

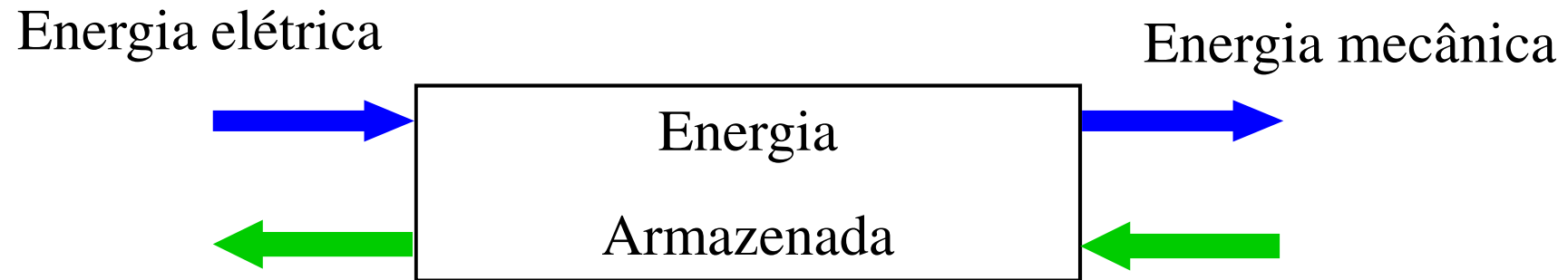
SEL 329 – CONVERSÃO ELETROMECAÂNICA DE ENERGIA

Aula 11

Aula de Hoje

- Princípios de conversão eletromecânica de energia
- Processo de conversão de energia
- Forças em sistemas de campo magnético
- Energia e co-energia

Princípios de Conversão Eletromecânica de Energia



Dispositivo de conversão
eletromecânica de energia

Os dispositivos de conversão eletromecânica podem ser baseados em:

- Campo magnético
- Campo elétrico

Princípios de Conversão Eletromecânica de Energia

Exemplos de transdutores eletromecânicos:

- Motores e geradores
- Microfones
- Instrumentos de medição analógicos
- Alto-falantes
- Aplicações de materiais piezoelétricos
- etc

Princípios de Conversão Eletromecânica de Energia

Mas, anteriormente vimos que:

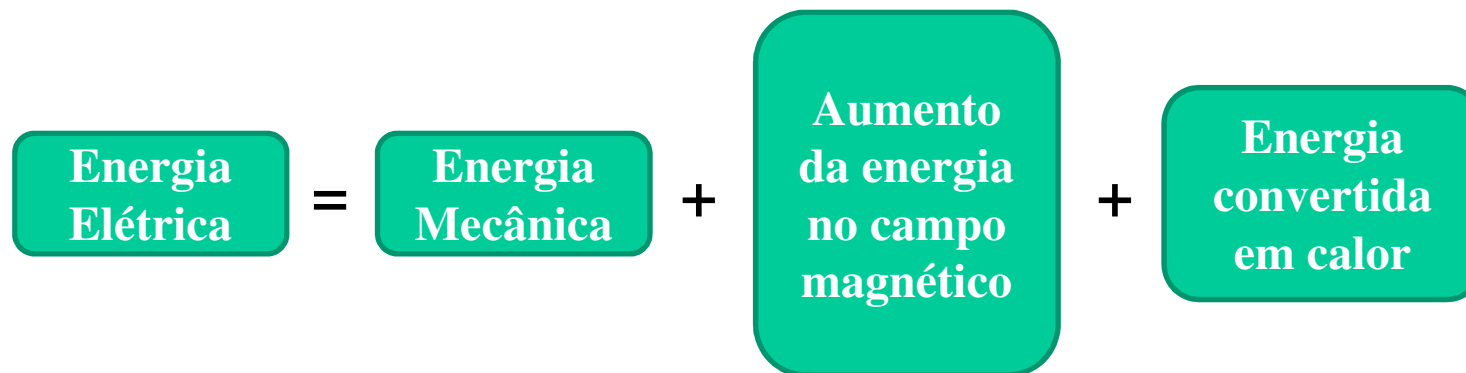
A capacidade de um dispositivo magnético de armazenar energia é 10000 vezes maior do que a de um dispositivo de campo elétrico de mesmo volume

Logo,

Na prática, a conversão eletromecânica de energia é realizada com dispositivos baseados em campo magnético

Princípios de Conversão Eletromecânica de Energia

Para analisarmos as relações de força e conjugado (torque) que aparecem nos processos de conversão eletromecânica de energia, será empregado um método baseado no **Princípio da Conservação da Energia (1a Lei da Termodinâmica)**:

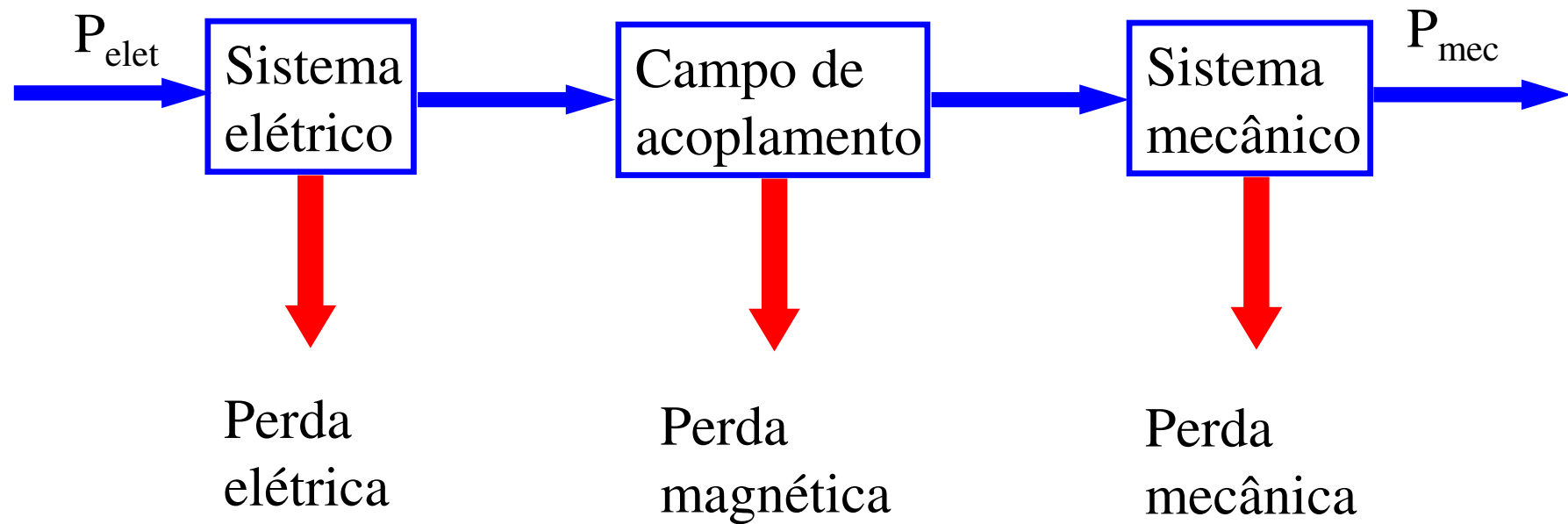


Energia convertida em calor (perdas nos sistemas):

- Potência dissipada nas resistências dos enrolamentos e no núcleo do material ferromagnético
- Atrito e ventilação nas partes móveis

Princípios de Conversão Eletromecânica de Energia

Assim:



Equação do Balanço de Energia

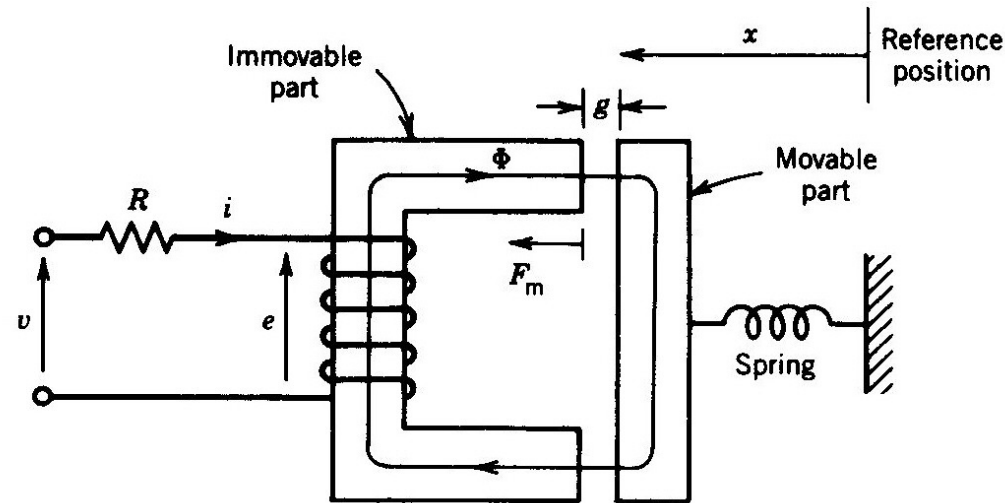
$$\left(\begin{array}{l} \text{Energia elétrica fornecida} \\ - \text{Perda elétrica} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{l} \text{Energia mecânica de saída} \\ + \text{atrito} + \text{ventilação} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{l} \text{Aumento da energia armazenada no} \\ \text{campo magnético} + \text{Perdas no núcleo} \end{array} \right)$$

Considerando um intervalo de tempo incremental dt , no qual uma quantidade de energia elétrica incremental dW_e flui pelo sistema, e desprezando todas as perdas, tem-se:

$$dW_e = dW_{\text{mec}} + dW_{\text{campo}}$$

Ou seja, parte da energia é armazenada no campo e parte é convertida em energia mecânica

Dispositivos Eletromecânicos com Excitação Única



Situação 1: Admitir a parte móvel bloqueada, $dW_{\text{mec}} = 0$, resulta

$$dW_e = dW_{\text{campo}}$$

Toda a energia fornecida é armazenada no campo magnético, estabelecendo um fluxo magnético e, portanto, uma tensão induzida:

$$e = \frac{d\lambda}{dt}$$

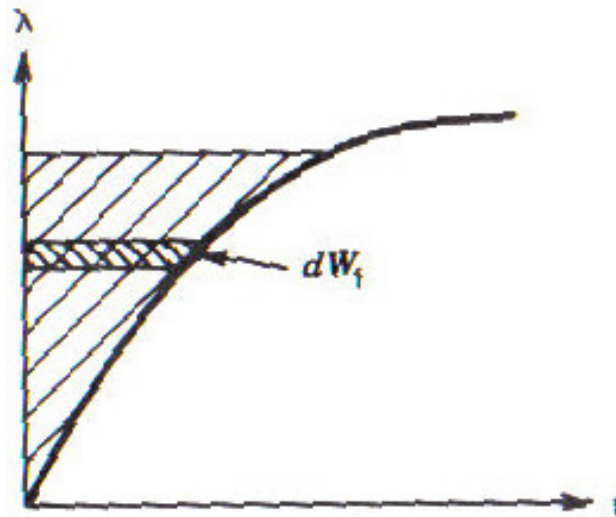
a energia elétrica adicional pode ser dada por: $dW_e = dW_{\text{campo}} = e i dt = \frac{d\lambda}{dt} i dt = i d\lambda$

Dispositivos Eletromecânicos com Excitação Única

Logo:

$$W_{campo} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i d\lambda$$

a energia armazenada no campo magnético é dada pela área sobre a curva $\lambda-i$:



Considerando a parte móvel bloqueada, toda a energia elétrica incremental fornecida pela fonte será armazenada no campo magnético (desprezando as perdas)

Dispositivos Eletromecânicos com Excitação Única

Situação 2: Admitir que a fonte fornece uma quantidade constante de energia, ou seja, $dW_e=0$, e desprezando as perdas, resulta:

$$-dW_{\text{campo}} = dW_{\text{mec}}$$

Toda a energia mecânica incremental exigida é fornecida através do campo magnético.

A análise dos casos 1 e 2 mostra que a energia mecânica demandada é retirada da energia armazenada no campo magnético, que por sua vez retira energia da fonte elétrica.

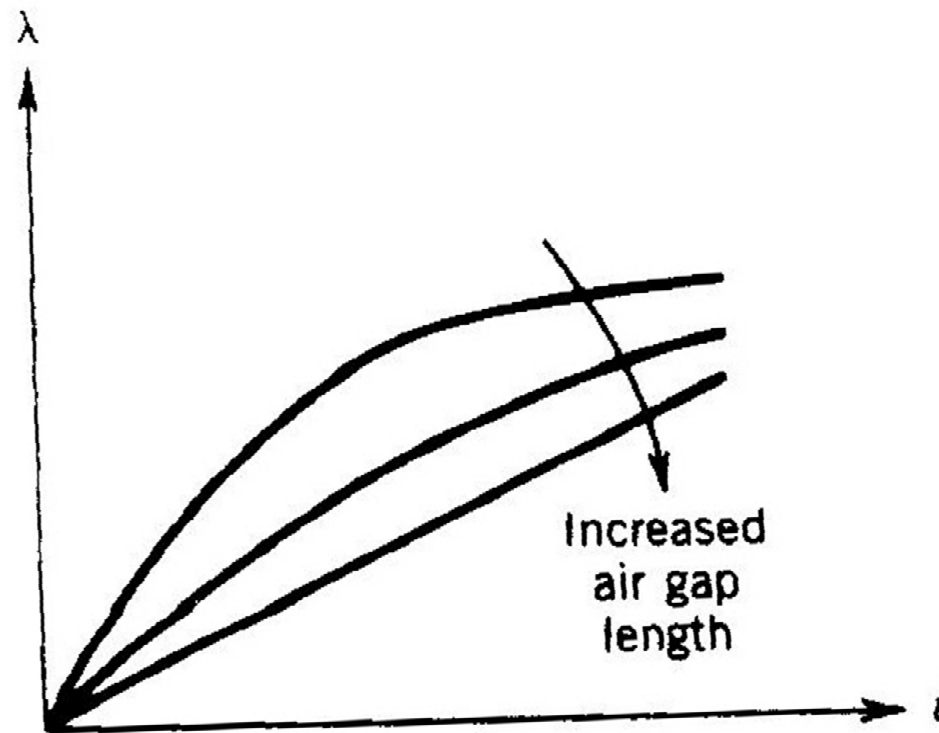
Dispositivos Eletromecânicos com Excitação Única

Conclusão:

A conversão de energia da forma elétrica para mecânica, ou vice-versa, se dá usando o campo magnético como agente intermediário

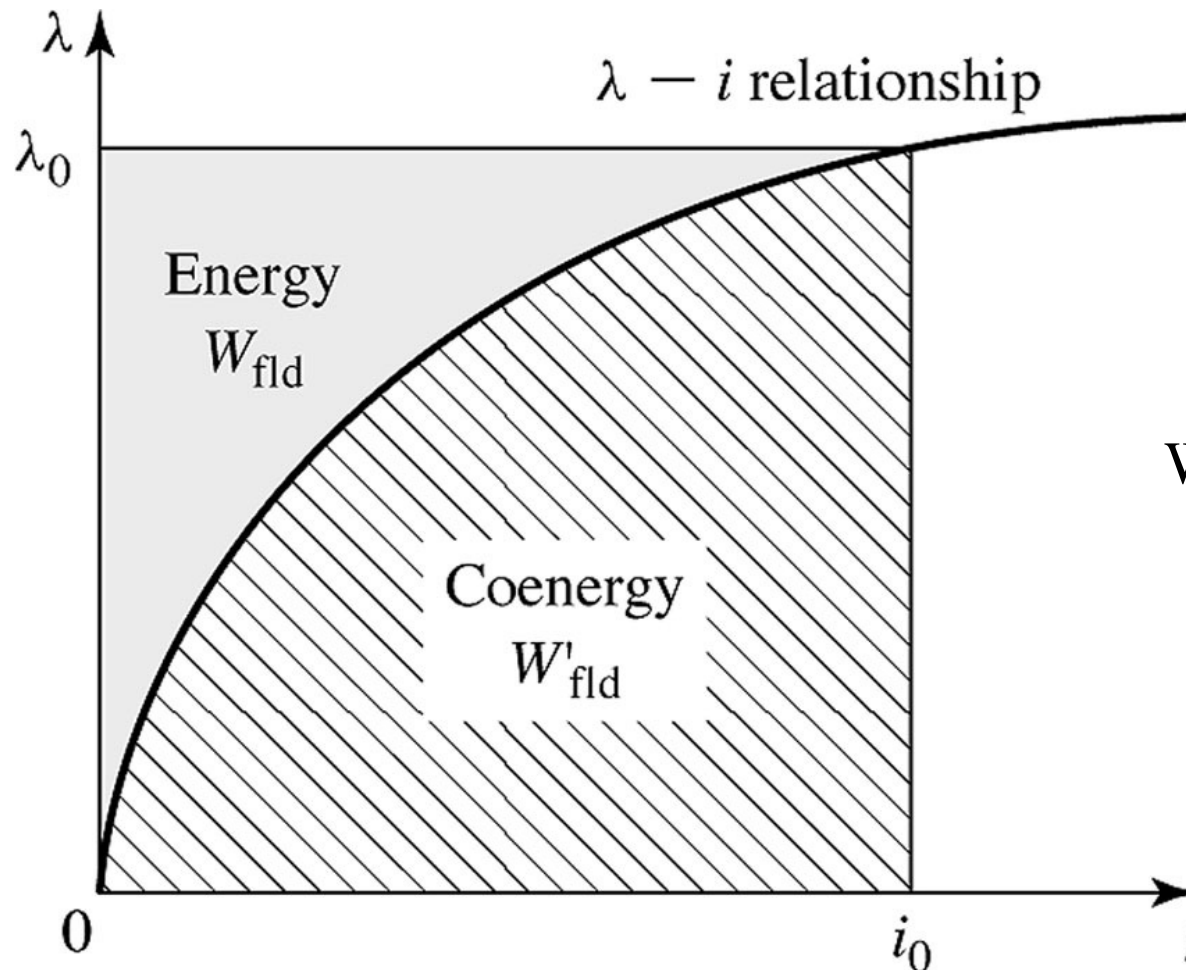
Energia e Co-Energia

A característica λ - i de um dispositivo eletromagnético depende do entreferro. Quanto maior o entreferro mais linear é a característica λ - i , uma vez que a permeabilidade do ar é constante.



Energia e Co-Energia

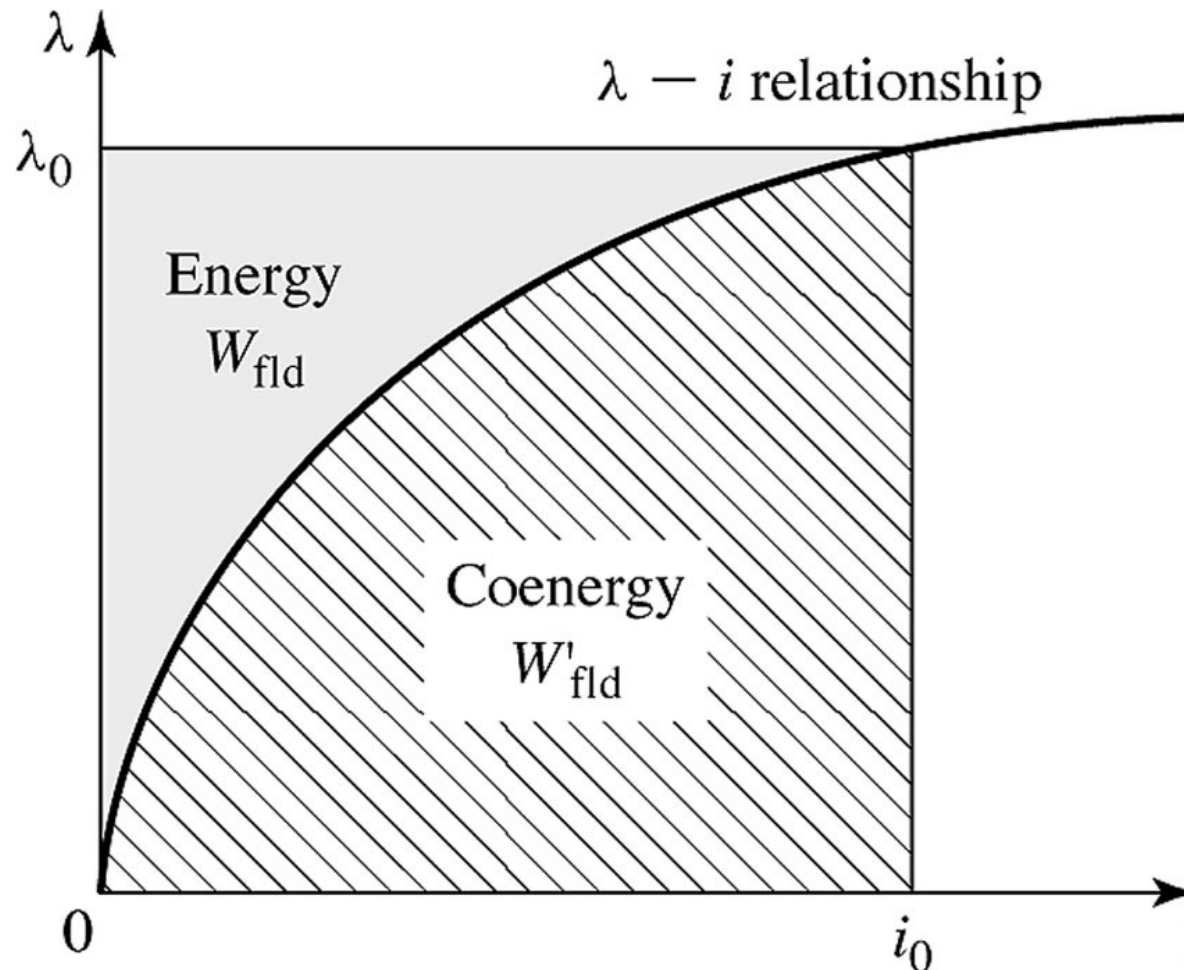
Para um dado comprimento do entreferro, a energia armazenada no campo magnético é representada pela área entre o eixo λ e a característica λ - i ,



$$W_{\text{campo}} = \int_0^{\lambda_0} i d\lambda$$

Energia e Co-Energia

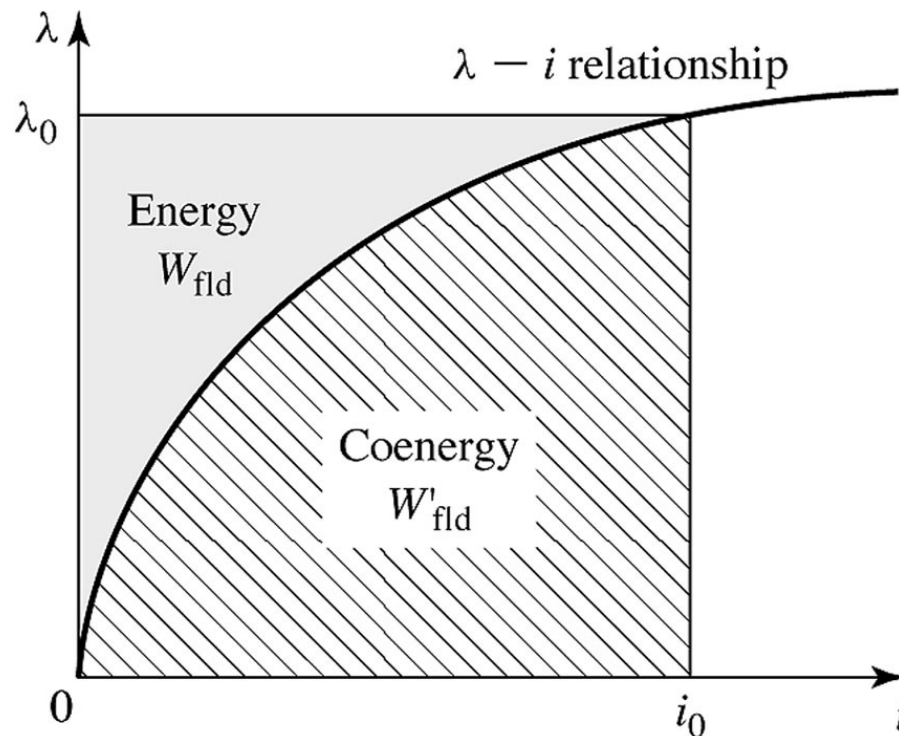
A área entre o eixo i e a curva λ - i é definida como co-energia, e pode ser obtida por:



$$W'_{\text{campo}} = \int_0^{i_0} \lambda di$$

Energia e Co-Energia

Esta quantidade não tem significado físico, mas é útil na obtenção das expressões da força ou torque desenvolvido por um sistema eletromagnético.

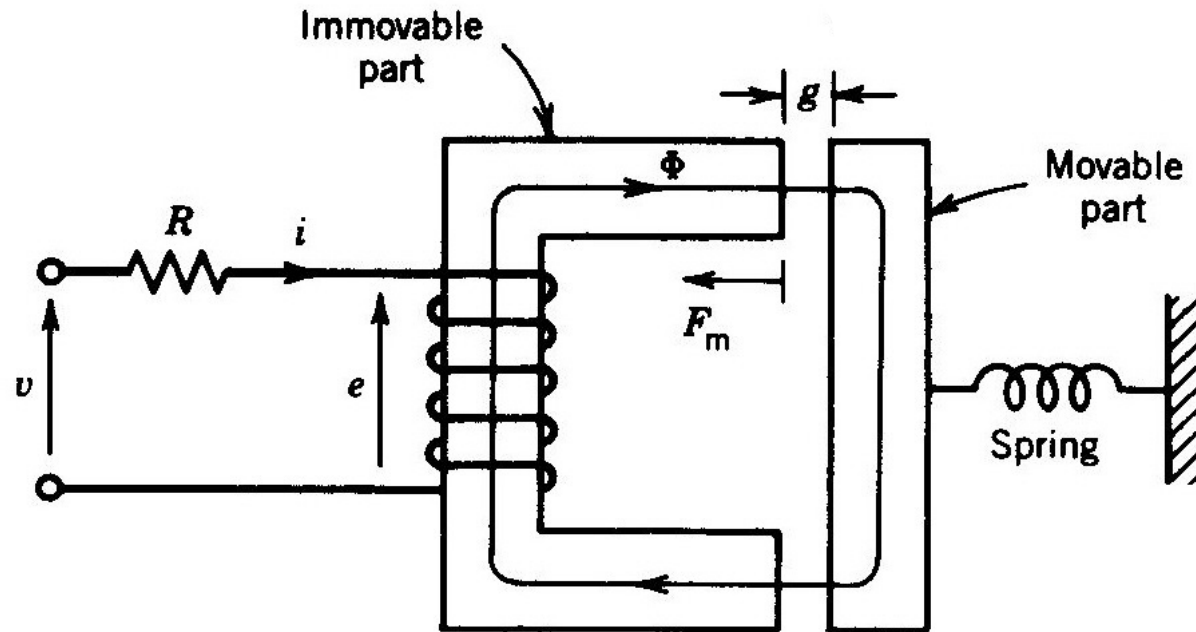


Tem-se então, que:

$$W_{\text{campo}} + W'_{\text{campo}} = \lambda_o i_o$$

Se $W_{\text{campo}} = W'_{\text{campo}}$ o sistema é linear, ou seja, é regido pelo entreferro.

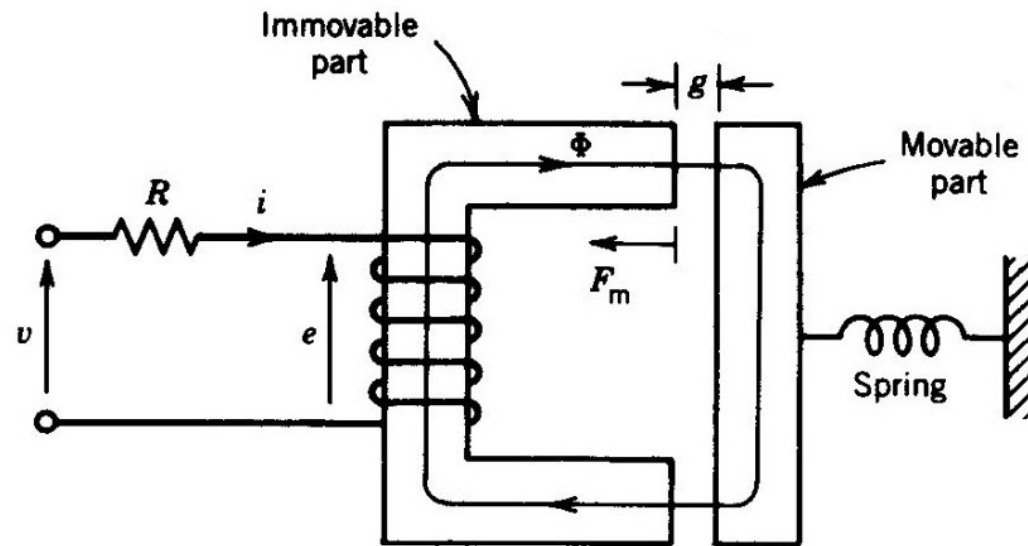
Força Magnética



- Considere que a parte móvel desloca-se de uma posição inicial ($x=x_1$) para outra posição ($x=x_2$) de forma que o entreferro na posição x_2 seja menor do que em x_1 ;

Força Magnética

Caso 1: Corrente Constante



Força Magnética

Neste caso o ponto de equilíbrio é **b**

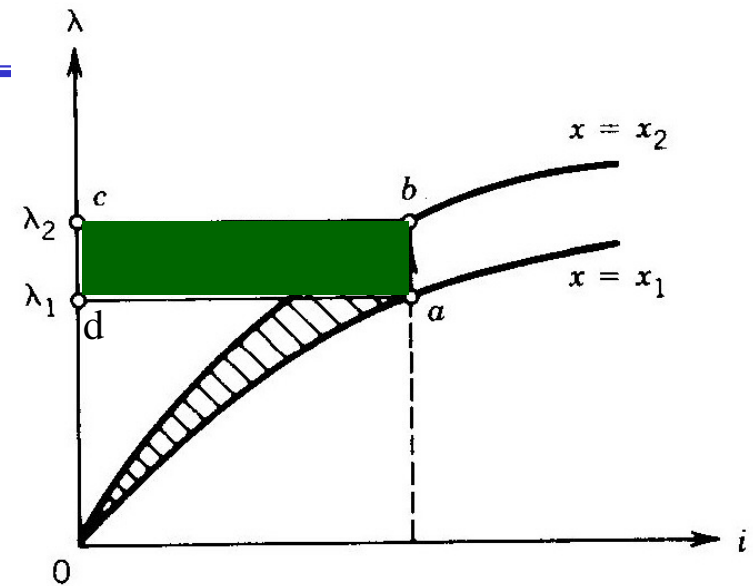
$$dW_e = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i d\lambda = i(\lambda_2 - \lambda_1) = \text{Área } abcd$$

➤ Energia armazenada inicial = Área Oad

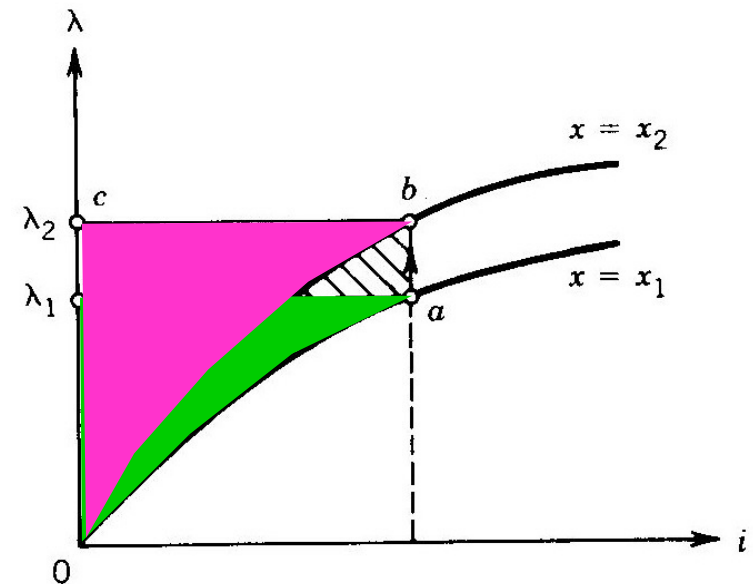
➤ Energia armazenada final = Área Obc

→ variação da energia armazenada é:

$$dW_{\text{campo}} = \text{Área } Obc - \text{Área } Oad$$



(a)



(a)

Força Magnética

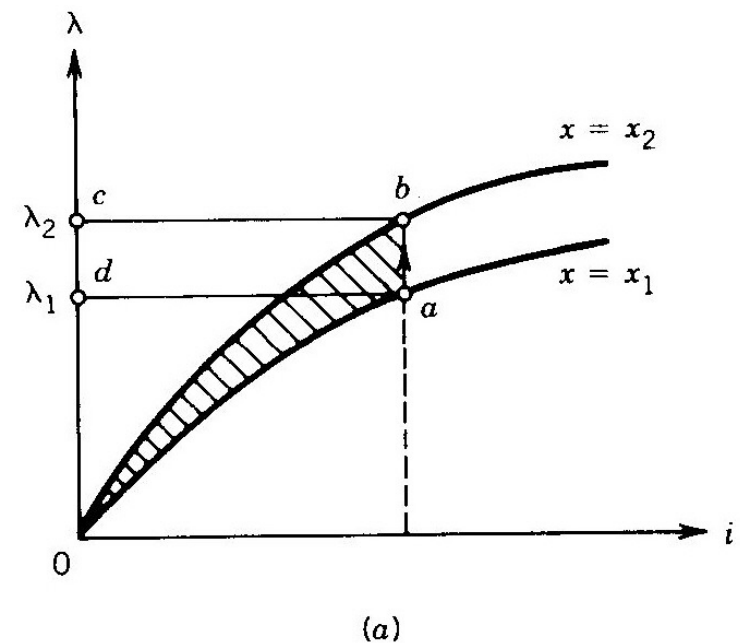
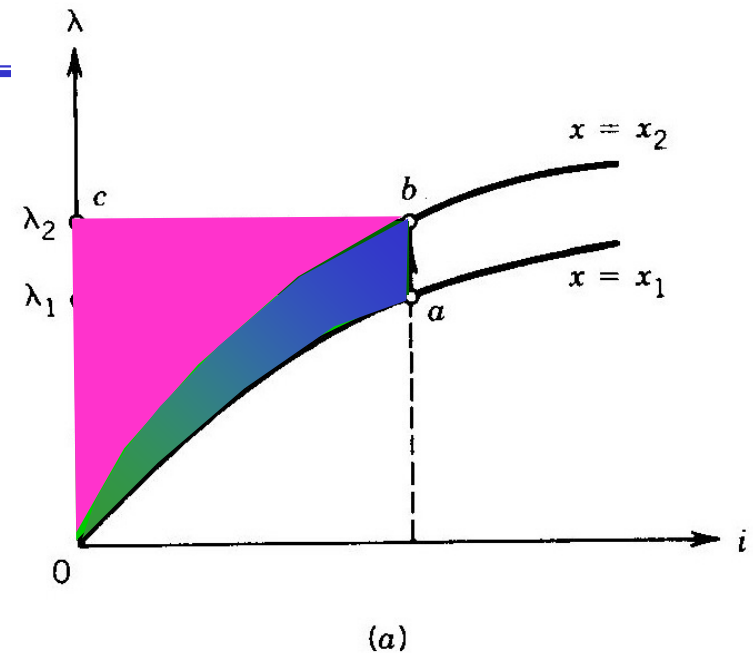
Assim, a variação da energia mecânica é:

$$dW_{\text{mec}} = dW_e - dW_{\text{campo}}$$

$$\begin{aligned} dW_{\text{mec}} &= \text{Área } abcd + \text{Área } Oad - \text{Área } Obc \\ &= \text{Área } Oab \end{aligned}$$

- Considerando que o movimento ocorre sob condições de corrente constante, o trabalho mecânico realizado é representado pela área Oab, e equivale a um aumento na co-energia

$$dW_{\text{mec}} = dW'_{\text{campo}}$$



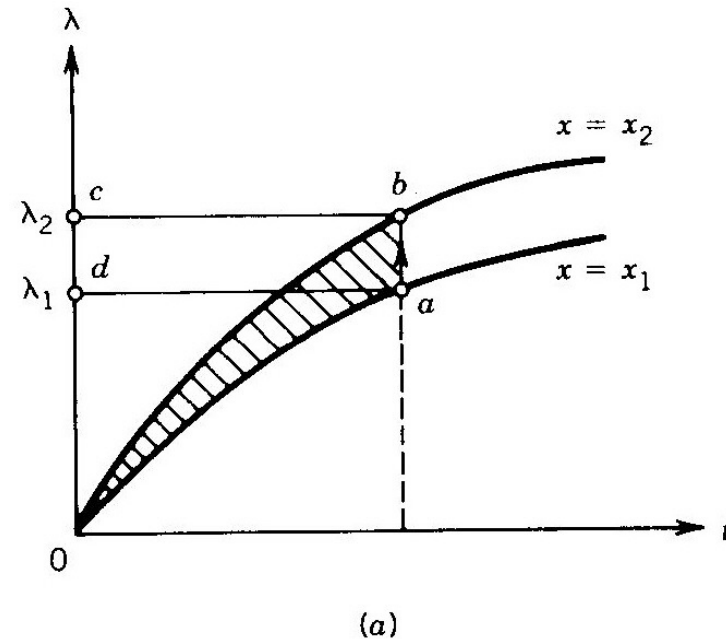
Força Magnética

Assim, a variação da co-energia é que produz a força mecânica causadora do movimento

$$f_m dx = dW_{\text{mec}} = dW'_{\text{campo}}$$

daí:

$$f_m = \frac{dW'_{\text{campo}}}{dx} \Big|_{i=\text{constante}}$$

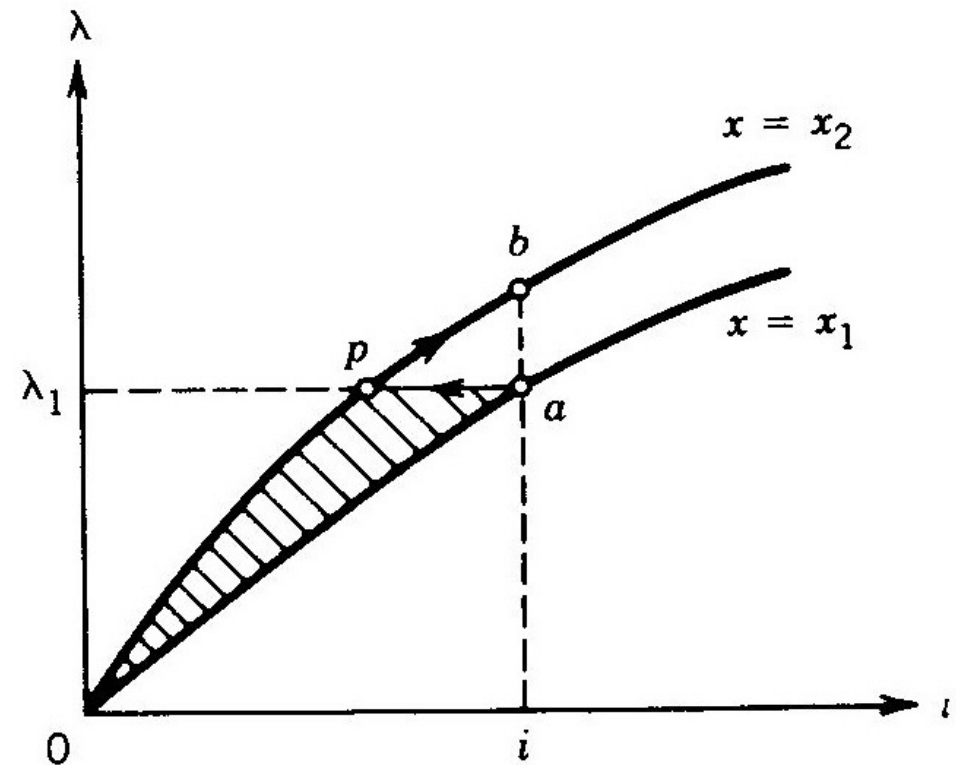


- Através da variação da co-energia pode-se determinar a força mecânica responsável pelo trabalho realizado no deslocamento da parte móvel.

Força Magnética

Caso 2: Fluxo Magnético Constante

Neste caso o novo ponto de equilíbrio será em **p**



Força Magnética

Como o fluxo é constante, a energia elétrica fornecida não varia:

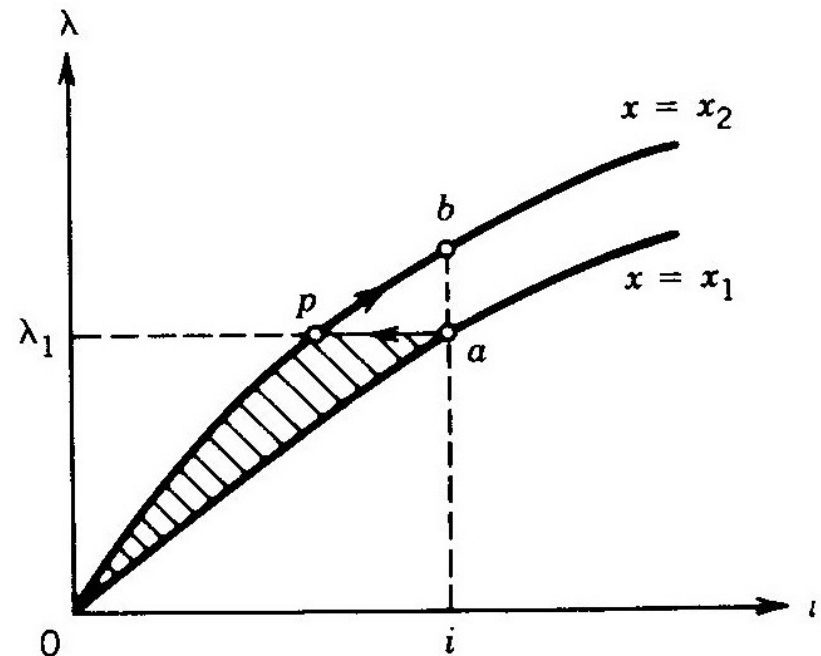
$$dW_e = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i d\lambda = 0$$

E assim:

$$dW_e = dW_{\text{mec}} + dW_{\text{campo}} = 0$$

$$dW_{\text{mec}} = -dW_{\text{campo}}$$

- A energia mecânica necessária para produzir a força é totalmente retirada do campo magnético



Força Magnética

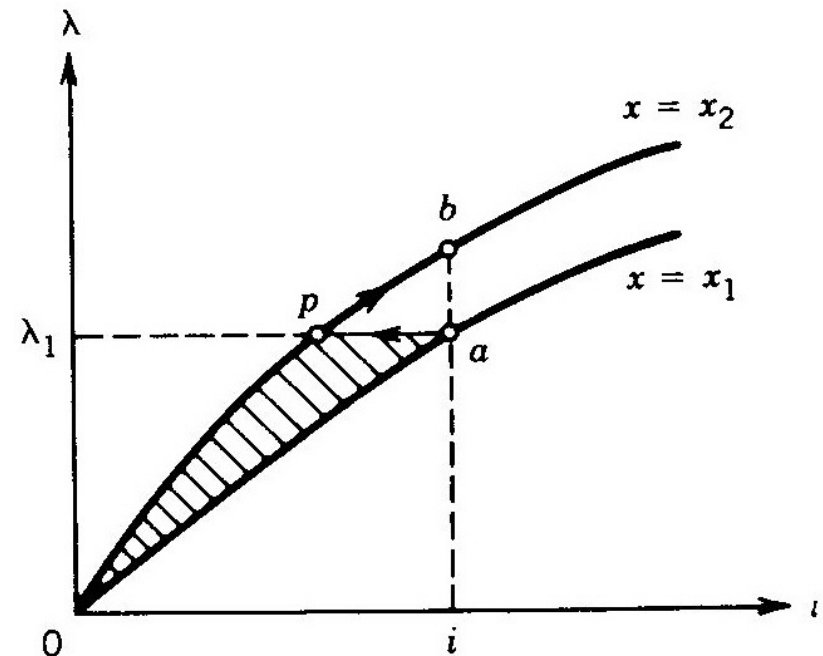
A força mecânica é dada por:

$$f_m dx = dW_{\text{mec}} = -dW_{\text{campo}}$$

E assim:

$$f_m = - \frac{dW_{\text{campo}}}{dx} \Big|_{\lambda=\text{constante}}$$

- O deslocamento da parte móvel ocorre graças à diminuição da energia armazenada no campo magnético



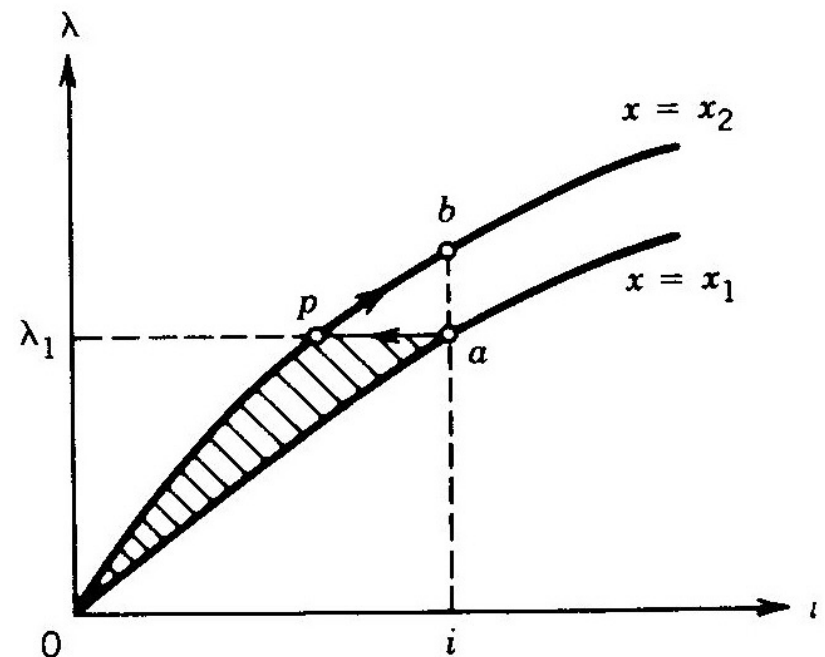
Força Magnética

A variação da energia mecânica é dada por:

$$dW_{\text{mec}} = \text{Área Oap}$$

- Quando o deslocamento dx é suficientemente pequeno, as áreas Oap e Oab são aproximadamente iguais. Assim, a força pode ser calculada tanto em função do aumento incremental da co-energia, quanto através da diminuição incremental da energia.

$$f_m = \frac{dW'_{\text{campo}}}{dx} \Big|_{i=\text{constante}}$$



Exemplo

Dada a relação λ - i por:

$$i = \left(\frac{\lambda g}{0,09} \right)^2 \qquad \lambda = \frac{0,09 i^{1/2}}{g}$$

Válida para $0 < i < 4 \text{ A}$; e $3 < g < 10 \text{ cm}$

1. Para corrente de 3A e entreferro de 5cm encontre a força mecânica sobre a parte móvel, usando a energia e a co-energia do campo.

A co-energia é:

$$W'_{\text{campo}} = \int_0^i \lambda di = \int_0^i \frac{0,09 i^{1/2}}{g} di = \frac{0,09}{g} \frac{2}{3} i^{3/2} \text{ J}$$

Exemplo

A força é dada por:

$$f_m = \frac{dW'_{\text{campo}}}{dg} \Big|_{i=cte} = \frac{d}{dg} \left(\frac{0,09}{g} \frac{2}{3} i^{3/2} \right) = -0,09 \frac{2}{3} i^{3/2} g^{-2} \text{ N}$$

Daí:

$$f_m = -124,7 \text{ N}$$

Obs: O sinal negativo indica que a força age de maneira a diminuir o entreferro

Exemplo

A energia é:

$$W_{\text{campo}} = \int_0^{\lambda} i d\lambda = \int_0^{\lambda} \left(\frac{\lambda g}{0,09} \right)^2 d\lambda = \frac{g^2}{0,09^2} \frac{\lambda^3}{3} \text{ J}$$

A força é dada por:

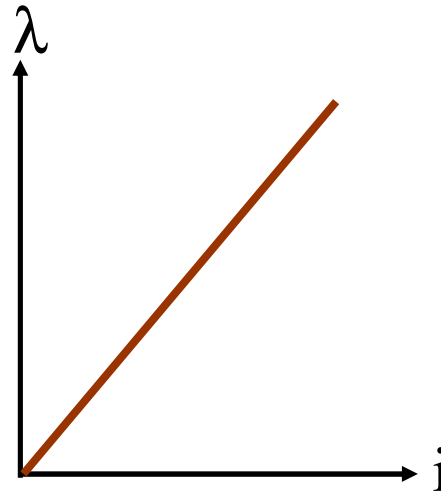
$$f_m = - \frac{dW_{\text{campo}}}{dg} \Big|_{\lambda=\text{cte}} = - \frac{d}{dg} \left(\frac{g^2}{0,09^2} \frac{\lambda^3}{3} \right) = - \frac{2g}{0,09^2} \frac{\lambda^3}{3} \text{ N}$$

$$f_m = -124,7 \text{ N}$$

Obs: As forças obtidas a partir da energia e da co-energia são iguais.

Sistema Eletromagnético Linear

- Se a relutância do núcleo for desprezível comparada com a relutância do entreferro, a relação λ - i torna-se linear.



Com isso: $\lambda = L(x) \cdot i$

- $L(x)$ é a indutância do enrolamento e depende do comprimento do entreferro.

$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}_g}$$

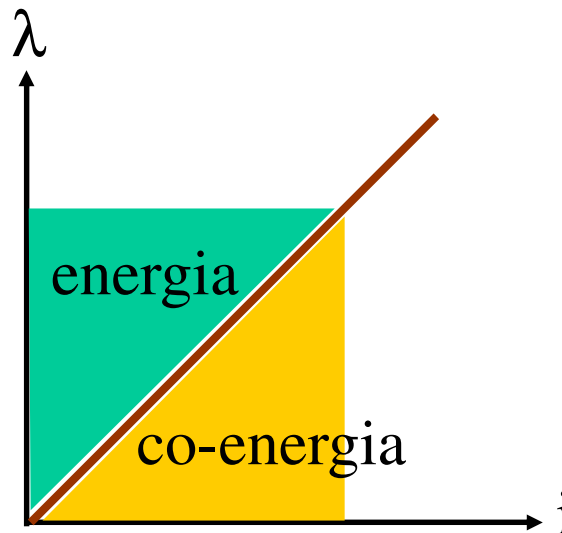
Sistema Eletromagnético Linear

- A energia armazenada no campo é:

$$W_{campo} = \int_0^\lambda i d\lambda = \int_0^\lambda \frac{\lambda}{L(x)} d\lambda = \frac{\lambda^2}{2L(x)}$$

$$W_{campo} = \frac{(L(x)i)^2}{2L(x)} = \frac{1}{2} L(x)i^2 = W'_{campo}$$

- Em um sistema linear a energia e a co-energia são iguais.



Sistema Eletromagnético Linear

- A força mecânica sobre a parte móvel é:

$$\text{Co - Energia : } f_m = \frac{\partial W'_{\text{campo}}}{\partial x} \Big|_{i=\text{cte}} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} L(x) i^2 \right) \Big|_{i=\text{cte}} = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL(x)}{dx}$$

$$\text{Energia : } f_m = - \frac{\partial W_{\text{campo}}}{\partial x} \Big|_{\lambda=\text{cte}} = - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\lambda^2}{2L(x)} \right) \Big|_{\lambda=\text{cte}} = - \frac{\lambda^2}{2} \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{L(x)} \right)$$

- Em um sistema linear as forças obtidas pelos métodos da energia e da co-energia são iguais.

$$\text{Energia : } f_m = - \frac{\lambda^2}{2} \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{L(x)} \right) = - \frac{\lambda^2}{2} (-L(x)^{-2}) \frac{dL(x)}{dx}$$

$$f_m = \frac{\lambda^2}{2L(x)^2} \frac{dL(x)}{dx} = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL(x)}{dx} \equiv \text{Co-Energia}$$

Sistema Eletromagnético Linear

Sabemos que:

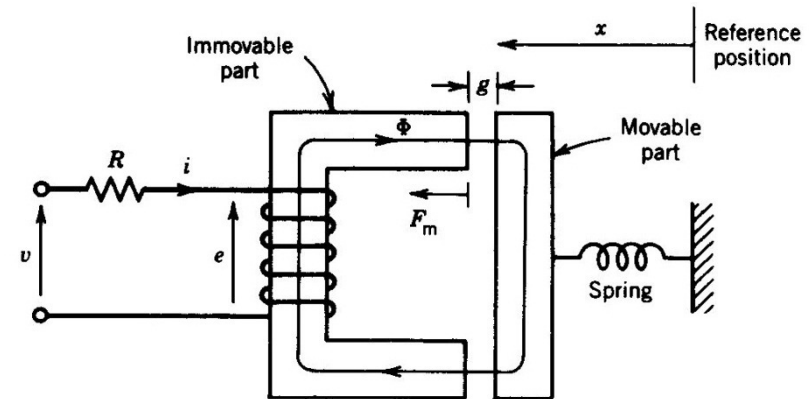
$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}_g} \quad \text{e} \quad \mathcal{R}_g = \frac{2g}{\mu_0 A}$$

Daí:

$$L(g) = \frac{N^2}{\frac{2g}{\mu_0 A}} = \frac{\mu_0 A N^2}{2g}$$

e:

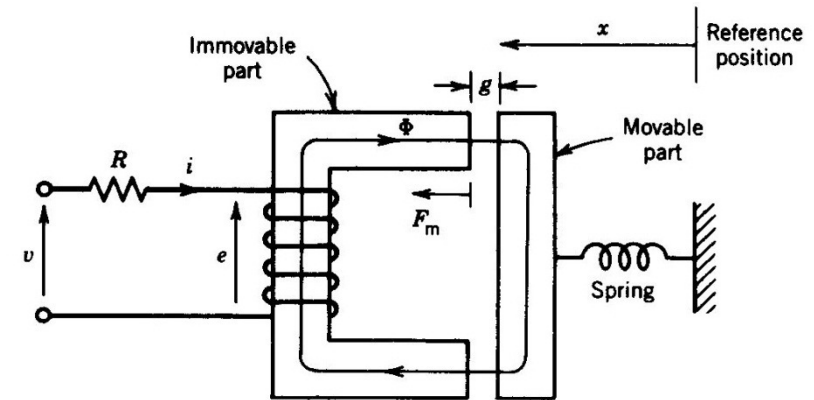
$$\frac{dL(g)}{dg} = -\frac{\mu_0 A N^2}{2g^2}$$



Sistema Eletromagnético Linear

A força mecânica sobre a parte móvel é:

$$f_m = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL(g)}{dg} = -\frac{1}{4} \mu_0 A N^2 \frac{i^2}{g^2}$$



- Quanto maior a corrente maior a força;
- Quanto menor o gap maior a força;
- O sistema mecânico pode ser projetado de tal forma a bloquear um determinado valor de corrente ($I_{\max} \rightarrow F_{\max}$ para a qual o circuito é aberto);
- O sinal negativo indica que a força age de maneira a diminuir o gap;

Sistema Eletromagnético Linear

- A força também pode ser calculada em termos de medidas magnéticas:

Da lei de Ampere e desprezando a relutância do núcleo, tem-se:

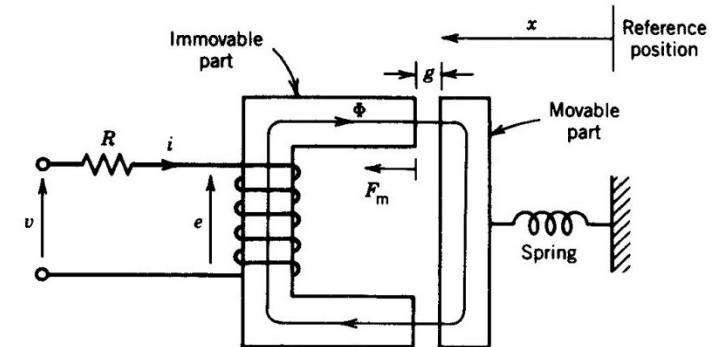
$$Ni = \cancel{H_c l_c} + H_g 2g = \frac{B_g}{\mu_o} 2g$$

$$B_g = \frac{\mu_o Ni}{2g}$$

A energia armazenada no entreferro é:

$$W_{arm,g} = w_{arm,g} * Vol_g = W_{arm,total}$$

$$W_{arm,g} = \frac{B_g^2}{2\mu_o} * A * 2g$$



Sistema Eletromagnético Linear

A força é dada por:

$$f_m = -\frac{dW_{arm}}{dg} = -\frac{B_g^2}{\mu_o} * A$$

A área total do entreferro é $2A$, daí a força pode ser expressa por:

$$f_m = -\frac{dW_{arm}}{dg} = -\frac{B_g^2}{2\mu_o} * 2A \text{ [N]}$$

Dividindo a força pela área total, resulta: $F_m = -\frac{B_g^2}{2\mu_o} \text{ [N/m}^2\text{]}$

Que é definida como a **pressão magnética** sobre a parte móvel do dispositivo eletromecânico.

Exemplo

Para o sistema ao lado:

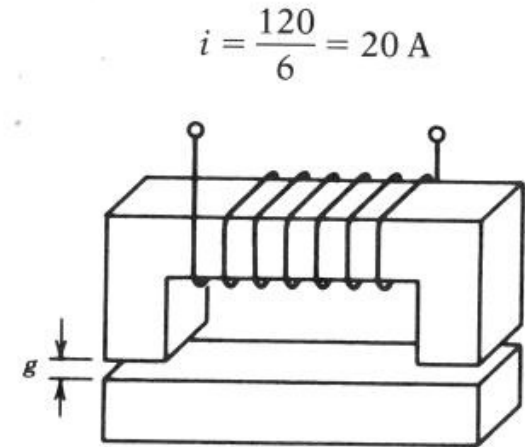
$N=300$ espiras

$R=6\ \Omega$; $V=120$ Volts DC

$A_g=6\text{cm}*6\text{cm}$; $g=5\text{mm}$,

Desprezando a relutância do núcleo, calcule:

- a) A energia armazenada no gap;
- b) A força sobre a parte móvel;



$$V = Ri + e$$

$$e = \frac{d\lambda}{dt} = 0 \text{ para } V_{\text{DC}}$$

$$i = \frac{V}{R} = 120/6 = 20\text{ A}$$

$$Ni = H_c l_c + H_g 2g = \frac{B_g}{\mu_o} 2g$$

$$B_g = \frac{\mu_o Ni}{2g} = 0,754\text{ T}$$

Exemplo

a) A energia armazenada no gap;

$$W_{arm} = \frac{B_g^2}{2\mu_o} * vol_g = \frac{0,754^2}{2\mu_o} 2(0,06 * 0,06 * 0,005)$$

$$W_{arm} = 8,1434 \text{ J}$$

b) Força

$$f_m = F_m * \acute{A}rea_g = -\frac{B_g^2}{2\mu_o} * \acute{A}rea_g = -\frac{0,754^2}{2\mu_o} 2(0,06 * 0,06)$$

$$f_m = -1628,7 \text{ N}$$

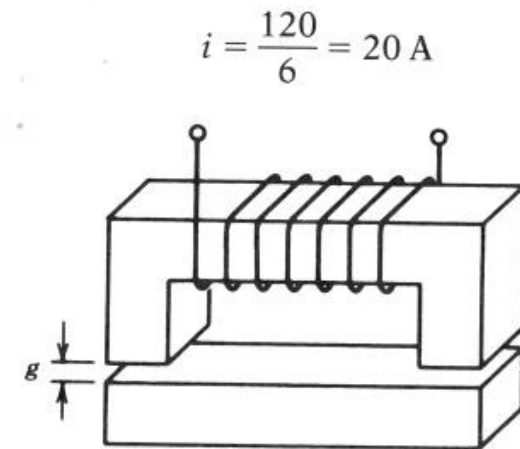
Exemplo

Considerando o mesmo sistema, porém

$V=120$ Volts AC

e desprezando a relutância do núcleo, calcule:

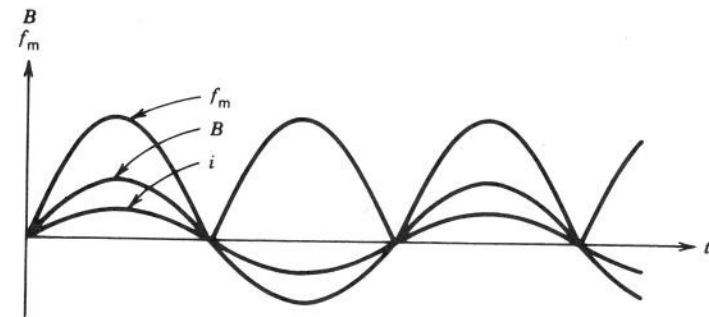
- a) A energia armazenada no gap;
- b) A força sobre a parte móvel;



$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}} = \frac{\mu_o A_g N^2}{2g} = 40,7 \text{ mH}$$

$$\text{daí: } Z = R + j\omega L = 6 + j15,34\Omega$$

$$I_{RMS} = \frac{V}{|Z|} = 7,29 \text{ A}$$



$$Ni = H_c l_c + H_g 2g = \frac{B_g}{\mu_o} 2g$$

$$B_{RMS,g} = \frac{\mu_o Ni}{2g} = 0,2748 \text{ T}$$

Exemplo

a) A energia armazenada no gap;

$$W_{arm} = \frac{B_g^2}{2\mu_o} * vol_g = \frac{0,2748^2}{2\mu_o} 2(0,06 * 0,06 * 0,005)$$

$$W_{arm} = 1,082 \text{ J}$$

b) Força

$$f_m = F_m * \acute{A}rea_g = -\frac{B_g^2}{2\mu_o} * \acute{A}rea_g = -\frac{0,2748^2}{2\mu_o} 2(0,06 * 0,06)$$

$$f_m = -216,3 \text{ N}$$

13% do valor DC

Próxima Aula

- Máquinas rotativas
- Produção de torque