

Métodos numéricos - TP2

Ricardo Afonso Angélico

Outubro 2018

Problema

Um cilindro longo de raio a com temperatura inicial $T(r, t = 0) = 0$ é imerso em meio com temperatura T_∞ em $t = 0$. Três termopares foram posicionados no interior do cilindro nas posições $0, 0.4a$ e $0.8a$. As leituras obtidas dos termopares estão disponíveis no arquivo anexo (*temp.dat*). O modelo que descreve a evolução de temperatura foi desenvolvido no TP1 e é descrito por [1]:

$$T(r, t) = T_\infty \left[1 - 2ah \sum_{i=1}^{\infty} \exp(-\beta_i^2 \alpha t / a^2) \frac{J_0(\beta_i r / a)}{(\beta_i^2 + a^2 h^2) J_0(\beta_i)} \right] \quad (1)$$

sendo β_i as raízes da equação:

$$\beta J_1(\beta) - ah J_0(\beta) = 0 \quad (2)$$

e J_α as funções de Bessel do primeiro tipo.

Pede-se:

- Identifique a difusividade térmica e o coeficiente de transferência por convecção (α e h) a partir de um processo de minimização entre a previsão do modelo e os resultados experimentais.
- Após ter identificado os parâmetros, plote a superfície de erro (resíduo) para diferentes valores de α e h em torno do ponto de ótimo.
- Plote e analise as colunas da matriz Jacobiana para os parâmetros identificados (análise de sensibilidade de parâmetros).

Dados:

- Raio do cilindro: $a = 0.05$ m
- Temperatura do meio: 80 °C

Entrega

A data máxima para entrega do TP2 é 15/10 às 23h50. Devem ser entregues:

- relatório sucinto (máximo de duas páginas) com os itens pedidos. Descreva o procedimento utilizado para a resolução numérica do problema; e
- rotina computacional desenvolvida (um único arquivo).

Material de apoio

- Funções de Bessel:
<http://mathworld.wolfram.com/BesselFunctionoftheFirstKind.html>
https://en.wikipedia.org/wiki/Bessel_function
<https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.special.jv.html#scipy.special.jv>
<https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/tutorial/optimize.html>

Referências

- [1] H.S. Carslaw and J.C. Jaeger. *Conduction of heat in solids*. Oxford science publications. Clarendon Press, 1959.