

ZEB1036 – Economia Aplicada à Engenharia de Biosistemas

Introdução à Matemática Financeira - Exercícios

Juros Simples

$$VF = VP + J \quad J = VP \cdot i \cdot n \quad VF = VP (1 + i \cdot n)$$

Desconto Comercial Simples

$$VP = VF - D \quad D = VF \cdot i \cdot n \quad VP = VF (1 - i \cdot n)$$

Desconto Racional Simples

$$VP = VF - d \quad d = VP \cdot i \cdot n \quad VP = \frac{VF}{1 + i \cdot n}$$

Juros Compostos

$$VF = VP (1 + i)^n$$

Desconto Composto

$$VP = \frac{VF}{(1 + i)^n}$$

Amortização – Pagamento Constante (Tabela Price)

$$PGTO = VP \frac{(1 + i)^n \cdot i}{(1 + i)^n - 1}$$

Valor Presente Líquido – VPL (NPV)

$$VPL = \sum_{n=0}^n \frac{VF_n}{(1 + i)^n}$$

Taxa Interna de Retorno – TIR (IRR)

$$TIR = i^* \text{ tal que } VPL(i^*) = 0$$

VP – valor presente (\$)
VF – valor futuro (\$)
J – juros (\$)
i – taxa de juros (% por período)
n – número de períodos
D – desconto comercial (\$)
d – desconto racional (\$)
PGTO – valor do pagamento periódico na Tabela Price (\$)

1. Um poupador adquiriu um título por \$ 1.000, que rende juros simples de 1% ao mês, a ser resgatado em 24 meses. Quanto o poupador receberá na data de vencimento?

$$VF = VP (1 + i \cdot n)$$

$$VF = 1000 (1 + 0,01 \cdot 24) = 1240$$

2. Um poupador adquiriu um título por \$ 1.000, que rende juros compostos de 1% ao mês, capitalizados mensalmente, a ser resgatado em 24 meses. Quanto o poupador receberá na data de vencimento?

$$VF = VP (1 + i)^n$$

$$VF = 1000 (1 + 0,01)^{24} = 1269,74$$

3. Qual o valor recebido na data atual por um título com valor de face de \$ 20.000, vencendo em 6 meses, com desconto comercial simples à taxa de 2,5% ao mês?

$$VP = VF (1 - i \cdot n)$$

$$VP = 20000 (1 - 0,025 \cdot 6) = 17000$$

Nota: Observe que \$ 17000 capitalizados a juros simples no mesmo período à mesma taxa terá o valor futuro de \$ 19550, não de 20000.

4. Qual o valor recebido na data atual por um título com valor de face de \$ 20.000, vencendo em 6 meses, com desconto racional simples à taxa de 2,5% ao mês?

$$VP = \frac{VF}{1 + in}$$

$$VP = \frac{20000}{1 + 0,025 \cdot 6} = 17391,30$$

Nota: Observe que \$ 17391,3 capitalizados a juros simples no mesmo período à mesma taxa terá o valor futuro de \$ 20000.

5. Qual o valor recebido na data atual por um título com valor de face de \$ 20.000, vencendo em 6 meses, descontado à taxa de juros compostos de 2,5% ao mês?

$$VP = \frac{VF}{(1 + i)^n}$$

$$VP = \frac{20000}{(1 + 0,025)^6} = 17245,94$$

6. Um título do tesouro nacional com valor de face de \$ 1.000 com vencimento em 2 anos foi adquirido em leilão por \$ 826,45. Qual é a taxa de juros compostos implícita na compra desse título?

$$VP = \frac{VF}{(1 + i)^n} \quad 826,45 = \frac{1000}{(1 + i)^2}$$

$$(1 + i)^2 = \frac{1000}{826,45} \quad i = \left(\frac{1000}{826,45} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 = 0,1 = 10\% \text{ ao ano}$$

$$VP = \frac{VF}{(1 + i)^n} \quad 826,45 = \frac{1000}{(1 + i)^{24}}$$

$$(1 + i)^{24} = \frac{1000}{826,45} \quad i = \left(\frac{1000}{826,45} \right)^{\frac{1}{24}} - 1 = 0,007974 \cong 0,8\% \text{ ao mês}$$

Observe que $(1 + 0,008)^{12} - 1 = 0,1$, ou seja, 0,8% ao mês é (aproximadamente) equivalente a 10% ao ano no regime de juros compostos.

7. Uma geladeira cujo preço à vista é \$ 3.200,00 pode ser financiada em 24 parcelas mensais, sem entrada, com juros compostos de 1% ao mês. Qual é o valor do pagamento mensal?

$$PGTO = VP \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1}$$

$$PGTO = 3200 \frac{(1+0,01)^{24} \cdot 0,01}{(1+0,01)^{24} - 1} = 3200 \frac{1,269735 \cdot 0,01}{1,269735 - 1} = 150,64$$

8. Uma empresa adquiriu \$ 100.000 em matérias primas, a serem pagas em duas parcelas iguais de \$ 51.127,79, com vencimentos em 30 e 60 dias da compra. Qual a taxa de juros compostos implícita nesse financiamento?

$$100000 = \frac{51127,79}{1+i} + \frac{51127,79}{(1+i)^2}$$

$$\frac{100000}{51127,79} = \frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} = \frac{1}{1+i} + \left(\frac{1}{1+i}\right)^2$$

Fazendo $1/(1+i) = x$, e tomando a raiz positiva do polinômio,

$$x^2 + x - 1,9559 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1,9559)}}{2} = 0,98522$$

$$\frac{1}{1+i} = 0,98522 \quad i = 1,5\% \text{ ao mês}$$

Observe que, se $PGTO = VP \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1}$, então $100000 \frac{(1+0,015)^2 \cdot 0,015}{(1+0,015)^2 - 1} = 51127,79$