DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA NAVAL E OCEÂNICA
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

PNV3324 FUNDAMENTOS DE CONTROLE EM ENGENHARIA

NOTAS DE AULA*

Prof. Helio Mitio Morishita

* Este texto é um mero roteiro de estudo e não substitui as referências bibliográficas indicadas para a disciplina

8 CONTROLADORES CLÁSSICOS

O objetivo do projetista de controle é especificar a função de transferência do controlador baseado em algumas especificações. Esta função de transferência é a relação entre o sinal de saída $U(s)$ e a entrada $E(s)$ que é o sinal de erro entre a referência e o sinal de saída. As alternativas para se obter a função de transferência do controlador são, em princípio, infinitas. No entanto, neste curso, será dada ênfase em funções de transferência normalmente consideradas na teoria clássica de controle que se baseia na ação Proporcional, Integral e Derivativo.

a) Controle Proporcional
A ação de controle proporcional é definida por:

$$u(t) = K_p e(t) \qquad 8.1$$

onde K_p é denominado de ganho proporcional.

Aplicando-se a transformada de Laplace tem-se:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \qquad 8.2$$

É interessante analisar o desempenho deste controlador através de um exemplo. Seja a função de transferência do sistema a ser controlado dada por:

$$G(s) = \frac{C}{Ts+1} \qquad 8.3$$

Considerando o controlador Proporcional a FTMF é dada por:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p C}{Ts+1+K_p C}$$

Seja a entrada um degrau unitário. Neste caso a resposta para regime permanente é dada por:

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} s\frac{K_p C}{Ts+1+K_p C}\frac{1}{s} = \frac{K_p C}{1+K_p C}$$

Ou seja, o controlador proporcional tende a produzir um erro em regime permanente. A explicação física para isto é que o sinal de controle, para ser não nulo, necessita de um erro diferente de zero. Obviamente, se desejar reduzir este erro pode-se aumentar o ganho, mas isto tende a amplificar o sinal do controle e tornar oscilatório a resposta do sistema.

b) Controle Integral

A ação deste controlador é definida como:

$$u(t) = \frac{1}{T_i}\int_0^t e(t) \qquad 8.4$$

onde T_i é chamado tempo integral

Aplicando-se a transformada de Laplace tem-se:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = \frac{1}{T_i s} \qquad 8.5$$

Considerando esta lei de controle para o sistema G definida acima tem-se que o valor da saída em malha fechada em regime permanente é dada por:

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} s\frac{C}{(Ts+1)T_i\ s + C}\frac{1}{s} = 1$$

Ou seja, realmente o controlador integral elimina o erro em regime permanente. No entanto, esta lei de controle raramente é utilizada sozinha porque tende a provocar instabilidade no sistema com a introdução de um pólo na origem do plano *s*.

c) Controle Proporcional + Integral

A ação de controle deste tipo controlado é dada por:

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i}\int_0^t e(t)dt \qquad 8.6$$

ou

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p(1 + \frac{1}{T_i s}) = \frac{K_p(T_i s + 1)}{T_i s} \qquad 8.7$$

Neste caso há que se ajustar dois parâmetros, K_p e T_i. O inverso de T_i $(1/T_i)$ é chamado de taxa de restabelecimento ("reset rate") que é o número de vezes por unidade de tempo que o termo proporcional é somado à lei de controle *u(t)* .

Com a lei de controle PI, a FTMF para o sistema G definida por 8.3 é dada por:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p(T_i s + 1)C}{T_i T s^2 + (T_i + K_p T_i C)s + K_p C}$$

Quando se utiliza controlador PI há que se averiguar se o sistema não se torna instável. Há que se observar também que o controlador PI aumenta em uma unidade a ordem do sistema.

d) Controle Proporcional + Derivativo

A ação derivativa nunca é utilizada sozinha porque o seu sinal é baseado na derivada do erro e este, em sendo constante, o sinal de saída seria nulo. Além disso o sinal de saída pode conter ruídos e neste caso a ação derivativa tenderia amplificar o sinal de controle. A ação deste controlador é dada por:

$$u(t) = K_p e(t) + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \qquad 8.8$$

onde T_d é chamada de tempo derivativo.

No domínio de Laplace a tem-se:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p (1 + T_d s) \qquad 8.9$$

A vantagem do controlador PD é que se obtém um controlador de alta sensibilidade. Ela responde à derivada do erro e, portanto, pode corrigir o efeito antes que a magnitude do erro torne elevada. Por outro lado ela pode apresentar problemas se o sinal de realimentação apresentar ruídos pois ela pode amplificar o sinal de controle.

Muitas vezes a parte derivativa de um controlador com ação derivativa não é implementada tal como indicada pela equação 8.9. A parte derivativa de um controlador PD é dada por:

$$D = K_p T_d \frac{de(t)}{dt} = K_p T_d \left(\frac{dR(t)}{dt} - \frac{dy(t)}{dt} \right)$$

O sinal de referência, muitas vezes, é variado como degrau, isto é, variação abrupta seguida de um valor constante. Isto ocasiona aumento exagerado do sinal de controle em um intervalo de tempo pequeno e isto não é desejável. Para evitar isto o termo derivativo é implementado como:

$$D = -K_p T_d \frac{dy(t)}{dt}$$

A ação derivativa pode apresentar problemas se houver ruído com alta freqüência. Seja, por exemplo, um ruído n dado por:

$$n = a\,\mathrm{sen}(\omega t)$$

A contribuição deste ruído na lei de controle será:

$$u_n = K_p T_d a \omega \cos(\omega t)$$

Ou seja, quanto maior a freqüência maior será o ruído na lei de controle. Para diminuir o efeito do ruído o termo derivativo pode ser implementado como:

$$\frac{T_d}{N} \frac{dD}{dt} + D = -K_p T_d \frac{dy}{dt}$$

Aplicando-se a transformada de Laplace tem-se:

$$D(s) = \frac{-K_p T_d s}{1 + T_d / Ns} Y(s)$$

Isto significa que o termo derivativo é precedido por um filtro de primeira ordem.

e) Controle Proporcional+Integral+Derivativo

O controlador com as ações proporcional, integral e derivativo é expresso como:

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt + K_p T_d \frac{de(t)}{dt}$$

A sua função de transferência é dada por:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p (1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s) = \frac{K_p}{s} \left(T_d s^2 + s + \frac{1}{T_i} \right)$$