UNIDADE 11 Propriedades Mecânicas III

1. Suponha que você é o responsável pelo projeto de uma turbina a gás funcionando a 800°C. As palhetas do rotor serão construídas em uma superliga à base de níquel, que, nessa temperatura, apresenta um módulo de elasticidade igual a 180 GPa. Quando colocadas em serviço, e sob o efeito da força centrífuga, as palhetas são submetidas a um esforço que gera uma tensão normal de 450 MPa. Você dispõe dos dados experimentais apresentados abaixo, relativos ao estágio II das curvas de fluência desse material.

	% Deformação plástica em fluência (ε_p)		
	Temperatura (°C)		
Tempo (h)	700	800	900
1000	0,100	0,500	0,900
11000	0,200		22,036

a) Qual é a deformação elástica instantânea que sofrem as palhetas quando são colocadas em serviço?

b) Qual é o valor da velocidade de fluência $d\varepsilon/dt$ (em h^{-1}) para o estágio II de fluência dessa superliga a 700°C e a 900°C?

c) Qual é o valor da energia aparente de ativação (em kJ/mol) da velocidade de fluência no estágio II para essa superliga, sabendo-se que a equação abaixo é válida?

$$\left(\frac{d\varepsilon}{dt}\right)_T = C\exp\left(\frac{-Q}{RT}\right)$$

onde **T** é a temperatura absoluta; **C** é uma constante característica do material; **R** é a constante dos gases (**R** = 8,314 J/mol); **ε** é a deformação plástica em fluência; **t** é o tempo; **Q** é a energia aparente de ativação.

d) Com os dados experimentais e com os resultados calculados nos itens anteriores, calcule o valor da deformação plástica depois de 11000 h de operação a 800°C.

e) Se a velocidade em serviço da turbina fosse mais elevada, a deformação calculada no item anterior seria atingida depois de um tempo de operação maior ou menor que 11000 h? Justifique a sua resposta.

2. Você deseja determinar a temperatura de transição frágil-dúctil de um aço. Foram feitos 15 ensaios de impacto a cinco temperaturas diferentes (três ensaios por temperatura), segundo a tabela indicada abaixo. O pêndulo do ensaio de impacto cai de uma altura inicial h_i igual a 80cm, e a tabela mostra a altura final atingida pelo pêndulo a cada ensaio. Determine a temperatura de transição dúctil-frágil a partir desses dados experimentais.

Temperatura (^oC)	Altura final $\mathbf{h_f}$ (cm) do pêndulo após impacto		
-60	70	75	65
-40	65	60	70
-20	20	25	25
0	5	não quebrou	10
+20	5	5	não quebrou

3. Exercício **8.12** retirado do livro de Callister,W.D. e Rethwisch, D.G. Materials Science and Engineering An Introduction, 8th Edition. Wiley. 2010.

Following is tabulated data that were gathered from a series of Charpy impact tests on a ductile cast iron.

Temperature (°C)	*Impact Energy (J)*
−25	124
−50	123
−75	115
−85	100
−100	73
−110	52
−125	26
−150	9
−175	6

(a) Plot the data as impact energy versus temperature.

(b) Determine a ductile-to-brittle transition temperature as that temperature corresponding to the average of the maximum and minimum impact energies.

4. Exercício **8.13** retirado do livro de Callister,W.D. e Rethwisch, D.G. Materials Science and Engineering An Introduction, 8th Edition. Wiley. 2010.

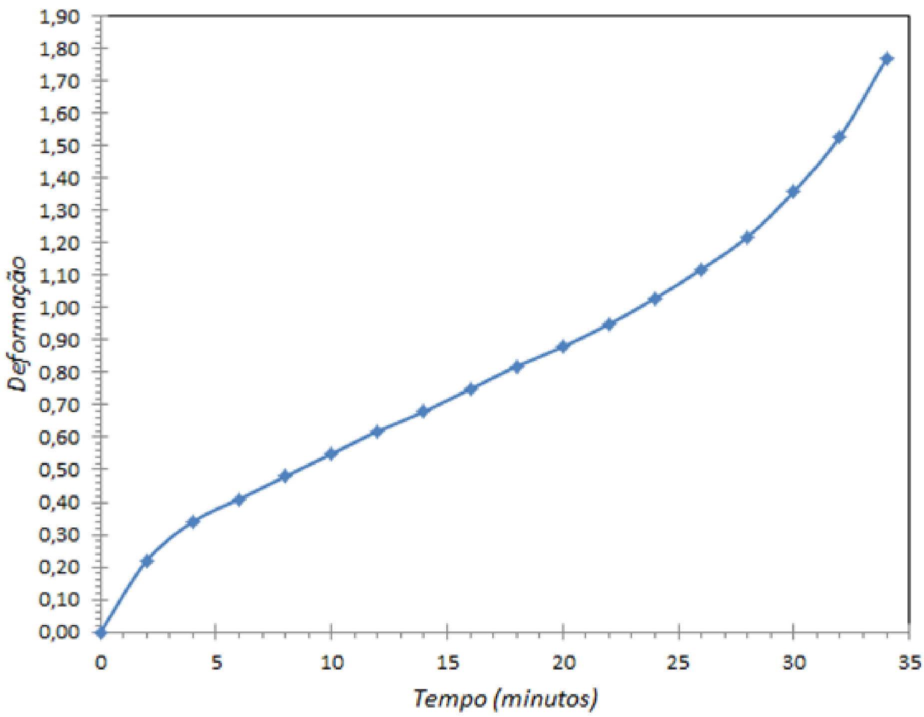
Following is tabulated data that were gathered from a series of Charpy impact tests on a tempered 4140 steel alloy.

Temperature (°C)	*Impact Energy (J)*
100	89.3
75	88.6
50	87.6
25	85.4
0	82.9
−25	78.9
−50	73.1
−65	66.0
−75	59.3
−85	47.9
−100	34.3
−125	29.3
−150	27.1
−175	25.0

(a) Plot the data as impact energy versus temperature.

(b) Determine a ductile-to-brittle transition temperature as that temperature corresponding to the average of the maximum and minimum impact energies.

5. A curva a seguir apresenta os resultados de um ensaio de fluência realizado a 400°C em uma liga de alumínio, com uma tensão constante de tração igual a 25 MPa.



Determine a velocidade mínima de fluência (que equivale à velocidade do estado estacionário no ensaio de fluência). Nota: a deformação inicial (instantânea) não foi representada no gráfico.

6. Os dados ao lado foram obtidos em um teste de fluência realizado a 200^{o}C em um corpo de prova metálico submetido a um esforço de tração.

Nesse ensaio de fluência a carga foi mantida constante ao longo de todo o ensaio. A tensão inicial aplicada foi de 70MPa. O corpo de prova utilizado é cilíndrico, seu comprimento inicial era de 10 cm, e o seu diâmetro inicial era de 1,5 cm. No momento da ruptura o seu diâmetro era de 1,3 cm.

Comprimento	*Tempo*
(cm)	*(h)*
10,020	*0*
10,050	*100*
10,100	*200*
10,150	*400*
10,225	*1000*
10,375	*2000*
10,675	*4000*
10,965	*6000*
11,150	*7000*
11,500	*8000*

A partir dos dados fornecidos, determine:

a. A carga aplicada ao corpo de prova ao longo de todo o ensaio.
b. A velocidade mínima de fluência, dada em h^{-1}.
c. A tensão real que estava sendo exercida sobre o corpo de prova no momento da ruptura.

7. Um corpo de prova de material polimérico foi submetido a um ensaio de relaxação de tensões. O corpo de prova foi submetido instantaneamente a uma deformação igual a 2,0 mm/mm, sendo registradas as tensões necessárias para manter essa deformação constante em função do tempo. A tensão inicial registrada, que era 5,0 MPa, caiu para 2,0 MPa depois de decorridos 60 segundos. De posse dessas informações, indique qual alternativa apresenta o resultado correto para o módulo de relaxação E_r calculado após 30 segundos do início do ensaio.

Equações :

$$\sigma(t) = \sigma(0) \cdot e^{\left(-\frac{t}{\tau}\right)} \qquad E_r(t) = \frac{\sigma(t)}{\varepsilon_0}$$

8. Para alguns polímeros que apresentam comportamento viscoelástico submetidos a ensaios de relaxação de tensões, a tensão varia com o tempo de acordo com a equação dada a seguir.

$$\sigma(t) = \sigma(0) \cdot e^{\left(-\frac{t}{\tau}\right)}$$

onde $\sigma(t)$ e $\sigma(0)$ representam respectivamente a tensão em um tempo t e a tensão inicial (no tempo t = 0). O tempo de relaxação (que é uma *constante independente do tempo*) é indicado por τ . Um corpo de prova de um polímero para o qual a relaxação de t4ensões obedece a equação acima foi submetido a um ensaio mecânico no qual foi submetido instantaneamente a uma deformação igual a 0,5 mm/mm, e a tensão necessária para manter essa deformação constante foi registrada em função do tempo. Determine o módulo de relaxação $E_r(10)$ (ou seja, o módulo de relaxação para o tempo igual a 10s), sabendo-se que a tensão inicial (t=0) de 3,5 MPa caiu para 0,5 MPa depois de 30s.

GABARITO
UNIDADE 11 Propriedades Mecânicas III

1. Suponha que você é o responsável pelo projeto de uma turbina a gás funcionando a 800°C. As palhetas do rotor serão construídas em uma superliga à base de níquel, que, nessa temperatura, apresenta um módulo de elasticidade igual a 180 GPa. Quando colocadas em serviço, e sob o efeito da força centrífuga, as palhetas são submetidas a um esforço que gera uma tensão normal de 450 MPa. Você dispõe dos dados experimentais apresentados abaixo, relativos ao estágio II das curvas de fluência desse material.

	% Deformação plástica em fluência (ε_p)		
	Temperatura (°C)		
Tempo (h)	700	800	900
1000	0,100	0,500	0,900
11000	0,200		22,036

a) Qual é a deformação elástica instantânea que sofrem as palhetas quando são colocadas em serviço?

A deformação elástica instantânea que as palhetas sofrem quando entram em serviço obedece a equação:

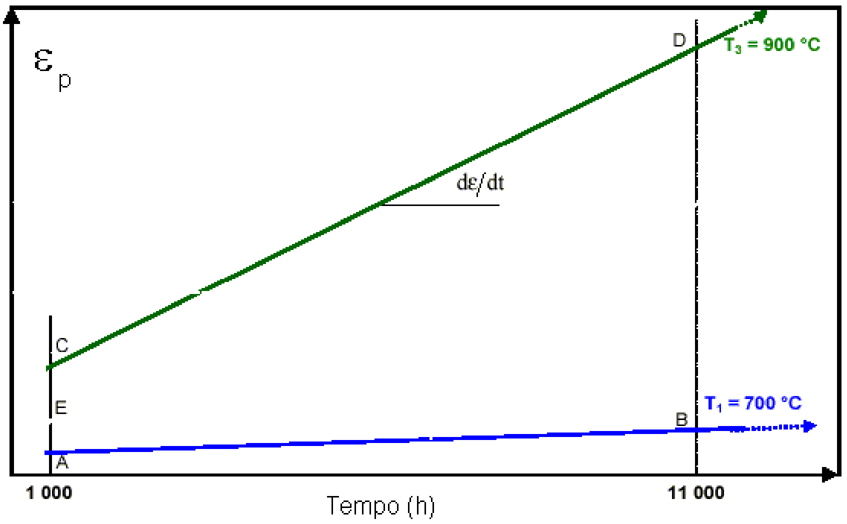
$$\sigma = E \,.\, \varepsilon_{elástica}$$

$$\varepsilon_{elástica} = \frac{\sigma}{E} = \frac{450\ MPa}{180\ GPa} = 2{,}5\ \times 10^{-3} \rightarrow\ \%\ \varepsilon_{elástica} = 0{,}25\%$$

b) Qual é o valor da velocidade de fluência $d\varepsilon/dt$ (em h^{-1}) para o estágio II de fluência dessa superliga a 700°C e a 900°C?

Os resultados experimentais podem ser colocados em um gráfico. ***No estágio II da fluência, a velocidade de fluência é constante***. Assim, podemos assumir que durante todo esse intervalo de tempo, devemos ter retas para cada temperatura quando representadas em gráfico.

	Deformação plástica em fluência (ε_p, em %)		
	Temperatura (°C)		
Tempo (h)	700	800	900
1000	0,100	0,500	0,900
11000	0,200		22,036



Os valores das velocidades de fluência para 700°C e 900°C são, então, calculados:

Temperature (°C)	Velocidade de Fluência (h^{-1})	
700	$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\varepsilon_{pB} - \varepsilon_{pA}}{t_B - t_A} = \frac{2x10^{-3} - 1x10^{-3}}{11000 - 1000}$	**10^{-7}**
900	$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\varepsilon_{pD} - \varepsilon_{pC}}{t_D - t_C} = \frac{2{,}2036x10^{-1} - 9x10^{-3}}{11000 - 1000}$	**$2{,}1136x10^{-5}$**

c) Qual é o valor da energia aparente de ativação (em kJ/mol) da velocidade de fluência no estágio II para essa superliga, sabendo-se que a equação abaixo é válida?

A fluência é um fenômeno termicamente ativado. A equação da variação da velocidade da fluência com a temperatura é dada por:

$$\left(\frac{d\varepsilon}{dt}\right)_T = C \cdot e^{\left(-\frac{Q}{R \cdot T}\right)}$$

Aplicando a equação para duas temperaturas diferentes T_1 e T_3, e calculando a razão entre as velocidades nas duas temperaturas, temos:

$$\frac{\left(\frac{d\varepsilon}{dt}\right)_{T_3}}{\left(\frac{d\varepsilon}{dt}\right)_{T_1}} = \frac{e^{\left(-\frac{Q}{R\cdot T_3}\right)}}{e^{\left(-\frac{Q}{R\cdot T_1}\right)}} = e^{\left[\frac{Q}{R}\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_3}\right)\right]}$$

A equação acima pode ser rearranjada como segue:

$$Q = \frac{R \cdot ln\left[\frac{\left({d\varepsilon}/{dt}\right)_{T_3}}{\left({d\varepsilon}/{dt}\right)_{T_1}}\right]}{\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_3}\right)}$$

Para T_1 = 700°C = 973 K e T_3 = 900°C = 1173 K, e sabendo que R = 8,314 J/mol, e tomando os valores de velocidade de fluência calculados no item 1, temos que a energia aparente de ativação do processo de fluência nessa superliga é:

Q = 254 kJ/mol.

d) Com os dados experimentais e com os resultados calculados nos itens anteriores, calcule o valor da deformação plástica depois de 11000 h de operação a 800 °C.

Como no item anterior foi calculado o valor de Q, através da equação abaixo pode ser calculado o valor de C, necessário para o cálculo da deformação depois de 11000 h a 800°C.

$$\left(\frac{d\varepsilon}{dt}\right)_T = C \cdot e^{\left(-\frac{Q}{R\cdot T}\right)}$$

Substituindo os valores correspondentes de velocidade e temperatura para uma das temperaturas que dispomos de dados (700°C ou 900°C), podemos calcular o valor de **C**, que é igual a **4,33 x 10^6 h^{-1}**.

Agora, utilizando a mesma equação, e substituindo os valores disponíveis para a temperatura de 800°C:

$$\left(\frac{\varepsilon_{11000h} - 0{,}5 \times 10^{-2}}{11000h - 1000h}\right)_{800} = 4{,}33 \times 10^6 h^{-1} \cdot e^{\left(-\frac{254kJ/mol}{8{,}314J/K.mol\times 1073K}\right)}$$

$$\varepsilon_{11000h,800C} = 0{,}0238 \rightarrow \%\ \varepsilon_{11000h,800C} = 2{,}38\%$$

e) Se a velocidade em serviço da turbina fosse mais elevada, a deformação calculada no item anterior seria atingida depois de um tempo de operação maior ou menor que 11000 h? Justifique a sua resposta.

Uma velocidade de rotação mais elevada significa uma força centrífuga maior, e, portanto, um esforço mecânico maior e uma tensão aplicada maior.

A tensão aplicada sendo maior, a velocidade de fluência será maior. *Consequentemente, a mesma deformação seria atingida num tempo* ***menor que 11000 h***.

2. Você deseja determinar a temperatura de transição frágil-dúctil de um aço. Foram feitos 15 ensaios de impacto Charpy a cinco temperaturas diferentes (três ensaios por temperatura), segundo a tabela indicada abaixo. O pêndulo do ensaio de impacto cai de uma altura inicial h_i igual a 80cm, e a tabela mostra a altura final atingida pelo pêndulo a cada ensaio. Determine a temperatura de transição dúctil-frágil a partir desses dados experimentais.

Temperatura (^oC)	Altura final $\mathbf{h_f}$ (cm) do pêndulo após impacto		
-60	70	75	65
-40	65	60	70
-20	20	25	25
0	5	não quebrou	10
+20	5	5	não quebrou

A temperatura de transição dúctil-frágil desse material pode ser obtida a partir desses dados experimentais.

A energia absorvida para romper um corpo de prova num ensaio de impacto Charpy é dada pela equação :

$$W_f = mg\ (\ h_i - h_f\ )$$

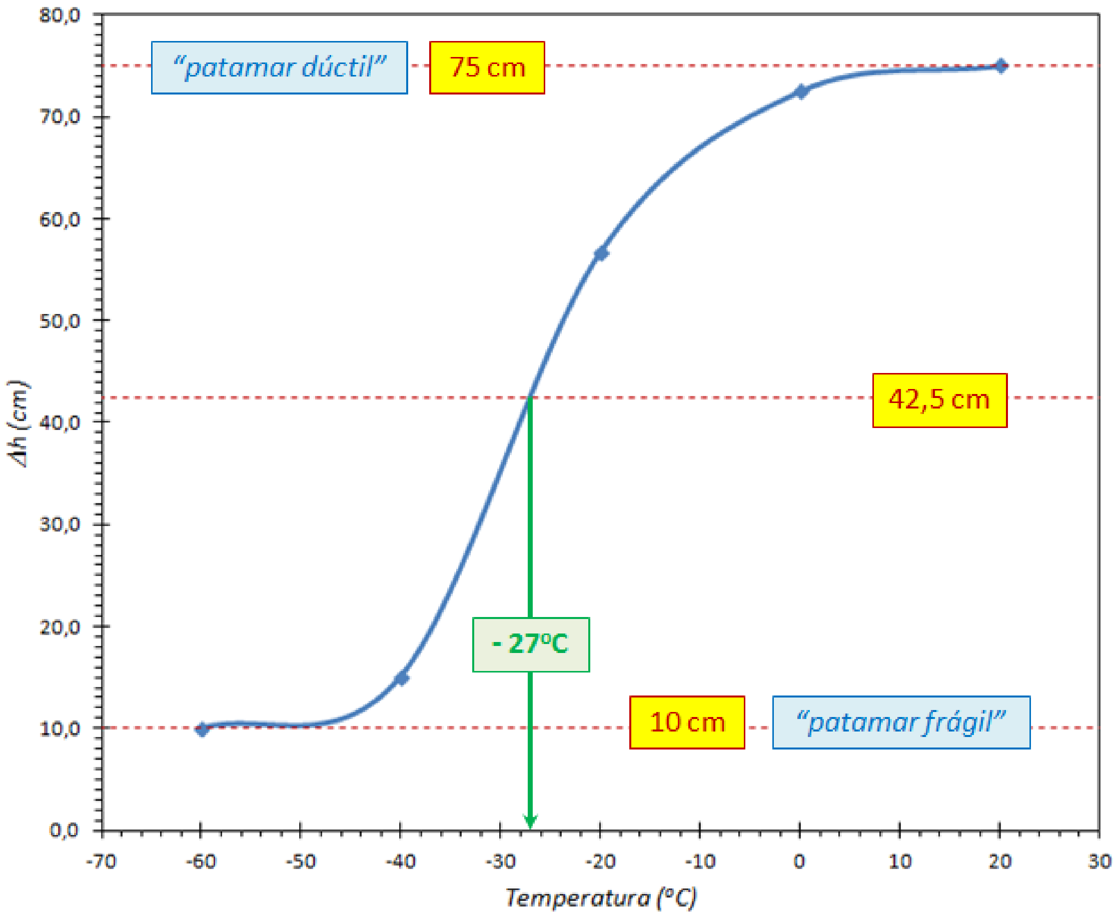
onde m é a massa do pêndulo, g éa aceleração da gravidade e h_i e h_f são, respectivamente, a altura inicial do pêndulo e a altura que o mesmo atinge após o impacto com o corpo de prova.

Os valores médios das alturas atingidas em cada temperatura são dados na tabela a seguir.

Temperatura (°C)	Altura **h** (cm) do pêndulo após impacto			MÉDIA	Δh
-60	70	75	65	70,0	10,0
-40	65	60	70	65,0	15,0
-20	20	25	25	23,3	56,7
0	5	não quebrou	10	7,5	72,5
20	5	5	não quebrou	5,0	75,0

O critério para a definição da temperatura de transição é o meio do intervalo entre o "patamar dúctil" e o "patamar frágil". Se construirmos um gráfico de Δh contra a temperatura *(como a massa do pêndulo e a aceleração da gravidade são constantes, para a finalidade deste exercício, que é a determinação da temperatura de transição dúctil-frágil, basta o gráfico que representa a variação de Δh com a temperatura)*, observamos o "patamar dúctil" (que corresponde à maior absorção de energia e, portanto, maior valor de Δh) em Δh = 75cm, e o "patamar frágil" a Δh = 10cm.

No gráfico a seguir encontra-se indicada a operação para a determinação do valor da temperatura de transição, que é de aproximadamente ***-27°C***.



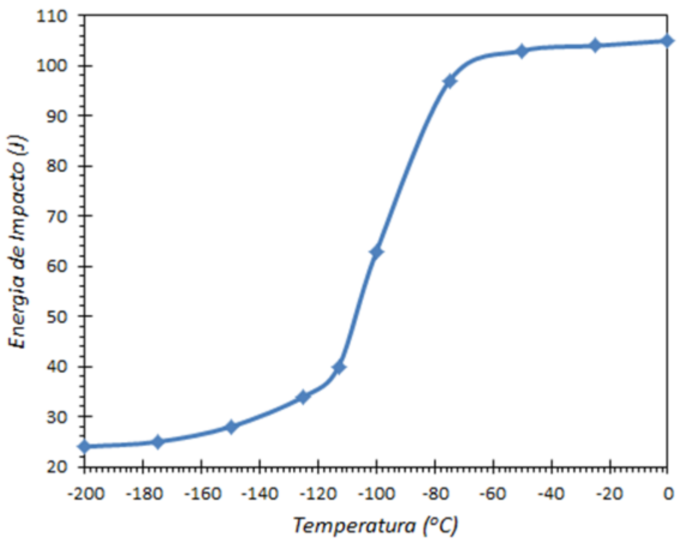
3. Exercício **8.12** retirado do livro de Callister,W.D. e Rethwisch, D.G. Materials Science and Engineering An Introduction, 8th Edition. Wiley. 2010.

Following is tabulated data that were gathered from a series of Charpy impact tests on a ductile cast iron.

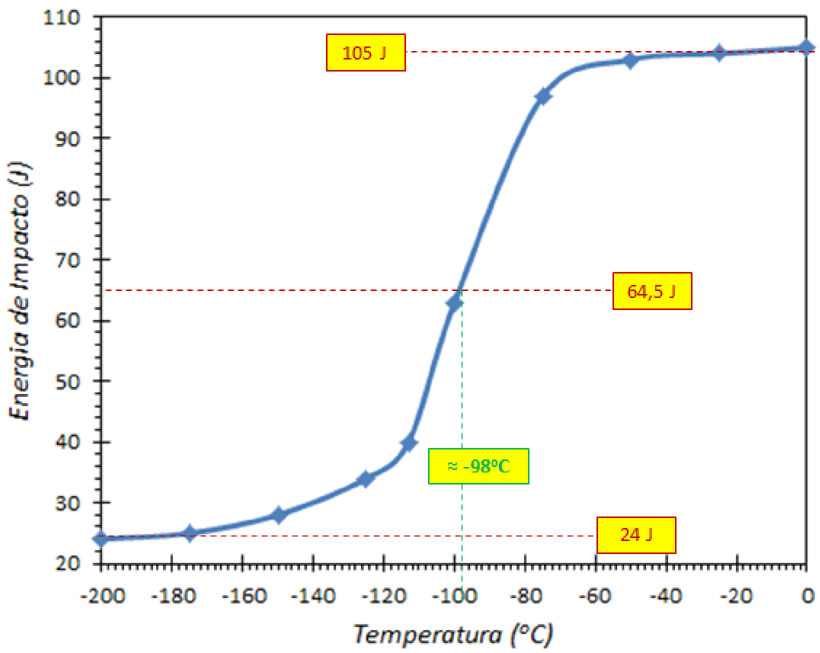
Temperature (°C)	*Impact Energy (J)*
− 25	124
− 50	123
− 75	115
− 85	100
−100	73
−110	52
−125	26
−150	9
−175	6

(a) Plot the data as impact energy versus temperature.

(b) Determine a ductile-to-brittle transition temperature as that temperature corresponding to the average of the maximum and minimum impact energies.



O critério para a definição da temperatura de transição é o meio do intervalo entre o "patamar dúctil" e o "patamar frágil".



No gráfico encontra-se indicada a operação para a determinação do valor da temperatura de transição dúctil-frágil, que é de aproximadamente ***-98°C***.

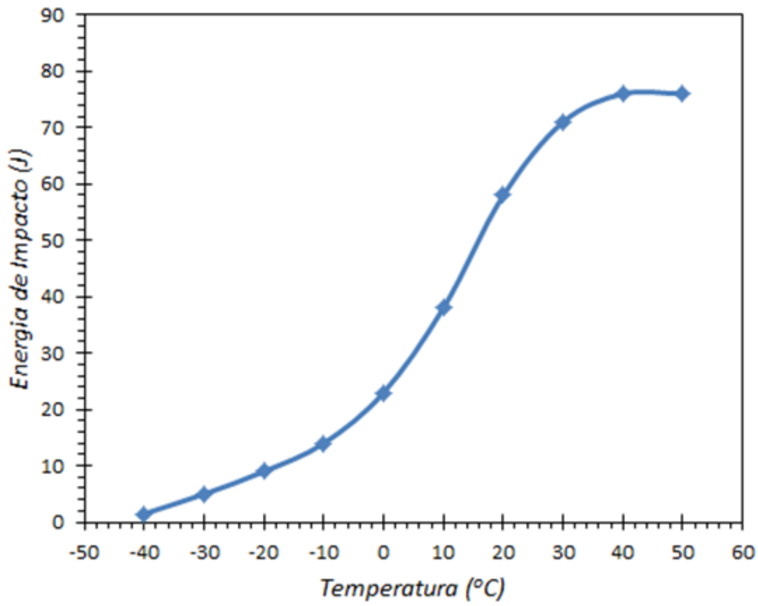
4. Exercício **8.13** retirado do livro de Callister,W.D. e Rethwisch, D.G. Materials Science and Engineering An Introduction, 8th Edition. Wiley. 2010.

Following is tabulated data that were gathered from a series of Charpy impact tests on a tempered 4140 steel alloy.

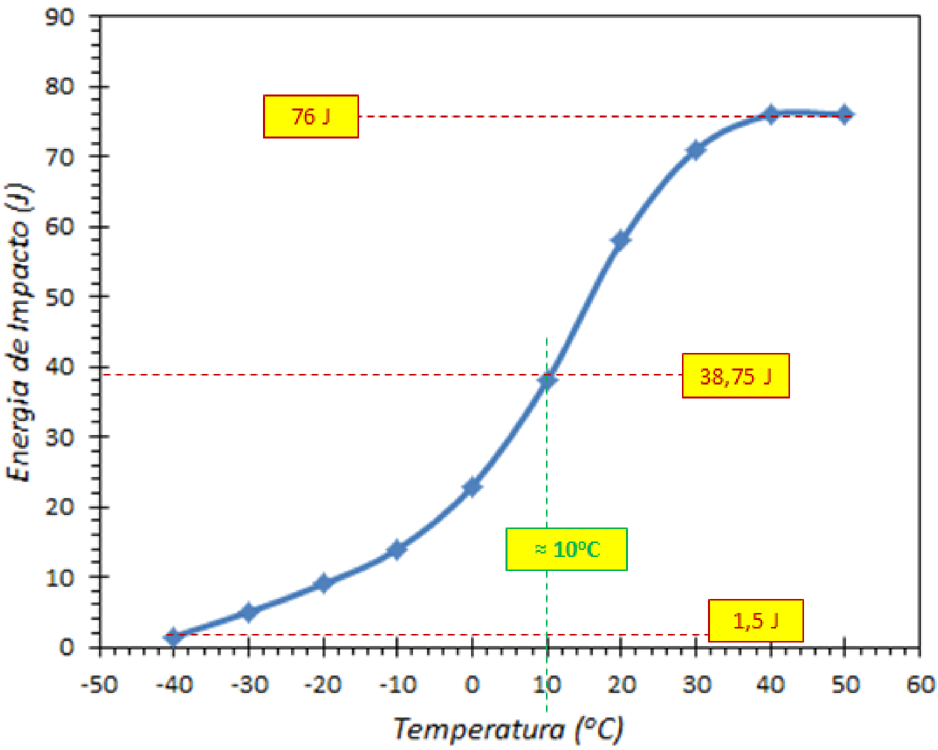
Temperature (°C)	*Impact Energy (J)*
100	89.3
75	88.6
50	87.6
25	85.4
0	82.9
−25	78.9
−50	73.1
−65	66.0
−75	59.3
−85	47.9
−100	34.3
−125	29.3
−150	27.1
−175	25.0

(a) Plot the data as impact energy versus temperature.

(b) Determine a ductile-to-brittle transition temperature as that temperature corresponding to the average of the maximum and minimum impact energies.



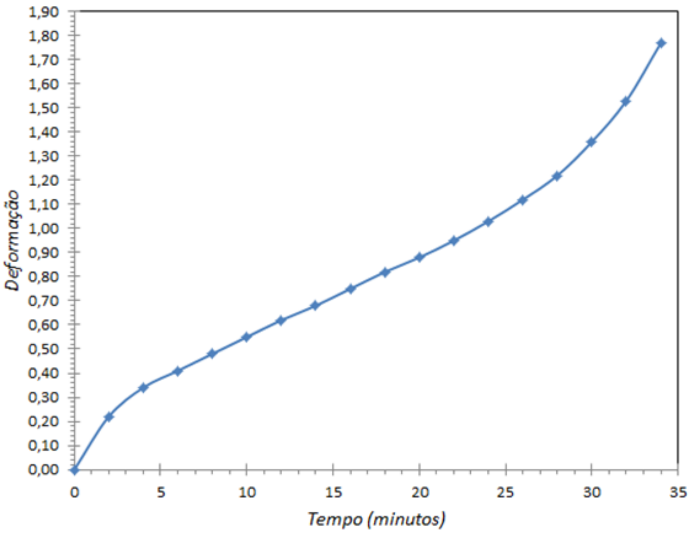
O critério para a definição da temperatura de transição é o meio do intervalo entre o “patamar dúctil” e o “patamar frágil”.



No gráfico encontra-se indicada a operação para a determinação do valor da temperatura de transição dúctil-frágil, que é de aproximadamente ***10°C***.

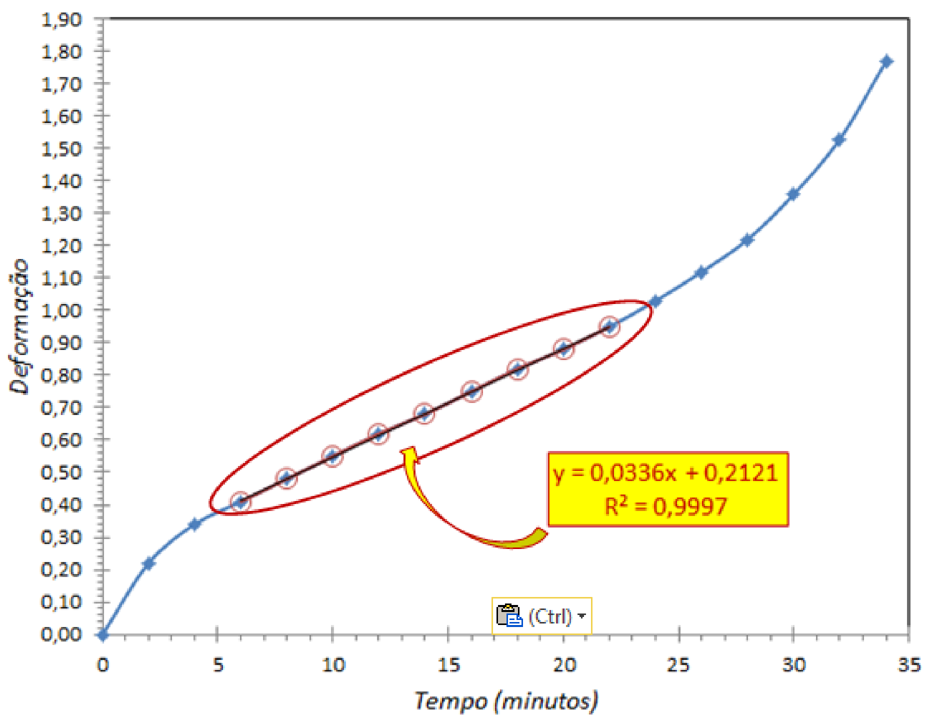
5. A curva apresenta os resultados de um ensaio de fluência realizado a 400°C em uma liga de alumínio, com uma tensão constante de tração igual a 25 MPa.

Determine a velocidade mínima de fluência (que equivale à velocidade do estado estacionário no ensaio de fluência). Notas: 1. a deformação inicial (instantânea) não foi representada no gráfico; 2. As deformações são apresentadas em mm/mm.



O que o enunciado do exercício pede é a velocidade mínima de fluência *("minimum creep rate")*, que pode ser obtida por meio da inclinação do segmento intermediário, linear, da curva de fluência.

Observando a figura abaixo, vemos que o valor dessa velocidade é ***0,0336 min^{-1}***.



6. Os dados ao lado foram obtidos em um teste de fluência realizado a 200°C em um corpo de prova metálico submetido a um esforço de tração.

Nesse ensaio de fluência a carga foi mantida constante ao longo de todo o ensaio. A tensão inicial aplicada foi de 70MPa. O corpo de prova utilizado é cilíndrico, seu comprimento inicial era de 10 cm, e o seu diâmetro inicial era de 1,5 cm. No momento da ruptura o seu diâmetro era de 1,3 cm.

Comprimento (cm)	*Tempo (h)*
10,020	*0*
10,050	*100*
10,100	*200*
10,150	*400*
10,225	*1000*
10,375	*2000*
10,675	*4000*
10,965	*6000*
11,150	*7000*
11,500	*8000*

a. A carga aplicada ao corpo de prova ao longo de todo o ensaio.

O corpo de prova é cilíndrico, e tem um diâmetro de 1,5 cm. Logo, a área de seção transversal do corpo é:

$$Área = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = \frac{\pi \cdot (1{,}5 \times 10^{-2})^2}{4} = 1{,}767 \times 10^{-4}\, m^2$$

A tensão é igual à carga aplicada dividida pela área da seção transversal. Assim:

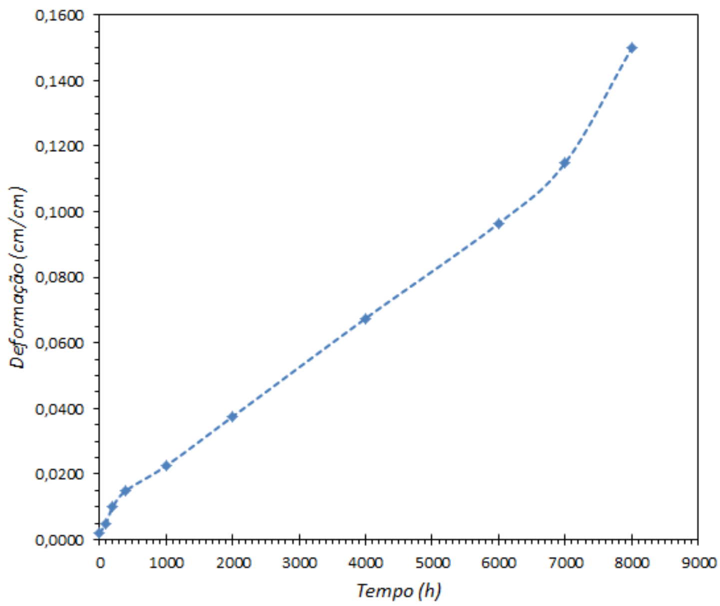
$$\sigma = \frac{F}{A} \rightarrow F = \sigma \cdot A = 70 \times 10^6 Pa \times 1{,}767 \times 10^{-4} m^2 = 1{,}237 \times 10^4\ N$$

b. A velocidade mínima de fluência, dada em h^{-1}.

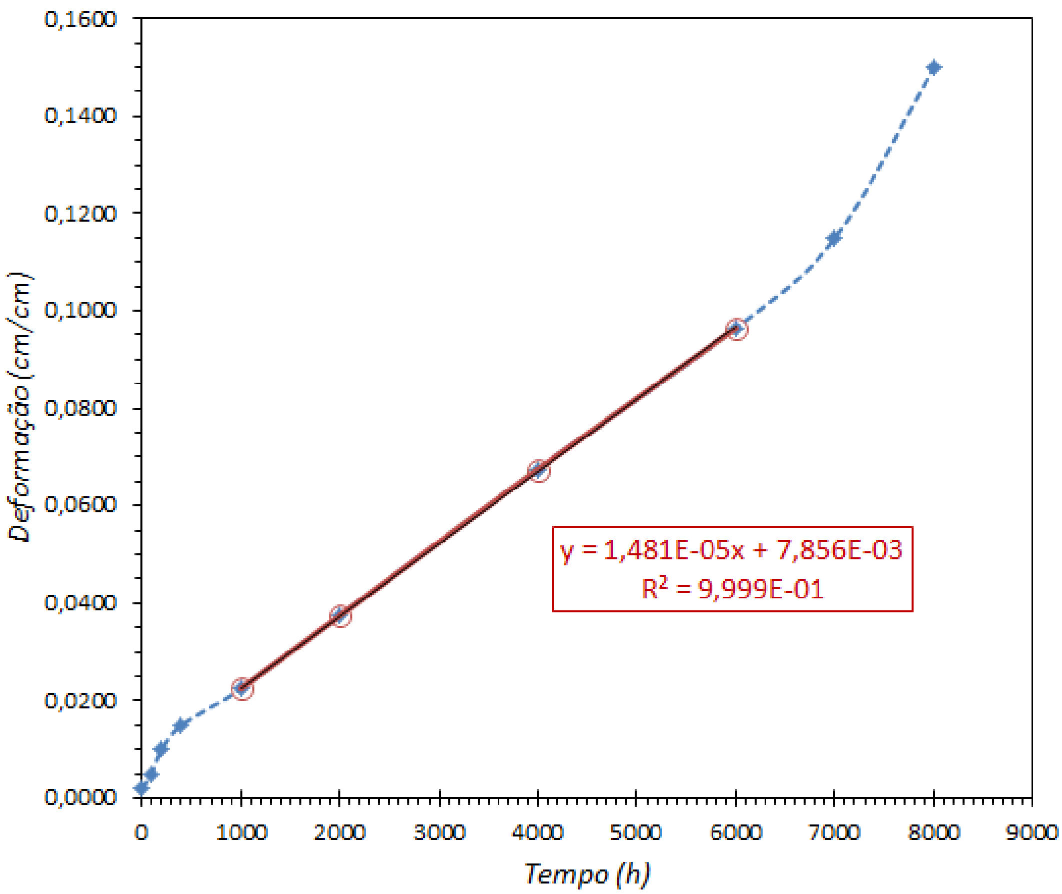
A velocidade mínima de fluência é obtida a partir da inclinação do segmento linear da curva de fluência (que corresponde ao ***Estágio II*** do processo de fluência).

A curva de fluência é uma curva de deformação contra o tempo. É necessário, portanto, calcular para cada tempo mencionado na tabela de dados o valor da deformação correspondente. A tabela contendo os dados originais e os valores das respectivas deformações (lembrar que deformação $\varepsilon = \Delta L / L_0$) é apresentada a seguir, juntamente com a curva de fluência construída a partir desses dados.

Comprimento	Tempo	Deformação
(cm)	(h)	(cm/cm)
10,020	0	0,0020
10,050	100	0,0050
10,100	200	0,0100
10,150	400	0,0150
10,225	1000	0,0225
10,375	2000	0,0375
10,675	4000	0,0675
10,965	6000	0,0965
11,150	7000	0,1150
11,500	8000	0,1500



Assumiremos como trecho linear da curva de fluência a porção entre 1000h e 6000h. A regressão linear dessa parte da curva é apresentada a seguir.



A partir dos dados do problema, a velocidade mínima de fluência é *1,481 x 10^{-5} h^{-1}*.

c. A tensão real que estava sendo exercida sobre o corpo de prova no momento da ruptura.

Como a carga é mantida constante ao longo de todo o ensaio, e como a seção transversal do corpo de prova diminui (o seu diâmetro final é de 1,3 cm), a tensão que efetivamente está sendo aplicada sobre o corpo de prova no momento da ruptura é **MAIOR** do que a tensão aplicada no momento do início do ensaio.

A tensão é calculada pela equação abaixo:

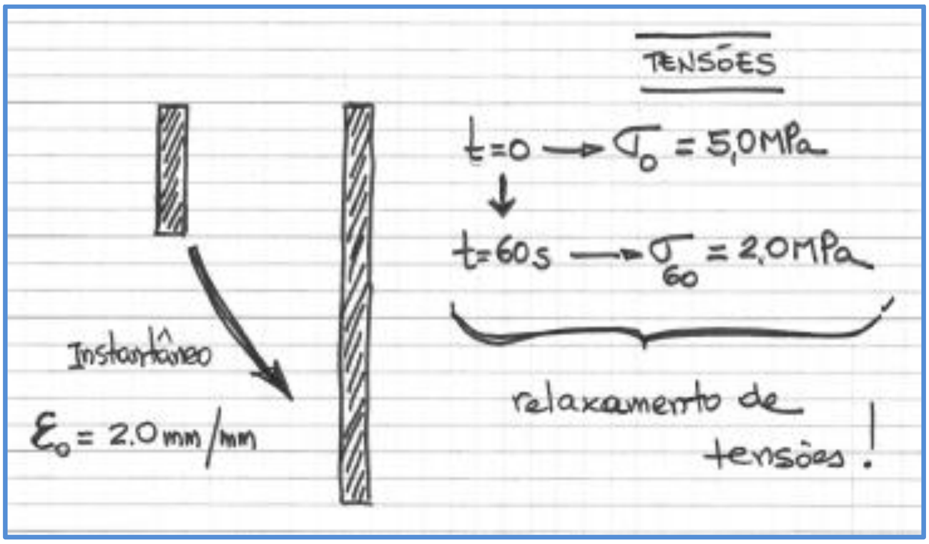
$$\sigma = \frac{F}{A} \rightarrow \sigma = \frac{1{,}237 \times 10^{4}\ N}{1{,}327 \times 10^{-4}\ m^{2}} = 93{,}2\ \text{MPa}$$

7. Um corpo de prova de material polimérico foi submetido a um ensaio de relaxação de tensões. O corpo de prova foi submetido instantaneamente a uma deformação igual a 2,0 mm/mm, sendo registradas as tensões necessárias para manter essa deformação constante em função do tempo. A tensão inicial registrada, que era 5,0 MPa, caiu para 2,0 MPa depois de decorridos 60 segundos. De posse dessas informações, indique qual alternativa apresenta o resultado correto para o módulo de relaxação E_r calculado após 30 segundos do início do ensaio.

Equações :

$$\sigma(t) = \sigma(0) \cdot e^{\left(-\frac{t}{\tau}\right)} \qquad\qquad E_r(t) = \frac{\sigma(t)}{\varepsilon_0}$$

Esquema do que ocorre...



O enunciado da questão dá a equação que relaciona a tensão e o tempo.

Dessa forma, como uma primeira etapa para o cálculo do módulo de relaxação $E_r(30)$, precisamos calcular a tensão $\sigma(30)$.

No entanto, para calcular $\sigma(30)$, precisamos primeiro calcular o valor do tempo de relaxação τ. Para isso, utilizaremos a equação que foi dada, modificada da forma indicada a seguir:

$$\sigma(t) = \sigma(0) \cdot e^{\left(-\frac{t}{\tau}\right)} \quad \rightarrow \quad \frac{\sigma(t)}{\sigma(0)} = e^{\left(-\frac{t}{\tau}\right)} \quad \rightarrow \quad ln\left[\frac{\sigma(t)}{\sigma(0)}\right] = -\frac{t}{\tau}$$

Assim, com os dados do problema, que contemplam o que ocorre num intervalo de 60 segundos :

$$\tau = -\frac{t}{ln\left[\frac{\sigma(t)}{\sigma(0)}\right]} = -\frac{60\ s}{ln\left[\frac{2,0\ MPa}{5,0\ MPa}\right]} = \mathbf{65,5\ s}$$

Com o tempo de relaxação calculado, podemos calcular $\sigma(30)$:

$$\sigma(30) = 5,0\ MPa \cdot e^{\left(-\frac{30\ s}{65,5\ s}\right)} = \mathbf{3,16\ MPa}$$

Com $\sigma(30)$ calculado, podemos agora calcular o valor do módulo de relaxação $E_r(30)$ por meio da equação a seguir:

$$E_r(30) = \frac{\sigma(30)}{\varepsilon_0} = \frac{3,16\ MPa}{2,0\ mm/mm} = \mathbf{1,58\ MPa}$$

8. Para alguns polímeros que apresentam comportamento viscoelástico submetidos a ensaios de relaxação de tensões, a tensão varia com o tempo de acordo com a equação dada a seguir.

$$\sigma(t) = \sigma(0) \cdot e^{\left(-\frac{t}{\tau}\right)}$$

onde σ(t) e σ(0) representam respectivamente a tensão em um tempo t e a tensão inicial (no tempo t = 0). O tempo de relaxação (que é uma *constante independente do tempo*) é indicado por τ . Um corpo de prova de um polímero para o qual a relaxação de t4ensões obedece a equação acima foi submetido a um ensaio mecânico no qual foi submetido instantaneamente a uma deformação igual a 0,5 mm/mm, e a tensão necessária para manter essa deformação constante foi registrada em função do tempo. Determine o módulo de relaxação $E_r(10)$ (ou seja, o módulo de relaxação E_r para o tempo igual a 10s), sabendo-se que a tensão inicial (t=0) de 3,5 MPa caiu para 0,5 MPa depois de 30s.

O enunciado do exercício dá a equação que relaciona a tensão e o tempo. Dessa forma, como uma primeira etapa para o cálculo do módulo de relaxação $E_r(10)$, precisamos calcular a tensão σ(10).

No entanto, para calcular σ(10), precisamos primeiro calcular o valor do tempo de relaxação τ. Para isso, utilizaremos a equação que foi dada, modificada da forma indicada a seguir:

$$\sigma(t) = \sigma(0) \cdot e^{\left(-\frac{t}{\tau}\right)} \quad \rightarrow \quad \frac{\sigma(t)}{\sigma(0)} = e^{\left(-\frac{t}{\tau}\right)} \quad \rightarrow \quad ln\left[\frac{\sigma(t)}{\sigma(0)}\right] = -\frac{t}{\tau}$$

Assim:

$$\tau = -\frac{t}{ln\left[\frac{\sigma(t)}{\sigma(0)}\right]} = -\frac{30\ s}{ln\left[\frac{0{,}5\ MPa}{3{,}5\ MPa}\right]} = \mathbf{15{,}4\ s}$$

Com o tempo de relaxação calculado, podemos calcular σ(10) :

$$\sigma(10) = 3{,}5\ MPa \cdot e^{\left(-\frac{10\ s}{15{,}4\ s}\right)} = \mathbf{1{,}83\ MPa}$$

Com σ(10) calculado, podemos agora calcular o valor do módulo de relaxação Er(10) por meio da equação a seguir:

$$E_r(10) = \frac{\sigma(10)}{\varepsilon_0} = \frac{1{,}83\ MPa}{0{,}5\ mm/mm} = \mathbf{3{,}66\ MPa}$$