SEL 329 – CONVERSÃO ELETROMECÂNICA DE ENERGIA

Aula 12

Aula de Hoje

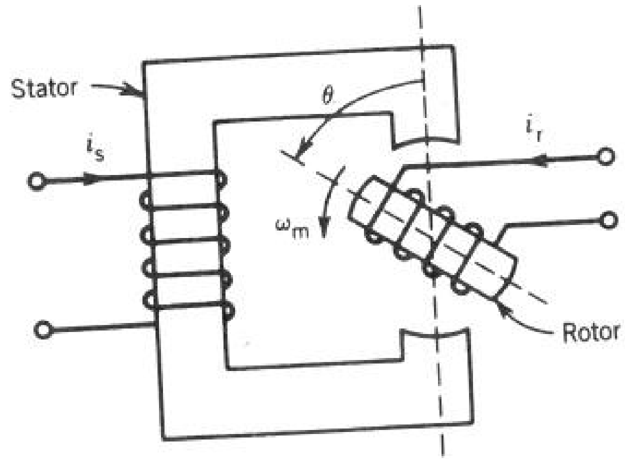
- Máquinas rotativas
- Produção de torque

Máquinas Rotativas

- A maior parte dos conversores eletromecânicos de energia de alta potência são baseados em movimento rotacional;

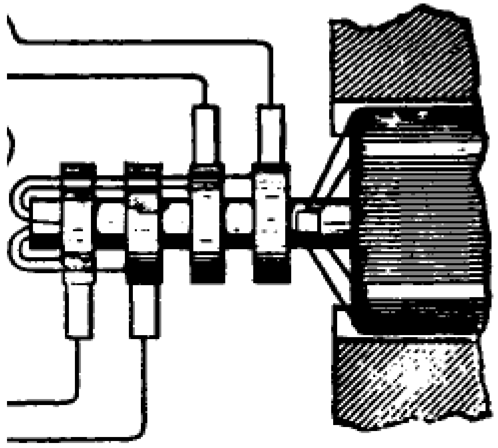
- São compostos por duas partes principais:

  1. Parte fixa, ou **ESTATOR**
  2. Parte móvel, ou **ROTOR**



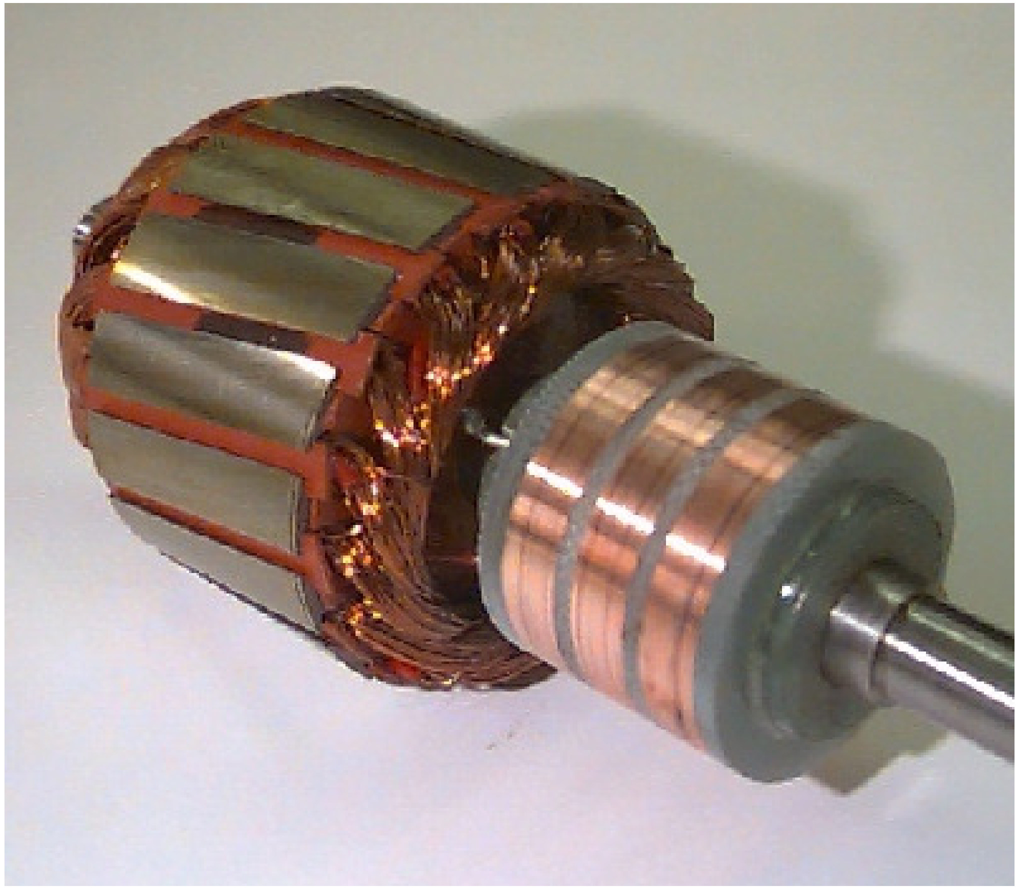
- O rotor é montado sobre um eixo, e é livre para girar entre os polos do estator;

O enrolamento do rotor pode ser alimentado através de anéis coletores e escovas de grafite



Máquinas Rotativas

- Exemplo de rotor bobinado



Máquinas Rotativas

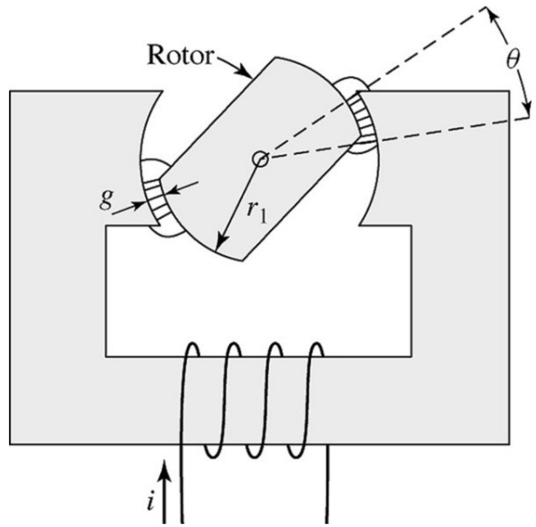
- De forma geral existem enrolamentos transportando corrente elétrica tanto no estator como no rotor;

- Alguns dispositivos possuem somente um enrolamento:

  1. Motor de relutância
  2. Motor de ímã permanente

- Exemplo do motor de relutância variável:

A produção de torque se dá pela busca contínua da operação em condição de relutância mínima



Máquinas Rotativas

- Se a corrente de alimentação é contínua o dispositivo é chamado de motor ou gerador CC (ou DC);

- Se a corrente de alimentação é alternada dispositivo é chamado de motor ou gerador CA (ou AC);

- Se a velocidade mecânica do eixo (ω_R) é igual à velocidade síncrona da corrente fornecida ($\omega_s=2\pi f_s$) a máquina é denominada motor ou gerador síncrono;

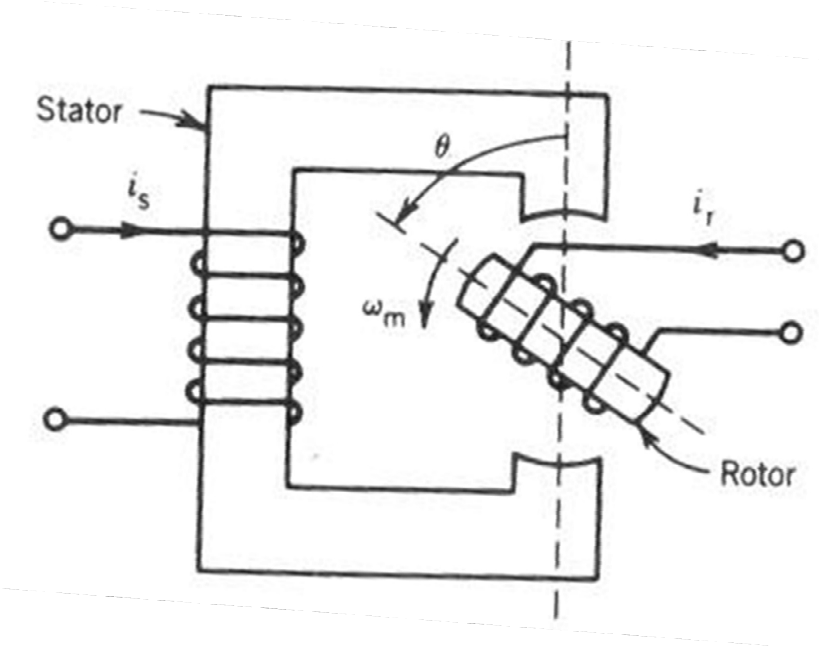
- Se a velocidade mecânica do eixo é diferente da velocidade síncrona a máquina é denominada motor ou gerador assíncrono;

- Se a corrente em um enrolamento é totalmente induzida pelo fluxo criado pelo outro enrolamento, a máquina é denominada motor ou gerador de indução;

Máquinas Rotativas – Caso Geral

- Consideremos um caso geral com dois enrolamentos, um no rotor com corrente i_r e um no estator com corrente i_s;

- Mantendo o rotor bloqueado não haverá variação na energia mecânica do sistema ($dW_{mec}=0$). Assim, a variação da energia armazenada no campo é igual à variação da energia elétrica fornecida;



$$\mathrm{dW_{campo}} = \mathrm{dW_e} = P_s dt + P_r dt$$
$$= e_s i_s dt + e_r i_r dt$$

$$\mathrm{e_s} = \frac{d\lambda_s}{dt} \quad \text{e} \quad \mathrm{e_r} = \frac{d\lambda_r}{dt}$$

$$\text{daí:} \quad \mathrm{dW_{campo}} = i_s d\lambda_s + i_r d\lambda_r$$

Máquinas Rotativas – Caso Geral

- Considerando que o sistema magnético é linear, ou seja, desprezando as relutâncias do núcleo do estator e do núcleo do rotor, os fluxos concatenados no estator λ_s e no rotor λ_r podem ser expressos em termos de indutâncias, cujos valores dependem da posição do rotor θ;

Forma matricial

$$\lambda_s = L_{ss} i_s + L_{sr} i_r$$
$$\lambda_r = L_{rs} i_s + L_{rr} i_r$$

$$\begin{bmatrix} \lambda_s \\ \lambda_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ss} & L_{sr} \\ L_{rs} & L_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix}$$

Onde:

L_{ss} é a indutância própria do enrolamento do estator

L_{rr} é a indutância própria do enrolamento do rotor

L_{sr}, L_{rs} são as indutâncias mútuas entre os enrolamentos do estator e do rotor;

L_{sr}=L_{rs} para sistemas lineares;

Energia Incremental

- A variação incremental na energia armazenada no campo é dada por:

$$
\begin{aligned}
\mathrm{dW}_{\mathrm{campo}} &= i_s d\lambda_s + i_r d\lambda_r \\
&= i_s d(L_{ss} i_s + L_{sr} i_r) + i_r d(L_{sr} i_s + L_{rr} i_r) \\
&= L_{ss} i_s di_s + L_{sr} i_s di_r + L_{sr} i_r di_s + L_{rr} i_r di_r \\
&= L_{ss} i_s di_s + L_{rr} i_r di_r + L_{sr} (i_s di_r + i_r di_s)
\end{aligned}
$$

$$
\mathrm{dW}_{\mathrm{campo}} = L_{ss} i_s di_s + L_{rr} i_r di_r + L_{sr} d(i_s i_r)
$$

Energia Total

- E a energia total armazenada no campo para uma dada posição é:

$$\mathrm{W}_{\mathrm{campo}} = \int \mathrm{dW}_{\mathrm{campo}} = \int_0^{i_s} L_{ss} i_s di_s + \int_0^{i_r} L_{rr} i_r di_r + \int_0^{i_s i_r} L_{sr} d(i_s i_r)$$

$$= \frac{L_{ss} i_s^2}{2} + \frac{L_{rr} i_r^2}{2} + L_{sr} i_s i_r = \mathrm{W}'_{\mathrm{campo}}$$

<u>Em um sistema linear, a energia armazenada é igual à co-energia</u>

Torque

- O torque desenvolvido em um sistema rotacional eletromagnético é dado por:

$$\mathrm{T} = \frac{\mathrm{dW}'_{\mathrm{campo}}}{\mathrm{d}\theta}\bigg|_{i=cte}$$

$$\text{que resulta em :}$$

$$\mathrm{T} = \underbrace{\frac{i_s^2}{2}\frac{dL_{ss}}{d\theta}}_{\mathrm{T_A}} + \underbrace{\frac{i_r^2}{2}\frac{dL_{rr}}{d\theta}}_{\mathrm{T_B}} + \underbrace{i_s i_r \frac{dL_{sr}}{d\theta}}_{\mathrm{T_C}}$$

Torque

- Os termos T_A e T_B representam torques produzidos na máquina devido à variação da indutância própria dos enrolamentos com a posição do rotor. Estas componentes são denominadas **torque de relutância**;

- O termo T_C representa o torque produzido pela variação da indutância mútua entre os enrolamentos do rotor e do estator. Esta componente é denominada **torque de interação mútua**;

Exemplo

Considerando o sistema eletromagnético abaixo:

- Não existe enrolamento no rotor (denominado motor de relutância)

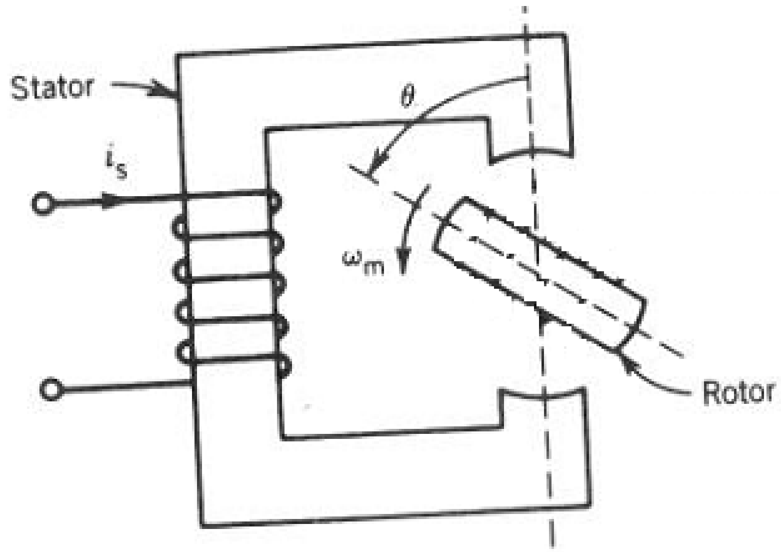
$$T = \frac{i_s^2}{2}\frac{dL_{ss}}{d\theta} + \cancel{\frac{i_r^2}{2}\frac{dL_{rr}}{d\theta}}^{\,0} + \cancel{i_s i_r \frac{dL_{sr}}{d\theta}}^{\,0}$$

- A indutância do estator é função da posição do rotor:

$L_{ss}=L_0 + L_2\cos 2\theta$

- A corrente no estator é senoidal:

$i_s=I_{sm}\mathrm{sen}\,\omega t$



Exemplo

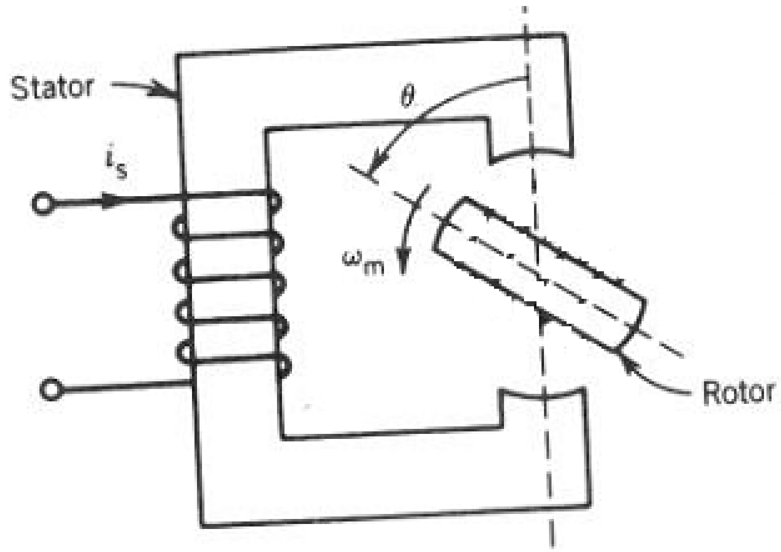
a) Encontre uma expressão para o torque sobre o rotor:

$$T = \frac{i_s^2}{2}\frac{dL_{ss}}{d\theta} + \cancelto{0}{\frac{i_r^2}{2}\frac{dL_{rr}}{d\theta}} + \cancelto{0}{i_s i_r \frac{dL_{sr}}{d\theta}}$$

$$T = \frac{1}{2}(I_{sm}\,\mathrm{sen}\,\omega t)^2 \frac{d}{d\theta}(L_o + L_2\cos 2\theta)$$

$$= \frac{1}{2} I_{sm}^2\,\mathrm{sen}^2\,\omega t(-2L_2\,\mathrm{sen}\,2\theta)$$

$$T = -L_2 I_{sm}^2\,\mathrm{sen}\,2\theta\,\mathrm{sen}^2\,\omega t$$



Exemplo

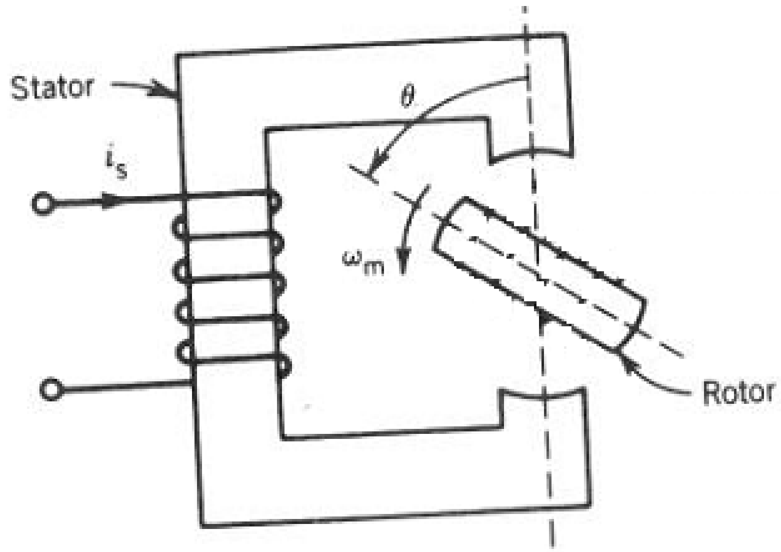
Considerando um caso específico:

A indutância do estator é função da posição do rotor:

L_{ss}=0,1 + 0,1 cos2θ, sendo θ=2π60t + 30°, ou seja, velocidade mecânica igual à velocidade elétrica, e posição inicial 30°

- A corrente no estator é senoidal:

i_s=2sen2π60t



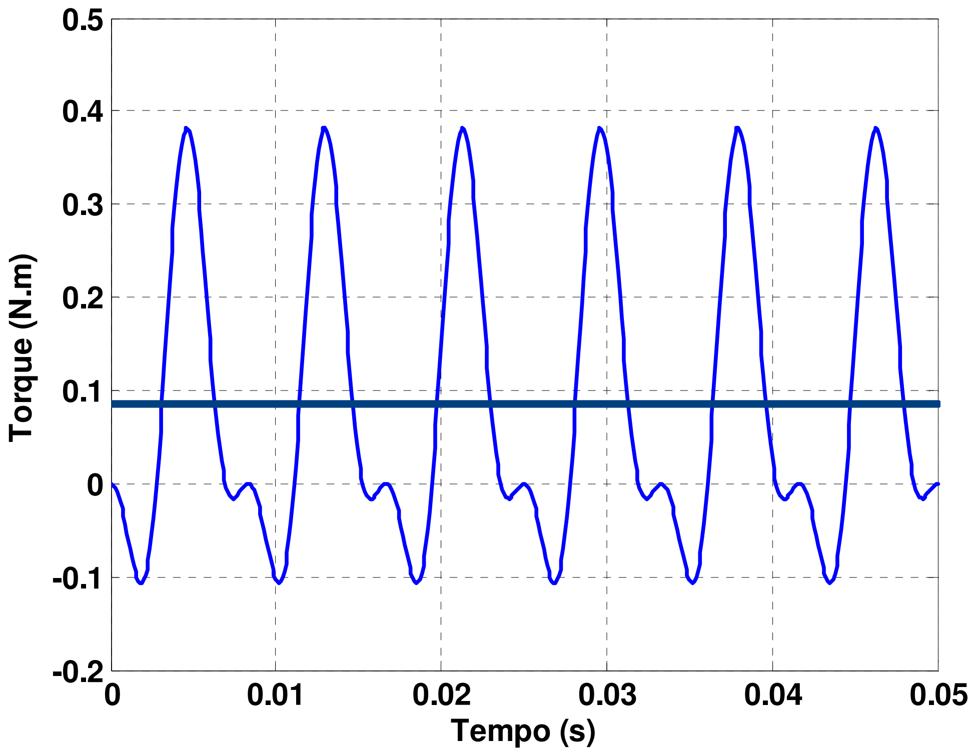
O Torque será :

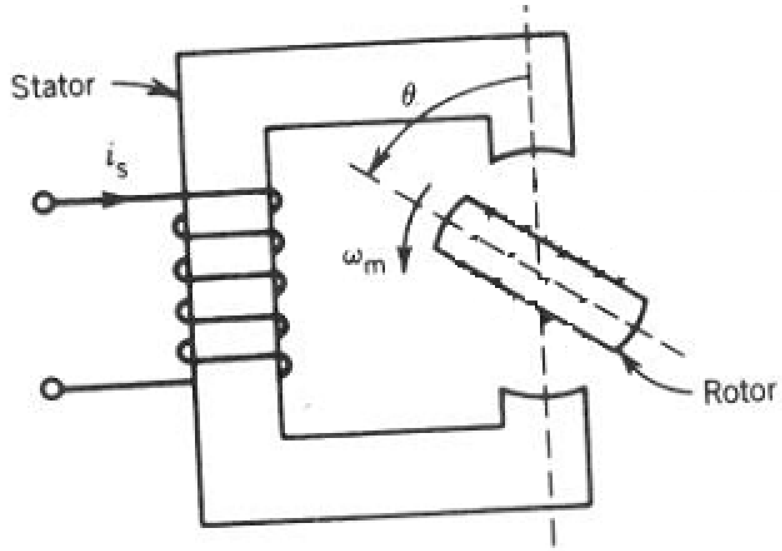
$$T = -0{,}1 * 2^2 \operatorname{sen} 2(377t + 30^o)\operatorname{sen}^2 377t$$

Exemplo

- **<u>Para a posição de 30º</u>**: sendo o torque médio não nulo, o rotor gira com velocidade mecânica sincronizada com a rede, e pode atender uma carga mecânica;

- A variação do torque instantâneo se traduzirá em vibração no eixo da máquina;

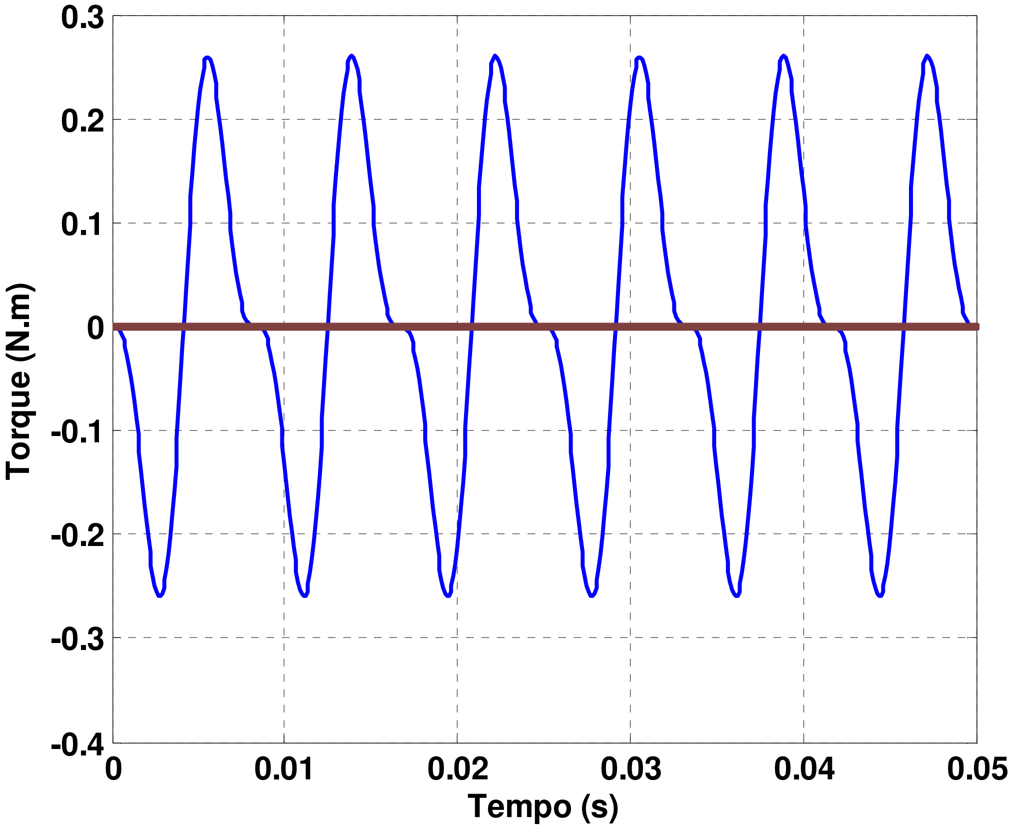


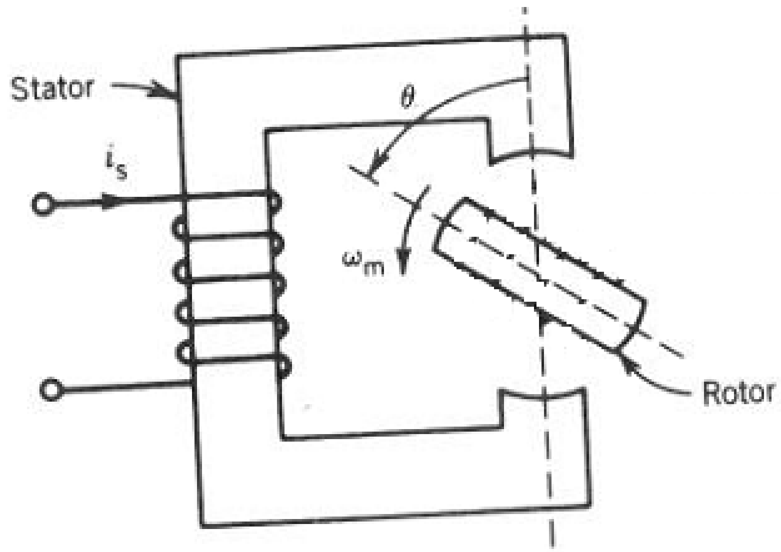


Exemplo

- **<u>Para a posição inicial de 0º</u>** (posição de relutância mínima), o torque médio é nulo, ou seja, o rotor da máquina vibra, mas não gira;

$$T = -0{,}1 * 2^2 \operatorname{sen} 2(377t + 0^o) \operatorname{sen}^2 377t$$

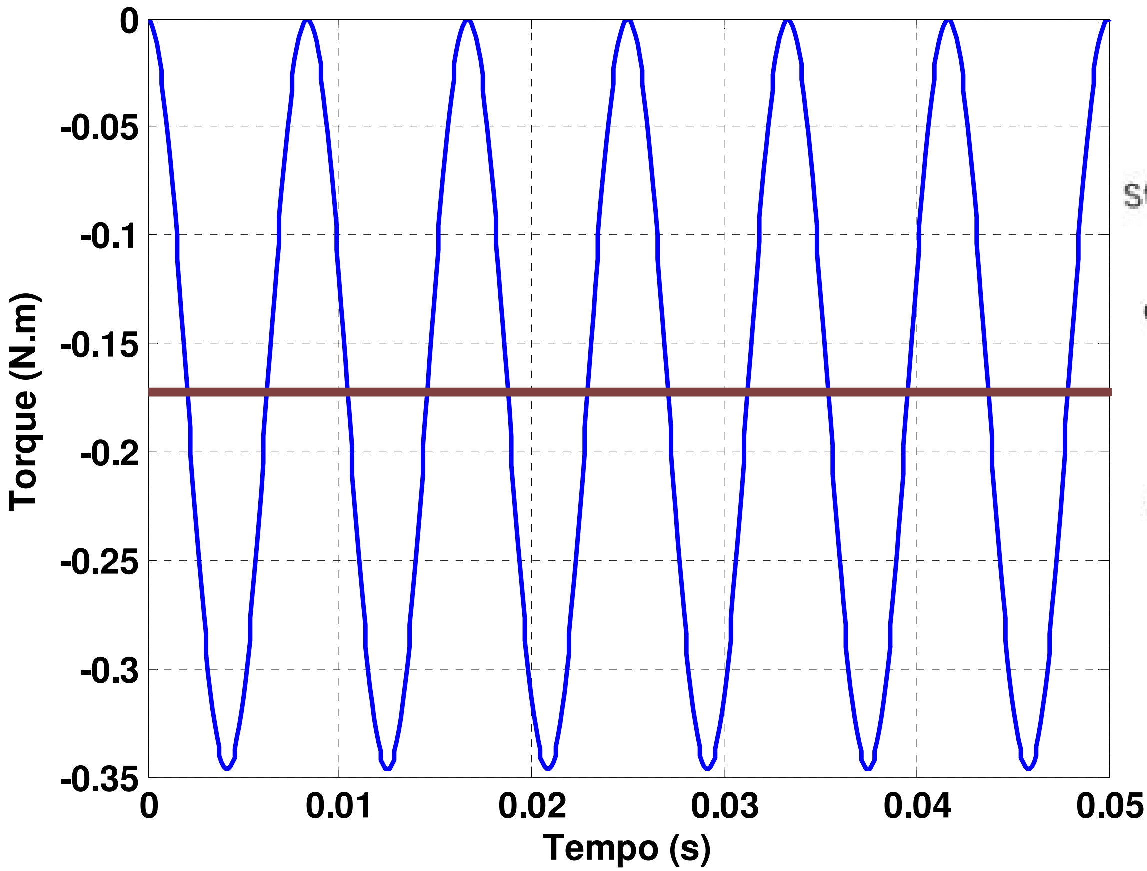


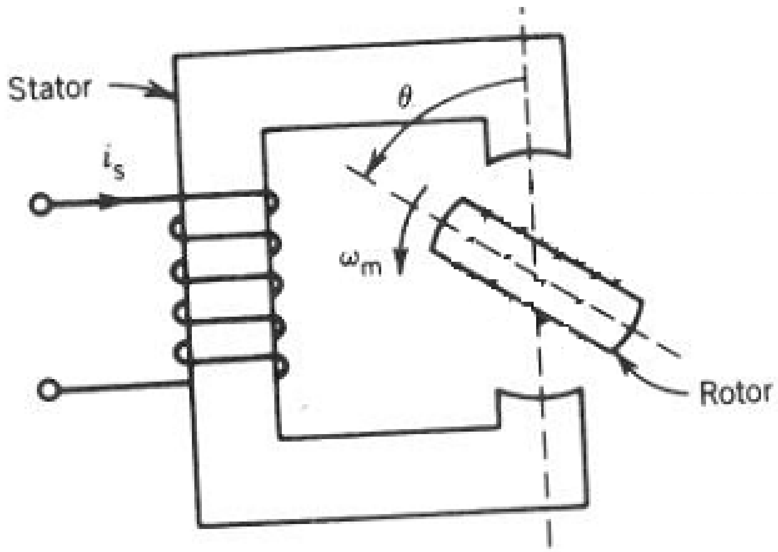


Exemplo

➢ **<u>Rotor parado e posição inicial de 30º:</u>** neste caso, o torque médio é não nulo, ou seja, uma vez desbloqueado, o rotor da máquina vai girar, indicando que esta máquina tem torque de partida neste caso;

$$T = -0{,}1 * 2^2 \operatorname{sen} 2(0t + 30^o)\operatorname{sen}^2 377t$$

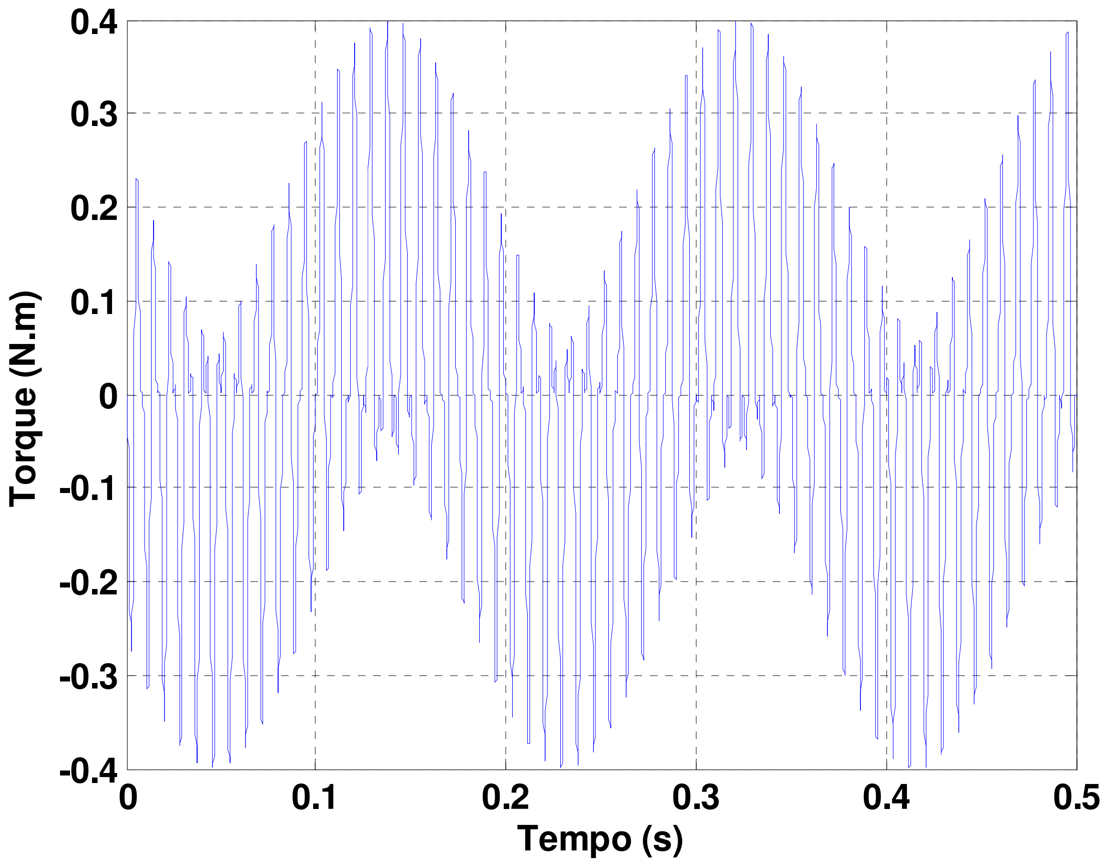


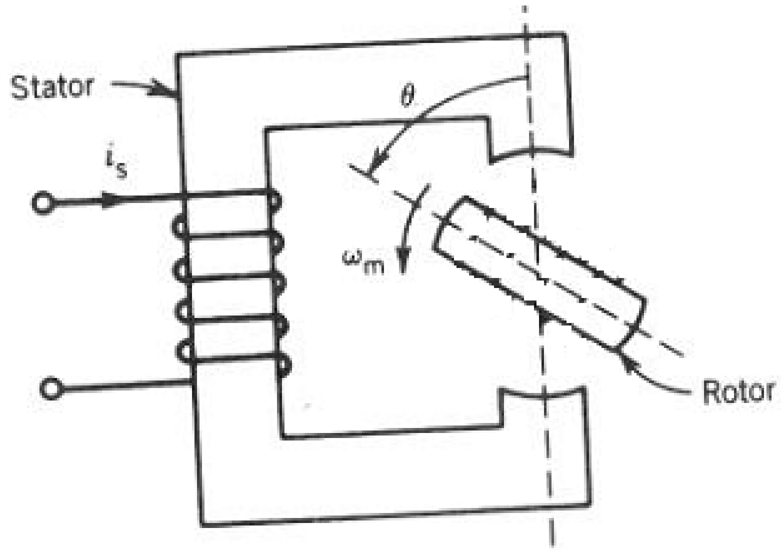


Exemplo

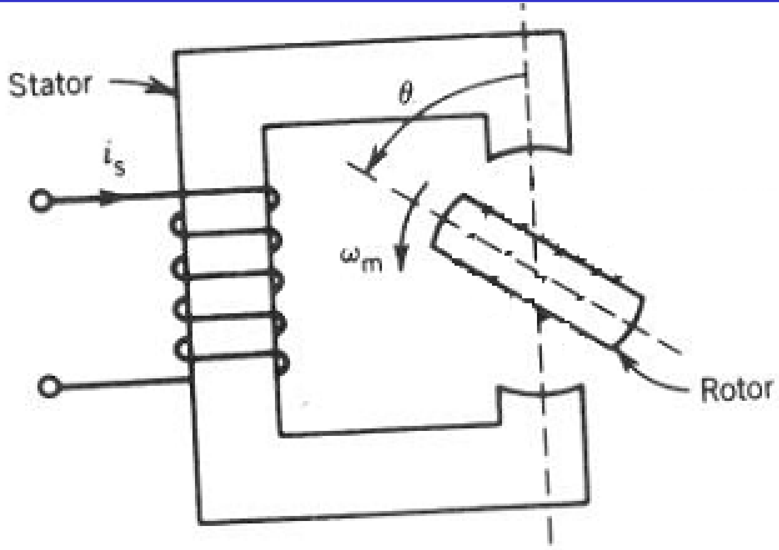
- **<u>Velocidade mecânica abaixo da velocidade síncrona:</u>** considerando velocidade mecânica de 360 rad/s, o torque médio é nulo, e o giro do rotor não seria mantido. Ou seja, esta é uma máquina síncrona, pois só funciona na velocidade síncrona;

$$T = -0{,}1 * 2^2 \,\text{sen}\, 2(360t + 30^o)\,\text{sen}^2\, 377t$$





Condições para Torque Médio Não Nulo



O Torque será :

$$T = -L_2 I_{sm}^2 \operatorname{sen} 2\theta \operatorname{sen}^2 \omega t$$

substituindo $\operatorname{sen}^2 \omega t$ por $(1 - \cos 2\omega t)/2$

$$T = -\frac{1}{2} L_2 I_{sm}^2 sen2(\omega_m t + \delta) + \frac{1}{2} L_2 I_{sm}^2 sen2(\omega_m t + \delta) \cos 2\omega t$$

usando a relação trigonométrica :

$$\boxed{sena \cos b = \frac{1}{2} sen(a+b) + \frac{1}{2} sen(a-b)}$$

resulta em :

$$T = -\frac{1}{2} L_2 I_{sm}^2 \operatorname{sen} 2(\omega_m t + \delta) + \frac{1}{4} L_2 I_{sm}^2 \operatorname{sen} 2[(\omega_m + \omega)t + \delta] + \frac{1}{4} L_2 I_{sm}^2 \operatorname{sen} 2[(\omega_m - \omega)t + \delta]$$

Condições para Torque Médio Não Nulo

$$\mathrm{T} = -\frac{1}{2} L_2 I_{sm}^2 \operatorname{sen} 2(\omega_m t + \delta) + \frac{1}{4} L_2 I_{sm}^2 \operatorname{sen} 2[(\omega_m + \omega)t + \delta] + \frac{1}{4} L_2 I_{sm}^2 \operatorname{sen} 2[(\omega_m - \omega)t + \delta]$$

- O torque é composto por três funções senoidais;
- para que o torque médio seja não-nulo um dos termos que multiplica o tempo deve ser nulo, ou seja, resultando em um termo constante (não senoidal);

Primeiro Termo

$$\mathrm{T} = -\frac{1}{2} L_2 I_{sm}^2 \operatorname{sen} 2(\omega_m t + \delta)$$

será não - nulo se $\omega_\mathrm{m} = 0$ (rotor parado)

$$\mathrm{T}_{\text{médio}} = -\frac{1}{2} L_2 I_{sm}^2 \operatorname{sen} 2\delta$$

- Significa que o rotor de relutância tem torque de partida, isto é, torque médio não nulo para velocidade nula (rotor bloqueado)

Condições para Torque Médio Não Nulo

$$T = -\frac{1}{2} L_2 I_{sm}^2 \operatorname{sen} 2(\omega_m t + \delta) + \frac{1}{4} L_2 I_{sm}^2 \operatorname{sen} 2[(\omega_m + \omega)t + \partial] + \frac{1}{4} L_2 I_{sm}^2 \operatorname{sen} 2[(\omega_m - \omega)t + \delta]$$

Segundo Termo

$$\frac{1}{4} L_2 I_{sm}^2 \operatorname{sen} 2[(\omega_m + \omega)t + \delta]$$

será não - nulo se $\omega_\mathrm{m} + \omega = 0 \Rightarrow \omega_\mathrm{m} = -\omega$

$$T_{\text{médio}} = \frac{1}{4} L_2 I_{sm}^2 \operatorname{sen} 2\delta$$

- Significa que o rotor de relutância tem torque médio não nulo se gira na velocidade síncrona, em direção oposta

Condições para Torque Médio Não Nulo

$$T = -\frac{1}{2}L_2 I_{sm}^2 \operatorname{sen} 2(\omega_m t + \delta) + \frac{1}{4}L_2 I_{sm}^2 \operatorname{sen} 2[(\omega_m + \omega)t + \delta] + \frac{1}{4}L_2 I_{sm}^2 \operatorname{sen} 2[(\omega_m - \omega)t + \delta]$$

Terceiro Termo

$$\frac{1}{4}L_2 I_{sm}^2 \operatorname{sen} 2[(\omega_m - \omega)t + \delta]$$

será não - nulo se $\omega_{\mathrm{m}} - \omega = 0 \Rightarrow \omega_{\mathrm{m}} = \omega$

$$T_{\text{médio}} = \frac{1}{4}L_2 I_{sm}^2 \operatorname{sen} 2\delta$$

- Significa que o rotor de relutância tem torque médio não nulo se gira na velocidade síncrona, na mesma direção

Conclusões

- A máquina de relutância desenvolve torque médio não nulo somente quando gira na velocidade síncrona em qualquer direção, por isso, a máquina de relutância é classificada como uma máquina síncrona;

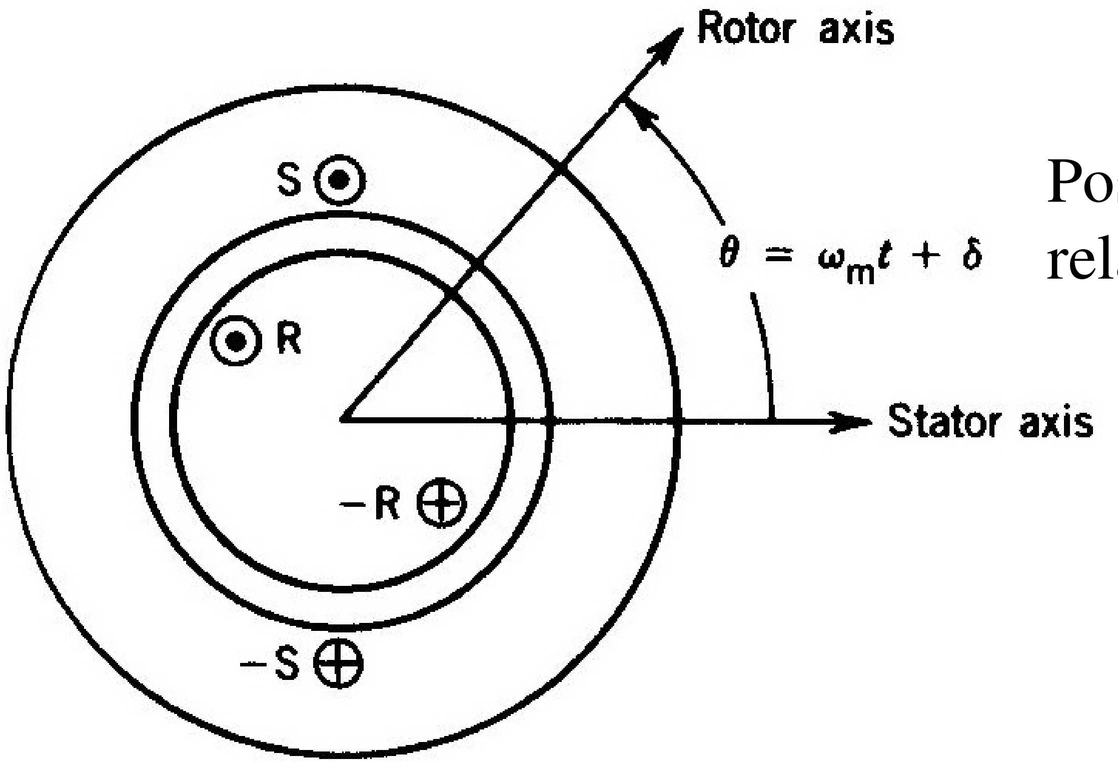
- O torque médio varia senoidalmente com 2δ, onde δ dá a posição do rotor para $t=0$, e é definido como ângulo de potência, ângulo de carga ou ângulo de torque da máquina;

- A máquina de relutância teoricamente tem torque de partida, desde que o ângulo de carga inicial não seja nulo;

- A variação no torque instantâneo resulta em vibração no eixo da máquina de relutância.

Máquinas Cilíndricas

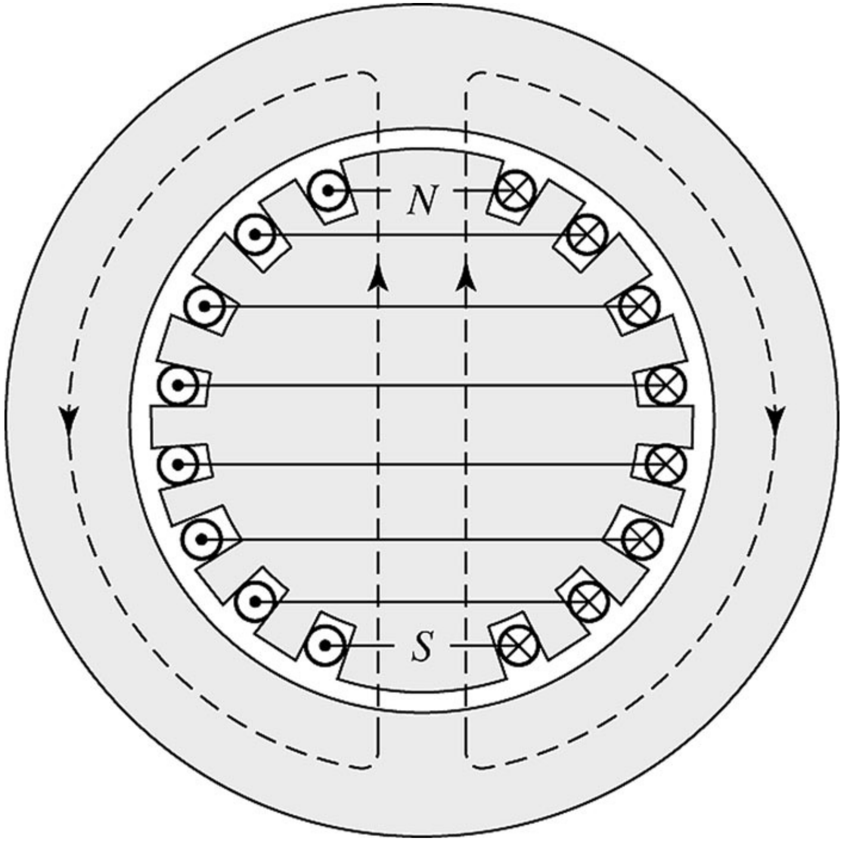
- São máquinas com entreferro uniforme, e portanto, com relutâncias constantes, e com indutâncias do rotor e do estator também constantes;

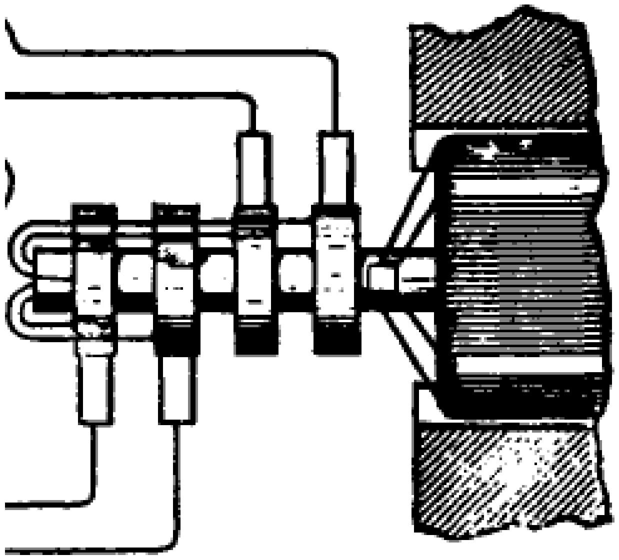


Posição do rotor em relação ao estator

Máquinas Cilíndricas

- As espiras são posicionadas em ranhuras feitas no estator e no rotor;
- O enrolamento do rotor é alimentado através de anéis coletores que giram com o rotor, e escovas fixas no estator;





Máquinas Cilíndricas

- Como entreferro é uniforme (g=cte) a relutância é constante;

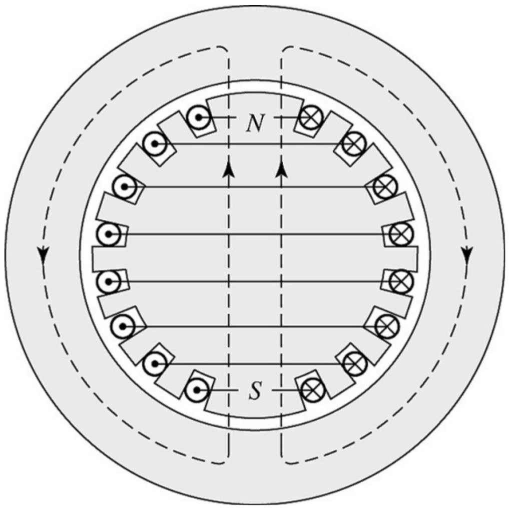
$$\mathcal{R}_g = \frac{g}{\mu_o \mathrm{A}}$$

e assim, as indutâncias próprias dos enrolamentos do estator e do rotor são constantes:

$$\mathrm{L_{ss}} = \frac{N_{ss}^2}{\mathcal{R}} \quad \text{e} \quad \mathrm{L_{rr}} = \frac{N_{rr}^2}{\mathcal{R}}$$

Logo: $\dfrac{dL_{ss}}{d\theta} = 0$ e $\dfrac{dL_{rr}}{d\theta} = 0$

Obs.: a variação do entreferro introduzida pelas ranhuras é desprezível;



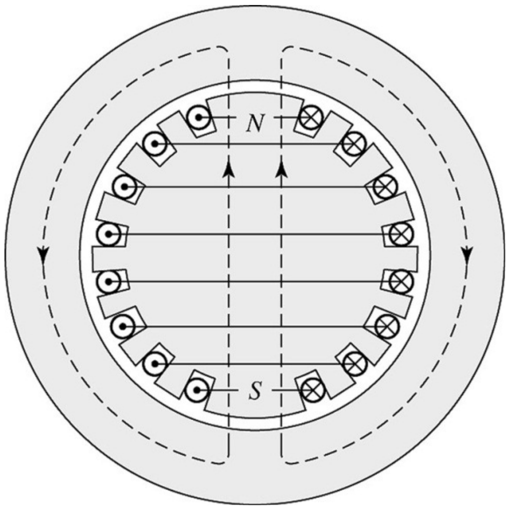
Máquinas Cilíndricas

- Em máquinas cilíndricas não ocorre a produção de torque de relutância;

$$\mathrm{T} = \cancelto{0}{\frac{i_s^2}{2}\frac{dL_{ss}}{d\theta}} + \cancelto{0}{\frac{i_r^2}{2}\frac{dL_{rr}}{d\theta}} + i_s i_r \frac{dL_{sr}}{d\theta}$$

Assim, a produção de torque está associada à variação da indutância mútua entre os dois enrolamentos com a posição do rotor:

$$\mathrm{T} = i_s i_r \frac{dL_{sr}}{d\theta}$$



Máquinas Cilíndricas

➢ A distribuição de espiras nas ranhuras do estator e do rotor pode ser feita de tal forma que a indutância mútua seja uma função senoidal da posição do rotor (θ):

$$L_{sr} = M\cos\theta$$

Onde: M é o valor máximo da indutância mútua e θ é o ângulo entre os eixos magnéticos do estator e do rotor;

➢ Considerando correntes senoidais nos enrolamentos:

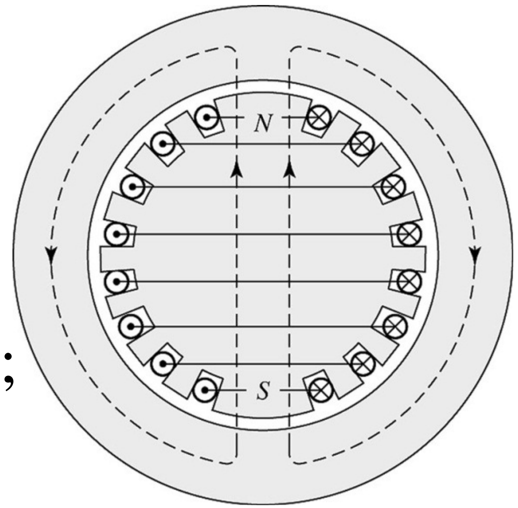
$$\mathrm{i}_s = I_{sm}\cos\omega_s t$$

$$\mathrm{i}_r = I_{rm}\cos(\omega_r t + \alpha)$$

E que a posição do rotor para um dado instante é:

$$\theta = \omega_m t + \delta$$

1. ω_m é a velocidade angular do rotor;
2. δ é a posição do rotor em t=0;



Máquinas Cilíndricas

Com isso:

$$\mathrm{T} = i_s i_r \frac{dL_{sr}}{d\theta} = I_{sm} \cos \omega_s t * I_{rm} \cos(\omega_r t + \alpha) * \frac{d}{d\theta}\left(M \cos \theta\right)$$

$$\mathrm{T} = -I_{sm} \cos \omega_s t * I_{rm} \cos(\omega_r t + \alpha) * Msen\theta$$

$$\boxed{\mathrm{T} = -I_{sm} I_{rm} M \cos \omega_s t * \cos(\omega_r t + \alpha) * sen(\omega_m t + \delta)}$$

Máquinas Cilíndricas

usando a relações trigonométricas :

$$(1)\quad \cos a \cos b = \frac{1}{2}\cos(a+b) + \frac{1}{2}\cos(a-b)$$

$$(2)\quad \operatorname{sen} a \cos b = \frac{1}{2}\operatorname{sen}(a+b) + \frac{1}{2}\operatorname{sen}(a-b)$$

$$\mathrm{T} = -I_{sm} I_{rm} M \cos \omega_s t * \cos(\omega_r t + \alpha) * sen(\omega_m t + \delta)$$

aplicando (1)

$$\mathrm{T} = -\frac{I_{sm} I_{rm} M}{2} \{\cos[(\omega_s + \omega_r)t + \alpha] + \cos[(\omega_s - \omega_r)t - \alpha]\} * sen(\omega_m t + \delta)$$

Máquinas Cilíndricas

usando a relações trigonométricas :

$$(1) \quad \cos a \cos b = \frac{1}{2}\cos(a+b) + \frac{1}{2}\cos(a-b)$$

$$(2) \quad \operatorname{sen} a \cos b = \frac{1}{2}\operatorname{sen}(a+b) + \frac{1}{2}\operatorname{sen}(a-b)$$

$$\mathrm{T} = -\frac{I_{sm} I_{rm} M}{2}\left\{\cos[(\omega_s + \omega_r)t + \alpha] + \cos[(\omega_s - \omega_r)t - \alpha]\right\} * sen(\omega_m t + \delta)$$

aplicando (2)

$$\mathrm{T} = -\frac{I_{sm} I_{rm} M}{4}\{$$

$$\operatorname{sen}[(\omega_m + \omega_s + \omega_r)t + \delta + \alpha]$$
$$+ \operatorname{sen}[(\omega_m - \omega_s - \omega_r)t + \delta - \alpha]$$
$$+ \operatorname{sen}[(\omega_m + \omega_s - \omega_r)t + \delta - \alpha]$$
$$+ \operatorname{sen}[(\omega_m - \omega_s + \omega_r)t + \delta + \alpha]$$
$$\}$$

Máquinas Cilíndricas

- O torque é composto por quatro funções senoidais. O valor médio de cada um dos termos é **zero**.

- Portanto, para que o torque médio seja não nulo, pelo menos um dos coeficientes que multiplica o tempo nos quatro termos deve ser nulo;

$$
\boxed{
\begin{aligned}
T = -\frac{I_{sm} I_{rm} M}{4} \{ & \\
& \operatorname{sen}[(\omega_m + \omega_s + \omega_r)t + \delta + \alpha] \\
& + \operatorname{sen}[(\omega_m - \omega_s - \omega_r)t + \delta - \alpha] \\
& + \operatorname{sen}[(\omega_m + \omega_s - \omega_r)t + \delta - \alpha] \\
& + \operatorname{sen}[(\omega_m - \omega_s + \omega_r)t + \delta + \alpha] \\
& \}
\end{aligned}
}
$$

Máquinas Cilíndricas

➢ São, portanto, quatro possibilidades:

1. $$\omega_m + \omega_s + \omega_r = 0 \Rightarrow \omega_m = -(\omega_s + \omega_r)$$
2. $$\omega_m - \omega_s - \omega_r = 0 \Rightarrow \omega_m = +(\omega_s + \omega_r)$$
3. $$\omega_m + \omega_s - \omega_r = 0 \Rightarrow \omega_m = -(\omega_s - \omega_r)$$
4. $$\omega_m - \omega_s + \omega_r = 0 \Rightarrow \omega_m = +(\omega_s - \omega_r)$$

➢ **CONCLUSÃO:** para que o torque médio seja não nulo uma das seguintes condições deve ocorrer:

$$\boxed{\omega_m = \pm(\omega_s \pm \omega_r)}$$

- Ou seja, a máquina só desenvolverá torque se o rotor girar, em qualquer direção, em uma velocidade que seja igual à soma ou diferença das velocidades angulares das correntes do estator e do rotor:

$$\boxed{|\omega_m| = |\omega_s \pm \omega_r|}$$

Máquinas Cilíndricas: Análise de Casos – CASO 1

- Rotor alimentado com corrente contínua: $\omega_r = 0$; $\alpha = 0$; → $i_r = I_R$
- Rotor girando à velocidade síncrona: $\omega_m = \omega_s$

Para estas condições o torque desenvolvido é dado por:

$$
\begin{aligned}
\mathrm{T} = -\frac{I_{sm} I_{rm} M}{4} \{ & \\
& \operatorname{sen}[(\omega_m + \omega_s + \omega_r)t + \delta + \alpha] \\
& + \operatorname{sen}[(\omega_m - \omega_s - \omega_r)t + \delta - \alpha] \\
& + \operatorname{sen}[(\omega_m + \omega_s - \omega_r)t + \delta - \alpha] \\
& + \operatorname{sen}[(\omega_m - \omega_s + \omega_r)t + \delta + \alpha] \\
& \}
\end{aligned}
$$

$$
\mathrm{T} = -\frac{I_{sm} I_R M}{2} \{ \operatorname{sen}(2\omega_s t + \delta) + \operatorname{sen}\delta \}
$$

Máquinas Cilíndricas: Análise de Casos – CASO 1

- O torque instantâneo é pulsante com o dobro da frequência de alimentação, no entanto, o torque médio é diferente de zero:

$$\boxed{T_{\text{médio}} = -\frac{I_{sm} I_{rm} M}{2} \operatorname{sen} \delta}$$

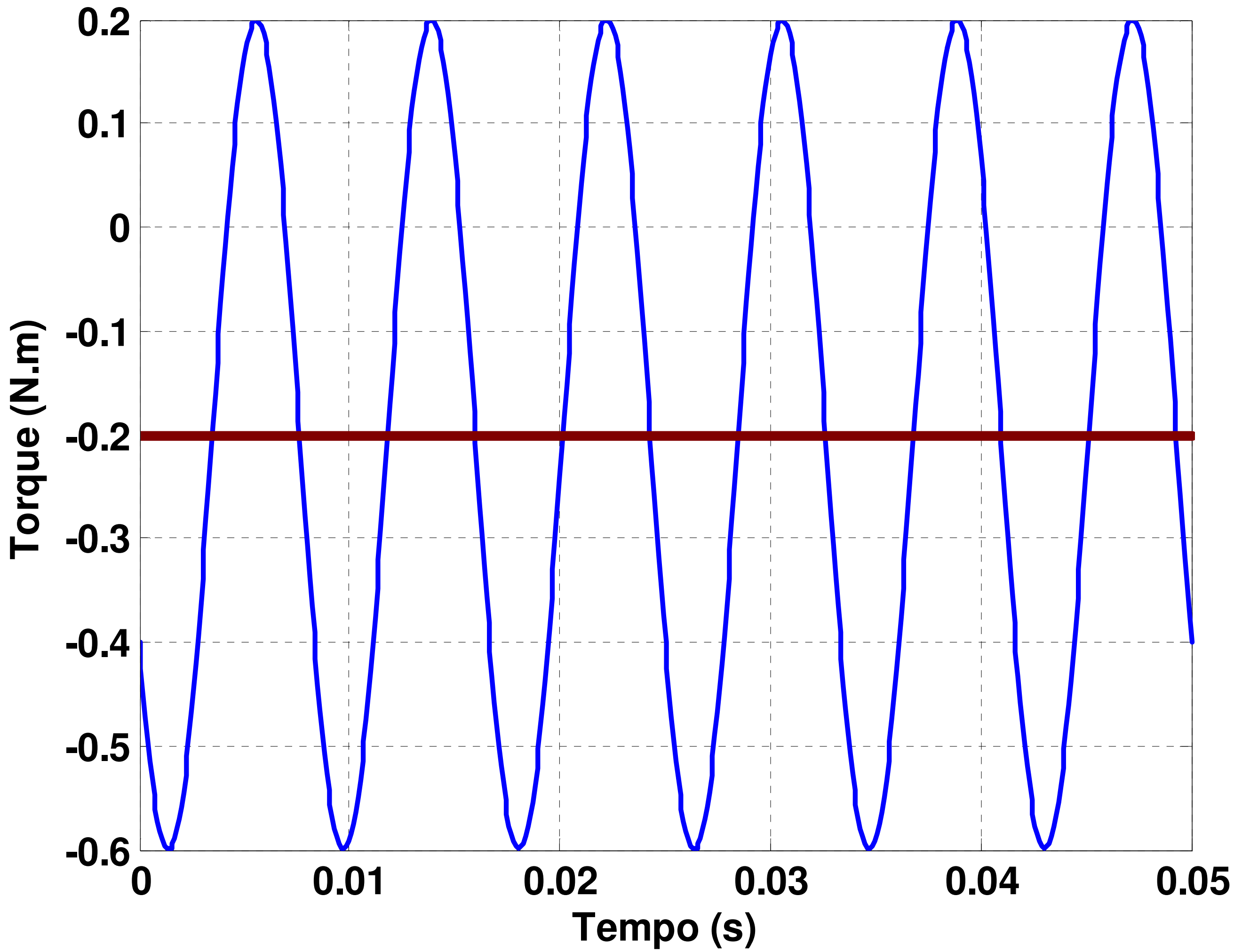
- O torque médio desenvolvido pela máquina possibilita a conversão contínua de energia à velocidade síncrona;

- Este é o princípio básico de operação de <u>**MÁQUINAS SÍNCRONAS**</u>, com excitação DC no rotor e excitação AC no estator, girando à velocidade síncrona;

- Uma vantagem desta máquina é a garantia de velocidade constante, em regime permanente, mesmo com variações de carga;

Máquinas Cilíndricas: Análise de Casos – CASO 1

T=-((2*2*0.200)/2)*(sin(**2*2*pi*60***t+30*pi/180)+sin(**30*pi/180**))



Máquinas Cilíndricas: Análise de Casos – CASO 2

- Rotor alimentado com corrente contínua: ω_r=0; α=0; → i_r=I_R
- Rotor bloqueado: ω_m= 0

Para estas condições o torque desenvolvido é dado por:

$$
\begin{aligned}
T = -\frac{I_{sm} I_{rm} M}{4} \{ \\
& \operatorname{sen}[(\omega_m + \omega_s + \omega_r)t + \delta + \alpha] \\
& + \operatorname{sen}[(\omega_m - \omega_s - \omega_r)t + \delta - \alpha] \\
& + \operatorname{sen}[(\omega_m + \omega_s - \omega_r)t + \delta - \alpha] \\
& + \operatorname{sen}[(\omega_m - \omega_s + \omega_r)t + \delta + \alpha] \\
& \}
\end{aligned}
$$

$$
T = -\frac{I_{sm} I_R M}{2} \{ \operatorname{sen}(\omega_s t + \delta) + \operatorname{sen}(-\omega_s t + \delta) \}
$$

Máquinas Cilíndricas: Análise de Casos – CASO 2

- Considerando a velocidade do eixo nula ($\omega_m = 0$), o torque desenvolvido é senoidal e tem valor médio nulo. Portanto, essa máquina não tem torque de partida (máquina síncrona monofásica);

$$\boxed{\mathrm{T} = -\frac{I_{sm} I_R M}{2}\left\{\mathrm{sen}(\omega_s t + \delta) + \mathrm{sen}(-\omega_s t + \delta)\right\}}$$

Máquinas Cilíndricas: Análise de Casos – CASO 3

- Enrolamentos do estator e rotor alimentados com corrente alternada com frequências diferentes : $\omega_m = \omega_s - \omega_r$

- Rotor girando à velocidade assíncrona: $\omega_m \neq \omega_s$; $\omega_m \neq \omega_r$;

Para estas condições o torque desenvolvido é dado por:

$$\mathrm{T} = -\frac{I_{sm} I_{rm} M}{4}\{ \\ \mathrm{sen}[(\omega_m + \omega_s + \omega_r)t + \delta + \alpha] \\ + \mathrm{sen}[(\omega_m - \omega_s - \omega_r)t + \delta - \alpha] \\ + \mathrm{sen}[(\omega_m + \omega_s - \omega_r)t + \delta - \alpha] \\ + \mathrm{sen}[(\omega_m - \omega_s + \omega_r)t + \delta + \alpha] \\ \}$$

$$\mathrm{T} = -\frac{I_{sm} I_{rm} M}{4}\{ \\ \mathrm{sen}[2\omega_s t + \delta + \alpha] \\ + \mathrm{sen}[-2\omega_r t + \delta - \alpha] \\ + \mathrm{sen}[2\omega_s t + \delta - \alpha] \\ + \mathrm{sen}[\delta + \alpha] \\ \}$$

$$\mathrm{T}_{\text{médio}} = -\frac{I_{sm} I_{rm} M}{4}\{\ \mathrm{sen}(\delta + \alpha)\ \}$$

Máquinas Cilíndricas: Análise de Casos – CASO 3

- O torque instantâneo é pulsante com componentes senoidais com o dobro da freqüência de alimentação do rotor e do estator, no entanto, o torque médio é diferente de zero:

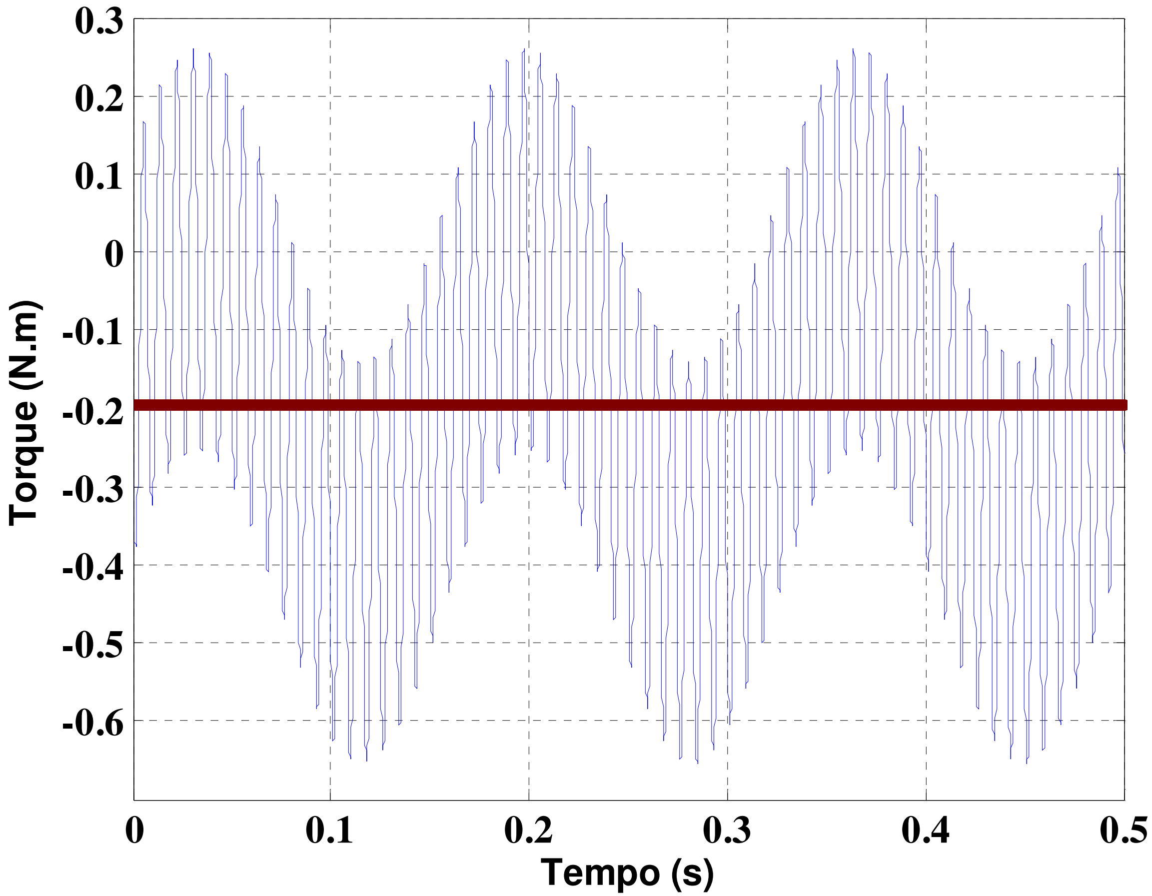
$$\boxed{T_{\text{médio}} = -\frac{I_{sm} I_{rm} M}{4} \left\{ \ \mathrm{sen}(\delta + \alpha) \ \right\}}$$

- O torque médio desenvolvido pela máquina possibilita a conversão contínua de energia à velocidade assíncrona;

- Este é o princípio básico de operação de **<u>MÁQUINAS DE INDUÇÃO.</u>** O enrolamento do estator é excitado em AC e o enrolamento do rotor também é percorrido por corrente alternada induzida pela campo variável do estator (o enrolamento do rotor é curto-circuitado). Esta máquina gira em velocidade assíncrona;

Máquinas Cilíndricas: Análise de Casos – CASO 3

T=-((2*2*0.200)/4)*(sin(**2*2*pi*60***t+30*pi/180+50*pi/180)
+sin(-**2*2*pi*3***t+30*pi/180-50*pi/180)
+sin(**2*2*pi*60***t+30*pi/180-50*pi/180)
+ sin(**30*pi/180+50*pi/180**))



Máquinas Cilíndricas: Análise de Casos – CASO 4

- Enrolamentos do estator e rotor alimentados com corrente alternada com frequências diferentes : ω_s e ω_r

- Rotor bloqueado: $\omega_m = 0$

Para estas condições o torque desenvolvido é dado por:

$$\boxed{\begin{aligned} \mathrm{T} = -\frac{I_{sm} I_{rm} M}{4} \{ & \\ & \mathrm{sen}[(\omega_s + \omega_r)t + \delta + \alpha] \\ & + \mathrm{sen}[(-\omega_s - \omega_r)t + \delta - \alpha] \\ & + \mathrm{sen}[(\omega_s - \omega_r)t + \delta - \alpha] \\ & + \mathrm{sen}[(-\omega_s + \omega_r)t + \delta + \alpha] \\ & \} \end{aligned}}$$

Máquinas Cilíndricas: Análise de Casos – CASO 4

- Considerando a velocidade do eixo nula ($\omega_m = 0$), o torque desenvolvido é senoidal e tem valor médio nulo. Portanto, essa máquina não tem torque de partida (máquina de indução monofásica);

- Máquinas de indução trifásicas apresentam torque de partida e ainda eliminam vibrações associadas ao torque pulsante. Estas máquinas são baseadas no conceito de **campo magnético girante;**

- A diferença relativa entre as velocidades angulares das correntes do estator e do rotor define o **escorregamento** da máquina de indução:

$$\boxed{s = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s} \quad \Rightarrow \quad \omega_{\mathrm{m}} = s\omega_s}$$

- O escorregamento varia de 1 a 5% da velocidade síncrona;
- Com isso, a velocidade mecânica de operação em uma máquina de indução deve ser um pouco abaixo ou um pouco acima da velocidade síncrona (pouco flexibilidade em termos de controle de velocidade);