóteses:

- 1) O sistema é todo o líquido contido no tanque;
- 2) O modelo de substância incompressível é válido;
- 3) O processo de mistura é adiabático;
- 4) O calor específico é constante;
- 5) Os estados inicial e final são estados de equilíbrio.

## Solução (a):

2ª lei para o sistema  $S_f - S_i = \int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T} \right) + S_{ger} \rightarrow S_{ger} = S_f - S_i$

$$S_f - S_i = (m/2) \cdot (s_f - s_1) + (m/2) \cdot (s_f - s_2)$$



# Exercícios

## Solução (a):

$$S_{ger} = (m/2) \cdot (s_f - s_1) + (m/2) \cdot (s_f - s_2)$$

Para uma substância incompressível

$$s_f - s_1 = c \cdot \ln \frac{T_f}{T_1}$$

$$s_f - s_2 = c \cdot \ln \frac{T_f}{T_2}$$

Combinando as expressões acima

$$S_{ger} = \frac{mc}{2} \left( \ln \frac{T_f}{T_1} + \ln \frac{T_f}{T_2} \right) \rightarrow S_{ger} = \frac{mc}{2} \left( \ln \frac{T_f^2}{T_1 T_2} \right)$$

$$S_{ger} = mc \left( \ln \frac{T_f}{\sqrt{T_1 T_2}} \right)$$

## Solução (a):

A temperatura final pode ser obtida pela aplicação da 1ª Lei ao sistema

$$T_f = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

Combinando com a expressão para a entropia gerada  $S_{ger} = mc \left( \ln \frac{T_f}{\sqrt{T_1 T_2}} \right)$

$$\rightarrow S_{ger} = mc \left( \ln \frac{T_1 + T_2}{2 \sqrt{T_1 T_2}} \right)$$



## Solução (b):

A entropia gerada é dada por  $S_{ger} = mc \left( \ln \frac{T_1 + T_2}{2 \sqrt{T_1 T_2}} \right)$

Para que ela seja positiva precisamos que  $T_1 + T_2 > 2 \sqrt{T_1 T_2}$

$$T_1 + T_2 - 2 \sqrt{T_1 T_2} > 0$$

$$T_1 + T_2 - 2 \sqrt{T_1 T_2} = (T_1^{0,5} - T_2^{0,5})^2 > 0$$



2) Um sistema é submetido a um ciclo termodinâmico de potência enquanto recebe energia sobre a forma de calor de um corpo incompressível de massa total  $m$  e calor específico  $c$  inicialmente a  $T_H$ . O sistema submetido ao ciclo rejeita energia sob a forma de calor para outro corpo incompressível de massa total  $m$  e calor específico  $c$ , porém a  $T_L$ . Trabalho é realizado pelo ciclo até que a temperatura dos dois corpos seja a mesma,  $T_f$ .

a) desenvolva uma expressão para a temperatura mínima teórica final,  $T_f$ , em função dos dados do problema;

b) desenvolva uma expressão para a quantidade máxima teórica de trabalho que pode ser produzida,  $W_{max}$ , em função dos dados do problema;

c) qual é o trabalho mínimo teórico necessário para que um ciclo de refrigeração restabeleça as temperaturas dos dois corpos aos valores iniciais?

(Ex. 6.17 – Moran & Shapiro, 4<sup>a</sup> ed)

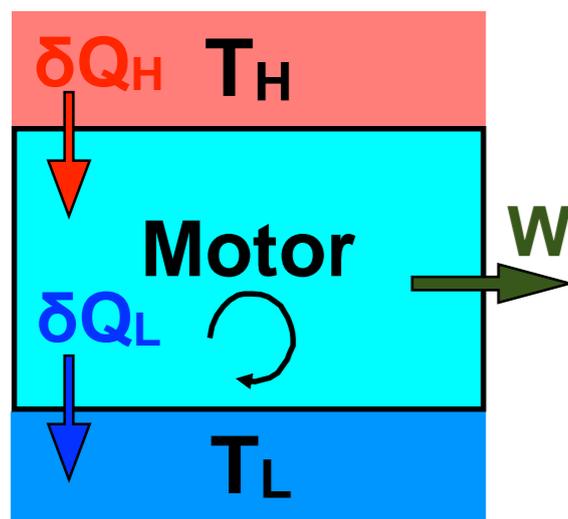


# Exercícios

## Hipóteses:

- 1) O modelo de substância incompressível é válido;
- 2) O calor específico das massas é constante e igual a  $c$ .

## Solução (a)



1ª lei para o sistema H, corpo inicialmente a  $T_H$ :  $dU_H = -\delta Q_H$

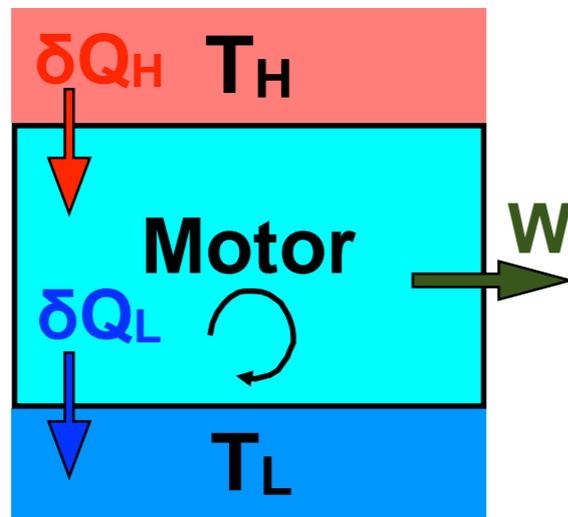
1ª lei para o sistema L, corpo inicialmente a  $T_L$ :  $dU_L = \delta Q_L$

$$mcdT_H = -\delta Q_H$$



$$mcdT_L = \delta Q_L$$

## Solução (a)



$$mcdT_H = -\delta Q_H$$

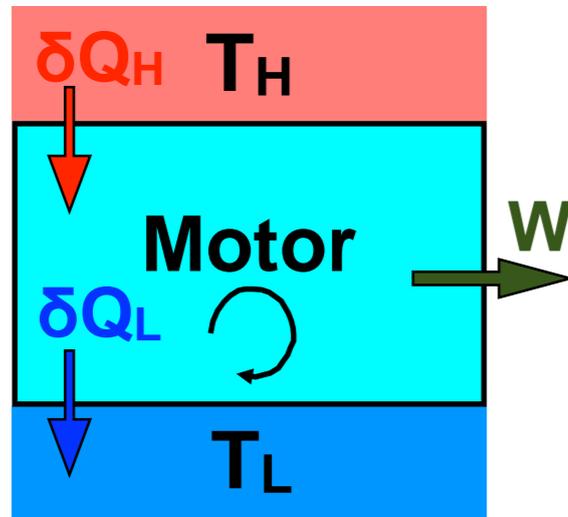
$$mcdT_L = \delta Q_L$$

Desigualdade de Clausius  $\frac{\delta Q_H}{T_H} - \frac{\delta Q_L}{T_L} \leq 0 \quad \Rightarrow \quad \delta Q_L \geq \frac{T_L}{T_H} \delta Q_H$

Substituindo nas expressões da 1ª lei

$$\begin{aligned} mcdT_H &= -\delta Q_H \\ mcdT_L &\geq \frac{T_L}{T_H} \delta Q_H \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad mcdT_L \geq -\frac{T_L}{T_H} mcdT_H$$

## Solução (a)



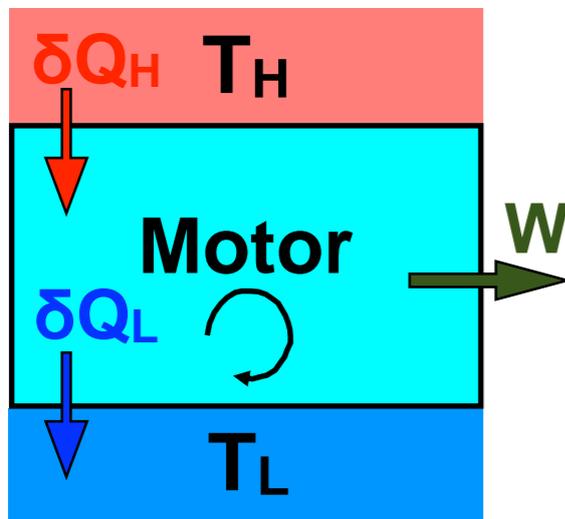
$$mcdT_L \geq -\frac{T_L}{T_H} mcdT_H$$

Separando as variáveis e integrando entre o início e o fim:

$$\frac{dT_L}{T_L} \geq -\frac{dT_H}{T_H} \quad \longrightarrow \quad \frac{T_f}{T_L} \geq \frac{T_H}{T_f} \quad \longrightarrow \quad T_f^2 \geq T_L \cdot T_H$$

$T_f$  será mínima no limite reversível:  $T_f = \sqrt{T_L \cdot T_H}$

## Outra solução (a)



Tomemos as duas massas  
e o motor como sistema

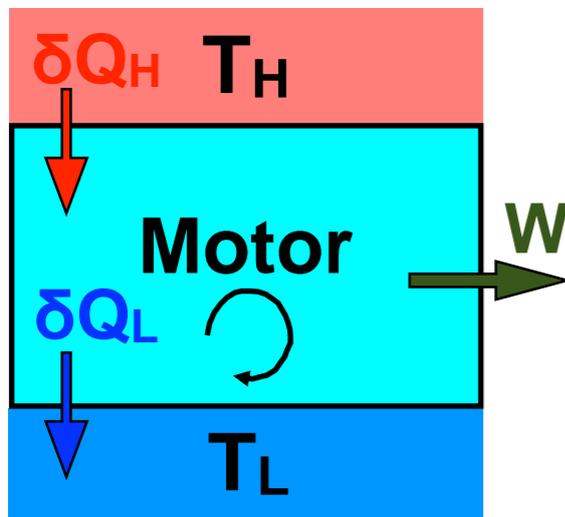
2ª lei para o novo sistema:

$$\Delta S = \int_i^f \frac{\delta Q}{T} + S_{ger} \longrightarrow \Delta S_H + \Delta S_M + \Delta S_L = S_{ger}$$

$$mc \ln \frac{T_f}{T_H} + mc \ln \frac{T_f}{T_L} = S_{ger} \longrightarrow mc \ln \frac{T_f^2}{T_H \cdot T_L} = S_{ger} \longrightarrow T_f = \sqrt{T_H \cdot T_L \cdot \exp\left(\frac{S_{ger}}{mc}\right)}$$

$T_f$  será mínima no limite reversível ( $S_{ger} = 0$ ):  $T_f = \sqrt{T_H \cdot T_L}$

## Solução (b)



Tomemos as duas massas  
e o motor como sistema

1ª lei para o novo sistema:  $\Delta U = -W \quad \rightarrow \quad \Delta U_H + \Delta U_L = -W$

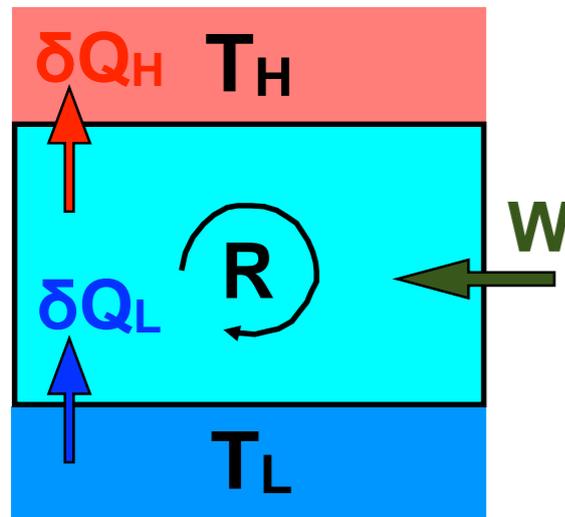
$$mc \left[ (T_f - T_H) + (T_f - T_L) \right] = -W \quad \rightarrow \quad W = mc (T_H + T_L - 2T_f)$$

$W$  será máximo quando  $T_f$  for mínima:  $W_{\max} = mc \left( T_H + T_L - 2\sqrt{T_H \cdot T_L} \right)$



# Exercícios

## Solução (c)



Tomemos as duas massas e o refrigerador como sistema

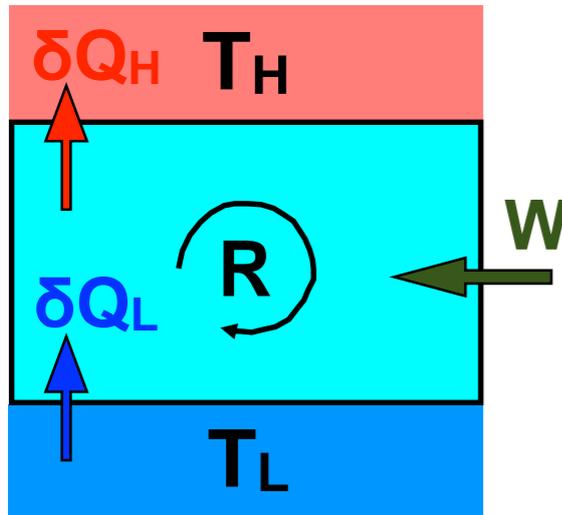
1ª lei para o novo sistema:  $\Delta U = -W \quad \rightarrow \quad \Delta U_H + \Delta U_L = -W$

$$mc \left[ (T_H - T_f) + (T_L - T_f) \right] = -W \quad \rightarrow \quad -W = mc (T_H + T_L - 2T_f)$$

2ª lei para o novo sistema:  $\Delta S = \int_i^f \frac{\delta Q}{T} + S_{ger} \quad \rightarrow \quad mc \ln \frac{T_H}{T_f} + mc \ln \frac{T_L}{T_f} = S_{ger}$

$$\rightarrow S_{ger} = mc \ln \frac{T_H T_L}{T_f^2} \quad \rightarrow \quad T_f = \sqrt{T_H T_L / \exp\left(\frac{S_{ger}}{mc}\right)}$$

## Solução (c)



$$-W = mc(T_H + T_L - 2T_f)$$

$$T_f = \sqrt{T_H T_L / \exp\left(\frac{S_{ger}}{mc}\right)}$$

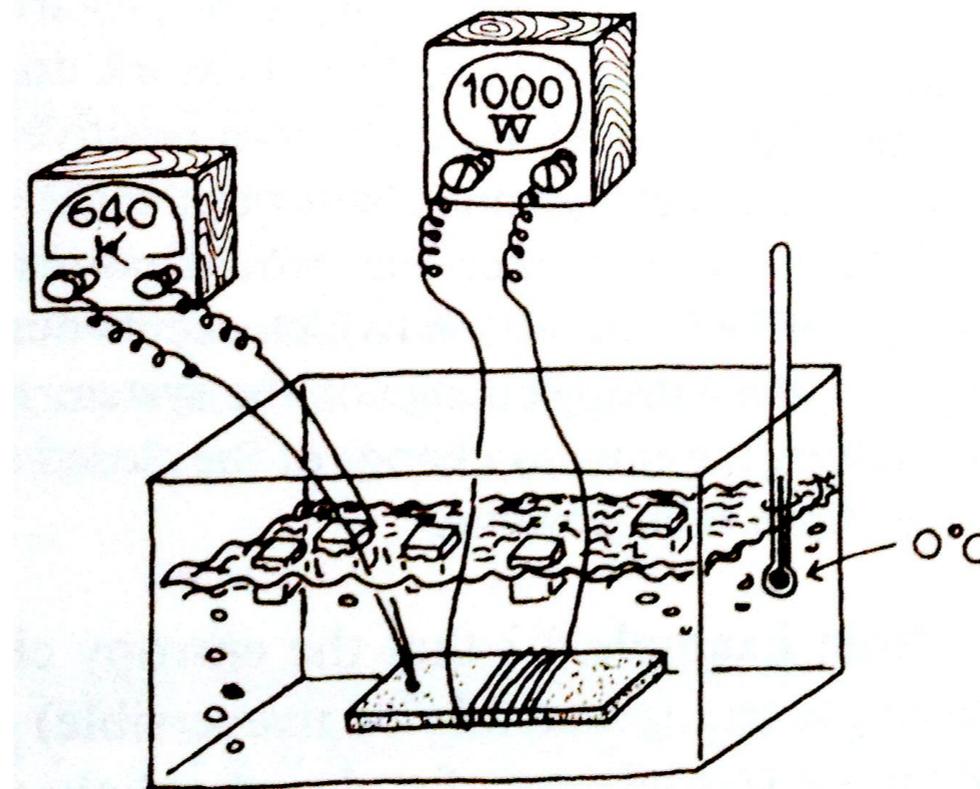
Combinando as duas expressões:

$$\rightarrow -W = mc \left( T_H + T_L - 2 \sqrt{T_H T_L / \exp\left(\frac{S_{ger}}{mc}\right)} \right)$$

$-W$  será mínimo quando  $S_{ger}$  for zero:  $-W = mc(T_H + T_L - 2\sqrt{T_H T_L})$

3) Uma barra de alumínio é colocada em um grande banho com água e gelo. Corrente elétrica passa pela barra até que, em regime permanente, a potência dissipada seja de 1000 W. Um termopar na superfície da barra indica 640 K. Ocorre ebulição na interface barra/banho com posterior colapso ruidoso das bolhas. Qual é a variação de entropia da barra, banho e do universo durante os 2 min de operação dessa operação extremamente irreversível. Assuma que ainda haja gelo no final do processo.

(Exemplo 4.2 – Modell & Reid, Thermodynamics and its applications, 2<sup>nd</sup> ed.)





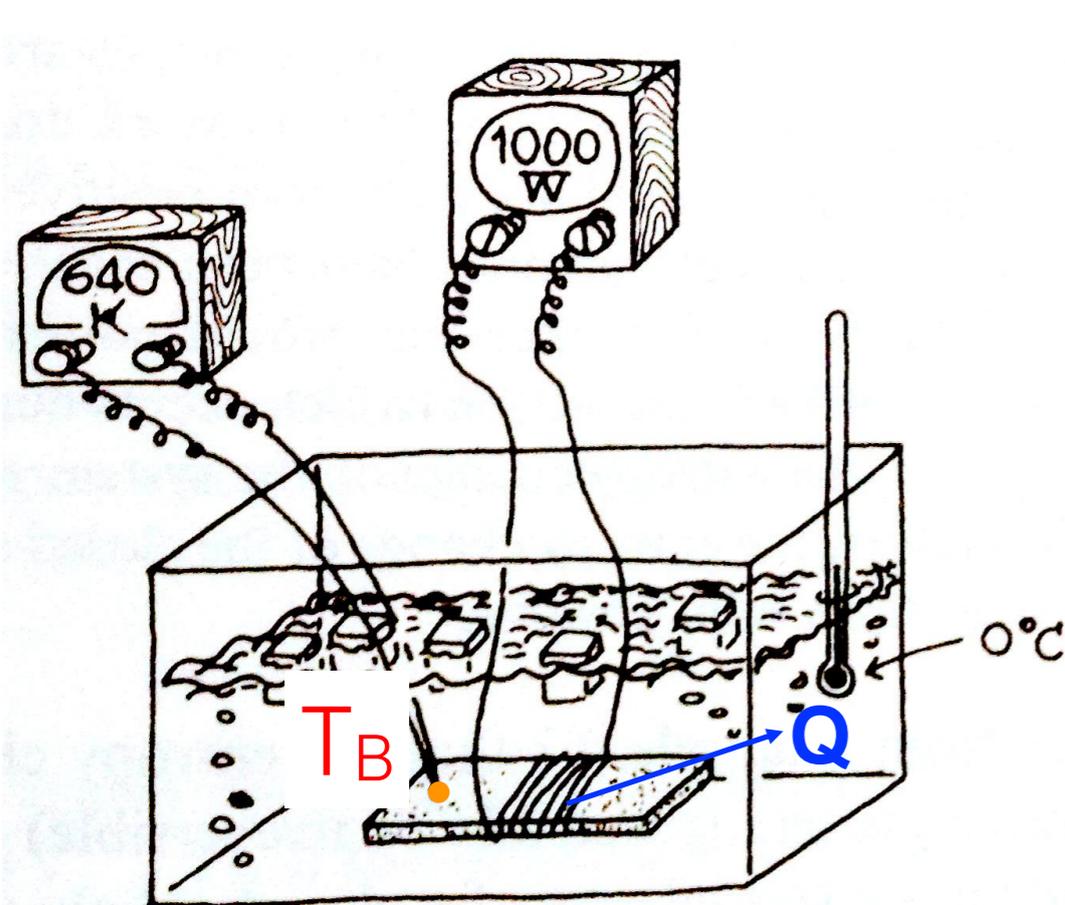
# Exercícios

## Hipóteses:

- 1) A transferência de calor entre o banho e o ambiente é desprezível;
- 2) A variação de volume durante a fusão do gelo é desprezível.

## Solução

Vamos considerar dois sistemas, a barra (B) e o banho água-gelo (A). Adicionalmente, vamos calcular a entropia gerada em cada sistema.



$$\cancel{\Delta S_B} = \int_i^f \frac{\delta Q}{T} + S_{ger,B} \quad \longrightarrow \quad S_{ger,B} = \frac{-Q}{T_B}$$

$$Q = -2 \cdot 60 \cdot 1000 = -1,2 \times 10^5 \text{ J} *$$

\* Nota: lembrar que para a barra o calor é negativo pela convenção de sinais

$$S_{ger,B} = \frac{1,2 \times 10^5}{640} \quad \longrightarrow \quad S_{ger,B} = 187,5 \text{ J/K}$$



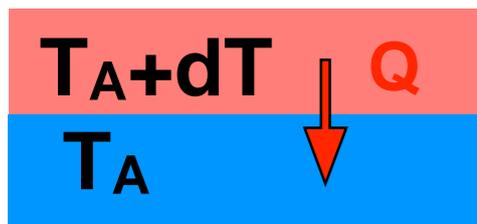
# Exercícios

## Solução

Para o banho gelo-água (A) o resultado líquido foi que parte do gelo derreteu e a temperatura permaneceu constante.

Para calcular a variação de entropia precisamos imaginar um processo reversível entre os mesmos estados inicial e final:

2ª lei para o banho:



$$\Delta S_A = \int_i^f \frac{\delta Q}{T} + S_{ger,A} \quad \longrightarrow \quad \Delta S_A = \frac{Q}{T_A}$$

\* Nota: lembrar que para a água o calor é positivo pela convenção de sinais

$$\Delta S_A = \frac{1,2 \times 10^5}{273,2} \quad \longrightarrow \quad \Delta S_A = 439,2 \text{ J/K}$$

## Solução

Em resumo:

$$\Delta S_B = 0$$

$$\Delta S_A = 439,2 \text{ J/K}$$

Como o sistema composto é isolado termicamente, podemos escrever:

$$\Delta S_{universo} = \Delta S_B + \Delta S_A \quad \longrightarrow \quad \Delta S_{universo} = 439,2 \text{ J/K}$$



# Exercícios

4) Com o intuito de explicar um ponto adicional, vamos modificar o problema anterior. Consideremos que a barra está imersa em ar ao invés do banho com água e gelo. Todas as demais condições são mantidas.

## Solução

Vamos considerar três sistemas, a barra (B), o ar longe da barra (A) e o ar próximo à barra (I).

Para a barra:

$$\Delta S_B = 0$$

$$S_{ger,B} = \frac{Q}{T_B}$$

## Solução

Se nos afastarmos da barra (pode ser bem pouco) a temperatura do ar tende a  $T_A$ . De modo que a transferência de calor para esse sistema se dá de forma reversível.

Assim, para o ar longe da barra:

$$\Delta S_A = \int_i^f \frac{\delta Q}{T} + S_{ger,A}$$



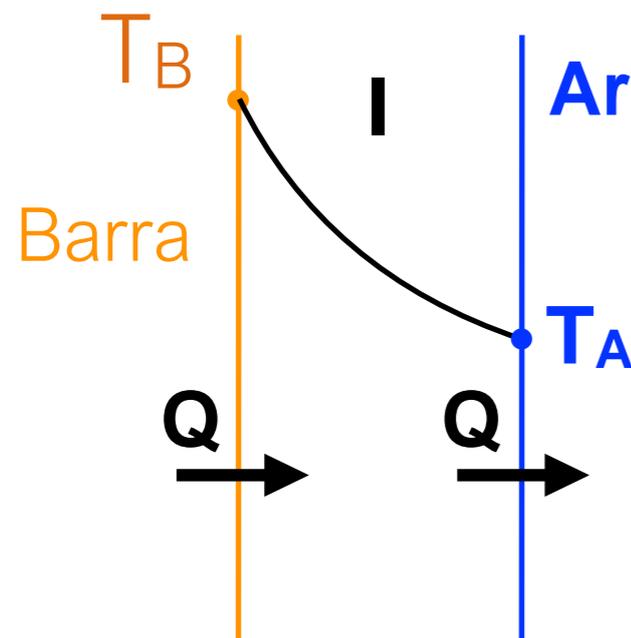
$$\Delta S_A = \frac{Q}{T_A}$$
$$S_{ger,A} = 0$$



# Exercícios

## Solução

Agora para o ar próximo à barra, na interface (I), temos:



2ª lei para a interface

$$\cancel{\Delta S_I} = \int_i^f \frac{\delta Q}{T} + S_{ger,I}$$

$$\rightarrow 0 = \frac{Q}{T_B} - \frac{Q}{T_A} + S_{ger,I}$$

$$S_{ger,I} = \frac{Q}{T_A} - \frac{Q}{T_B}$$

$$\Delta S_I = 0$$



## Quadro resumo

<b>Sistema</b>	<b><math>\Delta S</math></b>	<b><math>S_g</math></b>
Barra (B)	0	$\frac{Q}{T_B}$
Interface (I)	0	$\frac{Q}{T_A} - \frac{Q}{T_B}$
Ar (A)	$\frac{Q}{T_A}$	0
Universo	$\frac{Q}{T_A}$	$\frac{Q}{T_A}$