

# SEM0501

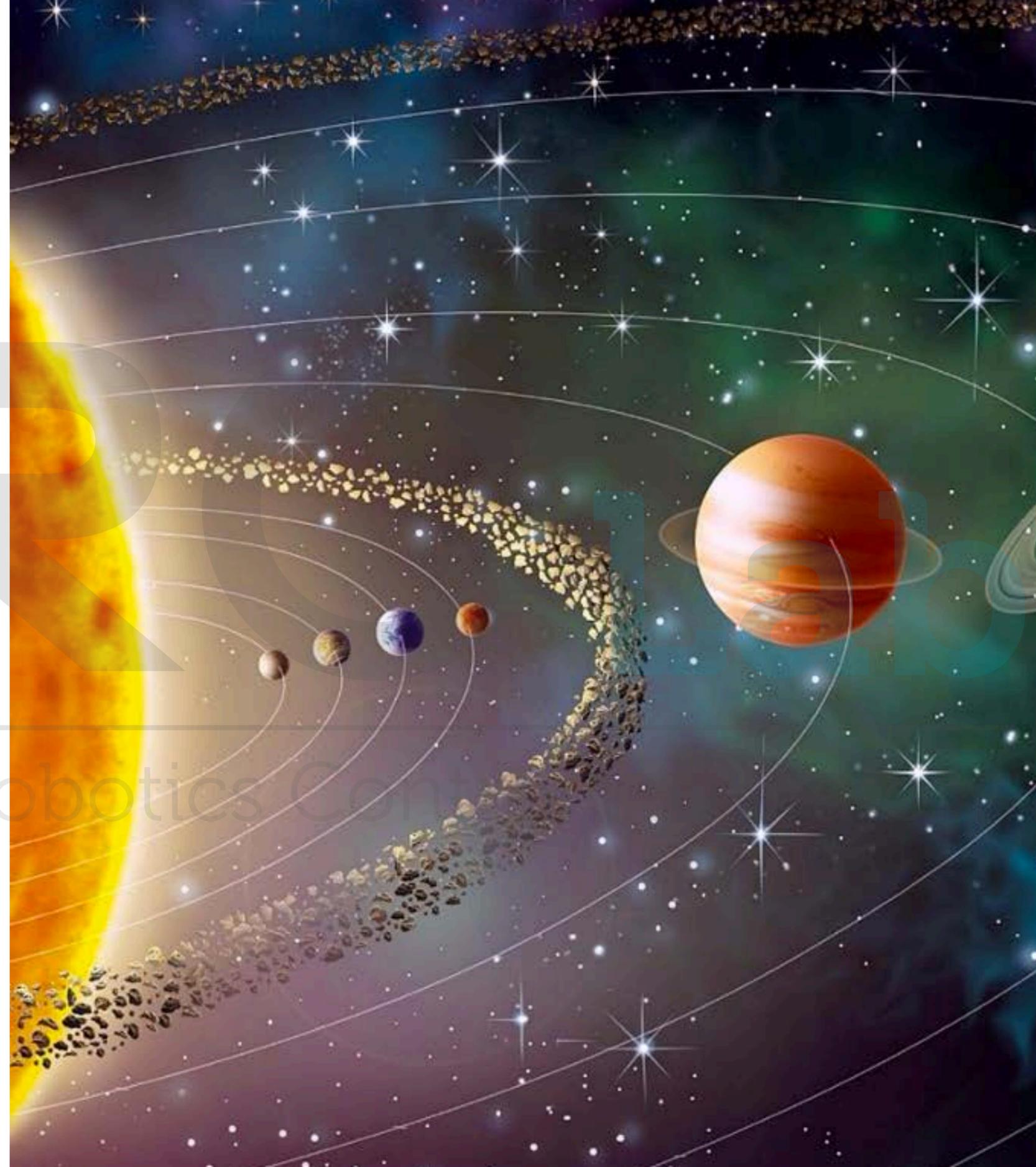
## Dinâmica Aplicada às Máquinas

Aula #11 — Leis de Newton e  
Equações de movimento

**Prof. Dr. Thiago Boaventura**

[tboaventura@usp.br](mailto:tboaventura@usp.br)

São Carlos, 01/10/18



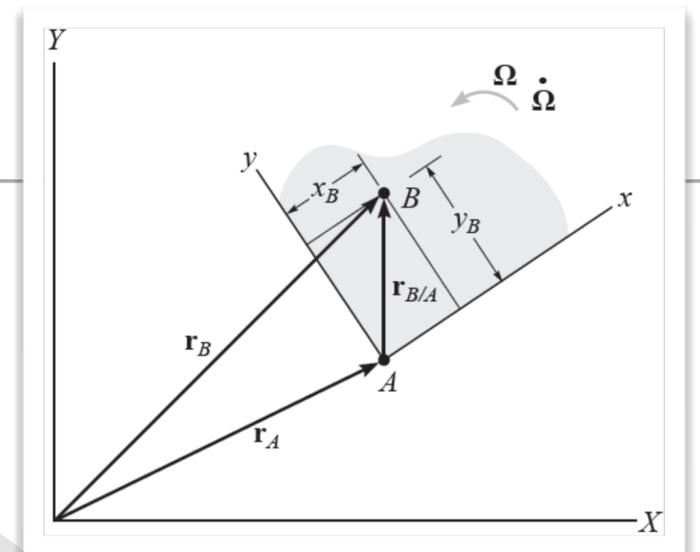
# Aulas passadas...

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + (\mathbf{v}_{B/A})_{xyz} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_{B/A}$$



# Aulas passadas...

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + (\mathbf{v}_{B/A})_{xyz} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_{B/A}$$



$\mathbf{v}_B$

velocidade absoluta de  $B$   
(iguais)

movimento de  $B$  observado a partir do sistema  
 $X, Y, Z$

ARC Lab

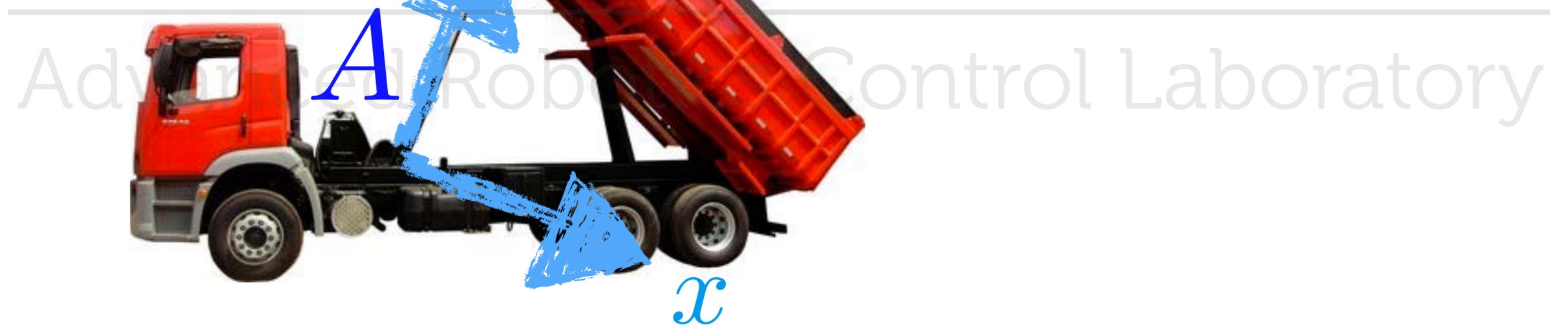
Advanced Robotics Control Laboratory

# Aulas passadas...

$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + (\mathbf{a}_{B/A})_{xyz} + 2\boldsymbol{\Omega} \times (\mathbf{v}_{B/A})_{xyz} + \dot{\boldsymbol{\Omega}} \times \mathbf{r}_{B/A} + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_{B/A})$$



ARC Lab





A arte do

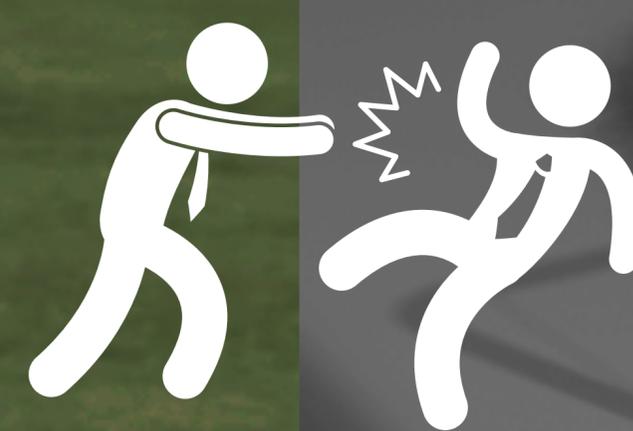
# Movimento



# Cinemática



# Cinética



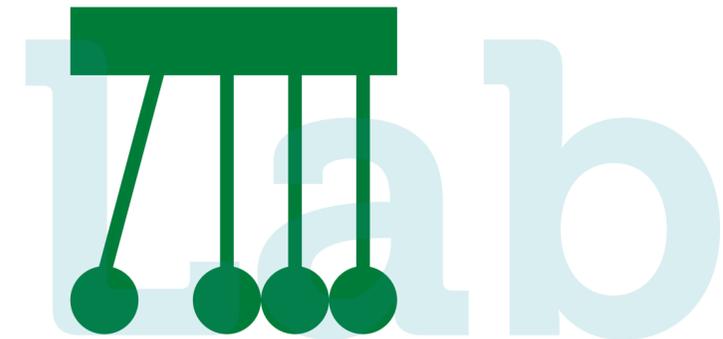
# Cinética



**Equações de movimento**



**Trabalho e energia**



**Impulso e quantidade de movimento**

# Conteúdo

Introdução

- Leis de Newton
- Momento linear



Equação do movimento

- Partícula e corpo rígido
- Coordenadas retangulares
- Coordenadas normais e tangenciais



Conclusão

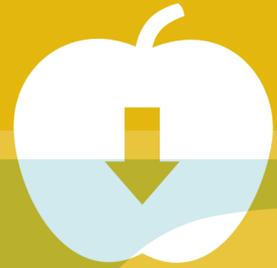
- “Take-home messages”
- Projeto PJ2



# Conteúdo

Introdução

- Leis de Newton
- Momento linear



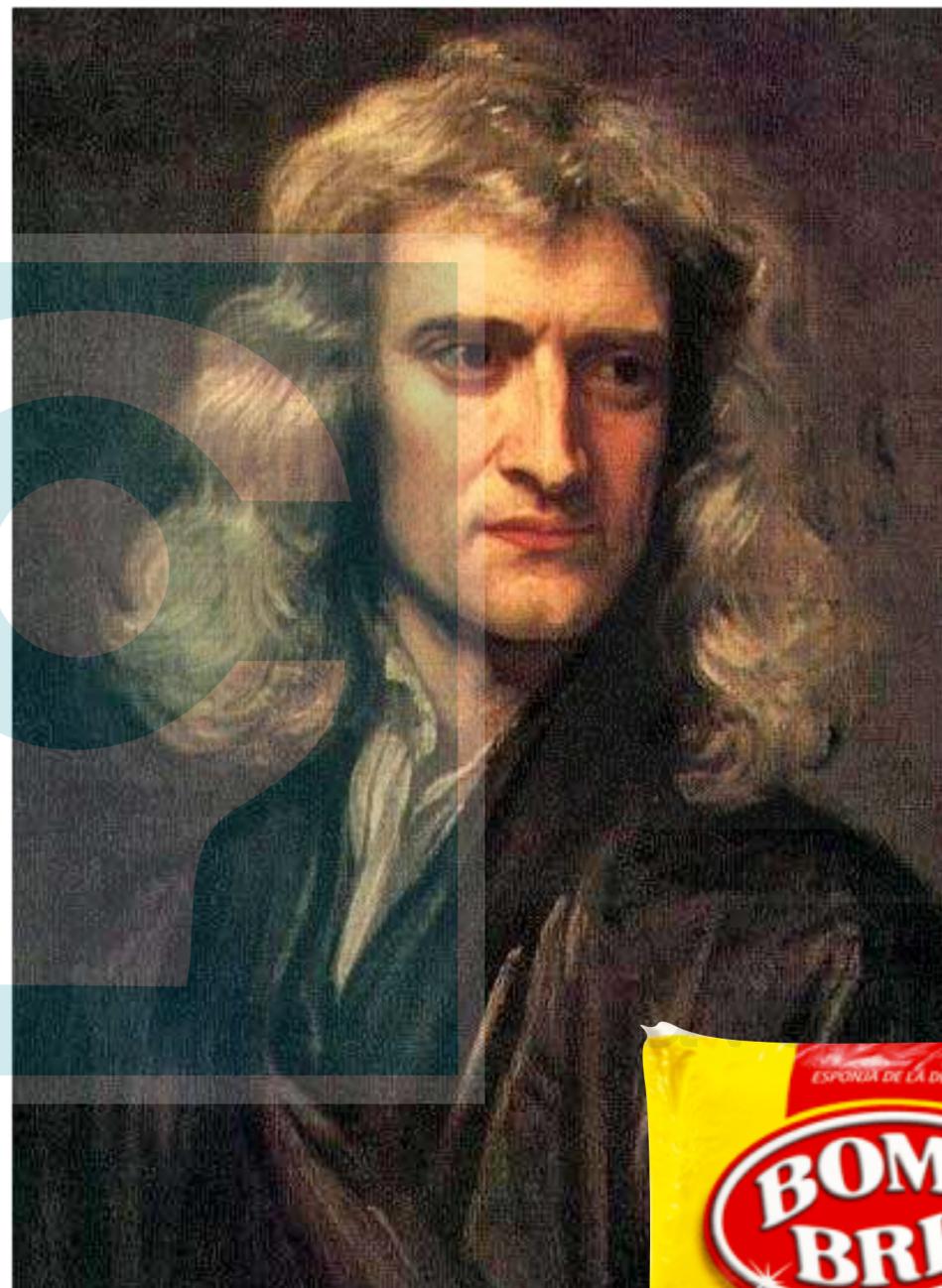
Equação do movimento

Conclusão

ARC Lab

Advanced Robotics Control Laboratory

# Newton



**Alquimista**

**Filósofo natural**

**Teólogo**

**Astrônomo**

**Físico**

**Matemático**

1643 - 1727

(84 anos)



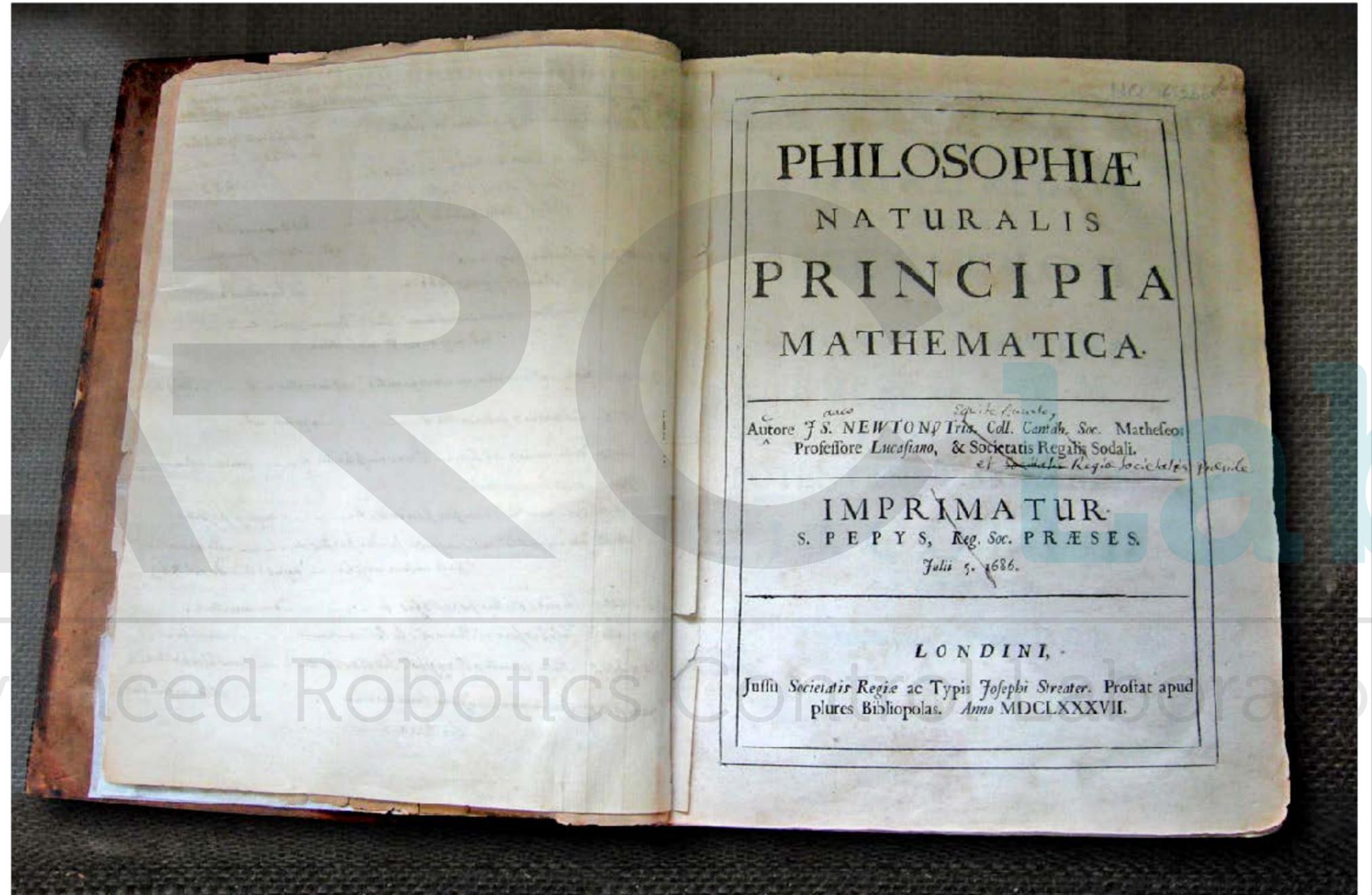
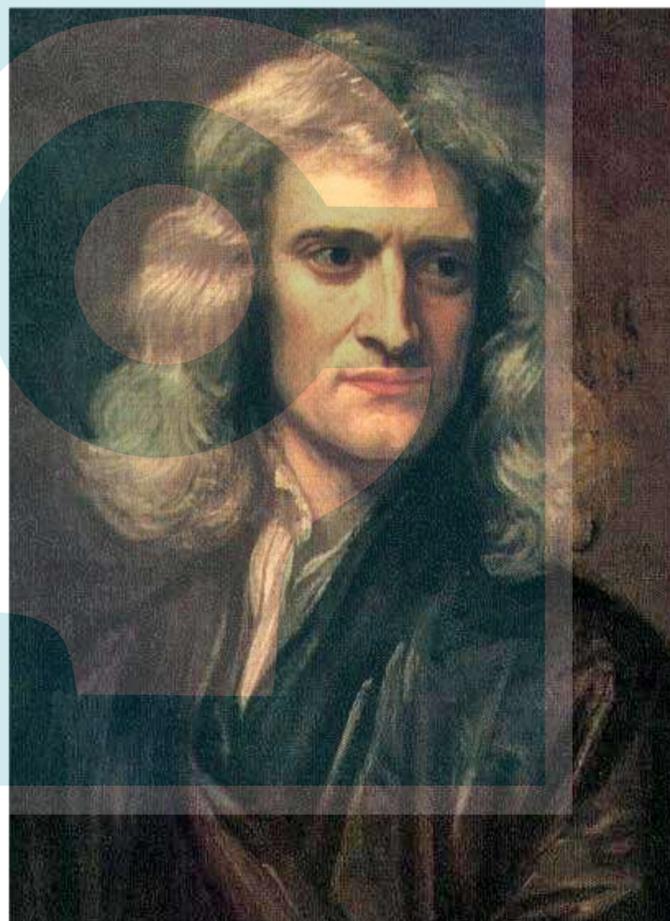
Introdução

Equação do movimento

Conclusão

# Newton

Introdução



1687

Equação do movimento

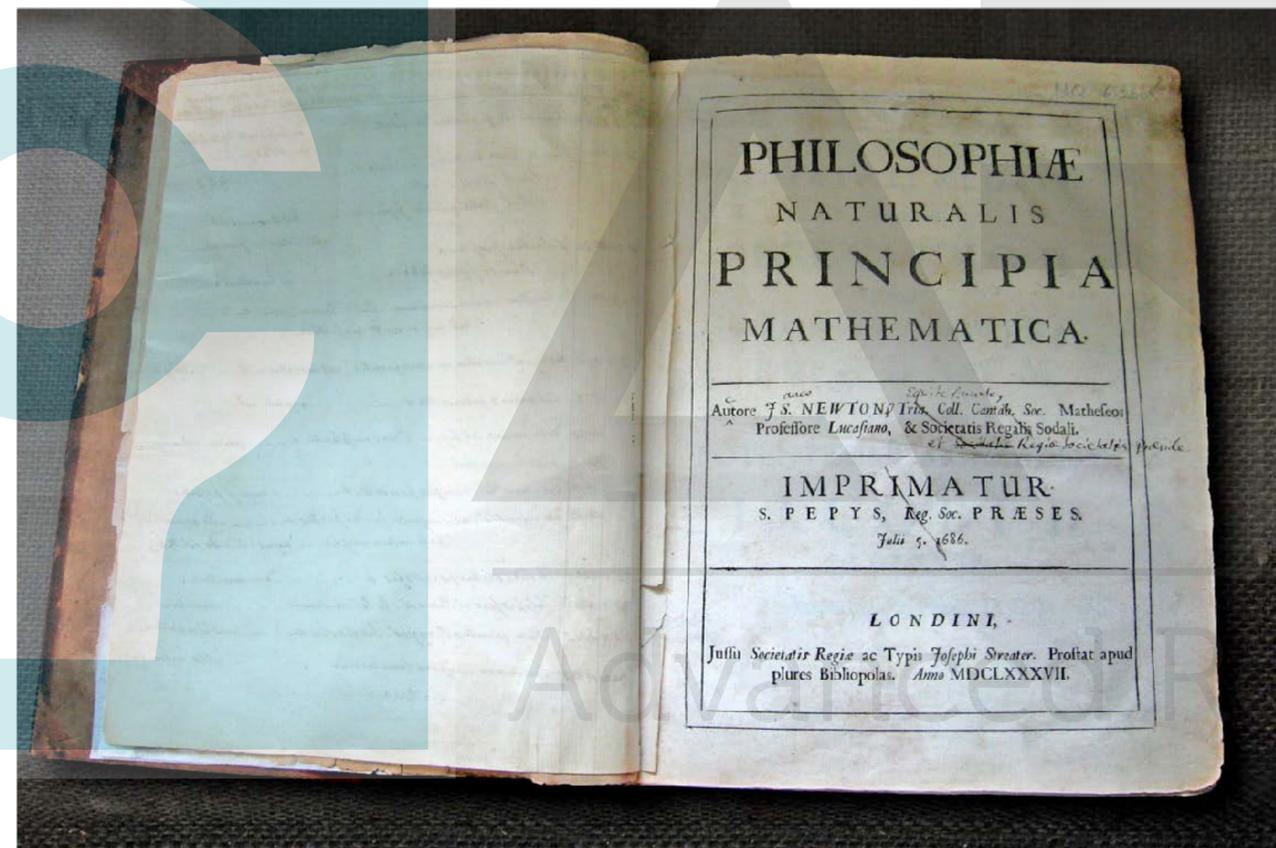
Conclusão

# Leis de Newton

Introdução

Equação do movimento

Conclusão



1. Lei da inércia

2. Lei da dinâmica

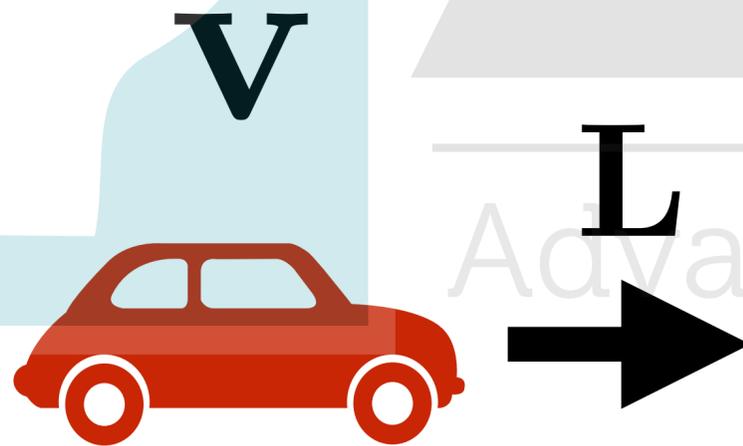
3. Lei da ação e reação

# Momento linear

Também chamado de

Quantidade de movimento  
“Inércia”

$$\mathbf{L} = m\mathbf{v}$$



$m$



$M$

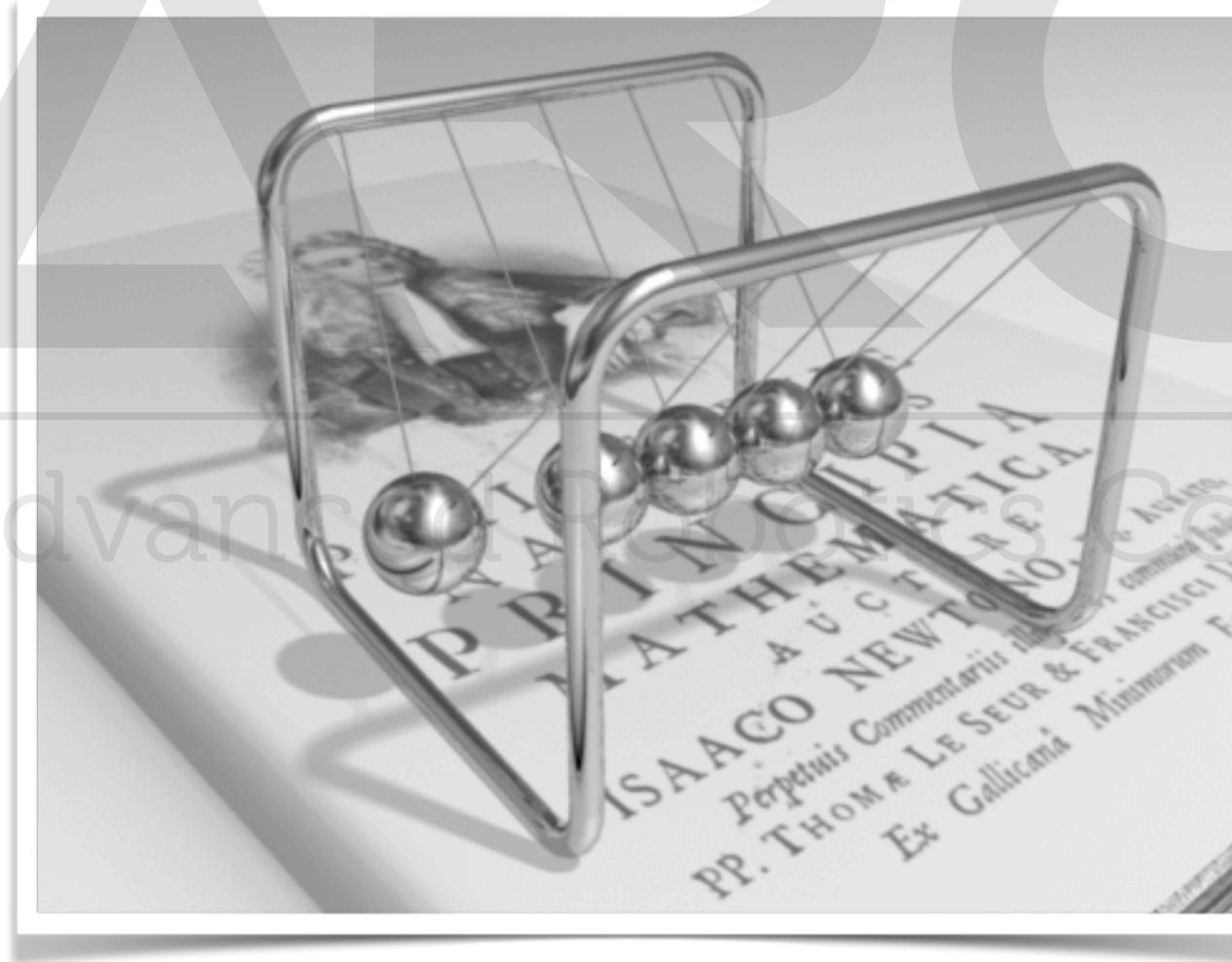
Introdução

Equação do movimento

Conclusão

# Momento linear

Constante na ausência de  
forças externas ao sistema



Lab

Advanced Control Laboratory

Introdução

Equação do movimento

Conclusão

# Conteúdo

Introdução



- **Partícula e corpo rígido**
- Coordenadas retangulares
- Coordenadas normais e tangenciais

Equação do movimento

Conclusão

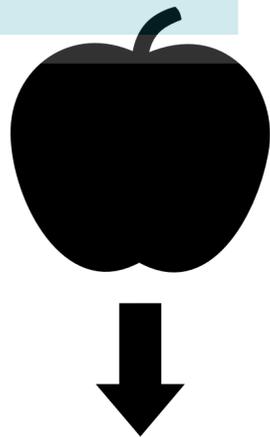
# A equação do movimento de uma partícula

Introdução

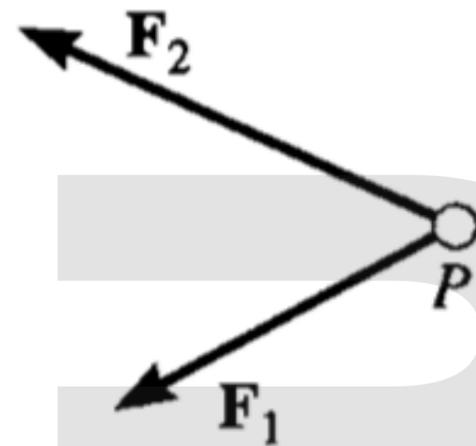


segunda

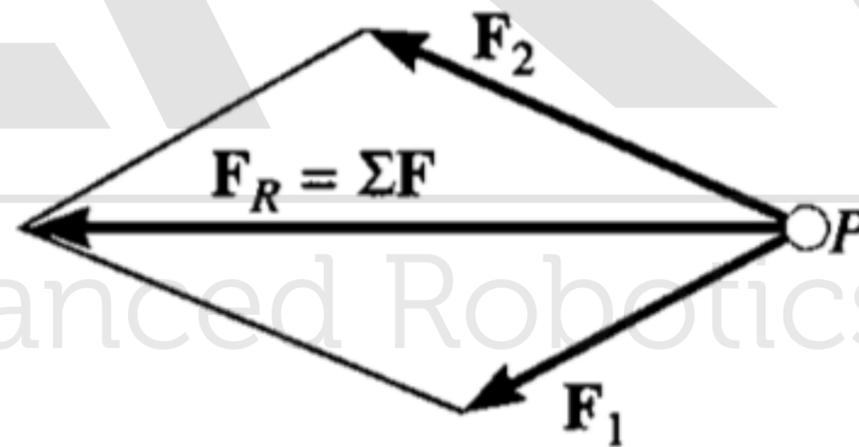
lei



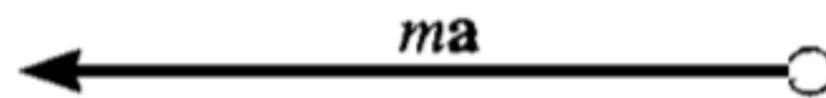
Conclusão



$$\sum \mathbf{F} = \mathbf{F}_R$$



$$\mathbf{F}_R = \frac{d(\mathbf{L})}{dt} = \frac{d(m\mathbf{v})}{dt}$$



$$\mathbf{F}_R = ma$$

e essa equação  
também vale para um

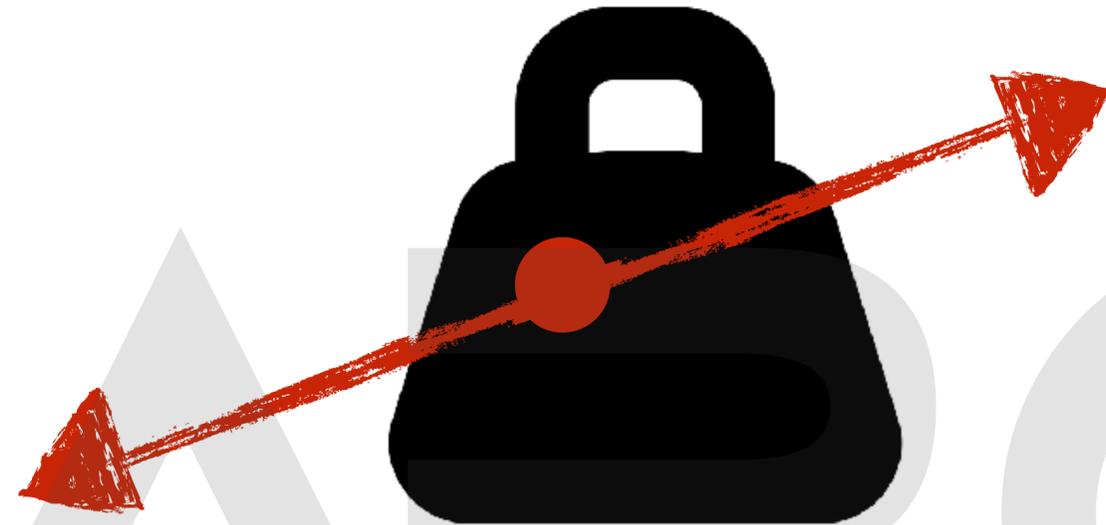
corpo rígido?

$$F_R = ma$$



# Corpo rígido

Introdução



conjunto de partículas

Lab

corpo rígido

não se deforma!

Conclusão

IDEAL



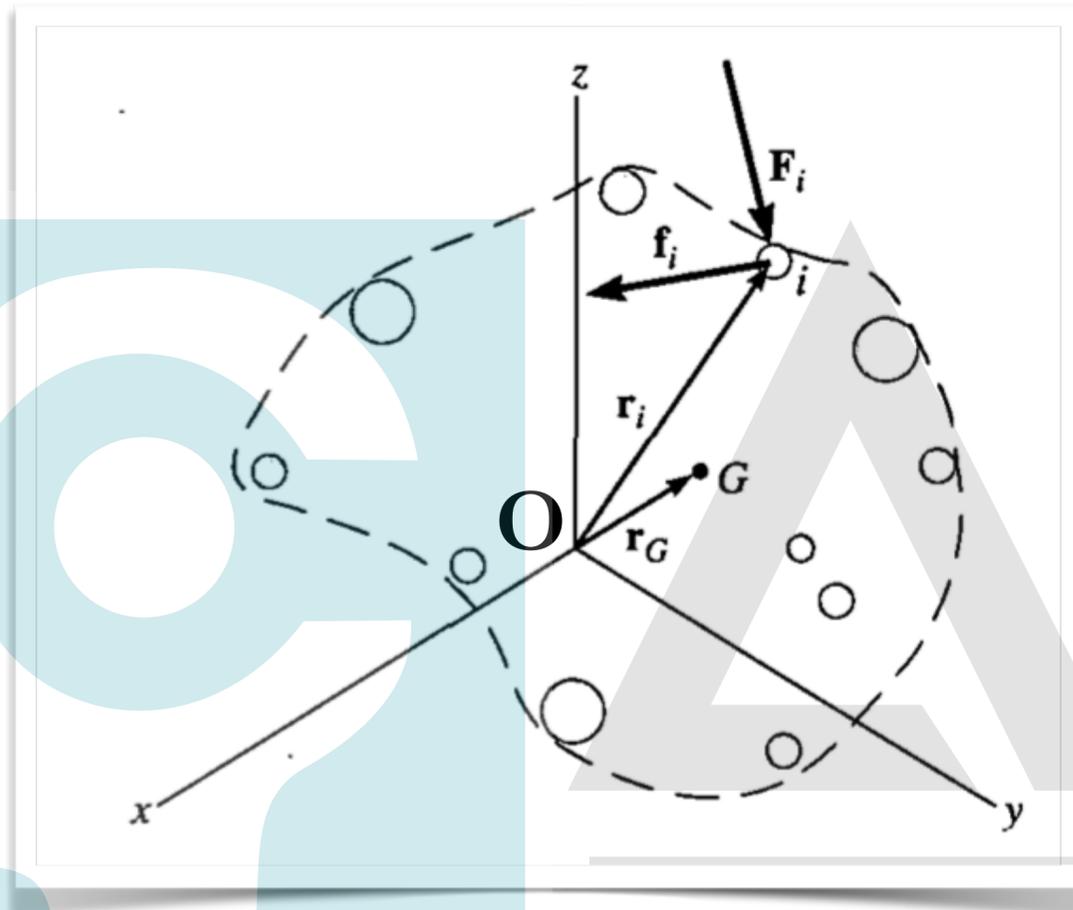
forças internas se cancelam!

# A equação do movimento de um corpo rígido

Introdução

Equação do movimento

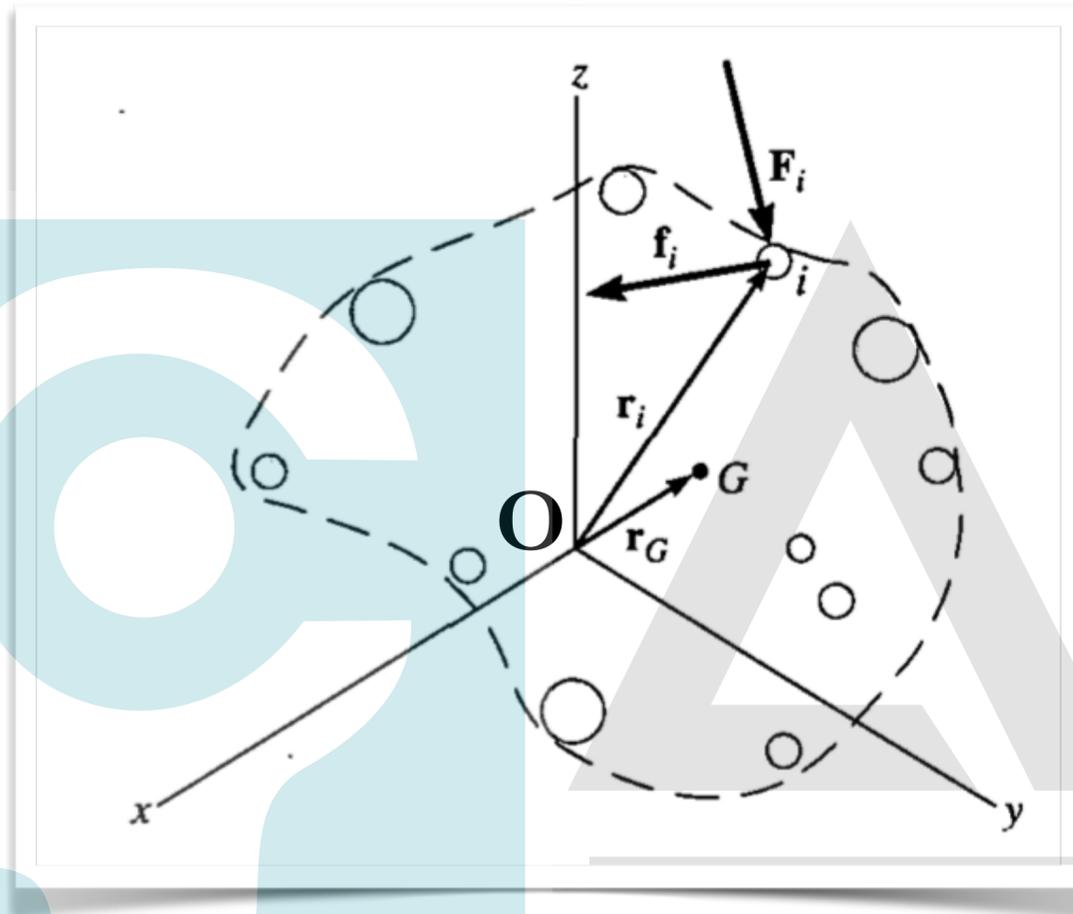
Conclusão



Advanced Robotics Control Laboratory

$$\sum \mathbf{F}_i = \sum m_i \mathbf{a}_i / O$$

# Centro de massa



média ponderada da distância  
com a massa como peso

$$\mathbf{r}_{G/O} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_i \mathbf{r}_{i/O}$$

$$\frac{d^2}{dt^2}$$

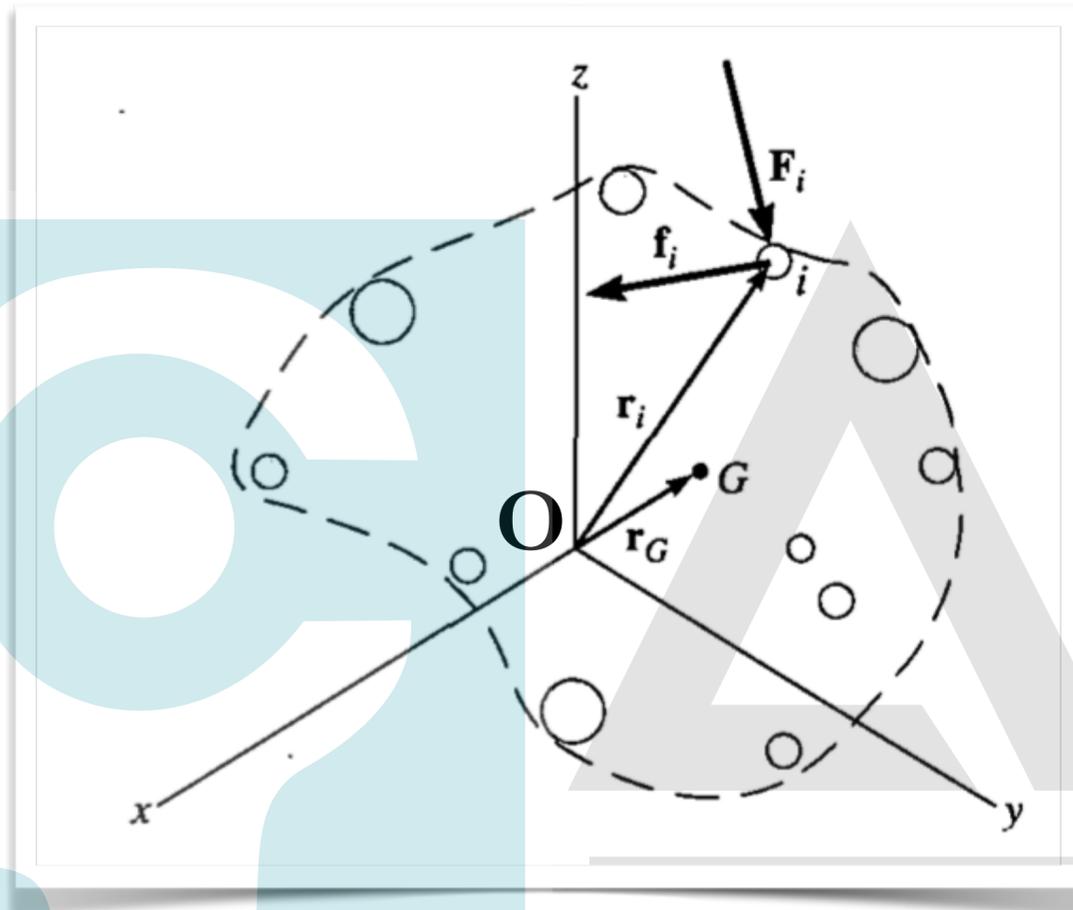
$$\mathbf{a}_{G/O} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_i \mathbf{a}_{i/O}$$

# A equação do movimento de um corpo rígido

Introdução

Equação do movimento

Conclusão



$$\mathbf{a}_{G/O} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_i \mathbf{a}_{i/O}$$

$$\sum \mathbf{F}_i = \sum m_i \mathbf{a}_{i/O} = M \mathbf{a}_{G/O}$$

e essa equação

também vale para um

corpo rígido?

Para seu centro de

massa, **sim!**



$$\mathbf{F}_R = ma$$

$$\mathbf{F}_R = ma_G$$

# Conteúdo

Introdução



- Partícula e corpo rígido
- **Coordenadas retangulares**
- Coordenadas normais e tangenciais

Equação do movimento

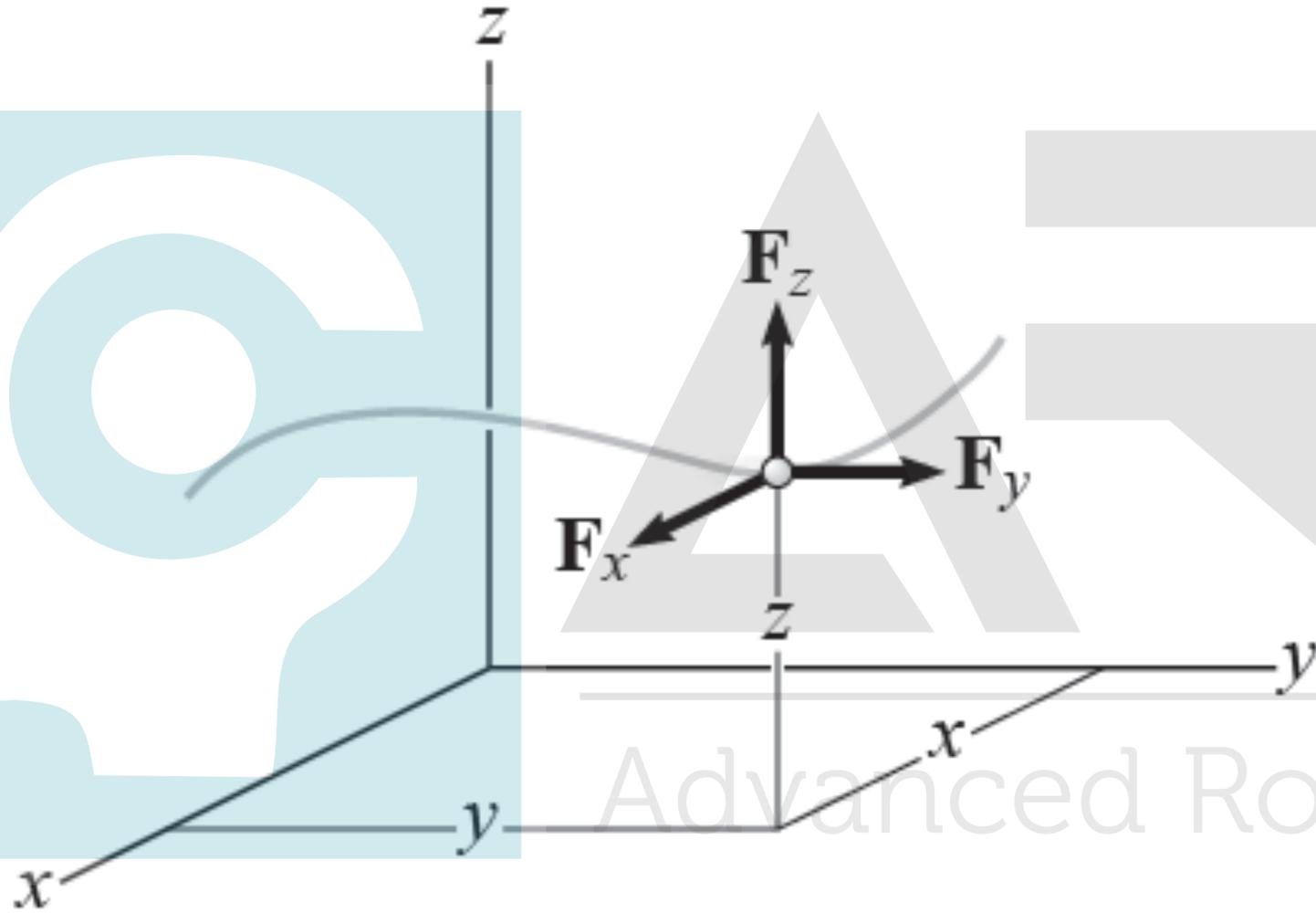
Conclusão

# Coordenadas retangulares

Introdução

Equação do movimento

Conclusão



$$\sum \mathbf{F}_x = m\mathbf{a}_x$$

$$\sum \mathbf{F}_y = m\mathbf{a}_y$$

$$\sum \mathbf{F}_z = m\mathbf{a}_z$$

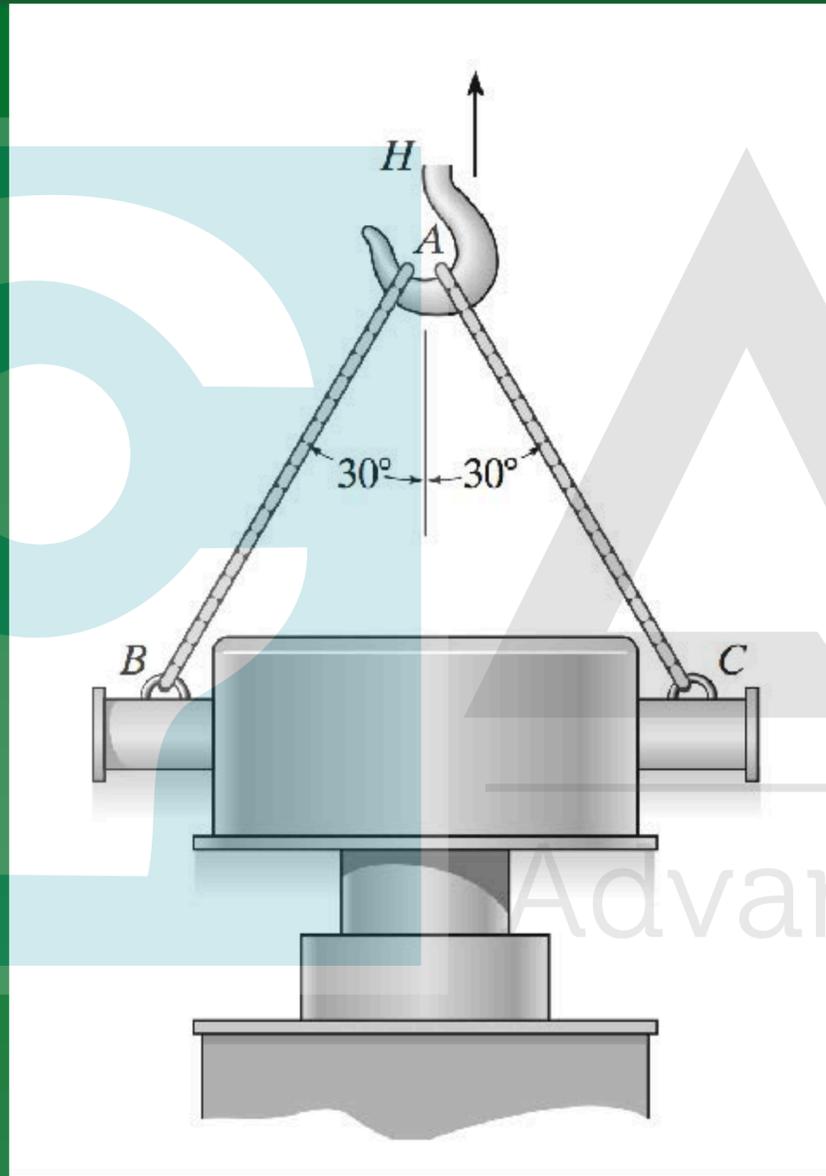
**movimentos** *retilíneos*

# Problema 13.1

Introdução

Equação do movimento

Conclusão



- **13.1.** A peça fundida tem massa de 3 Mg. Suspensa em uma posição vertical e inicialmente em repouso, recebe uma velocidade escalar para cima de 200 mm/s em 0,3 s utilizando o gancho  $H$  do guindaste. Determine a tração nos cabos  $AC$  e  $AB$  durante este intervalo de tempo se a aceleração for constante.

# Problema 13.4

Introdução

Equação do movimento

Conclusão

\***13.4.** A caminhonete de 2 Mg está se movendo a 15 m/s quando os freios em todas suas rodas são aplicados, fazendo com que ela escorregue por uma distância de 10 m antes de chegar ao repouso. Determine a força horizontal constante desenvolvida no engate C, e a força de atrito desenvolvida entre os pneus da caminhonete e a estrada durante este tempo. A massa total da lancha e do reboque é 1 Mg.



# Conteúdo

Introdução



- Partícula e corpo rígido
- Coordenadas retangulares
- **Coordenadas normais e tangenciais**

Equação do movimento

Conclusão

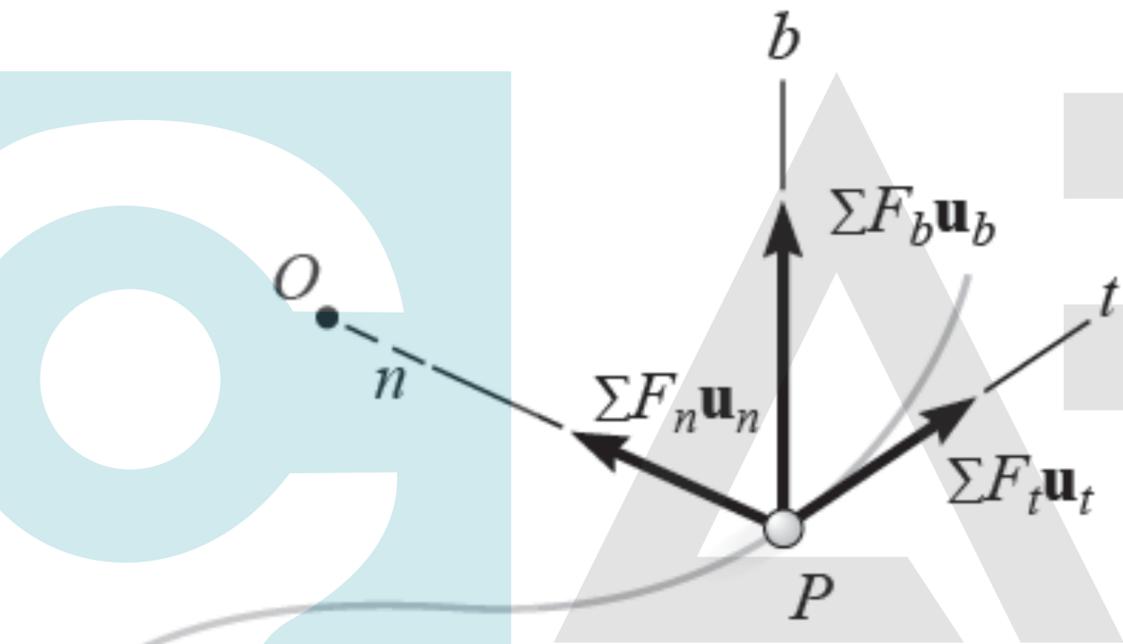
# Coordenadas normais e retangulares

Introdução

## movimentos

## curvilíneos

direções tangencial, normal e binormal



Sistema de coordenada inercial

$$a_t = \dot{v}$$

$$\sum \mathbf{F}_t = m \mathbf{a}_t$$

$$a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

$$\sum \mathbf{F}_n = m \mathbf{a}_n$$

$$\Sigma \mathbf{F} = m \mathbf{a}$$

$$\sum \mathbf{F}_b = 0$$

$$\Sigma F_t \mathbf{u}_t + \Sigma F_n \mathbf{u}_n + \Sigma F_b \mathbf{u}_b = m \mathbf{a}_t + m \mathbf{a}_n$$

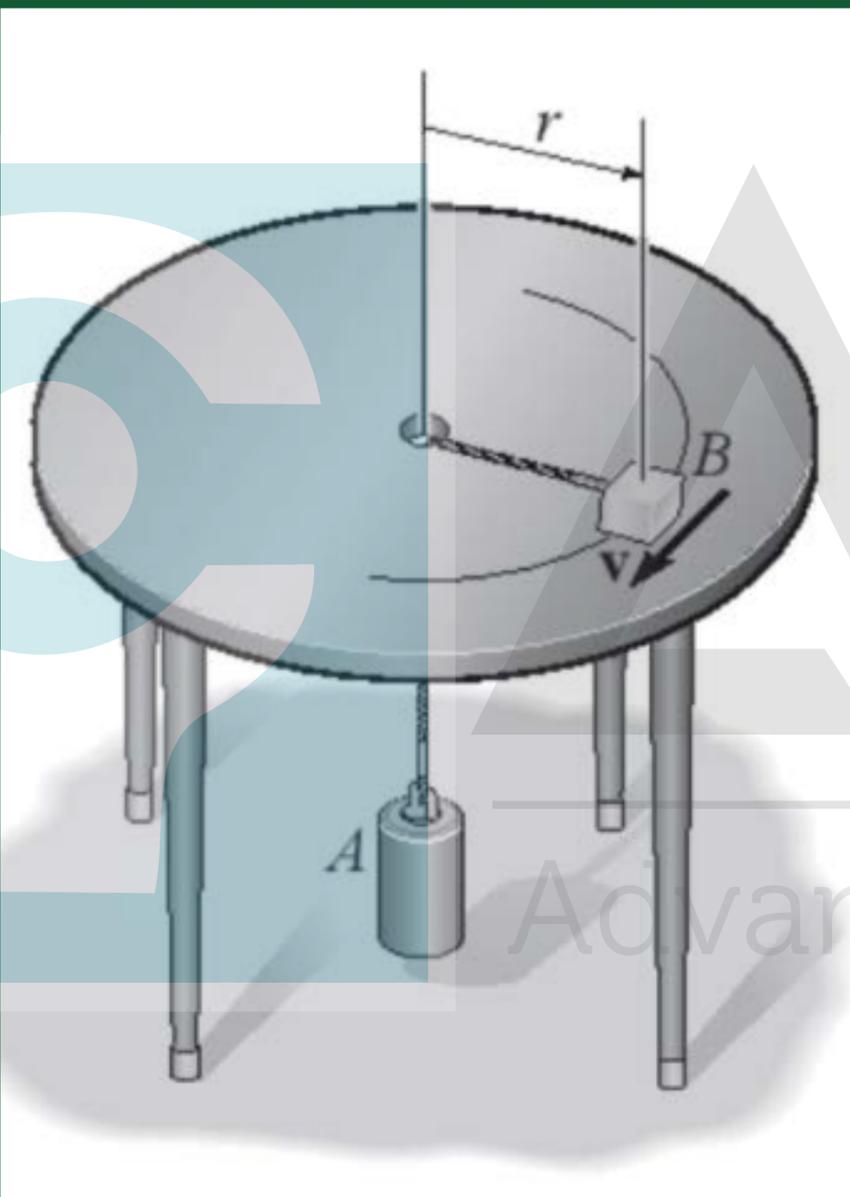
Conclusão

# Problema 13.48

Introdução

Equação do movimento

Conclusão



\*13.48. O bloco  $B$  de 2 kg e o cilindro  $A$  de 15 kg estão ligados por uma corda leve que passa por um buraco no centro da mesa lisa. Se ao bloco é dada uma velocidade de  $v = 10$  m/s, determine o raio  $r$  da trajetória circular ao longo da qual ele se move.

# Conteúdo

Introdução

Equação do movimento

ARC Lab

Advanced Robotics Control Laboratory



- “Take-home messages”
- Projeto PJ2

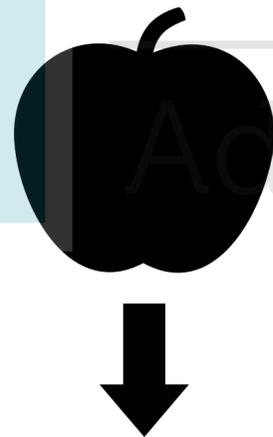
Conclusão

# “Take-home messages”

princípio  
fundamental da  
dinâmica

$$\mathbf{F}_R = \frac{d(\mathbf{L})}{dt} = \frac{d(m\mathbf{v})}{dt}$$

$$\mathbf{F}_R = m\mathbf{a}$$

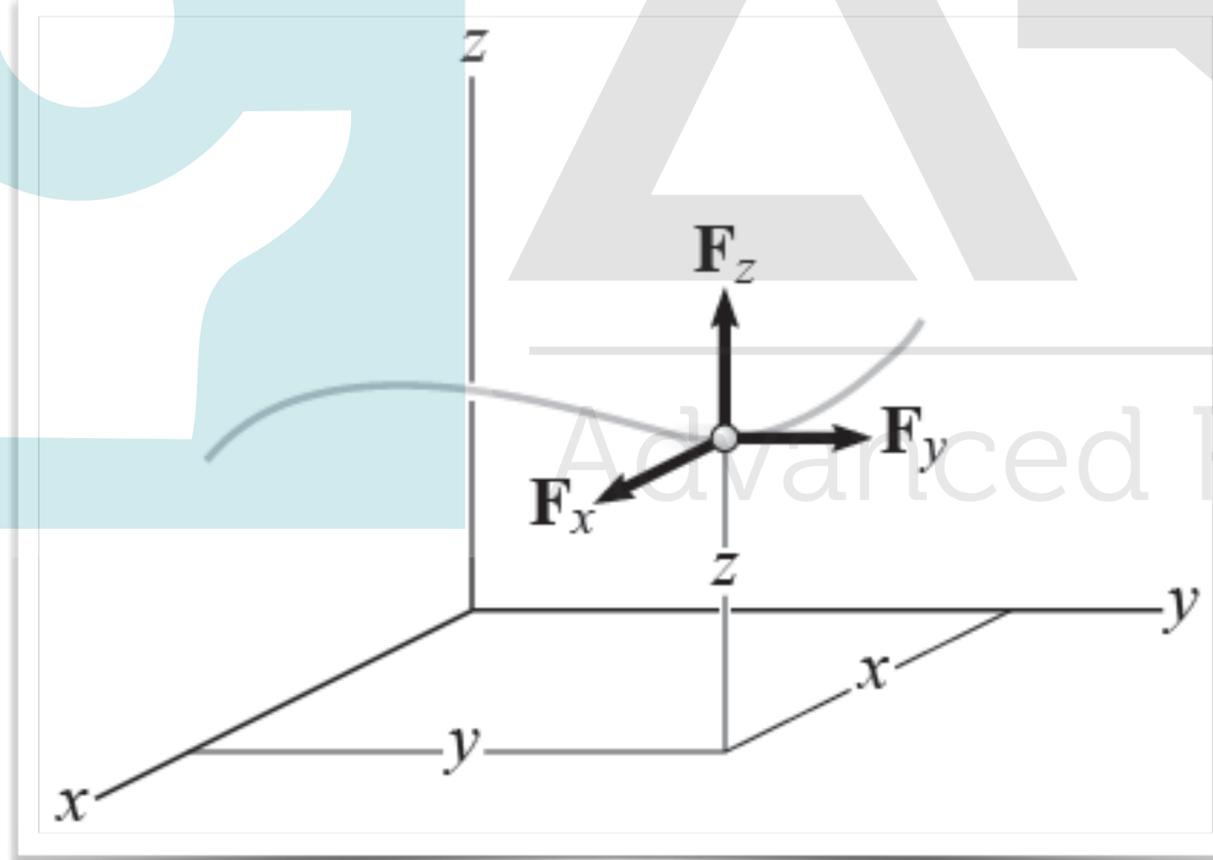


$$\mathbf{F}_R = M\mathbf{a}_G$$

# “Take-home messages”

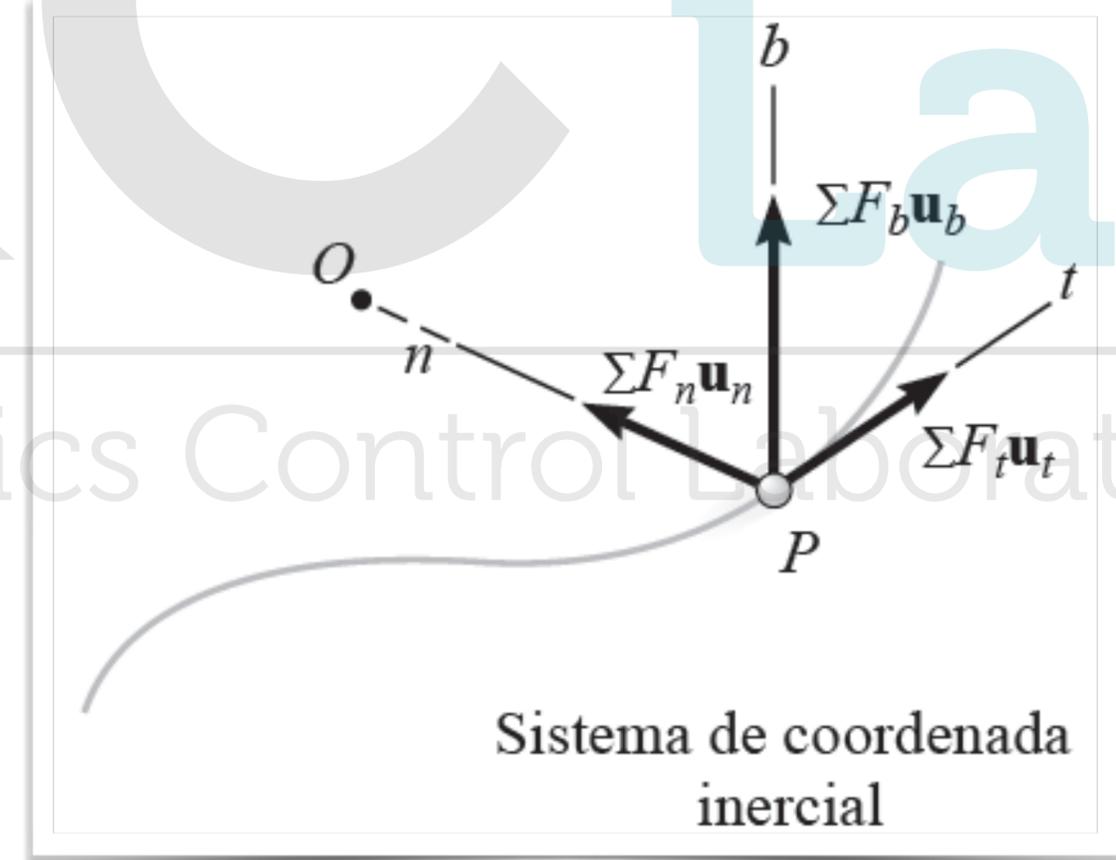
## Coordenadas retangulares

movimento retilíneo



## Coordenadas normais e tangenciais

movimento curvilíneo



Introdução

Equação do movimento

Conclusão

# Próxima aula

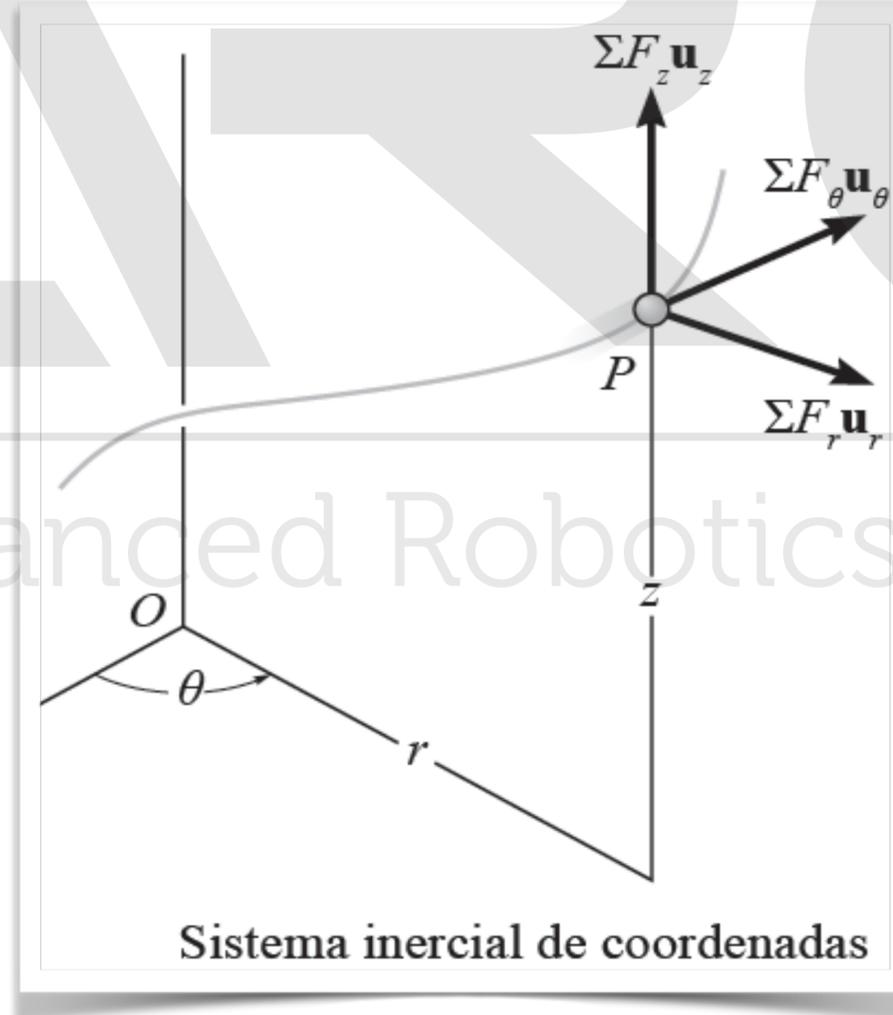
Introdução

Equação do movimento

Conclusão

## Coordenadas cilíndricas (Cap. 13.6)

movimento angular e radial



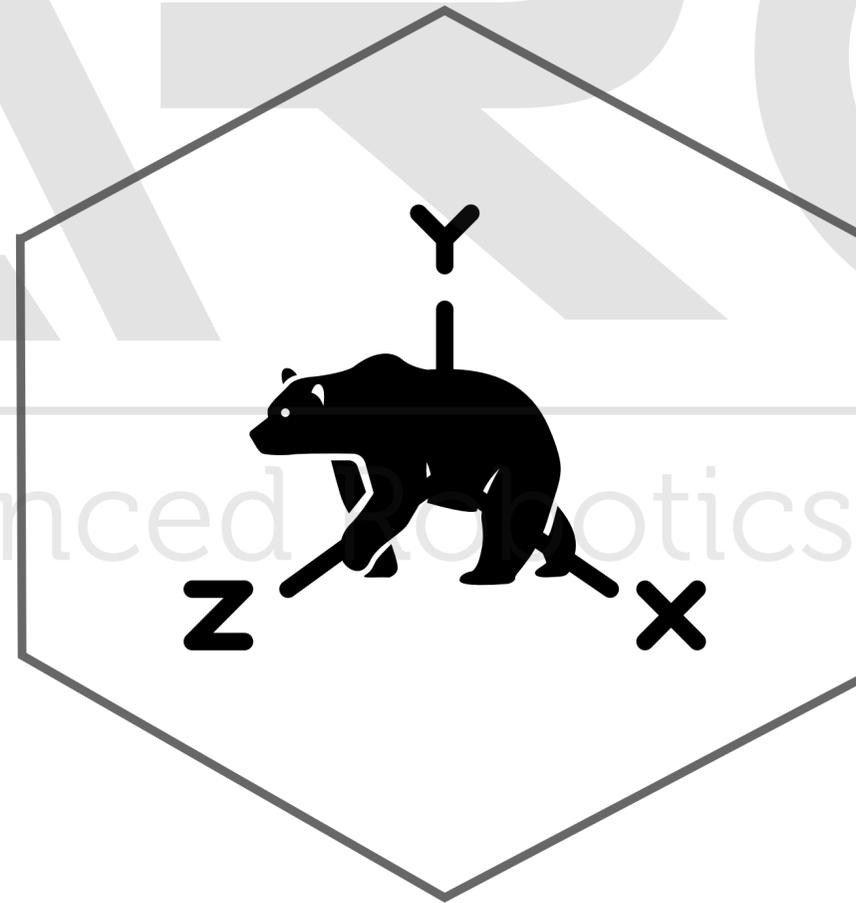
Advanced Robotics Control Laboratory

Lab

# Próxima aula

## Coordenadas polares/cilíndricas (Cap. 13.6)

movimento angular e radial



Introdução

Equação do movimento

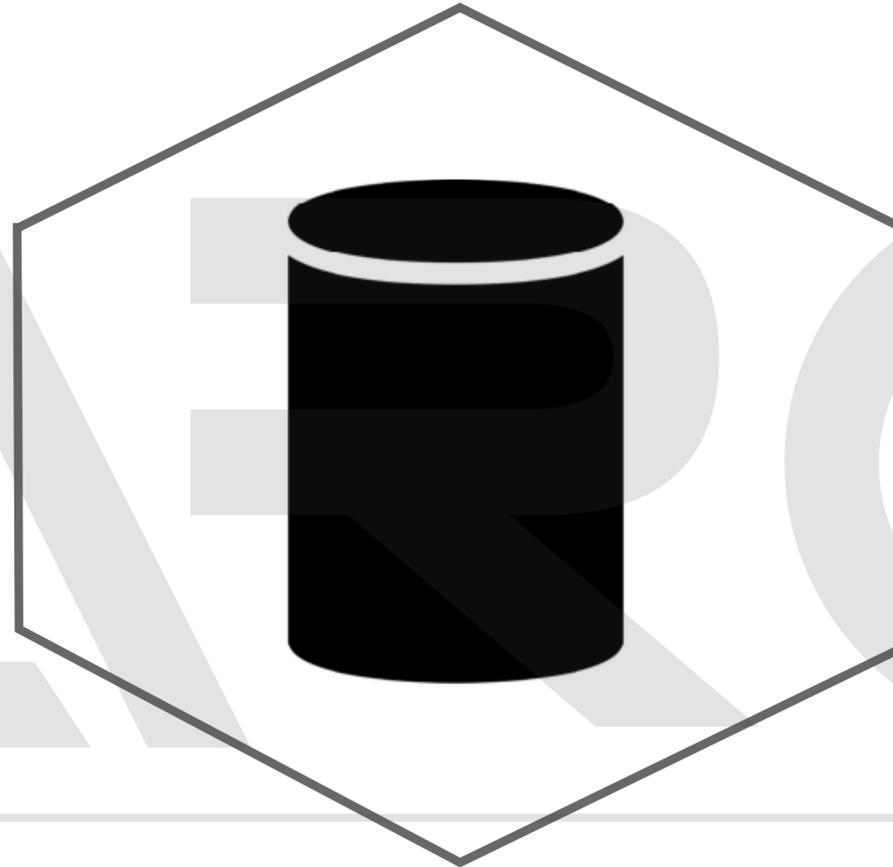
Conclusão

# Próxima aula

Introdução

Equação do movimento

Conclusão



Advanced Robotics Control Laboratory

Definir **momento de inércia**

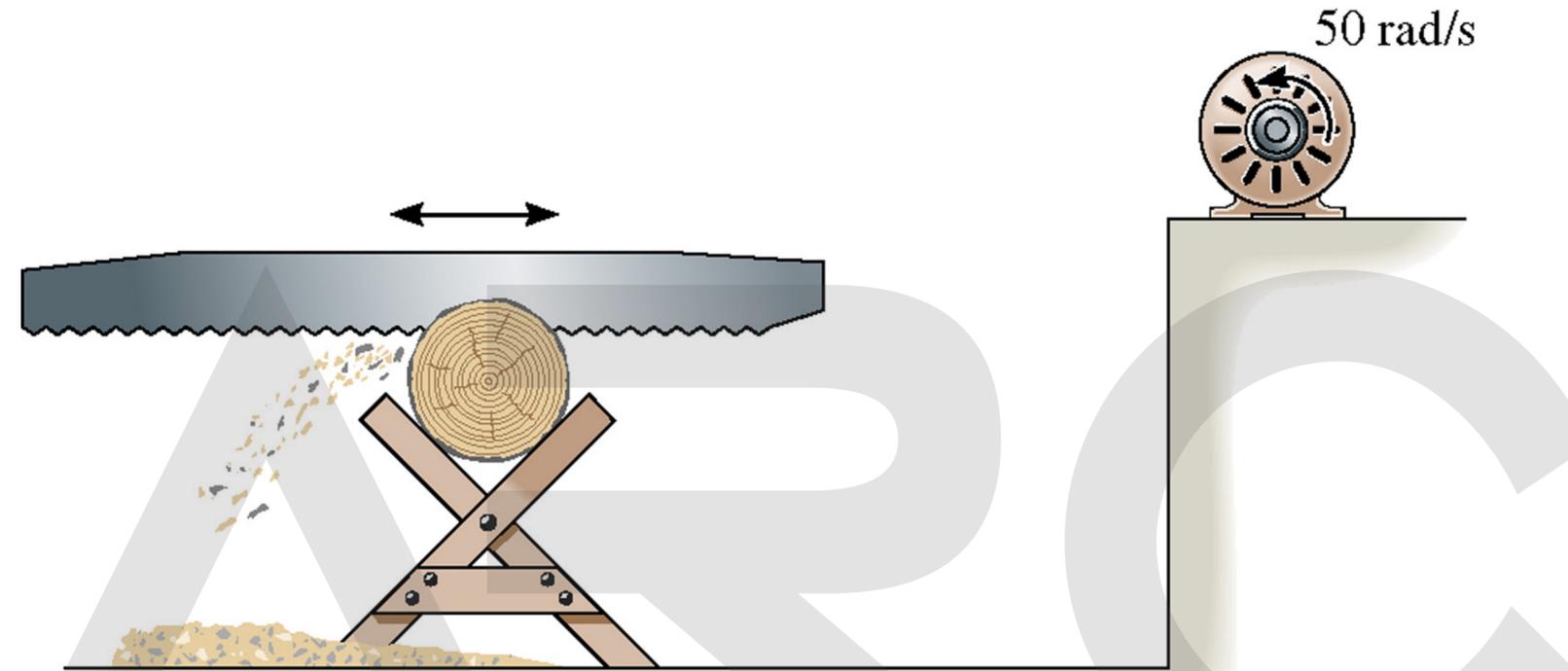
(Cap. 17.1)

# Projeto PJ2

Introdução

Equação do movimento

Conclusão



Deseja-se que a lâmina de uma serra mantida na posição horizontal realize o movimento completo de vai-e-vem em 2 segundos. Um motor elétrico, com seu eixo motor girando a 50 rad/s, esta disponível para acionar a serra e poderá ser instalado em qualquer lugar. Projete um mecanismo que transfira a rotação do motor a lâmina de serra. Apresente desenhos de seu projeto e os cálculos da cinemática da lâmina. Inclua gráficos da velocidade e da aceleração da lamina, em função de sua posição horizontal. Observe que, para cortar totalmente a tora, deve-se permitir que a lamina tenha movimentos livres para baixo e de vai-e-vem.

# Projeto P2

Introdução



relatório

- 1. Transcrição do enunciado**
- 2. Desenho esquemático**
- 3. Explicação da proposta de solução**
- 4. Cálculos de cinemática**

Equação do movimento

Grupos de  
5 pessoas



avaliação

- 1. Originalidade do projeto**
- 2. Correção dos cálculos**
- 3. Organização e clareza do relatório**
- 4. (Possível apresentação)**

Conclusão

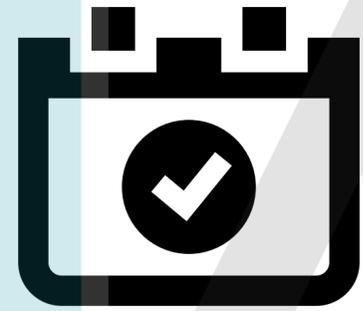
# Projeto PJ2

---

Introdução

Equação do movimento

Conclusão



data de entrega

Quarta-feira

**17/0** **Out** **Lab**

**16:19**

Advanced Robotics Control Laboratory

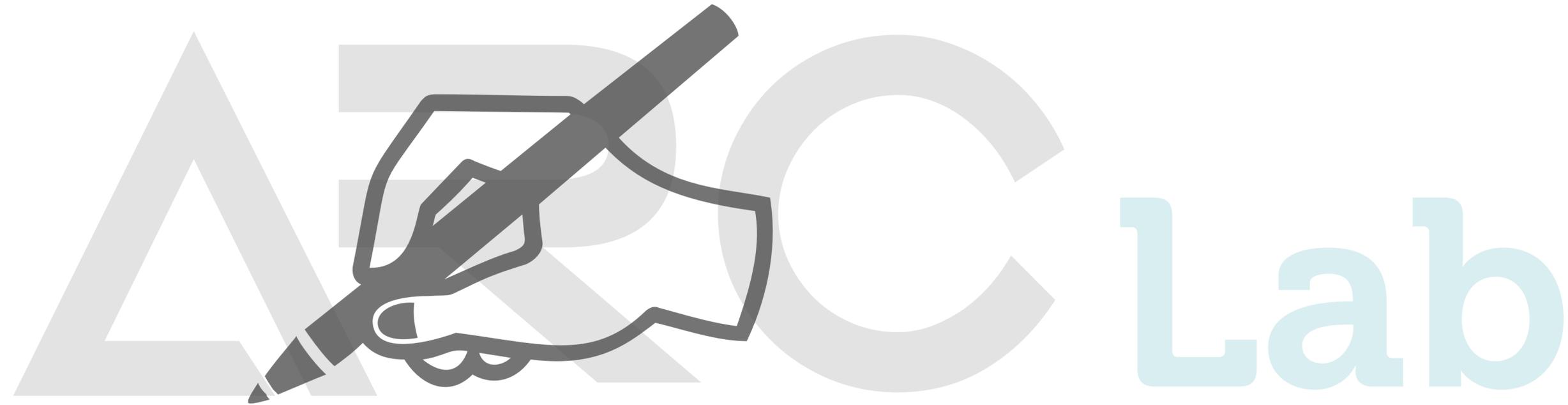
# Lista de exercícios para próxima aula...

---

Introdução

Equação do movimento

Conclusão



---

Advanced Robotics Control Laboratory

**13.6, 13.16, 13.30, 13.53, 13.59**



*That's all Folks!*