

Física I - 4302111

Instituto Oceanográfico

Informações Gerais

e

Coletânea de Exercícios

Profa. Lucy Vitória Credidio Assali

IFUSP

Segundo Semestre - 2015

Índice

1	Informações gerais	5
1.1	Introdução	5
1.2	Resumo do programa	5
1.3	Bibliografia	6
1.4	Critério de avaliação	6
1.5	Critério de aprovação	7
1.6	Calendário dos feriados escolares	7
1.7	Calendário das viagens didáticas	8
1.8	Calendário das provas gerais	8
1.9	Calendário das provinhas	8
1.10	Equipe	8
1.11	Página da disciplina na internet	9
1.12	Plantões de dúvidas	9
2	Coletânea de exercícios	11
2.1	Grandezas físicas e análise dimensional	11
2.2	Cálculo diferencial e integral	12
2.3	Movimento em uma dimensão	13
2.4	Movimento em duas e três dimensões	18
	2.4.1 Lançamento de projéteis	21
	2.4.2 Movimento circular	22
2.5	Aplicações das Leis de Newton	25
	2.5.1 Sem incluir atrito	25
	2.5.2 Incluindo atrito	29
2.6	Trabalho e energia cinética	34
2.7	Forças conservativas: energia potencial	37
2.8	Sistemas de partículas: momento linear	43
2.9	Sistema de partículas: colisões	46
2.10	Corpos rígidos: cinemática e dinâmica	49
2.11	Momento angular: conservação e aplicações	56
2.12	Corpo rígido em equilíbrio	61
3	Coordenadas polares e o movimento circular	65
3.1	Vetores polares unitários: \hat{e}_r e \hat{e}_θ	65

3.2	Vetores posição, velocidade e aceleração em coordenadas polares .	66
4	Colisão elástica em uma dimensão: alvo em repouso	69
5	Solução de alguns exercícios	71
5.1	Exercício 66	71
5.2	Exercício 74	75
5.3	Exercício 117	81
6	Respostas	85
6.1	Grandezas físicas e análise dimensional	85
6.2	Cálculo diferencial e integral	85
6.3	Movimento em uma dimensão	86
6.4	Movimento em duas e três dimensões	90
6.4.1	Lançamento de projéteis	91
6.4.2	Movimento circular	91
6.5	Aplicações das Leis de Newton	92
6.5.1	Sem incluir atrito	92
6.5.2	Incluindo atrito	94
6.6	Trabalho e energia cinética	95
6.7	Forças conservativas: energia potencial	96
6.8	Sistemas de partículas: momento linear	99
6.9	Sistema de partículas: colisões	100
6.10	Corpos rígidos: cinemática e dinâmica	100
6.11	Momento angular: conservação e aplicações	102
6.12	Corpo rígido em equilíbrio	103
7	Momentos de inércia	105

Capítulo 1

Informações gerais

Este texto contém informações importantes sobre a disciplina de Física I (4302111). Nele estão apresentados, entre outros, o programa da disciplina, a bibliografia recomendada, os critérios de avaliação e de aprovação, o calendário das provas, etc.

1.1 Introdução

A disciplina de Física I (4302111) tem como objetivo apresentar uma discussão clara e lógica dos conceitos e princípios básicos da mecânica clássica, procurando desenvolver a intuição e a capacidade de raciocínio físico, utilizando a análise vetorial e os elementos básicos do cálculo diferencial e integral. Ela compreende vários tópicos da mecânica clássica, apresentados resumidamente na próxima seção deste livreto, e contará com o apoio de um estagiário, aluno de pós-graduação do IFUSP, que será responsável pelos plantões para resolver dúvidas e por eventuais aulas de exercícios, além de ajudar na manutenção da página da disciplina, na internet. Para um melhor aprendizado, sugere-se a leitura de um ou mais dos livros apresentados na bibliografia e a solução dos exercícios propostos durante o semestre. É importante, também, a utilização sistemática dos plantões de dúvidas.

1.2 Resumo do programa

1. O método científico: leis e teorias \implies domínio de validade, ordens de grandeza, notação científica, dimensões
2. Cinemática vetorial: movimentos uni-, bi- e tridimensional
3. Dinâmica: leis de Newton, forças de contato e atrito
4. Trabalho e energia: teorema da energia cinética, trabalho de forças conservativas e não conservativas, energia potencial e conservação de energia
5. Sistemas de muitas partículas: centro de massa, colisões e conservação do momento linear

6. Cinemática do corpo rígido: torque, momento de inércia e conservação do momento angular
7. Noções de dinâmica do corpo rígido: rolamento e deslizamento

1.3 Bibliografia

A bibliografia básica da disciplina engloba vários livros:

1. *Física I*, H. D. Young e R. A. Freedman, vol. 1, Editora Addison Wesley;
2. *Física*, P. A. Tipler, vol. 1, Editora Guanabara Dois;
3. *Física*, D. Halliday e F. Resnick, vol. 1, Editora LTC;
4. *Física 1 - Mecânica e Gravitação*, R. Serway, Editora LTC;
5. *Física: Uma abordagem estratégica*, Randall D. Knight, vol. 1, Editora Bookman Companhia;
6. *Curso de Física Básica*, H. M. Nussenzveig, vol. 1, Editora Blücher Ltda.

A biblioteca do Instituto de Física dispõe de vários exemplares desses livros, bem como de outros textos que poderão ser usados como bibliografia complementar.

As noções de derivada e integral de uma função e de grandezas vetoriais, necessárias para completar a formação dos alunos, serão introduzidas no decorrer do semestre. Vale destacar que estes conceitos estão muito bem apresentados no livro *Introdução elementar às técnicas do cálculo diferencial e integral*, dos professores Carlos E. I. Carneiro, Carmen P. C. do Prado e Silvio R. A. Salinas, do IFUSP, editado pela Livraria do IFUSP.

1.4 Critério de avaliação

A avaliação dos alunos será efetuada através de **Provas Gerais (PG)** e de **Avaliações Quinzenais (A)**.

1. Provas Gerais:

Serão realizadas duas Provas Gerais, **PG₁** e **PG₂**, mais uma Prova Substitutiva, **PS**, que é uma prova única, no final do semestre, versando sobre toda a matéria e só poderá fazê-la o(a) aluno(a) que não comparecer em pelo menos uma das provas gerais.

2. Avaliações Quinzenais:

Serão realizadas de cinco a seis Avaliações Quinzenais, que poderão ser provas de exercícios (provinhas) e/ou exercícios resolvidos para entrega e a nota correspondente, M_A , resulta da média aritmética destas atividades.

OBS1.: Nos dias das PROVAS e avaliações os alunos devem apresentar um documento de identidade com foto.

1.5 Critério de aprovação

A Nota Final, M_F , será calculada em função da média aritmética das duas provas gerais (M_{PG}) e da Nota das Avaliações Quinzenais (M_A), da seguinte forma:

$$M_F = 0,75 (M_{PG}) + 0,25 M_A$$

de modo que

$$M_F \geq 5 \quad \underline{\text{aprovação}}$$

$$3 \leq M_F < 5 \quad \underline{\text{recuperação}}$$

$$M_F < 3 \quad \underline{\text{reprovação}}$$

O(A) aluno(a) que alcançar frequência mínima às aulas de 70% e média final entre 3,0 (três) e 5,0 (cinco), poderá realizar uma prova de recuperação (P_{Rec}), a qual compreende toda a matéria do semestre e será realizada no mês de dezembro. Neste caso, a nota final N_F será calculada da seguinte forma:

$$N_F = (M_F + 2P_{Rec})/3$$

de modo que

$$N_F \geq 5 \quad \underline{\text{aprovação}}$$

$$N_F < 5 \quad \underline{\text{reprovação}}$$

1.6 Calendário dos feriados escolares

- 07 de setembro a 12 de setembro: Semana da Pátria. Não haverá aula.
- 12 de outubro: Dia da Padroeira do Brasil - Nossa Senhora Aparecida. Não haverá aula.
- 28 de outubro: Consagração ao Funcionário Público. Não haverá aula.
- 02 de novembro: Finados. Não haverá aula. vspace-0.2cm
- 20 de novembro: Dia da Consciência Negra. Não haverá aula.

1.7 Calendário das viagens didáticas

- 12 a 16 de outubro: Disciplina 2100102 . Não haverá aula.
- 10 a 13 de novembro: Disciplina IOB-155 . Não haverá aula.

1.8 Calendário das provas gerais

- 1^a Prova Geral (PG_1): 22 de setembro (terça-feira)
- 2^a Prova Geral (PG_2): 26 de novembro (quinta-feira)
- Prova Substitutiva (P_S): 01 de dezembro (terça-feira)
- Prova de Recuperação (P_{Rec}): 15 de dezembro (terça-feira)

1.9 Calendário das provinhas

- 1^a provinha: 20 de agosto (quinta-feira)
- 2^a provinha: 03 de setembro (quinta-feira)
- 3^a provinha: 08 de outubro (quinta-feira)
- 4^a provinha: 05 de novembro (quinta-feira)

1.10 Equipe

Lucy Vitória Credidio Assali

Professora associada do Departamento de Física dos Materiais e Mecânica. Desenvolve pesquisa na área de propriedades físicas de materiais e nano-materiais através de simulações computacionais que utilizam métodos de primeiros princípios.

Escritório: Ed. Alessandro Volta, Bloco C, sala 210 (IFUSP).

Fone: 3091-7041

e-mail lassali@if.usp.br

Michel Lacerda Marcondes dos Santos

Aluno de doutorado no Departamento de Física dos Materiais e Mecânica. Desenvolve pesquisa na área teórica de propriedades termoelásticas e termodinâmicas de minerais.

Escritório: Ed. Alessandro Volta, Bloco C, sala 104 (IFUSP).

Fone: 3091-6988

e-mail: michel@if.usp.br

1.11 Página da disciplina na internet

A disciplina contará com uma página na internet, onde diversas informações, além das contidas neste livreto, estarão anunciadas, tais como alterações de datas de provas, notas, gabaritos, etc. Deste modo, é importante consultá-la periodicamente. Para acessá-la entre na página do STOA

<http://disciplinas.stoa.usp.br/course/view.php?id=7301>

ATENÇÃO: Para ter acesso à página da disciplina é necessário acessar o site <http://disciplinas.stoa.usp.br/> e fazer o login para que os e-mails e avisos referentes à disciplina possam ser enviados e recebidos.

1.12 Plantões de dúvidas

Os plantões para resolver dúvidas serão na sala 104 do Edifício Alessandro Volta, Bloco C, do IFUSP, de acordo com arranjo prévio, com o estagiário, efetuado via telefone, ou e-mail ou STOA.

Capítulo 2

Coletânea de exercícios

2.1 Grandezas físicas e análise dimensional

1. Assumindo que o coração humano bata 60 vezes por minuto, estime o número de vezes que ele bate durante a vida média de 70 anos de um ser humano.
2. Engenheiros da força aérea, em 1946, determinaram a distância Terra-Lua usando um radar. Se o feixe do radar levou 2,56 s para completar a viagem total Terra-Lua-Terra, qual a distância Terra-Lua em km? (A velocidade das ondas do radar é $3,00 \times 10^8$ m/s)
3. Um bilionário ofereceu-se para lhe dar R\$ 2 bilhões (em notas de R\$ 1,00) se você for capaz de contar o dinheiro. Você deveria aceitar a oferta? Assuma que você tem 18 anos e que pode contar uma nota por segundo e que, ainda, necessita de 8 horas por dia para comer e dormir.
4. A lei universal da gravitação de Newton é: $F = G \frac{Mm}{r^2}$, onde F é a força gravitacional, M e m são as massas dos corpos e r é a distância entre eles. No SI a unidade de força é kg m/s². Qual é a unidade da constante G no SI de unidades?
5. O volume de um objeto é dado por $V = At^3 + B/t$, onde t é o tempo dado em segundos e V está em metros cúbicos. Determine as dimensões das constantes A e B .
6. A aceleração de uma partícula se movendo em um círculo de raio r é proporcional ao raio e à velocidade, tal que $a = kr^p v^q$, onde k é uma constante adimensional. Ache, por análise dimensional os valores de p e q . Com essa análise pode-se obter o valor de k ?
7. Uma criatura se move com uma velocidade de 5,0 furlongs por fortnoite. Sabendo que 1,0 furlong = 202 m e 1 fortnoite = 14

dias, determine a velocidade desta criatura em m/s. (A criatura deve ser, provavelmente, uma lesma)

8. Um metro cúbico de alumínio tem uma massa de $2,70 \times 10^3$ kg e um metro cúbico de ferro tem uma massa de $7,86 \times 10^3$ kg. Encontre o raio de uma esfera sólida de alumínio, em metros, a qual pode ser balanceada por uma esfera de ferro de raio 2,00 cm em uma balança de braços. (Lembre que o volume de uma esfera é $\frac{4}{3}\pi r^3$)
9. Assumindo que existem 50 milhões de carros em um certo país e que o consumo médio de gasolina seja 8 quilômetros por litro, quanta gasolina poderia ser poupada, por ano, se o consumo passasse a ser de 10 km/ℓ? Assuma que a distância média percorrida por um carro seja 16000 km por ano.
10. Sabendo que a densidade média da Terra é $5,5 \text{ g/cm}^3$ e que seu raio médio é de $6,37 \times 10^6$ m, calcule a massa da Terra em kg.

2.2 Cálculo diferencial e integral

11. Calcule a derivada das seguintes funções:

(a) $f(x) = 7x^3 + 3x + 2$;

(b) $f(x) = x \cos(x)$;

(c) $f(t) = t + \cos(t)$;

(d) $f(z) = 9z^7 + 6z + 8$;

(e) $f(y) = \frac{y}{\cos(y)}$;

(f) $f(t) = te^{-t}$.

12. Calcule as seguintes integrais:

(a) $\int_1^2 \frac{2}{x^2} dx$;

(b) $\int (x^7 + 7x + 4) dx$;

(c) $\int_0^3 (x^3 + e^x) dx$;

(d) $\int (\cos y + y) dy$;

(e) $\int_0^{2\pi} \cos\theta d\theta$;

(f) $\int_0^2 (4 - z^2) dz$;

(g) $\int_1^4 f(x) dx$ onde $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{para } x \leq 2 \\ x^2 & \text{para } x \geq 2 \end{cases}$.

2.3 Movimento em uma dimensão

13. A posição de uma pedra que cai do alto de um rochedo, a partir do repouso, é dada por $x(t) = 5t^2$ (m), medidos para baixo a partir da posição inicial $x_0 = 0$, no instante $t = t_0$ (s). Determine:
- (a) O deslocamento do corpo para um intervalo de tempo Δt ;
 - (b) A expressão que nos permite calcular a velocidade média em um intervalo de tempo Δt ;
 - (c) O deslocamento do corpo e a velocidade média para os intervalos de tempo dados na tabela abaixo, principiando no instante $t_0 = 2$ s;

Δt (s)	Δx (m)	$\frac{\Delta x}{\Delta t}$ (m/s)
1,00		
0,50		
0,20		
0,10		
0,05		
0,01		
0,005		
0,001		
0,0001		

- (d) O $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)$ e avalie este limite em $t_0 = 2$ s;
 - (e) Calcule $\frac{dx}{dt}$ e avalie esta derivada em $t = 2$ s.
14. A velocidade de uma partícula é dada por $v(t) = 8t - 7$, onde v está em metros por segundo e t em segundos.
- (a) Calcular a aceleração média no intervalo de tempo que se inicia em $t = 3$ s e termina em $t = 4$ s;
 - (b) Determinar a expressão para $a(t)$ e fazer os gráficos de $v(t)$ e $a(t)$;
 - (c) Determine $x(t)$ (posição da partícula em função do tempo) por integração da expressão de $v(t)$ e use este resultado para determinar o deslocamento da partícula durante o intervalo de tempo entre $t = 2$ s e $t = 6$ s. Qual a velocidade média neste intervalo de tempo?

(d) Qual a distância total D percorrida no intervalo de tempo $0 \leq t \leq 2$ s?

15. Um motorista entra em um rua estreita e reta, sem saída, com uma velocidade de 12 km/h. Ao se deparar com o fim da rua, pára, dá marcha a ré e retorna. O gráfico da Figura 2.1 mostra sua aceleração em função do tempo.

- (a) Faça o gráfico da velocidade para $0 \leq t \leq 3,0$ minutos;
 (b) Determine a distância total D percorrida pelo carro para este intervalo de tempo;
 (c) Determine o comprimento L da rua.

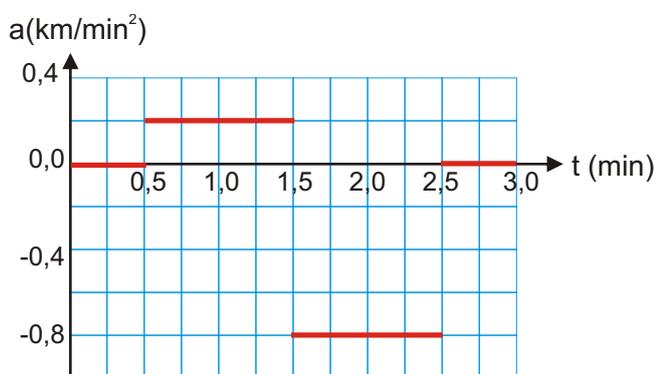


Figura 2.1: Gráfico de $a \times t$.

16. Um carro A, inicialmente em repouso, parte do início de uma pista de 1000 m de comprimento. No mesmo instante, um carro B, também em repouso, parte do final da mesma pista, no sentido contrário. A tabela abaixo indica a velocidade dos dois carros em alguns instantes.

t (s)	v_A (m/s)	v_B (m/s)
0	0	0
20	16	-9
40	32	-18
60	48	-27
80	64	-36
100	80	-45

- (a) Em uma mesma escala faça os gráficos da velocidade dos carros A e B em função do tempo e calcule suas acelerações no instante $t = 40$ s;

- (b) Em uma mesma escala, faça os gráficos das posições $x_A(t)$ e $x_B(t)$ dos carros para o intervalo de tempo $0 \leq t \leq 50$ s e determine a distância percorrida pelo carro A do início do movimento até o instante em que ele cruza com o carro B.

17. O gráfico da velocidade em função do tempo para uma partícula que sai da origem e se move ao longo do eixo x está representado na Figura 2.2.

- (a) Trace o gráfico da aceleração $a(t)$ e da posição $x(t)$ para o intervalo de tempo $0 \leq t \leq 16$ s;
- (b) Quantos metros a partícula terá percorrido ao todo, para frente e para trás, no fim de 12 segundos? Qual é o valor de x neste instante?
- (c) Qual o valor de x em $t = 16$ s? O que isso significa?

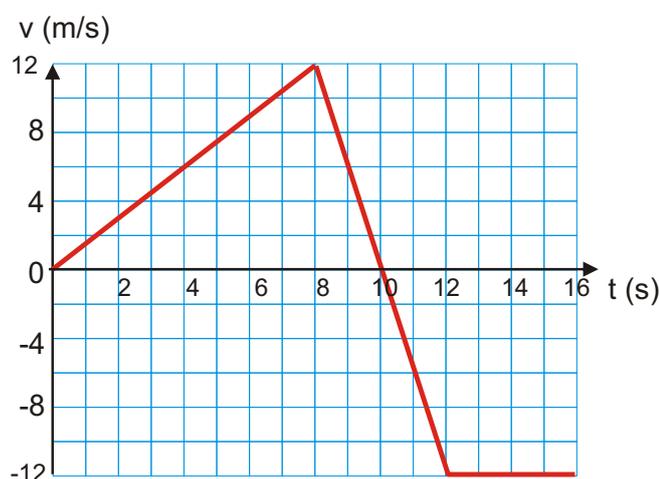


Figura 2.2: Gráfico de $v \times t$.

18. Um objeto é abandonado, em $t = 0$ s, do alto de um prédio de 80 m de altura. Sua velocidade é dada por $v_y(t) = 10t$ (m/s).
- (a) Usando o processo de integração, calcule o deslocamento do objeto para $0 \leq t \leq 2$ s. Quanto vale $y(0)$?
- (b) Calcule o deslocamento do objeto para $2 \leq t \leq 4$ s;
- (c) Faça um gráfico de $v_y(t) \times t$ e calcule graficamente o deslocamento do objeto para $2 \leq t \leq 4$ s, indicando as áreas que foram calculadas.
19. Um objeto é lançado verticalmente, em $t = 0$ s, com uma velocidade de 20 m/s para cima, de uma janela situada a 60 m do solo.
- (a) Determine a expressão de $v_y(t)$ considerando o eixo de referência orientado para cima;

- (b) Faça o gráfico de $v_y(t) \times t$;
- (c) Calcule o deslocamento do objeto para os intervalos $0 \leq t \leq 2$ s e $0 \leq t \leq 6$ s;
- (d) Determine a distância total D percorrida para o intervalo de tempo $0 \leq t \leq 6$ s;
- (e) Determine a altura máxima H que o objeto atinge.
20. Uma bola cai do topo de um edifício. No mesmo instante, outra bola é lançada verticalmente para cima, a partir do solo, com velocidade de 9 m/s. As bolas colidem 1,8 segundos depois.
- (a) Qual é a altura H do prédio?
- (b) A que altura do solo D a colisão ocorrerá?
- (c) Você é capaz de explicar o que aconteceu?
21. Uma bola é arremessada verticalmente para cima, partindo do chão, com uma velocidade de 30 m/s.
- (a) Quanto tempo levará para atingir o ponto mais alto da trajetória?
- (b) Que altura a bola atingirá?
- (c) Em que instante a bola estará a 30 m do chão?
- (d) Quanto tempo levará até a bola retornar ao chão?
- (e) Qual a distância total percorrida pela bola?
22. A lebre e a tartaruga iniciam uma corrida de percurso linear de 10 km, no instante $t = 0$ s. A lebre corre com uma velocidade constante de 4 m/s e rapidamente deixa a tartaruga para trás, que corre com uma velocidade constante de 1 m/s. Depois de 5 minutos de corrida, a lebre pára e cai no sono. A soneca dura 135 minutos. Depois a lebre acorda e sai correndo, com a mesma velocidade de 4 m/s.
- (a) Esboce os gráficos da posição, em função do tempo, da tartaruga e da lebre, no mesmo sistema de coordenadas. Quem ganha a corrida?
- (b) Em que instante a tartaruga alcança a lebre?
- (c) A que distância da tartaruga está a lebre quando a vencedora cruza a linha de chegada?
- (d) Qual é o tempo máximo que a lebre pode dormir e ainda assim ganhar a corrida?

23. Uma bola de chumbo é largada de um trampolim a 5,5 m acima da superfície de uma piscina. Ela atinge a superfície da água com uma certa velocidade, a qual permanece constante até atingir o fundo da piscina. A bola atinge o fundo da piscina 2 segundos após o instante em que ela é largada.
- (a) Quanto tempo ela leva para atingir a superfície da piscina?
 - (b) Com que velocidade a bola atinge a superfície da piscina?
 - (c) Qual é a profundidade h da piscina?
 - (d) Qual é a velocidade média da bola no intervalo $\Delta t = 2$ s?
 - (e) Suponha que a piscina seja esvaziada. Qual deve ser a velocidade inicial da bola para que atinja o fundo da piscina nos mesmos 2 s?
24. Um objeto está se deslocando com velocidade de 20 m/s, no sentido positivo do eixo x , quando passa a sofrer, em $t = 0$ s, uma aceleração dada por $a(t) = 2 + 0,2t$ (m/s²), durante 10 s.
- (a) Qual é o sentido dessa aceleração em relação ao eixo de referência?
 - (b) Qual a expressão da velocidade $v(t)$ no intervalo $0 \leq t \leq 10$ s?
 - (c) Calcule a velocidade deste objeto em $t = 10$ s;
 - (d) Calcule sua aceleração média durante esses 10 s;
 - (e) Determine a expressão da posição $x(t)$, sabendo que em $t = 3$ s o corpo está passando pela posição 10 m;
 - (f) Calcule o deslocamento do corpo nos primeiros 5 segundos do movimento;
 - (g) Calcule a velocidade média do objeto durante os 10 segundos.
25. Um objeto, partindo do repouso em $t = 0$ s, está se deslocando com velocidade $v(t) = t(4 - t)$ m/s, ao longo do eixo x . Nestas condições, pede-se:
- (a) Faça o gráfico da velocidade em função do tempo para o intervalo de tempo $0 \leq t \leq 6$ s, indicando os instantes em que a velocidade é nula e em que ela é máxima (positiva);
 - (b) O deslocamento do corpo até ele atingir a velocidade máxima;
 - (c) O deslocamento do corpo nos intervalos $0 \leq t \leq 4$ s, $4 \leq t \leq 6$ s e $0 \leq t \leq 6$ s;
 - (d) O caminho total percorrido nos 6s do movimento;

- (e) O tempo que ele leva para voltar à mesma posição, sabendo que partiu, em $t = 0$ s, da posição x_0 .
26. Um trem parte da estação com aceleração constante de $0,40 \text{ m/s}^2$. Um passageiro chega à estação $6,0$ segundos depois de o trem ter passado pelo mesmo ponto da plataforma. Qual é a menor velocidade constante que o passageiro deve correr para pegar o trem? Resolva o problema de duas maneiras:
- (a) Analiticamente;
- (b) Através dos gráficos dos movimentos do passageiro e do trem.
27. A posição de uma partícula varia com o tempo de acordo com a expressão $x(t) = \alpha t^2 - \beta t^3$ (m).
- (a) Quais as unidades, no SI de unidades, de α e β ?
- (b) Supondo $\alpha = 3$ e $\beta = 1$, determine em que instante a partícula atinge sua posição máxima (positiva);
- (c) Qual é o deslocamento da partícula nos 3 primeiros segundos do movimento? E o caminho total percorrido D nesse mesmo intervalo de tempo?
- (d) Qual é a velocidade da partícula no final de cada um dos 4 primeiros segundos?
- (e) Qual é a aceleração da partícula no final de cada um dos 4 primeiros segundos?

2.4 Movimento em duas e três dimensões

28. Desenhe os vetores $\vec{A} = \hat{i} - 4\hat{j}$ e $\vec{B} = 2\hat{i} + 6\hat{j}$, em um sistema de coordenadas cartesianas
29. Dados os vetores $\vec{A} = 4\hat{i} + 12\hat{j}$ e $\vec{B} = 4\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$, encontre:
- (a) $\vec{A}/8$; (b) A componente y do vetor \vec{B} ;
- (c) $\vec{A} + \vec{B}$ e $\vec{A} - \vec{B}$; (d) Os módulos dos vetores \vec{A} e \vec{B} ;
- (e) O produto escalar $\vec{A} \cdot \vec{B}$; (f) O ângulo entre os vetores \vec{A} e \vec{B} .
30. Um observador, localizado na origem de um sistema de referência, acompanha o movimento de um automóvel através de uma luneta. O automóvel passa pelo ponto P e se dirige para o ponto Q. As

coordenadas cartesianas do ponto P são $(x_P, y_P) = (2, -4)$ km e do ponto Q são $(x_Q, y_Q) = (-2, -6)$ km. Calcule:

- (a) A distância d entre os pontos P e Q;
- (b) O ângulo θ que a luneta girou acompanhando o movimento do automóvel entre P e Q.

31. Um ponto material caminha, sempre em movimento retilíneo, 10 metros para leste (trecho 1), depois 20 metros para nordeste (trecho 2) e, em seguida, mais 10 metros para o norte (trecho 3), com velocidade uniforme, gastando 5 segundos em cada trecho. Calcule:

- (a) O vetor deslocamento total;
- (b) A velocidade média em cada trecho;
- (c) O vetor velocidade média do movimento total;
- (d) A distância total percorrida d e o módulo do vetor deslocamento total.

32. Uma partícula move-se descrevendo a trajetória ABC da Figura 2.3. A velocidade da partícula tem módulo constante $v = 2$ m/s durante todo o percurso. O início do movimento é em A. Adotando a origem do sistema de referência em 0, determine:

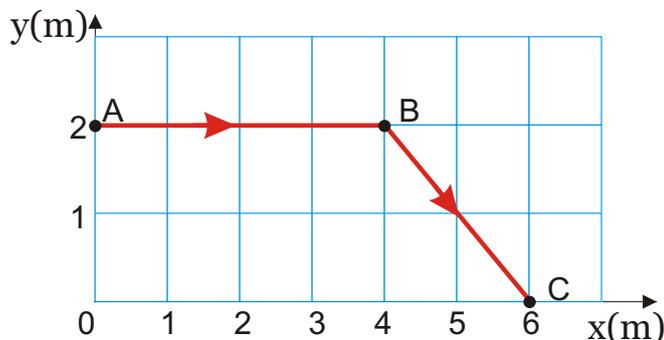


Figura 2.3: Trajetória da partícula.

- (a) O vetor velocidade em função do tempo, no trecho AB da trajetória;
- (b) O vetor posição em função do tempo, no trecho AB da trajetória;
- (c) O tempo que a partícula leva para sair de A e chegar em B;
- (d) O vetor velocidade em função do tempo, no trecho BC da trajetória;
- (e) O vetor posição em função do tempo, no trecho BC da trajetória;

- (f) O tempo que a partícula leva para sair de A e chegar em C;
- (g) O módulo do vetor deslocamento entre A e C;
- (h) A distância total percorrida pela partícula (D) entre os instantes $t = 0$ e $t = 3$ s.

33. Um carro percorre uma curva plana de tal modo que suas coordenadas retangulares, em metros, como função do tempo, em segundos, são dadas por:

$$x(t) = 2t^3 - 3t^2 \quad \text{e} \quad y(t) = t^2 - 2t + 1$$

Calcular:

- (a) O vetor posição do carro quando $t = 1$ s;
 - (b) As expressões das componentes retangulares da velocidade, num instante qualquer;
 - (c) O vetor velocidade nos instantes $t = 0$ s e $t = 1$ s;
 - (d) O instante em que a velocidade é nula;
 - (e) As expressões das componentes cartesianas da aceleração, num instante qualquer;
 - (f) O instante que a aceleração é paralela ao eixo y .
34. Um corpo puntiforme, em movimento retilíneo, vai do ponto A, na posição $\vec{r}_A = \hat{j}$ para o ponto B, na posição $\vec{r}_B = 3\hat{i} + 5\hat{j}$ em 5 segundos (SI de unidades).
- (a) Calcule o vetor deslocamento;
 - (b) Desenhe os vetores \vec{r}_A e \vec{r}_B e o vetor deslocamento calculado no item (a);
 - (c) Calcule o vetor velocidade média e o seu módulo;
 - (d) Se o corpo, partindo do ponto A, estivesse caminhando em sentido oposto, com o mesmo módulo da velocidade média anterior, em que posição estaria após 10 segundos?
35. Um ponto move-se no plano xy com velocidade $\vec{v}(t) = v_x(t)\hat{i} + v_y(t)\hat{j}$, onde $v_y(t) = 4t^3 + 4t$ e $v_x(t) = 2$. Sabendo que para $t = 0$, $x = 0$ e $y = 2$ (unidades no SI), obtenha:
- (a) Os vetores posição e aceleração instantâneos;
 - (b) A equação cartesiana da trajetória.
36. Uma partícula A move-se ao longo da reta $y = D = 30$ m, com uma velocidade constante $\vec{v}_A(t) = 3\hat{i}$ (m/s). Uma segunda partícula,

B, começa a movimentar-se, a partir da origem, com velocidade inicial nula e com aceleração constante \vec{a} , tal que $|\vec{a}| = 0,40 \text{ m/s}^2$, no mesmo instante em que a partícula A passa pelo eixo y . Qual deve ser o valor do ângulo θ , entre o vetor \vec{a} e o eixo y , para que, nesta situação, ocorra uma colisão entre A e B? Em que posição a colisão ocorre?

2.4.1 Lançamento de projéteis

37. Uma pedra, que se encontra numa elevação de 60 m sobre uma plataforma horizontal, é arrastada com velocidade de 3 m/s. A que distância horizontal do ponto de projeção ela atinge o solo? Qual é seu vetor velocidade neste instante?
38. Uma mangueira, com o bico localizado 1,5 m acima do solo, é apontada para cima, segundo um ângulo de 30° com o chão. O jato de água atinge um canteiro a 15 m de distância.
- (a) Com que velocidade o jato sai da mangueira?
- (b) Que altura ele atinge?
39. Uma pedra cai de um balão que se desloca horizontalmente, com velocidade constante. A pedra permanece no ar durante 3 segundos e atinge o solo segundo uma direção que faz um ângulo de 30° com a vertical.
- (a) Qual é a velocidade do balão?
- (b) De que altura caiu a pedra?
- (c) Que distância a pedra percorreu na horizontal?
- (d) Qual o vetor velocidade da pedra quando atinge o solo?
40. Um avião bombardeiro, a 300 m de altitude, mergulha segundo um ângulo de 30° com a horizontal, voando a 180 km/h, em perseguição a um carro, no solo, que viaja a 90 km/h. A que distância horizontal do carro deve ser lançada uma bomba para que acerte o alvo?
41. Um garoto está 4 m à frente de uma parede vertical e lança uma bola. A bola deixa a mão do garoto, a uma altura de 2 m do chão, com velocidade inicial de módulo $v_0 = 10\sqrt{2} \text{ m/s}$, fazendo um ângulo de 45° com o chão. Quando a bola bate na parede, a componente horizontal de seu vetor velocidade inverte de sentido e a componente vertical permanece inalterada (módulo, direção e sentido se mantêm os mesmos). Onde a bola atinge o solo? Qual a

altura máxima H que ela atinge? Qual sua velocidade ao atingir o solo?

42. Um canhão está instalado na borda de um penhasco o qual, por sua vez, está situado na borda do mar. A boca do canhão está a uma altura de 56,25 m do pé do penhasco. Observa-se que a bala disparada na direção do mar atinge 101,25 m no ponto mais alto de sua trajetória e cai no mar a 300 m do pé do penhasco. Determine:
- (a) O vetor velocidade da bala no instante em que abandona o canhão;
 - (b) O vetor velocidade da bala quando atinge a superfície do mar.
43. Um jogador de futebol, a 20,5 m do gol adversário, dá um chute na bola, levantando-a do chão com uma velocidade inicial de módulo $v_0 = 15$ m/s, passando-a ao centro-avante do time, que está alinhado com ele e o gol, posicionado a 5,5 m do gol adversário. O centro-avante, que tem 1,80 m de altura, acerta uma cabeçada na bola, imprimindo-lhe um incremento de velocidade somente na direção horizontal, e marca gol. Responda as perguntas a seguir:
- (a) De que ângulo(s) a bola havia sido levantada do chão?
 - (b) Qual foi o incremento de velocidade impresso à bola pela cabeçada? Considere todas as soluções possíveis.

2.4.2 Movimento circular

44. A posição de uma partícula em função do tempo é dada por:

$$\vec{r}(t) = 4 \operatorname{sen}(2\pi t) \hat{i} + 4 \operatorname{cos}(2\pi t) \hat{j},$$

onde r está em metros e t em segundos.

- (a) Mostre que a trajetória desta partícula é um círculo com 4 metros de raio e centro em (0,0);
- (b) Calcule o vetor velocidade e mostre que

$$\frac{v_x}{v_y} = \frac{-y}{x};$$

- (c) Calcule o vetor aceleração e mostre que a sua direção é radial e que seu módulo é v^2/r ;
- (d) Qual é o período do movimento?

45. Um atleta corre em uma pista de corrida circular com uma velocidade de $9,2 \text{ m/s}$ com uma aceleração radial de $3,8 \text{ m/s}^2$.
- Qual o raio da pista?
 - Quanto tempo o atleta leva para completar uma volta?
46. Um astronauta gira em uma centrífuga de raio 5 m . Se sua aceleração for de $7g$, onde g é a aceleração da gravidade ($g = 10 \text{ m/s}^2$), pergunta-se:
- Qual a sua velocidade?
 - Quantas rotações por minuto são necessárias para produzir esta aceleração?
47. Calcule a aceleração de uma pessoa em um local de 40° de latitude, devido ao movimento de rotação da Terra. Assuma que o raio da terra vale $R_{\text{Terra}} = 6400 \text{ km}$ e que seu período é $T_{\text{Terra}} = 23\text{h}56\text{min}$.
48. Uma partícula se desloca, no sentido anti-horário, sobre um círculo de raio 50 m , como mostra a Figura 2.4. Sua velocidade escalar é descrita pela equação $v(t) = 8 + 2t$ (m/s). Determine o módulo do vetor aceleração e o ângulo que este vetor faz com o eixo y quando $t = 1 \text{ s}$, sabendo que neste instante a partícula encontra-se na posição indicada na figura.

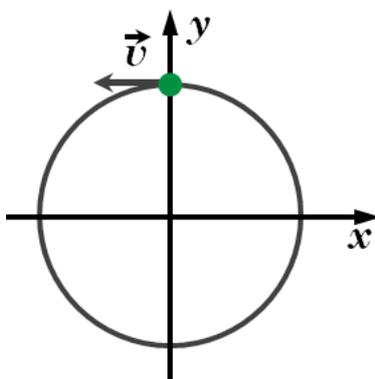


Figura 2.4: Trajetória da partícula.

49. A hélice de um ventilador completa 1200 rotações em cada minuto. Considere um ponto localizado na extremidade da hélice que tem um raio de $0,15\text{m}$.
- Qual a distância percorrida por este ponto em uma volta?
 - Qual a sua velocidade e aceleração?

50. Um corpo, inicialmente em repouso, é acelerado em uma trajetória circular de raio 1,5 m, segundo a equação $\alpha = 120 \text{ rad/s}^2$. Sabe-se que a partícula passa pela posição $\theta = \pi/2$ em $t = 0$. Determinar:
- A velocidade angular do corpo em função do tempo;
 - A posição angular do corpo em função do tempo;
 - As componentes tangencial e centrípeta de sua aceleração.
51. Na Figura 2.5, a polia maior, de 30 cm de raio, transmite seu movimento à menor, de 20 cm de raio, através da corrente sem fim C, que permanece sempre bem esticada e sem deslizamento. A polia maior, partindo do repouso com aceleração angular uniforme, leva 1 minuto para atingir sua velocidade de regime permanente, e efetua um total de 540 rotações durante esse intervalo. Calcule a velocidade angular da polia menor e a velocidade linear da correia uma vez atingido o regime permanente.

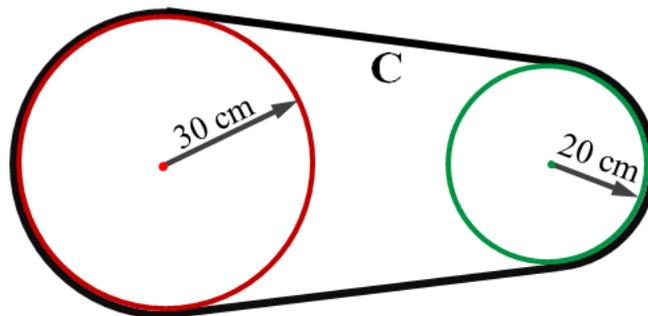


Figura 2.5: Esquema de duas polias.

52. Um corpo percorre uma circunferência de raio R de modo que o arco percorrido até o instante t é dado por $S = t^3 + 2t^2$ onde S é medido em metros e t em segundos. Sabe-se que o módulo da aceleração total do corpo é $16\sqrt{2} \text{ m/s}^2$ quando $t = 2 \text{ s}$.
- Escreva o vetor aceleração do corpo, em função do raio R , em termos dos versores radial e tangencial (\hat{e}_r e \hat{e}_θ);
 - Encontre o raio R da circunferência;
 - Sabendo que em $t = 3 \text{ s}$, o corpo passa a ser freado com desaceleração angular uniforme α_0 , percorrendo a distância de 4680 m, quanto tempo demora para a partícula parar? Qual é o valor de α_0 ?
53. Um corpo, inicialmente em repouso, é acelerado numa trajetória circular de raio R , segundo a equação

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}(t) = \alpha(t) = a t^3 + b t^2.$$

Determine:

- (a) A posição angular $\theta(t)$ e a velocidade angular $\omega(t)$ como função do tempo;
- (b) O vetor velocidade $v(t)$ como função do tempo;
- (c) As componentes centrípeta e tangencial da aceleração, como função do tempo.

2.5 Aplicações das Leis de Newton

2.5.1 Sem incluir atrito

54. Um bloco de massa M é puxado ao longo de uma superfície, lisa e horizontal, por uma corda de massa m sobre a qual se exerce uma força horizontal F . Determine as acelerações do bloco e da corda e a força T exercida pela corda sobre o bloco. Qual é o valor de T se desprezarmos m em confronto com M ?
55. Uma esfera maciça e homogênea está apoiada entre duas superfícies rígidas, como mostra a Figura 2.6. Indique as direções e sentidos das forças que a esfera aplica em cada plano, sendo \vec{N}_1 a força entre a esfera e o plano de 30° e \vec{N}_2 a força entre a esfera e o plano de 60° . Calcule os módulos dessas forças sabendo que a massa da esfera é de 1 kg.

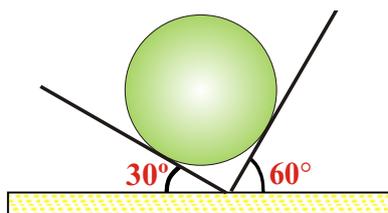


Figura 2.6: Representação esquemática da esfera.

56. Um bloco de massa $m = 1$ kg está apoiado sobre outro bloco de massa $M = 3$ kg, o qual está sobre uma mesa horizontal de massa 20 kg. Faça um diagrama de forças, indicando:
- (a) As forças que agem em cada um dos blocos e na mesa;
 - (b) Indique, separadamente, os pares de forças que correspondem à "ação e reação" (3ª Lei de Newton);
 - (c) Invertendo a posição das massas, quais forças serão alteradas?

57. No sistema da Figura 2.7, o bloco de massa M está preso por fios ideais rotulados por a, b e c, onde o segmento a é horizontal e o segmento c é vertical. A tensão no fio b é de 100 N. Considere a aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$ e orientada de cima para baixo.

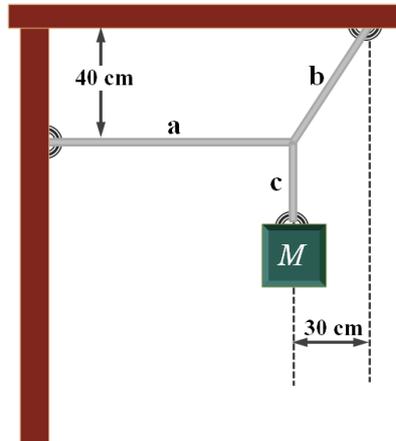


Figura 2.7: Sistema de fios e bloco.

- (a) Calcule as tensões nos fios a e c;
 (b) Determine o valor da massa M ;
 (c) Qual deveria ser o valor da massa M para que a tensão no segmento a do fio fosse de 15 N?
58. O fio ideal ABC, mostrado na Figura 2.8, suporta um corpo de massa m , passando por um prego fixo no ponto B e preso a uma parede vertical no ponto A. A linha AB faz um ângulo φ com a vertical. O prego, em B, exerce uma força sobre o fio, de magnitude F , que forma um ângulo θ com a horizontal. Se o sistema está em equilíbrio, então:

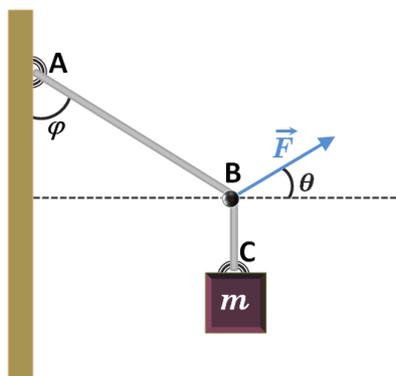


Figura 2.8: Esquema do corpo e do prego.

- (a) Mostre que $\theta = \varphi/2$;
- (b) Mostre que $F = 2 m g \text{sen}(\varphi/2)$;
- (c) Faça um gráfico de F em função de φ , com $0 \leq \varphi \leq 180^\circ$;
- (d) Encontre a intensidade da força e da tensão que o fio aplica na parede, supondo $m = 1 \text{ kg}$ e $\varphi = 30^\circ$ e usando $g = 10 \text{ m/s}^2$.

59. Uma bola de massa m está presa a uma corda de comprimento L e massa desprezível e percorre com velocidade uniforme v , um círculo de raio R . A corda faz um ângulo θ com a vertical, como mostrado na figura 2.9. Achar a expressão para a tensão T na corda e a velocidade da bola, sabendo que a aceleração da gravidade é g .

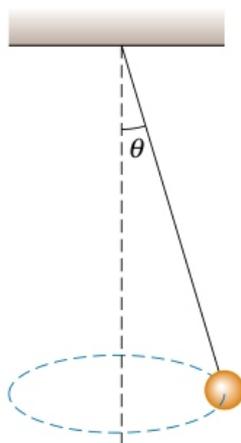


Figura 2.9: Esquema do arranjo bola-corda.

60. Um bloco de massa m é largado em repouso a uma altura h da superfície de uma mesa, no topo de um plano inclinado liso, de inclinação θ , como mostra a Figura 2.10. A altura da mesa é H e a aceleração da gravidade é g .
- (a) Determine a expressão para o módulo da aceleração do bloco a medida que ele desliza sobre o plano inclinado;
 - (b) Qual é a expressão para o módulo da velocidade do bloco ao deixar o plano inclinado?
 - (c) Quão longe da mesa (R) o bloco atinge o chão?
 - (d) Quanto tempo o bloco leva para atingir o chão, desde o instante em que foi largado no topo do plano inclinado?
 - (e) Assumindo que $g = 10 \text{ m/s}^2$, $h = 0,5 \text{ m}$, $H = 2,0 \text{ m}$ e $\theta = 30^\circ$, calcule os valores das grandezas dos itens (a), (b), (c) e (d).

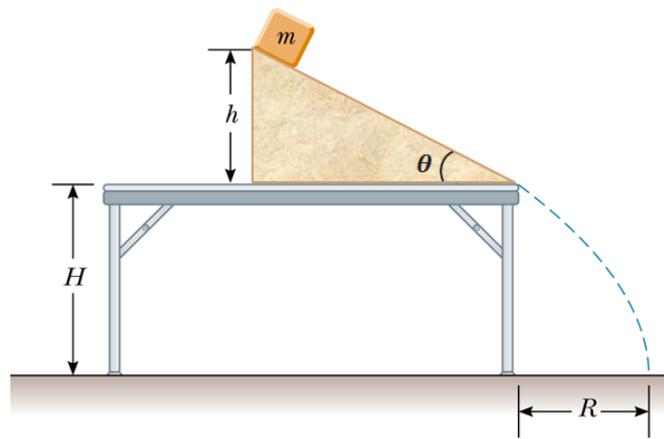


Figura 2.10: Esquema do conjunto de corpos.

61. Um homem está sobre uma balança num elevador, que tem uma aceleração para cima de módulo a . A balança marca 960 N. Nas mesmas condições, o homem apanha uma caixa de 20 kg e a balança marca 1200 N. Determinar a massa do homem e a sua aceleração.
62. Três blocos estão conectados entre si por roldanas e fio ideais, como mostrado no esquema da Figura 2.11. Não há atrito entre as massas e as mesas e a aceleração da gravidade é g .

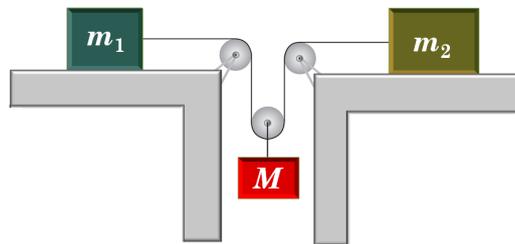


Figura 2.11: Esquema de blocos e polias.

- (a) Considere que $m_1 = m_2 = m$, ou seja, que as massas m_1 e m_2 são iguais. Determine:
- A razão entre as acelerações das massas m e M ;
 - A aceleração de M ;
 - A tensão T no fio.
- (b) Suponha agora que as massas sejam todas diferentes. Determine
- A relação entre as acelerações das massas m_1 , m_2 e M ;
 - A aceleração de cada massa;
 - A tensão T no fio.

(c) A aceleração de cada bloco e a tensão na corda se $m_1 = M = m$ e $m_2 = 3m$.

63. Um engenheiro deseja projetar uma rampa de saída de uma rodovia de maneira que os carros não precisem utilizar o atrito para fazer a curva sem derrapar (Figura 2.12). Para isso ele tem que avaliar qual deve ser o ângulo θ de inclinação da curva, em função da velocidade v do carro e do raio R de curvatura da rampa. Encontre a expressão para θ que ele deve utilizar. Sabendo que o raio da curva projetada é $R = 50$ m e que $v = 50$ km/h, velocidade típica com que um carro faz a curva, avalie o valor de θ . A rampa foi projetada com esse valor que você avaliou. Discuta o que acontece com um carro que entra na rampa com velocidade inferior e com velocidade superior a 50 km/h.

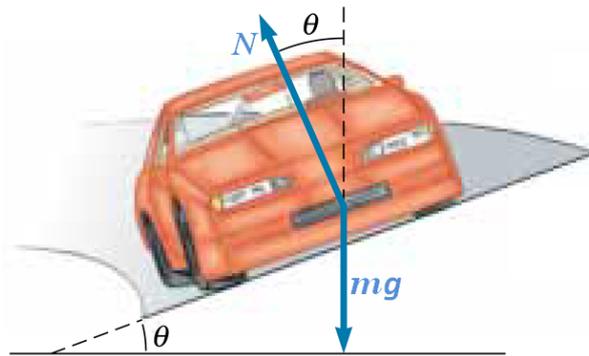


Figura 2.12: Rampa de saída, inclinada, de uma rodovia.

2.5.2 Incluindo atrito

64. Um bloco de massa $m = 2,6$ kg está parado, devido ao atrito, sobre um plano inclinado que faz um ângulo de 60° com a horizontal. Qual a componente da força que m aplica no plano inclinado:
- (a) Perpendicular à superfície?
 - (b) Tangente à superfície?
 - (c) Qual o módulo, direção e sentido da força que o plano inclinado aplica em m ?
65. Um corpo de massa $m_1 = 2$ kg, repousa sobre um outro de massa $m_2 = 4$ kg, que por sua vez está sobre uma superfície horizontal sem atrito. Uma força $F = 3$ N atua sobre m_2 conforme mostra a figura 2.13.

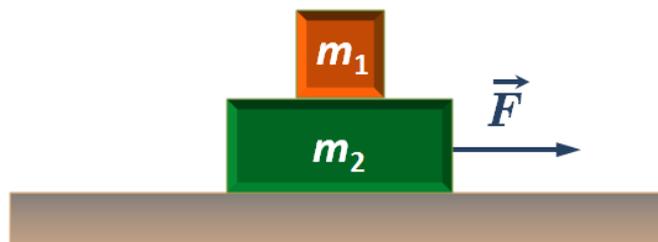


Figura 2.13: Esquema dos blocos.

- (a) Sendo sem atrito a superfície entre os dois corpos, determinar a aceleração de cada um deles;
 - (b) Admitindo que a superfície entre os corpos seja suficientemente grosseira para que m_1 não escorregue sobre m_2 , determinar a aceleração dos dois corpos;
 - (c) Determinar a força resultante que age sobre cada corpo em (b);
 - (d) Qual é o módulo, a direção e o sentido da força de contato exercida pelo corpo de massa m_1 sobre o corpo de massa m_2 ?
66. Um cubo muito pequeno, de massa m , deve ser colocado no interior de um funil, a uma distância r de seu eixo vertical de simetria, de modo que quando o funil é posto para girar, em torno de seu eixo de simetria, com uma frequência constante de rotações por segundo, o cubo seja impedido de deslizar para *baixo* ou para *cima*, sobre a superfície interna do funil, ou seja, permaneça em repouso em relação ao funil. A parede do funil faz um ângulo θ com a horizontal, como indicado na figura 2.14.

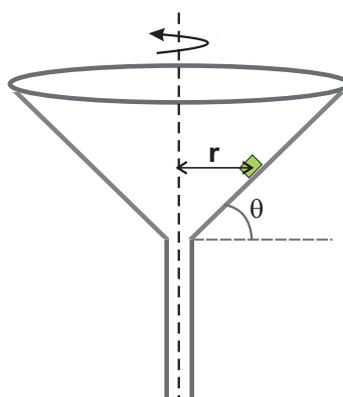


Figura 2.14: Desenho do funil e do cubo.

- (a) Supondo que não há atrito entre a parede do funil e o bloco, encontre a expressão para a frequência ν_0 do funil.

- (b) Supondo, agora, que o coeficiente de atrito estático entre a parede do funil e o cubo vale μ_e , encontre os valores máximo ($\nu_{\text{máx}}$) e mínimo ($\nu_{\text{mín}}$) da frequência ν que o funil pode girar.
- (c) Admitindo $g = 10,0 \text{ m/s}^2$, $\theta = 45^\circ$, $r = 2,53 \text{ cm}$ e $\mu_e = 0,5$ encontre os valores numéricos de ν_0 , $\nu_{\text{máx}}$ e $\nu_{\text{mín}}$.

67. Um carro trafega sobre uma estrada horizontal, na forma de um círculo de raio igual a 30 m, como esquematizado na figura 2.15. Sabendo que o coeficiente de atrito estático é 0,6, com que velocidade o carro pode trafegar sem risco de derrapar? Se a curva não for horizontal, mas inclinada, achar o ângulo de inclinação θ para que o carro a 40 km/h possa fazer a curva na ausência de atrito no pavimento.

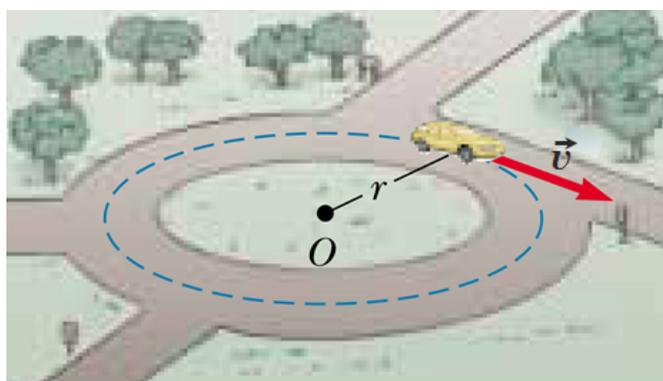


Figura 2.15: Carro trafegando sobre uma estrada horizontal, na forma de um círculo.

68. Uma caixa de 3 kg está sobre uma mesa horizontal. Os coeficientes de atrito estático e cinético, entre a caixa e a mesa, são, respectivamente, $\mu_e = 0,6$ e $\mu_c = 0,5$. A caixa é tracionada por um cabo ideal que faz um ângulo de 30° com a horizontal, como na Figura 2.16. Determinar a força de atrito e a aceleração da caixa se a tensão no fio for (a) 10 N e (b) 20 N.



Figura 2.16: Esquema da caixa e da mesa.

69. Um vagão pode deslizar, sem atrito, sobre uma superfície horizontal. Um bloco A, de massa $m = 2 \text{ kg}$, está encostado na face vertical do vagão, como mostra a Figura 2.17. O coeficiente de atrito entre o bloco e o vagão é 0,6.



Figura 2.17: Esquema do vagão e do bloco A.

- (a) Determinar a aceleração mínima do vagão para que o bloco não caia;
- (b) Neste caso, qual é o módulo da força de atrito?
- (c) Sendo a aceleração maior que este mínimo, a força de atrito será maior que a calculada na parte (b) ? Explique.
70. Um homem está limpando o assoalho com um escovão. O cabo do escovão, que tem massa m , forma um ângulo θ com a direção vertical, como mostra a Figura 2.18. Seja μ_c o coeficiente de atrito cinético entre o escovão e o assoalho e μ_e o coeficiente de atrito estático. Despreze a massa do cabo do escovão.

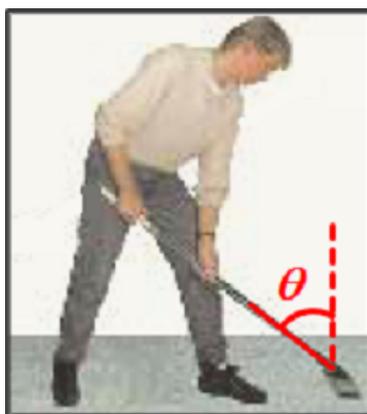


Figura 2.18: Desenho do escovão sendo empurrado pelo homem.

- (a) Ache o módulo da força F , dirigida ao longo do cabo, necessária para fazer deslizar o escovão sobre o assoalho, com velocidade constante;
- (b) Mostre que se θ for menor que um certo valor θ_0 , o escovão não deslizará sobre o assoalho, qualquer que seja a força aplicada ao longo do cabo. Explícite θ_0 em termos dos parâmetros acima;
- (c) Assumindo $m = 0,5 \text{ kg}$, $\mu_e = 0,38$ e $\theta = 22^\circ$, calcule F .
71. No esquema mostrado na Figura 2.19, o carrinho de massa m_2 pode deslizar sem atrito, enquanto os coeficientes de atrito entre m_1 e a superfície horizontal valem: $\mu_e = 0,6$ e $\mu_c = 0,4$.

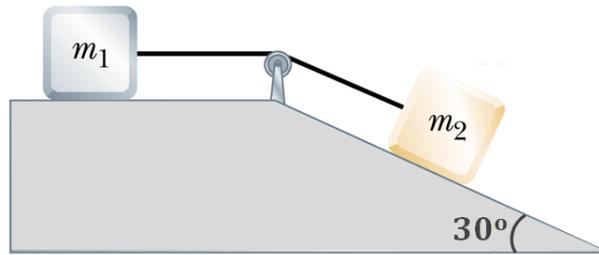


Figura 2.19: Esquema do conjunto de corpos.

- (a) Qual deve ser o menor valor de m_2 para que se inicie o movimento?
- (b) Qual será a tensão na corda se $m_2 = 2,0 \text{ kg}$ e $m_1 = 1,0 \text{ kg}$?
72. Um cubinho de gelo escorrega sobre um plano inclinado de inclinação 45° no dobro do tempo que leva para escorregar em um plano análogo, mas sem atrito. Qual é o valor do coeficiente de atrito cinético entre o gelo e o plano?
73. Um bloco desliza, para baixo, sobre um plano de inclinação φ , com velocidade constante. Ao atingir o final do plano, ele é projetado para cima, por um dispositivo, com velocidade inicial v_0 . A aceleração da gravidade é g .
- (a) Que distância acima, no plano, ele percorrerá, antes de parar?
- (b) Ele tornará a deslizar para baixo no plano inclinado? Explique.
74. Um bloco de massa $m_1 = 3 \text{ kg}$ é colocado sobre outro de massa $m_2 = 4 \text{ kg}$. Admita que os coeficientes de atrito estático e cinético entre os blocos sejam $\mu_{e1} = 0,5$ e $\mu_{c1} = 0,4$, respectivamente, e que os coeficientes de atrito estático e cinético entre o bloco de massa m_2 e o solo sejam $\mu_{e2} = 0,2$ e $\mu_{c2} = 0,1$, respectivamente. Considere a situação em que uma força externa, paralela ao solo, é aplicada no bloco de massa m_1 , onde seu módulo F seja aumentado devagar e continuamente. Pergunta-se:
- (a) Até que valor do módulo de F ($=F'$), todo o sistema permanece em repouso?
- (b) A partir do valor encontrado no item anterior ($F = F'$), um aumento no módulo desta força aplicada ($F > F'$), faz com que os blocos não se deslocam relativamente um ao outro. Qual o valor máximo de $F = F_{\text{máx}}$ para que isso ocorra? Neste caso, qual o valor do módulo da aceleração do sistema?
- (c) Qual o valor dos módulos das acelerações dos blocos se a força aplicada na massa m_1 for de 24 N ?

75. Um carro, de massa M , faz uma curva de raio R com velocidade v , sem derrapar, sobre uma pista inclinada de ângulo de inclinação β . Como visto no exercício 63, existe um único valor para a velocidade, $v = v_0$, para a qual o carro faz a curva sem derrapar e sem precisar contar com o atrito, onde $v_0 = \sqrt{gR \operatorname{tg}\beta}$, com g sendo a aceleração da gravidade. Encontre:
- (a) O módulo da força normal que a pista da estrada exerce sobre os pneus para os casos sem e com atrito, onde o coeficiente de atrito estático é μ_e ;
 - (b) O módulo da força de atrito entre a pista e os pneus para os casos em que $v > v_0$ e $v < v_0$, sabendo que o coeficiente de atrito estático é μ_e ;
 - (c) Os valores máximo e mínimo de v ($v_{\text{máx}}$ e $v_{\text{mín}}$), dado que o coeficiente de atrito estático é μ_e .

2.6 Trabalho e energia cinética

76. Um estudante levanta uma rocha de massa $m = 12$ kg, e eleva-a, com aceleração desprezível, até a altura $D = 1,8$ m, para colocá-la em um armário.
- (a) Qual o trabalho realizado pelo estudante sobre a rocha?
 - (b) Qual o trabalho realizado pela força de atração gravitacional da Terra sobre a rocha?
 - (c) Qual o trabalho total realizado sobre a rocha por todas as forças que atuam sobre ela?
77. Um funcionário empurra, num assoalho áspero, uma escrivaninha, cuja massa é igual a 85 kg, com velocidade constante, por uma distância de 3,0 m. O coeficiente de atrito entre a mesa e o assoalho é de 0,22.
- (a) Qual o trabalho realizado pelo funcionário sobre a escrivaninha?
 - (b) Qual o trabalho realizado pela força peso, pela força normal e pela força de atrito?
 - (c) Qual o trabalho realizado sobre a escrivaninha por todas as forças que atuam sobre ela?
78. Um engradado de massa $m = 15$ kg é puxado com velocidade constante por um guincho, numa distância $d = 6,0$ m, numa rampa sem atrito, até uma altura $H = 3,0$ m acima do ponto de partida.

- (a) Qual a força F exercida pelo guincho e qual o trabalho realizado por esta força?
- (b) Quanto trabalho seria necessário para elevar o engradado verticalmente para cima, na mesma altura H ? Neste caso, qual a força exercida pelo guincho?
- (c) Compare e analise os resultados encontrados nos itens anteriores.
79. Um helicóptero é usado para erguer, verticalmente do oceano, um naufrago de massa $m = 70,0$ kg a uma altura de $20,0$ m, por meio de um cabo ideal. A aceleração do naufrago vale $g/10$, onde g é a aceleração da gravidade. Desprezando a resistência do ar, determine:
- (a) O trabalho realizado pelo helicóptero sobre o naufrago;
- (b) O trabalho realizado pelo campo gravitacional sobre o naufrago;
- (c) A velocidade com que o naufrago chega ao helicóptero.
80. Um jogador de beisebol lança uma bola de massa $m = 250$ g com velocidade inicial de 18 m/s. Um outro jogador, no mesmo nível, pega a bola quando sua velocidade se reduziu para 12 m/s. Que trabalho foi realizado pela resistência do ar?
81. Mostre que a distância mínima necessária para deter um carro (derapando) que se move com velocidade v ao longo de uma estrada horizontal, é $\Delta x = v^2/(2\mu_c g)$, onde μ_c é o coeficiente de atrito cinético entre os pneus do carro e a estrada e g é a aceleração da gravidade.
82. Um corpo de massa 10 kg está em repouso sobre uma superfície horizontal, sem atrito. Uma força de módulo constante de 30 N, fazendo um ângulo de 30° com a vertical, puxa o corpo. Determinar o trabalho efetuado pela força da corda e a velocidade escalar final do corpo, depois de deslocar-se 3 m sobre a superfície horizontal.
83. Um bloco de massa 4 kg está apoiado sobre uma mesa e ligado a uma mola horizontal que obedece a lei de Hooke $F(x) = -kx$, onde x se mede a partir do comprimento de equilíbrio da mola e a constante de força k vale 400 N/m. A mola está comprimida até $x_1 = -5$ cm.
- (a) Determinar o trabalho efetuado pela mola quando o bloco se desloca desde $x_1 = -5$ cm até a sua posição de equilíbrio $x_2 = 0$, admitindo que não haja atrito entre o bloco e a mesa;
- (b) Determinar a velocidade escalar do bloco em $x_2 = 0$, admitindo que não haja atrito entre o bloco e a mesa;

(c) Determinar a velocidade do bloco quando a mola está na posição de equilíbrio, mas agora admitindo que o coeficiente de atrito cinético entre a mesa e o bloco é 0,20.

84. Uma partícula move-se, sob a ação da força $\vec{F} = 10y\hat{i} - 10x\hat{j}$ (N), no plano xy . Calcule:

(a) O trabalho realizado pela força \vec{F} ao longo do quadrado indicado na Figura 2.20. Ela é conservativa?

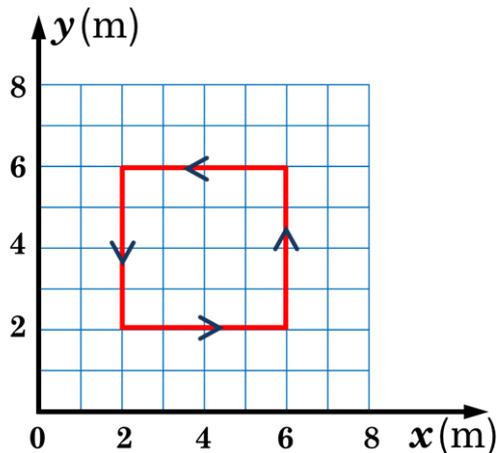


Figura 2.20: Trajetória da partícula.

(b) O trabalho realizado pela força \vec{F} ao longo da diagonal do quadrado da trajetória da Figura 2.20, partindo da posição (2,2) e chegando a posição (6,6).

85. Uma força resultante de 5,0 N passa a atuar, durante 20 segundos, sobre um corpo de massa 15,0 kg, inicialmente em repouso, sobre uma superfície horizontal.

(a) Encontre uma expressão, em função do tempo, para o trabalho realizado por esta força;

(b) Qual o trabalho realizado por esta força, passados 3 segundos, a contar do décimo segundo?

(c) No instante $t = 15$ s, qual a velocidade do corpo?

(d) Qual foi seu deslocamento para o intervalo $0 \leq t \leq 15$ s?

86. Uma partícula de massa $m = 2$ kg desloca-se ao longo de uma reta. Entre $x = 0$ e $x = 7$ m, ela está sujeita à uma força $F(x)$ representada no gráfico da Figura 2.21. Calcule a velocidade da partícula depois de percorrer 4 m e 7 m, sabendo que sua velocidade em $x = 0$ é de 3 m/s.

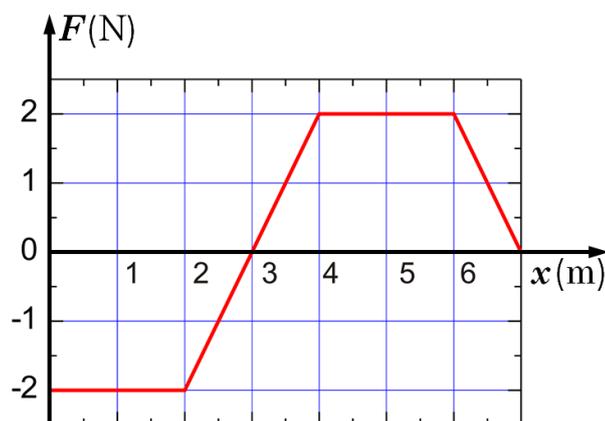


Figura 2.21: Gráfico de $F(x) \times x$.

87. A posição de uma partícula de massa $m = 2 \text{ kg}$ é dada pela expressão $x(t) = 2t - t^2 + t^3$, onde x é dado em metros e t em segundos. Obtenha o trabalho realizado, durante os primeiros 2 s, pela força que atua sobre a partícula.

2.7 Forças conservativas: energia potencial

88. Um carrinho desliza, a partir do repouso, do alto de uma montanha russa de 5 m de altura, com atrito desprezível. Chegando ao sopé da montanha, ele é freado pelo terreno coberto de areia, parando em 1,25 s. Qual é o coeficiente de atrito cinético entre o carrinho e a areia?
89. Um pêndulo de massa m é afastado da vertical de um ângulo inicial θ_0 e solto em repouso. A aceleração da gravidade é g .
- Qual é a expressão para a tensão no fio quando o pêndulo está com sua velocidade máxima?
 - Para que ângulo θ , com a vertical, a velocidade será metade da velocidade máxima atingida pelo pêndulo? Para esse ângulo, qual é a expressão para a tensão no fio?
 - Avalie os resultados encontrados nos itens (a) e (b) tomando $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\theta_0 = 60^\circ$ e $m = 1,0 \text{ kg}$.
90. Um bloco de massa $m = 5 \text{ kg}$, deslizando sobre uma mesa horizontal, com coeficiente de atrito cinético $\mu_c = 0,5$, colide com uma mola de massa desprezível, de constante de mola $k = 250 \text{ N/m}$, inicialmente na posição relaxada, como mostra a Figura 2.22. O bloco atinge a mola com velocidade de 1 m/s. Assuma $g = 10 \text{ m/s}^2$.

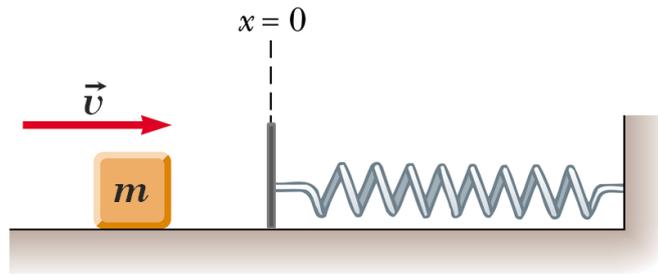


Figura 2.22: Esquema bloco-mola.

- (a) Qual é a deformação máxima $d_{\text{máx}}$ da mola?
- (b) Que acontece depois que a mola atinge a sua deformação máxima?
- (c) Que fração da energia inicial é dissipada pelo atrito nesse processo?

91. Uma conta de massa m , enfiada num aro circular de raio R , que está num plano vertical, desliza, a partir do repouso e sem atrito, da posição A, no topo do aro, para a posição B, descrevendo um ângulo $\theta < 90^\circ$, como mostra a Figura 2.23.

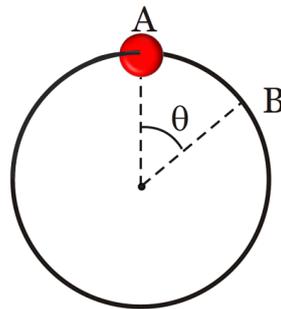


Figura 2.23: Esquema do aro e da conta.

- (a) Qual é o trabalho realizado pela força de reação do aro sobre a conta?
- (b) Qual é a velocidade da conta na posição B?

92. Um vagão de massa $m_2 = 4$ toneladas está sobre um plano inclinado de inclinação $\theta = 45^\circ$, ligado a uma esfera suspensa, de massa $m_1 = 500$ kg, pelo sistema de cabos e polias como ilustrado na Figura 2.24. O cabo é inextensível e as massas do cabo e das polias são desprezíveis em comparação com as demais. O coeficiente de atrito cinético entre o vagão e o plano inclinado é $\mu_c = 0,5$ e o sistema é solto do repouso.

- (a) Determinar as relações entre os deslocamentos e as velocidades das massas m_1 e m_2 ;

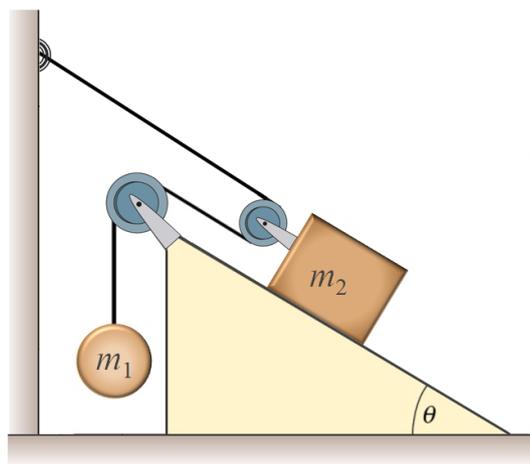


Figura 2.24: Esquema do vagão no plano inclinado.

- (b) Utilizando a conservação da energia, calcule de que distância D o vagão terá se deslocado, ao longo do plano inclinado, quando sua velocidade atingir 4,5 km/h.
93. Um esquimó escorrega do alto de um iglu, um domo hemisférico de gelo de altura 3 m.
- (a) De que altura h , acima do solo, o esquimó perde o contato com a superfície do iglu?
- (b) A que distância d da parede do iglu ele cai?
94. O cabo de um elevador de 20 kN rompe-se, quando ele está parado no primeiro andar, de modo que o piso do elevador encontra-se a uma distância $d = 3,5$ m acima de uma mola amortecedora, cuja constante de mola é $k = 150$ kN/m. Um sistema de segurança prende os trilhos laterais que servem de guia, de modo que uma força de atrito constante de 4,5 kN opõe-se ao movimento do elevador após o rompimento do cabo. Determine:
- (a) A velocidade do elevador imediatamente antes de atingir a mola;
- (b) A deformação máxima da mola;
- (c) A altura que o elevador subirá de volta, a partir da posição inicial da mola relaxada;
- (d) A distância total, aproximada, percorrida pelo elevador antes de parar totalmente, utilizando, para isto, o princípio da conservação de energia. Porque esta resposta não é exata?
95. Uma moeda de massa $m = 2$ g é pressionada sobre uma mola vertical, comprimindo-a em 1,0 cm. A constante elástica da mola é

40 N/m. A que altura h , a partir da posição inicial, se elevará a moeda quando a mola for liberada?

96. Um bloco de massa $m = 10 \text{ kg}$ é solto em repouso em um plano inclinado de 45° em relação ao plano horizontal, com coeficiente de atrito cinético $\mu_c = 0,5$. Depois de percorrer uma distância $d = 2 \text{ m}$ ao longo do plano inclinado, o bloco colide com uma mola de constante $k = 800 \text{ N/m}$, de massa desprezível, que se encontrava relaxada, de acordo com o esquema mostrado na Figura 2.25.

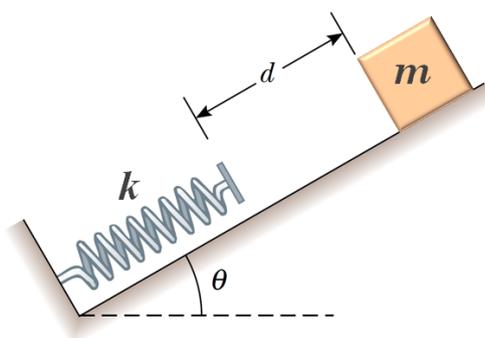


Figura 2.25: Esquema do plano inclinado, mola e bloco.

- (a) Qual é a compressão sofrida pela mola?
- (b) Qual é a energia dissipada pelo atrito durante o trajeto do bloco desde o alto do plano até a compressão máxima da mola? Que fração representa da variação total de energia potencial durante o trajeto?
- (c) Sabendo que o coeficiente de atrito estático é $\mu_e = 0,8$, que acontece com o bloco logo após colidir com a mola?
97. Num parque de diversões, um carrinho desce de uma altura h , a partir do repouso, para dar a volta no *loop* de raio R indicado na Figura 2.26.
- (a) Desprezando o atrito do carrinho com o trilho, qual é o menor valor de $h = h_1$ necessário para permitir ao carrinho dar a volta completa?
- (b) Se $R < h < h_1$ o carrinho cai no trilho em um ponto rotulado por B , quando ainda falta percorrer mais um ângulo θ para chegar até o topo A . Calcule θ .
- (c) Que acontece com o carrinho para $h < R$?
98. Uma partícula de massa $m = 1 \text{ kg}$ se move ao longo da direção x sob o efeito da força $F(x) = 3x^2 - 12x + 9 \text{ (N)}$.

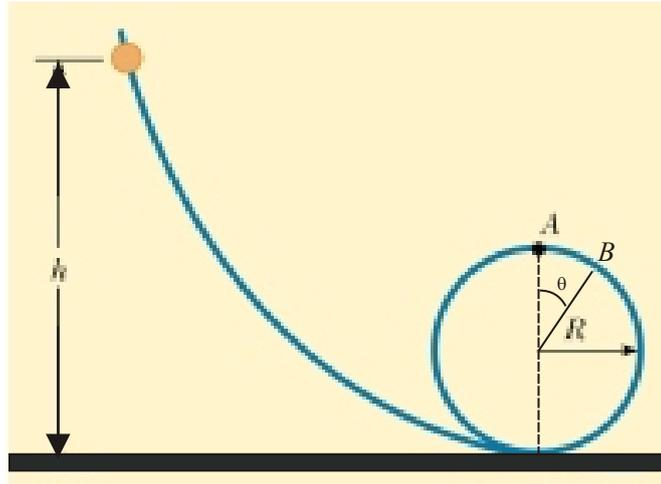


Figura 2.26: Esquema do loop.

- (a) Tomando $U(1) = 0 \text{ J}$, calcule a energia potencial da partícula;
- (b) Faça um gráfico de $U(x)$ em função de x para o intervalo de posições $-0,5 < x < 4,5 \text{ m}$. Determine as posições de equilíbrio e discuta suas estabilidades.
- (c) Considerando que a partícula tenha velocidade nula na origem, discuta seu movimento nesta situação. Qual será a velocidade máxima e em que ponto isso ocorrerá?
- (d) Para que valores da energia mecânica total a partícula poderá apresentar um comportamento oscilatório?
99. Uma partícula está submetida a uma força dada pela energia potencial $U(x, y) = 3x^2y - 7x \text{ (J)}$.
- (a) Qual é a força $\vec{F}(x, y)$ a que ela está sujeita?
- (b) Qual é a variação da energia cinética entre os pontos $(0,0)$ e $(1,1)$? Este resultado depende do caminho percorrido pela partícula? Justifique.
100. Uma partícula de massa $m = 2 \text{ kg}$ move-se ao longo do eixo x sob a ação de uma força conservativa $F(x)$ em uma região onde a energia potencial $U(x)$ varia conforme o gráfico apresentado na figura 2.27.
- (a) Quais são os pontos ou as regiões de equilíbrio?
- (b) Se a energia mecânica total for $E_{\text{TOTAL}} = 5 \text{ J}$ determine as regiões permitidas para o movimento da partícula;
- (c) Determine a energia cinética da partícula em $x = 12 \text{ m}$;
- (d) Determine o trabalho realizado pela força $F(x)$ para deslocar o corpo desde $x = 1,5 \text{ m}$ até $x = 12 \text{ m}$;

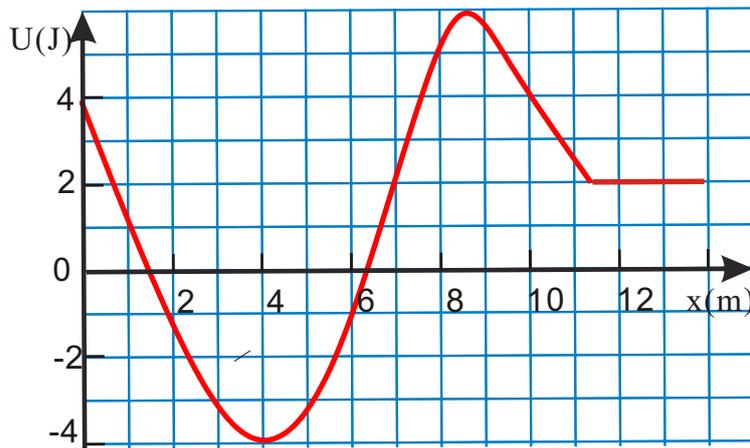


Figura 2.27: Gráfico da energia potencial.

- (e) Se a partícula tem energia cinética nula quando posicionada em $x = 1,5$ m, qual é a energia mínima que deve ser fornecida para que ela possa atingir a posição $x = 12$ m? Neste caso, qual sua energia cinética em $x = 12$ m?
101. Uma partícula de massa $m = 6$ kg move-se em uma trajetória retilínea sob a ação de uma força conservativa $F(x) = x - x^3$, onde x é medido em metros e F em Newtons.
- Determine a expressão da energia potencial associada a esta força, a qual satisfaz a condição $U(0) = 1/4$;
 - Esboce o gráfico de $U(x) \times x$;
 - É possível esta partícula ter uma energia mecânica total igual a 0,15 J? Justifique.
 - Supondo que a partícula parta da origem com velocidade 0,5 m/s, encontre a energia mecânica total da partícula. Nesse caso seu movimento é oscilatório? Se sim, encontre os pontos de retorno clássico.
102. *Ionização do átomo de hidrogênio.* No modelo de Bohr do átomo de hidrogênio, o elétron segue uma órbita circular em torno do próton. No estado de energia mais baixa (estado fundamental), o raio da órbita é $R = 0,529 \times 10^{-10}$ m. A força que o próton aplica no elétron é dada por

$$F(r) = -k \frac{e^2}{r^2},$$

onde $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C é a carga elementar e $k = 9 \times 10^9$ Nm²/C².

- (a) Calcule o trabalho que a força elétrica realiza para trazer o elétron de uma distância muito grande ($r \rightarrow \infty$) até a posição $r = R$ e determine a energia potencial do elétron em $r = R$;
- (b) Calcule a energia cinética do elétron nesta órbita;
- (c) Qual é a energia de ligação do elétron?

OBS: Em Física Atômica mede-se usualmente a energia em elétron-volts (eV), onde $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$.

2.8 Sistemas de partículas: momento linear

103. Ache as coordenadas do centro de massa dos sistemas mostrados na figura 2.28. Em (a) todas as massas são pontuais, em (b) os fios tem a mesma densidade linear uniforme de massa e em (c) a placa tem densidade superficial uniforme de massa.

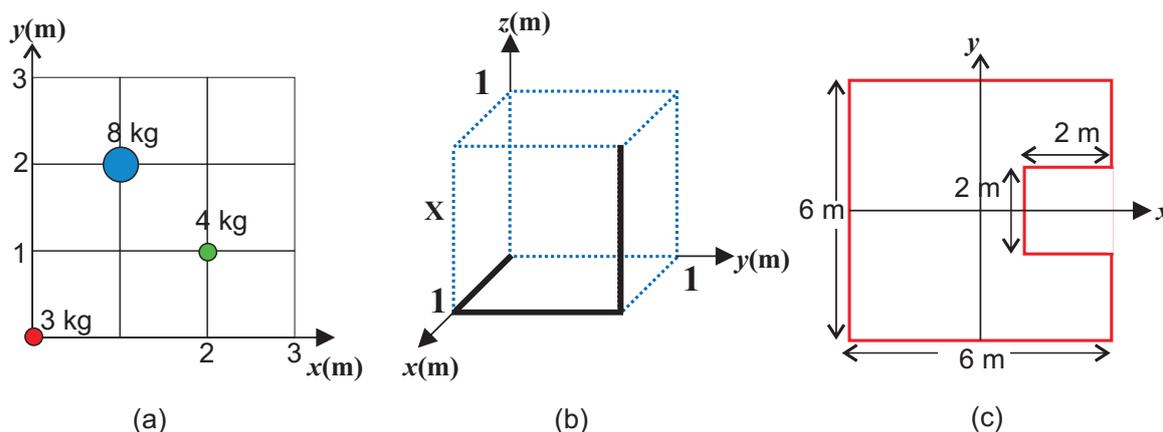


Figura 2.28: Sistemas para encontrar a posição do CM.

104. Um avião explode no ar e se divide em três partes, cujas massas e velocidades, imediatamente depois da explosão, são:

$$m_1 = 4000 \text{ kg} \quad \text{e} \quad \vec{v}_1 = 200 \hat{i} + 25 \hat{k} \text{ (m/s)}$$

$$m_2 = 2000 \text{ kg} \quad \text{e} \quad \vec{v}_2 = -50 \hat{i} + 50 \hat{j} - 25 \hat{k} \text{ (m/s)}$$

$$m_3 = 2000 \text{ kg} \quad \text{e} \quad \vec{v}_3 = -50 \hat{i} - 25 \hat{k} \text{ (m/s)}.$$

- (a) Qual era a velocidade do avião ao explodir?
- (b) Qual era o seu momento linear?
105. As massas $m_1 = 10 \text{ kg}$ e $m_2 = 6 \text{ kg}$ estão ligadas por uma barra rígida de massa desprezível. Inicialmente em repouso, elas são submetidas às forças $\vec{F}_1 = 8 \hat{i} \text{ (N)}$ e $\vec{F}_2 = -6 \hat{j} \text{ (N)}$, como indicado na Figura 2.29.

- (a) Escreva as coordenadas do centro de massa como função do tempo;
- (b) Expresse a quantidade de movimento total como função do tempo.

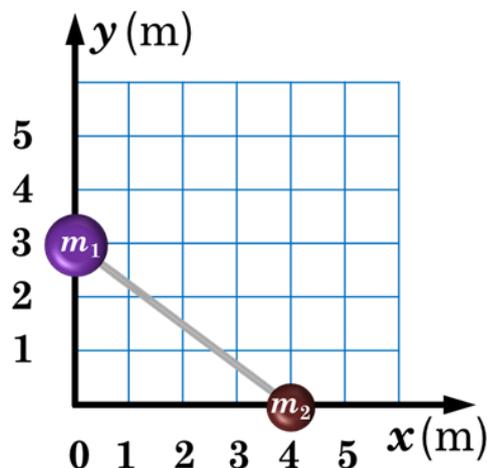


Figura 2.29: Configuração inicial das massas m_1 e m_2 .

106. Um corpo de massa 5 kg desloca-se para a direita com velocidade de 5 m/s, perseguindo outro corpo de massa 3 kg, que se desloca também para a direita a 1 m/s. Determine:
- (a) A energia cinética dos dois corpos nesse referencial e a velocidade do centro de massa;
- (b) A velocidade de cada um dos corpos em relação ao centro de massa;
- (c) A energia cinética do movimento em relação ao centro de massa;
- (d) A energia cinética do movimento do centro de massa.
107. Um corpo de massa 3 kg escorrega ao longo de um plano horizontal sem atrito com velocidade $\vec{v} = 4 \hat{i}$ (m/s). Num certo instante, explode, dividindo-se em duas partes, uma de massa 2 kg e outra de massa 1 kg. Depois da explosão, o pedaço de 1 kg desloca-se com velocidade $\vec{v}_1 = 8 \hat{j}$ (m/s).
- (a) Qual a velocidade do pedaço de 2 kg depois da explosão?
- (b) Qual a velocidade do centro de massa depois da explosão?
108. Um projétil de 6 kg é disparado num ângulo $\theta = 30^\circ$ com a horizontal, com velocidade inicial de 40 m/s. No topo da sua trajetória, o projétil explode em dois fragmentos com massas de 2 kg e 4 kg.

Os fragmentos deslocam-se na horizontal, imediatamente depois da explosão, e o fragmento de 2 kg cai no lugar do disparo do projétil. Determine:

- (a) O local onde cai o fragmento de 4 kg;
- (b) A energia liberada na explosão.

109. Um homem de 70 kg e um garoto de 35 kg estão juntos sobre uma superfície gelada, na qual o atrito é desprezível. Um empurra o outro, e o homem se desloca para trás, com velocidade de 0,3 m/s, em relação ao gelo.

- (a) Qual a separação dos dois depois de 5 s?
- (b) A energia mecânica do sistema se conserva?

110. Um garoto de massa 30 kg, correndo a 2,5 m/s, salta sobre um carrinho de massa 10 kg (Figura 2.30), que estava parado, permanecendo sobre ele.

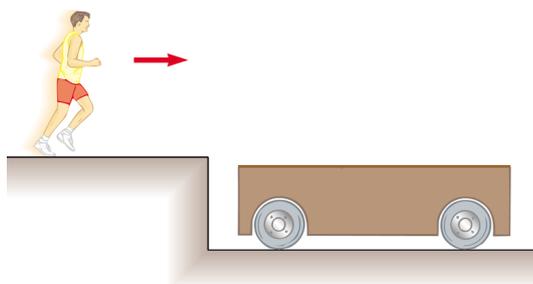


Figura 2.30: Garoto saltando sobre o carrinho.

- (a) Determine a velocidade do conjunto carrinho+garoto depois que ambos estiverem andando juntos.
- (b) Em seguida, o garoto começa a andar sobre o carrinho com uma velocidade de 0,5 m/s, relativa ao carrinho, dirigindo-se para a frente do mesmo. Qual a nova velocidade do carrinho?
- (c) Quando o garoto chega na extremidade do carrinho, ele pula para a frente com velocidade de 1,0 m/s em relação ao carrinho. Com que velocidade o carrinho fica depois disso?

111. Um remador de 75 kg, sentado na popa de uma canoa de 150 kg e 3 m de comprimento, conseguiu trazê-la para uma posição em que está parada perpendicularmente à margem de um lago, com sua proa voltada e encostada em um pier com uma estaca, onde o remador quer amarrar a canoa. Ele se levanta e caminha até a proa, o que leva a canoa a afastar-se da margem. Chegando à

proa, ele consegue esticando o braço, alcançar até uma distância de 80 cm da proa. Conseguirá agarrar a estaca? Caso contrário, quanto falta? Despreze a resistência da água e considere o centro de massa da canoa como localizado em seu ponto médio.

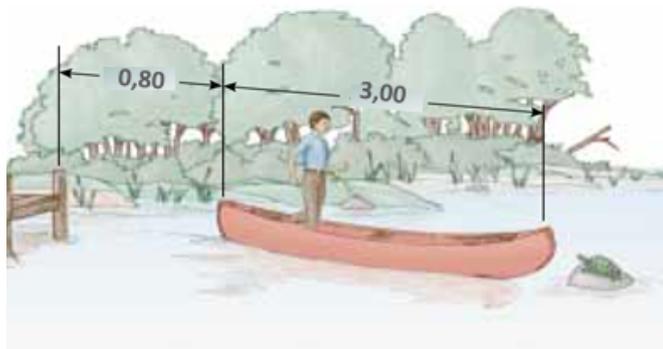


Figura 2.31: Canoa, remador e estaca.

112. Um canhão montado em uma carreta, apontado numa direção horizontal, atira uma bala de 50 kg, cuja velocidade na boca do canhão é $\vec{v}_0 = 300\hat{i}$ (m/s). A massa total do canhão e da carreta é de 5 toneladas. Calcule:
- A velocidade inicial de recuo da carreta;
 - A distância que a carreta recua, sabendo que o coeficiente de atrito cinético é 0,7.

2.9 Sistema de partículas: colisões

113. Um vagão de 20 toneladas está freado no topo de uma descida. Quando o carro é solto, ele rola, descendo 9 m em relação à posição original. Na parte mais baixa da ladeira, ele engata em outro vagão, de 10 toneladas, que está livre nos trilhos. Os dois, engatados, sobem outra ladeira até uma altura H . Calcular H .
114. Uma bala de 10 g é disparada sobre um pêndulo balístico de massa 990 g.
- Se a velocidade inicial da bala é 300 m/s, qual a altura h (Figura 2.32) atingida pelo pêndulo (junto com a bala) depois da colisão?
 - Se a velocidade inicial da bala é 200 m/s, determine a altura máxima atingida pelo pêndulo quando a bala passa através dele e emerge com velocidade de 50 m/s.

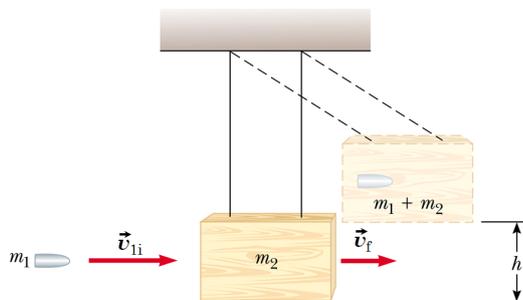


Figura 2.32: Pêndulo balístico.

115. Um bloco de madeira, de massa 1 kg, está ligado a uma mola de constante de força 200 N/m e repousa sobre uma superfície horizontal lisa, sem atrito. Uma bala de 20 g atinge o bloco (Figura 2.33) e comprime a mola de 13,3 cm. Determine:

- (a) A velocidade da bala antes da colisão;
- (b) A fração da energia mecânica inicial que se perde na colisão.

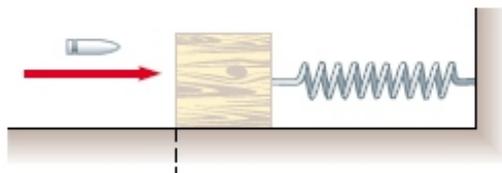


Figura 2.33: Sistema massa-mola e bala.

116. Um corpo de 4 kg, deslocando-se a 5 m/s, em uma dimensão, efetua uma colisão perfeitamente elástica com um corpo de 1 kg, inicialmente em repouso. Determine a velocidade final de cada corpo e a energia transferida para o corpo de 1 kg.
117. Durante a madrugada, um carro de luxo de massa 2.400 kg, bate na traseira de um carro de massa 1.200 kg que estava parado. O motorista do carro de luxo alega que o outro carro estava com as luzes apagadas e que ele vinha reduzindo a marcha ao aproximar-se do sinal, estando a menos de 10 km/h quando o acidente ocorreu. A perícia constata que o carro de luxo arrastou o outro de uma distância de 10,5 m e estima que o coeficiente de atrito cinético com a estrada, no local do acidente, é 0,6. Calcule a que velocidade o carro de luxo vinha realmente correndo.
118. Considere o espalhamento elástico entre uma partícula alfa de massa $m_1 = 4m$ por um neutron em repouso, de massa $m_2 = m$ como mostra a Figura 5.8.

- (a) Qual é o ângulo máximo θ_1 de espalhamento?
- (b) Neste ângulo, que fração da energia cinética incidente vai para o neutron?
- (c) Qual é o ângulo θ_2 entre as direções de recuo e de incidência?

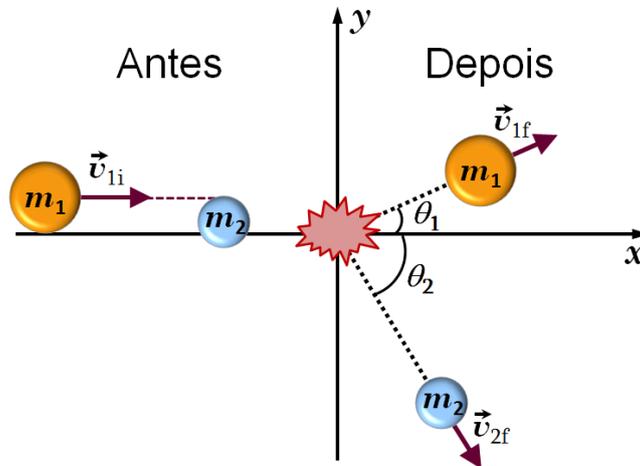


Figura 2.34: Espalhamento bidimensional: alfa-neutron.

119. Um caminhão carregado, de massa $M = 3$ ton., viajando para o norte a 60 km/h, colide, num cruzamento, com um carro de massa total $m = 1$ ton., que vinha trafegando para leste a 90 km/h. Calcule em que direção e de que distância o carro é arrastado pelo caminhão, sabendo que o coeficiente de atrito cinético no local do acidente é $0,5$.
120. Uma bola deslocando-se a 10 m/s, faz um colisão perfeitamente elástica, mas oblíqua, com uma outra bola de mesma massa e em repouso. A bola incidente é desviada de um ângulo $\theta_1 = 30^\circ$ em relação à direção inicial do movimento. Determinar a velocidade de cada bola depois da colisão e o ângulo de recuo θ_2 .
121. Uma bola de massa $m = 0,5$ kg é presa a um pino por um fio leve e inextensível de $0,8$ m de comprimento. A bola é abandonada quando o fio está na horizontal. Na parte mais baixa da trajetória a bola atinge um bloco de massa $M = 2,0$ kg, inicialmente em repouso sobre uma superfície, como esquematizado na Figura 2.35. A colisão, entre a bola e o bloco, pode ser considerada como perfeitamente elástica. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a superfície é $\mu_c = 0,16$.
- (a) Qual o trabalho realizado pelas forças que atuam sobre a bola?
- (b) Quais as velocidades dos corpos após a colisão?

- (c) Até que altura sobe a bola após a colisão?
 (d) Qual a distância percorrida pelo bloco depois da colisão?

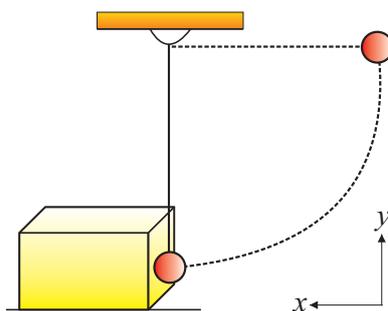


Figura 2.35: Colisão da bola com o bloco.

122. Num choque entre dois corpos de massas $m_1 = 0,8 \text{ kg}$ e $m_2 = 1,2 \text{ kg}$, o primeiro desvia 90° de sua trajetória original, mantendo inalterada sua energia cinética. Se as velocidades iniciais dos corpos eram, respectivamente, $\vec{v}_1 = 3,0 \hat{i} \text{ (m/s)}$ e $\vec{v}_2 = 2,0 \hat{i} - 1,0 \hat{j} \text{ (m/s)}$, pede-se:
- (a) Calcule o vetor velocidade de m_2 após a colisão;
 (b) Verifique se o choque foi elástico ou inelástico.
123. Uma bala de massa $4,5 \text{ g}$ é disparada, horizontalmente, num bloco de madeira de massa $2,4 \text{ kg}$, em repouso sobre uma superfície horizontal. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a superfície vale $0,20$. A bala fica retida no bloco, que sofre um deslocamento de $1,8 \text{ m}$ até parar.
- (a) Qual a velocidade do bloco imediatamente após a bala parar em seu interior?
 (b) Qual a velocidade inicial da bala?

2.10 Corpos rígidos: cinemática e dinâmica

124. No sistema mostrado na Figura 2.36, os corpos estão ligados por barras muito leves cujos momentos de inércia podem ser desprezados. O sistema gira em torno do eixo y com velocidade angular $\omega = 2 \text{ rad/s}$.
- (a) Considere que no instante $t=0 \text{ s}$ os corpos estejam nas posições indicadas na figura. Determine o vetor velocidade de cada partícula usando o produto vetorial $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$.

- (b) Use a velocidade escalar de cada corpo para calcular a energia cinética do sistema.
- (c) Determine o momento de inércia do sistema em torno do eixo y e calcule a energia cinética do sistema utilizando a relação $E = \frac{I\omega^2}{2}$.

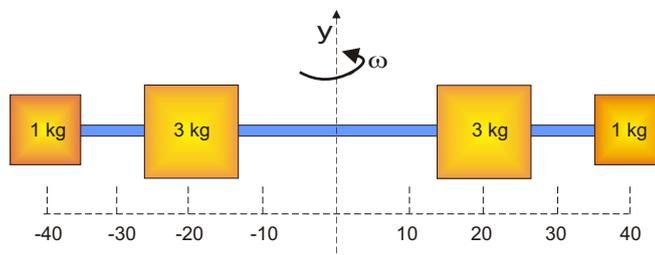


Figura 2.36: Massas girando em torno do eixo y .

125. Quatro esferas pequenas de massa m estão presas às extremidades de uma estrutura de massa desprezível, no plano xy , como mostrado na Figura 2.37.

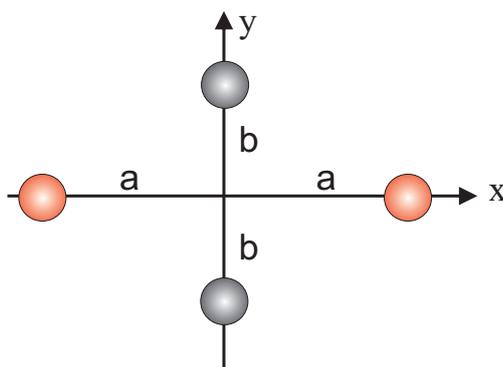


Figura 2.37: Sistema de quatro esferas.

- (a) Se a rotação do sistema ocorre ao redor do eixo y com velocidade angular ω , encontre o momento de inércia ao redor do eixo y (I_y) e a energia cinética rotacional ao redor desse eixo.
- (b) Supondo que o sistema gire no plano xy com velocidade angular ω , ao redor de um eixo perpendicular passando por O (eixo z), calcule o momento de inércia I_z ao redor do eixo z e a energia rotacional ao redor desse eixo.
126. Uma barra fina, com uma distribuição de massa uniforme, tem massa M e comprimento L . Calcule o seu momento de inércia em relação a um eixo perpendicular à barra e que passa pelo centro da

barra (eixo z). Determine o momento de inércia em relação ao eixo z' , que passa pela extremidade da barra e é paralelo à z (teorema dos eixos paralelos).

127. Considere um cilindro, com uma distribuição de massa uniforme M e comprimento L (Figura 2.38).

- (a) Mostre que o momento de inércia em relação ao eixo central z (CM) é $I_z = I_{CM} = \frac{1}{2}MR^2$, onde R é o raio do cilindro.
- (b) Se o cilindro tiver raio interno R_1 e raio externo R_2 , mostre que o momento de inércia em relação ao eixo z que passa pelo seu centro (CM) é dado por $I_z = I_{CM} = \frac{1}{2}M(R_1^2 + R_2^2)$.

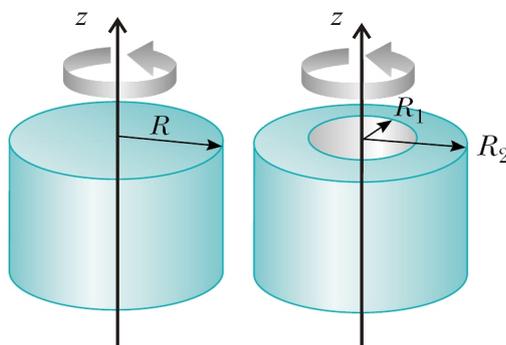


Figura 2.38: Cilindro maciço e cilindro vazado.

- (c) De acordo com os itens anteriores, podemos dizer que um cilindro maciço de raio R_2 e massa M tem momento de inércia, em relação ao eixo z que passa pelo seu centro, $I_z = I_{CM} = \frac{1}{2}MR_2^2$. Como explicar o fato de que se fizermos um buraco de raio R_1 em um cilindro maciço, o momento de inércia parece aumentar de uma quantidade $I_z = I_{CM} = \frac{1}{2}MR_1^2$?

128. Um disco uniforme, de raio $R = 0,12$ m e massa $M = 5$ kg, está apoiado de modo a poder girar livremente em torno de seu eixo. Uma corda está enrolada em torno do disco e é puxada com uma força de 20 N, como mostra a figura 2.39.

- (a) Qual é o torque exercido sobre o disco?
- (b) Qual é a aceleração angular do disco?
- (c) Se o disco parte do repouso, qual é a sua velocidade angular e sua energia cinética depois de 3 s?
- (d) Determine o deslocamento angular $\Delta\vec{\theta}$ do cilindro nesses 3 s. Verifique que o trabalho efetuado pelo torque ($W = \vec{\tau} \cdot \Delta\vec{\theta}$),

neste intervalo de tempo, é igual a variação da energia cinética calculada no item (c).

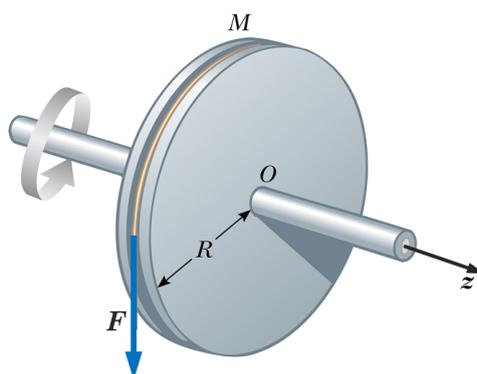


Figura 2.39: Disco que gira em torno do seu eixo.

129. Uma pedra de amolar circular, de massa 2 kg e raio 7 cm, gira a 700 rev/min, como mostra a figura 2.40. Depois de a potência do motor ter sido desligada, uma pessoa continua a afiar o seu machado, contra a pedra, durante 10 segundos, quando então o rebolo pára. Encontre:

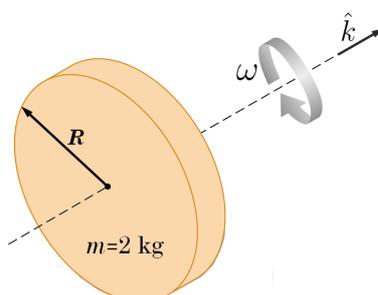


Figura 2.40: Pedra de amolar.

- A energia cinética de rotação no momento em que o motor é desligado;
 - A aceleração angular da pedra, admitindo que seja constante;
 - O torque exercido pelo machado sobre a pedra de amolar;
 - O trabalho realizado pelo machado.
130. Um cilindro uniforme de 100 kg e raio 0,60 m está sobre uma superfície de gelo lisa. Duas patinadoras gêmeas enrolam cordas em torno do cilindro, num mesmo sentido, como mostra a Figura 2.41. Depois, cada qual puxa a sua corda e se afasta do cilindro, exercendo sobre ele forças constantes de 40 N e 60 N durante 5 s.

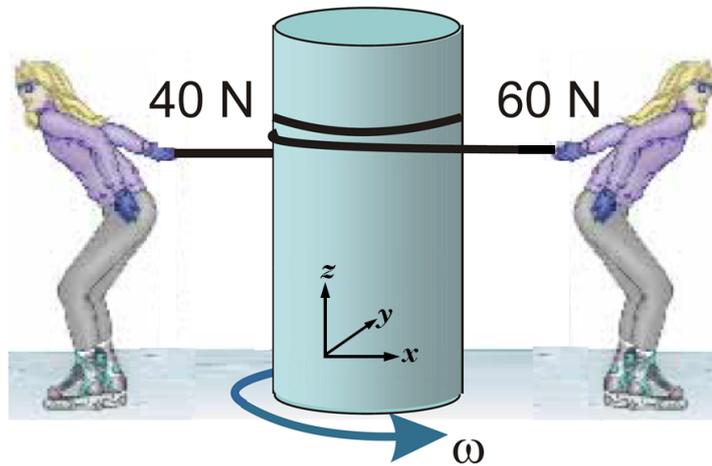


Figura 2.41: Patinadoras gêmeas puxando o cilindro.

- (a) Determine a aceleração, a velocidade e a posição, em função do tempo, do centro de massa do cilindro.
 - (b) Quais são a aceleração angular e a velocidade angular em função do tempo?
 - (c) Quantas voltas em torno de seu eixo o cilindro faz durante este tempo?
 - (d) Calcule a energia cinética do disco quando $t = 5$ s.
131. Dois blocos estão ligados por um fio de massa desprezível através de uma polia de raio $0,25$ m e momento de inércia I . O bloco sobre o plano inclinado, sem atrito, está subindo com uma aceleração constante de $2,00$ m/s², como na Figura 2.42. Determine:
- (a) As tensões T_1 e T_2 nas duas partes do fio;
 - (b) O momento de inércia da polia.

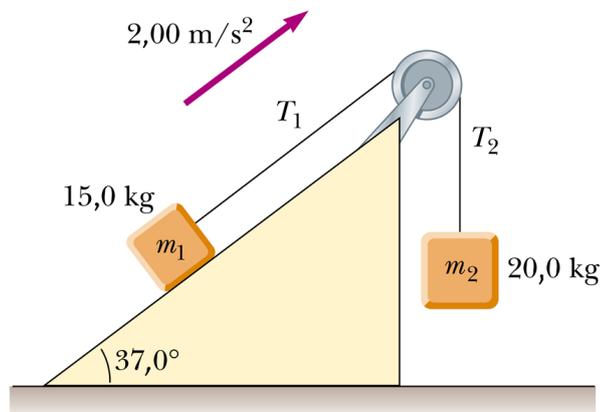


Figura 2.42: Esquema de blocos, fios, plano inclinado e polia.

132. Dois corpos, de massas m_1 e m_2 , estão ligados a cordas que passam por polias montadas num eixo comum, como mostra a Figura 2.43. O momento de inércia total das duas polias é de $40 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ e os raios são $R_1 = 0,4 \text{ m}$ e $R_2 = 1,2 \text{ m}$.
- (a) Se $m_1 = 24 \text{ kg}$, determine m_2 de modo que o sistema fique em equilíbrio;
- (b) Se ao corpo m_1 for adicionado outro de 12 kg , qual será a aceleração angular das polias e qual será a tensão nas cordas?

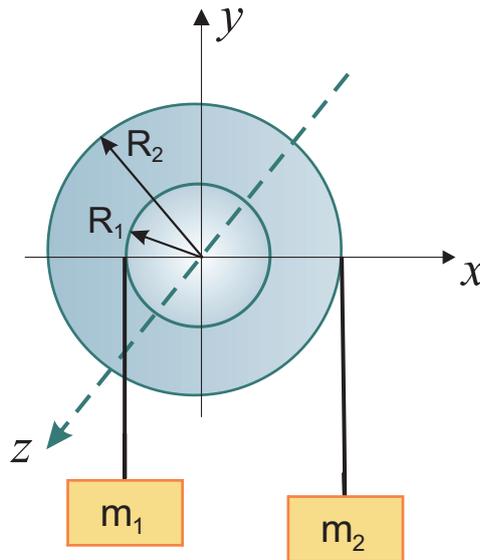


Figura 2.43: Polias e massas.

133. Calcule o efeito da massa M da polia, de raio R , sobre o sistema mostrado na Figura 2.44, onde a massa m_1 , que desliza sem atrito, está ligada à massa suspensa m_2 , pelo fio que passa sobre a polia, determinando:
- (a) A aceleração do sistema e as tensões T_1 e T_2 nos fios ligados a m_1 e m_2 , respectivamente, utilizando a segunda lei de Newton;
- (b) O torque externo resultante que atua sobre o sistema (os dois corpos e a polia) em relação ao centro da polia;
- (c) O momento angular total do sistema em relação ao centro da polia quando as massas deslocam-se com a velocidade escalar v ;
- (d) A aceleração do sistema a partir dos resultados dos itens (b) e (c), fazendo o torque resultante igual à taxa de variação do momento angular do sistema.

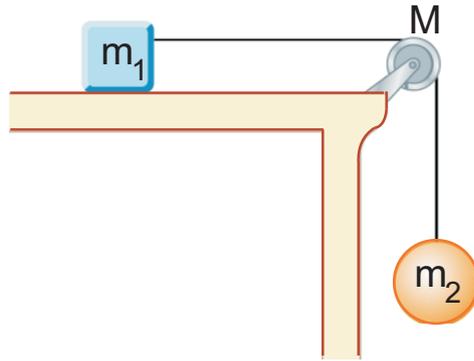


Figura 2.44: Esquema de massas, mesa e polia.

134. O sistema da Figura 2.45 principia a movimentar-se do repouso. O corpo de massa $m_2 = 30$ kg está dois metros acima do solo. O corpo apoiado no solo tem massa $m_1 = 20$ kg e a polia é um disco uniforme com raio $R = 10$ cm e massa $M = 5$ kg. Determinar:

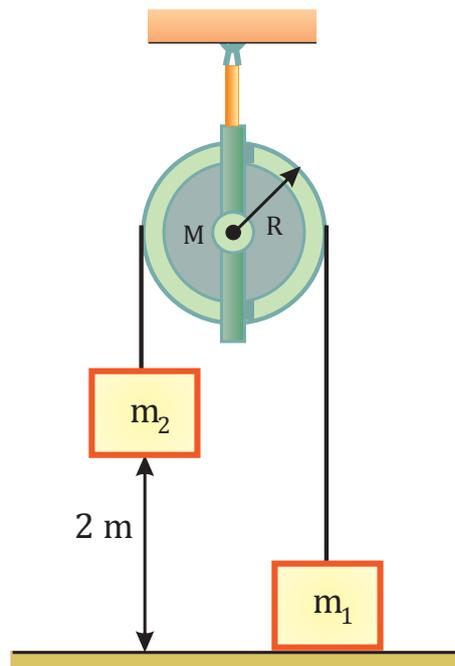


Figura 2.45: Esquema de massas e polia.

- A velocidade escalar do corpo de massa m_2 imediatamente antes de atingir o solo e a velocidade escalar angular da polia neste instante;
- As tensões nos cabos;
- O tempo que o corpo de massa m_2 leva para atingir o nível do solo.

2.11 Momento angular: conservação e aplicações

135. Uma partícula de massa m move-se num círculo de raio R com velocidade angular ω , como mostra a Figura 2.46. Calcule:
- O torque que atua sobre essa partícula em relação à origem O ;
 - O vetor momento angular em relação à origem O .

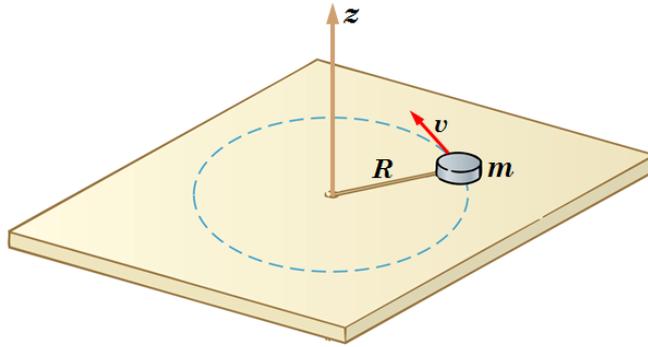


Figura 2.46: Partícula em movimento circular.

136. Dois patinadores, cada um de massa $m = 60$ kg, deslizando sobre uma pista de gelo, com atrito desprezível, aproximam-se com velocidades iguais e opostas de módulo $v = 5$ m/s, segundo retas paralelas, na direção x , as quais estão separadas por uma distância $d = 1,40$ m.
- Calcule o vetor momento angular do sistema e mostre que é o mesmo em relação a qualquer ponto e se conserva.
 - Quando os dois patinadores chegam a uma distância $d = 1,40$ m um do outro, estendem os braços e dão-se as mãos, passando a girar em torno do centro de massa do sistema. Calcule a velocidade angular.
 - Calcule a energia cinética do sistema antes e depois dos patinadores se unirem. Explique o resultado.
137. Uma bolinha presa a um fio de massa desprezível gira em torno de um eixo vertical com velocidade escalar constante, formando um ângulo $\theta_0 = 30^\circ$ com a vertical e mantendo-se a uma distância $d_0 = 0,5$ m do eixo. O fio passa, sem atrito, através de um orifício O numa placa, como mostra a Figura 2.47. O fio é puxado lentamente para cima até que o ângulo com a vertical passe a ser $\theta = 60^\circ$.
- Que comprimento $\delta\ell$ do fio foi puxado?

- (b) Qual é a razão entre as velocidades de rotação final e inicial (ω_f/ω_i)?

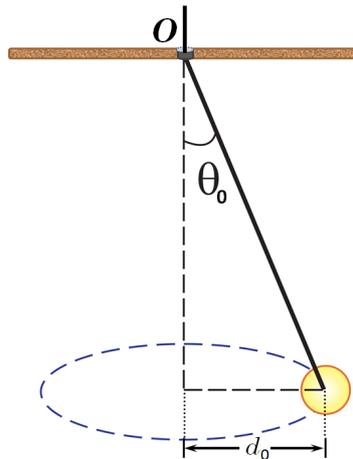


Figura 2.47: Pêndulo cônico.

138. Um disco com momento de inércia I_1 está girando, com velocidade angular inicial constante ω_1 , em torno de um eixo central sem atrito. Num certo instante, este disco cai sobre outro disco, de momento de inércia I_2 , que estava inicialmente em repouso, no mesmo eixo. Em virtude do atrito entre as superfícies, os dois discos terminam por atingir uma velocidade angular constante ω_f , comum a ambos. Estas duas situações estão mostradas na Figura 2.48.

- (a) Determine ω_f .
 (b) A energia cinética do sistema se conserva?

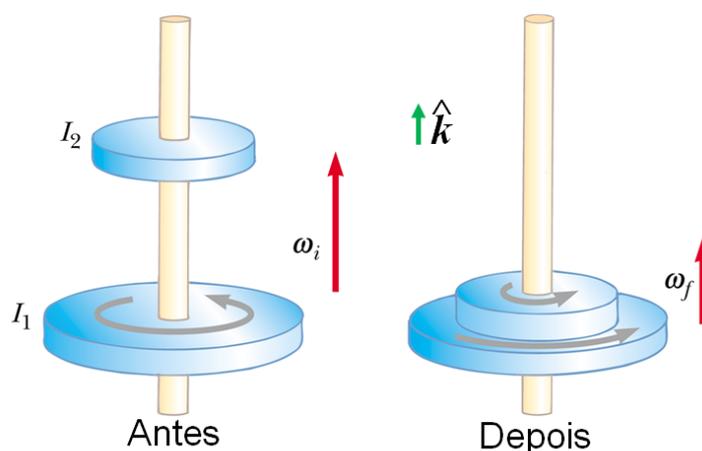


Figura 2.48: Discos girando e colidindo.

139. Uma mesa de coquetel tem um tampo giratório, que é uma tábua circular de raio R e massa M capaz de girar com atrito desprezível

em torno de um eixo vertical da mesa. Uma bala de massa $m \ll M$ e velocidade v , disparada por um convidado numa direção horizontal, vai encravar-se na periferia da tábua.

- (a) Qual é a velocidade angular de rotação adquirida pela tábua?
- (b) Que fração da energia cinética inicial é perdida no impacto?

140. Uma porta de 15 kg e 70 cm de largura, suspensa por dobradiças bem azeitadas, está aberta de 90° , ou seja, com seu plano perpendicular ao plano do batente. Ela leva um empurrão na beirada aberta, com impacto equivalente ao de uma massa de 1 kg com velocidade de 2,5 m/s. Quanto tempo ela leva para fechar?
141. Um alçapão quadrado de lado L e massa M está levantado verticalmente, em equilíbrio sobre as dobradiças, quando é levado a cair por uma ligeira trepidação. Desprezando o atrito, que velocidade angular terá adquirido ao bater no chão?
142. Um bloco de massa m_1 , que pode deslizar com atrito desprezível sobre um plano inclinado, de inclinação θ em relação à horizontal, está ligado por um fio que passa sobre uma polia, de raio R e massa M , a uma massa suspensa m_2 ($m_2 > m_1$), como na Figura 2.49. O sistema é solto em repouso. Calcule, por conservação da energia, a velocidade v de m_2 após cair de uma altura h .

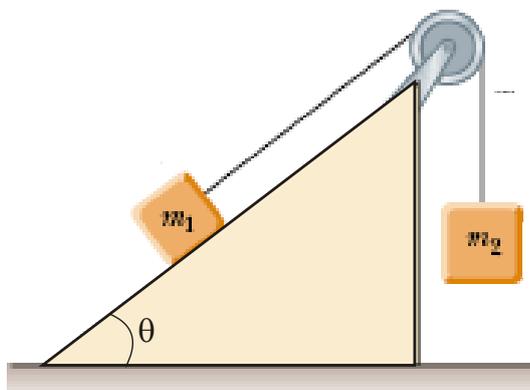


Figura 2.49: Esquema do plano inclinado com as massas e a polia.

143. Um cilindro uniforme de raio R e massa M tem um fio enrolado sobre a sua superfície. O disco é solto do repouso com o fio vertical e com sua extremidade superior presa a uma barra fixa, como mostra a Figura 2.50.
- (a) Qual é a tensão no fio?
 - (b) Qual é o módulo da aceleração do centro de massa?

- (c) Qual é a velocidade do centro de massa depois que o disco desce uma distância vertical h ?
- (d) Verifique a resposta anterior utilizando o enfoque da energia.

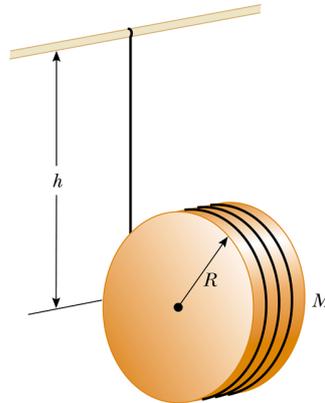


Figura 2.50: Cilindro com fio enrolado.

144. Uma roda cilíndrica, de raio R e massa M , rola sem deslizar sobre um plano horizontal, deslocando-se com velocidade v , e sobe sobre um plano inclinado de inclinação θ , continuando a rolar sem deslizar (Figura 2.51).
- (a) Até que altura h o centro da roda subirá sobre o plano inclinado?
- (b) Calcule a força de atrito entre o corpo e o plano inclinado para garantir que o movimento seja de rolamento sem deslizamento.

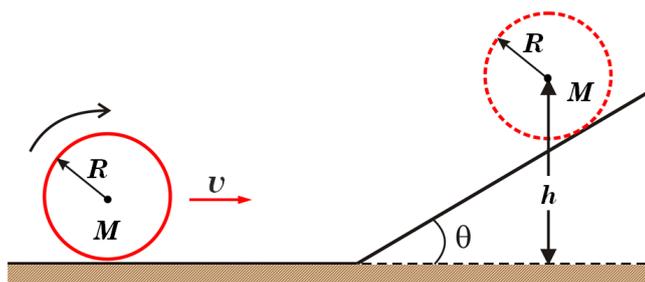


Figura 2.51: Roda cilíndrica subindo a rampa.

145. Uma bola de boliche esférica e uniforme, de massa M e raio R , é lançada com velocidade linear inicial $\vec{v}_0 = 5\hat{i}$ m/s e com velocidade angular inicial nula. O coeficiente de atrito cinético entre a bola e a pista é $\mu_c = 0,3$. Determinar:
- (a) O tempo que a bola escorrega até atingir a condição de rolamento sem deslizamento;

(b) A distância que a bola percorre antes de principiar a rolar sem escorregar.

146. Uma bola de futebol, de massa $m = 400 \text{ g}$ e com diâmetro $d = 24 \text{ cm}$, rola sem deslizar sobre um plano inclinado. Ela parte do repouso e, depois de 5 s e tendo completado exatamente 10 rotações, escapa pela borda do plano inclinado, como mostra a Figura 2.52.

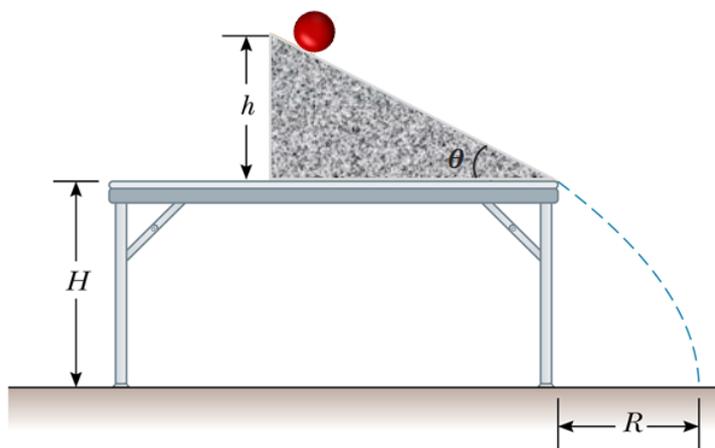


Figura 2.52: Bola descendo rolando o plano inclinado.

- (a) Calcule o torque resultante sobre a bola relativo ao seu centro de massa, enquanto ela rola sobre o plano inclinado.
- (b) Calcule a energia de rotação da bola ao colidir com o solo.
147. Uma bola homogênea de raio r rola sem deslizar, a partir do repouso, desde o topo de um domo hemisférico de raio R , como mostra a Figura 2.53.

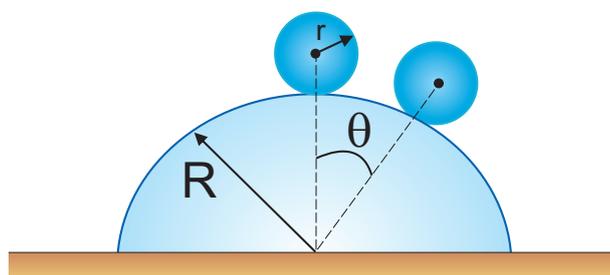


Figura 2.53: Bola descendo o domo esférico.

- (a) Depois de percorrer que ângulo θ em relação à vertical a bola deixará a superfície?
- (b) Com que velocidade v isso acontece?

(c) A que distância d da parede do domo ela cai?

148. Uma bola de bilhar de raio $R = 2,5$ cm e massa $m = 350$ g, inicialmente em repouso, recebe uma tacada seca. O impulso do taco é horizontal e aplicado à distância $2R/3$ abaixo da linha horizontal do centro. A velocidade linear inicial da bola é $v_0 = 3$ m/s.

(a) Qual é o vetor velocidade angular inicial ω_0 ?

(b) Qual é o vetor velocidade linear da bola \vec{v}_r uma vez iniciado o rolamento sem escorregamento?

(c) Qual é a energia cinética inicial da bola?

(d) Qual é o trabalho da força de atrito?

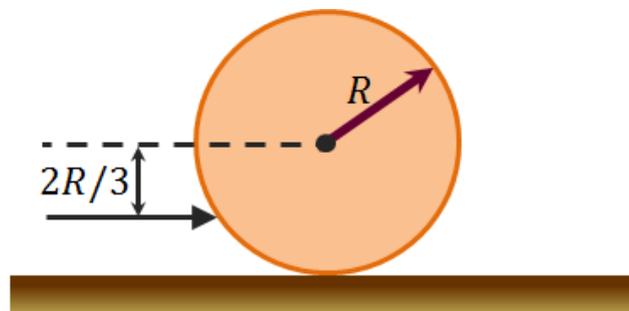


Figura 2.54: Bola de bilhar com tacada baixa.

2.12 Corpo rígido em equilíbrio

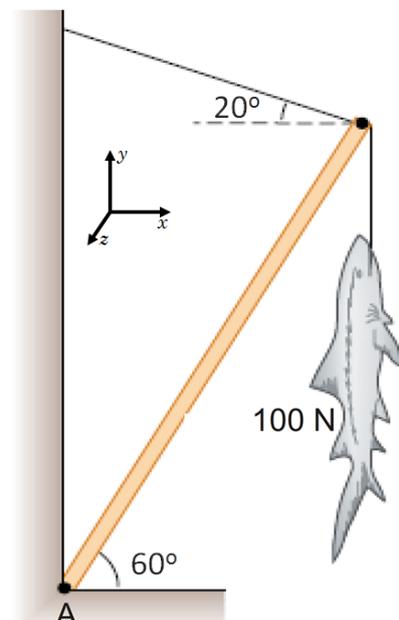
149. Na figura abaixo, a barra cujo peso é 20 N e o comprimento é L , está submetida à ação de várias forças.

(a) Determine a tensão no fio que sustenta a barra.

(b) Qual é o módulo da força exercida sobre a barra pela articulação A?

(c) Se os fios que sustentam a barra e o peixe forem cortados, qual é a aceleração angular da barra exatamente no instante do corte?

(d) Qual é a velocidade angular da barra quando esta atinge a posição horizontal?



150. Uma tábua de 90 N e 12 m de comprimento apóia-se em dois cavaletes, cada qual colocado a 1 m da extremidade da tábua. Um bloco de 360 N é colocado sobre a tábua, a 3 m de uma extremidade. Determinar as forças exercidas pelos cavaletes sobre a tábua.

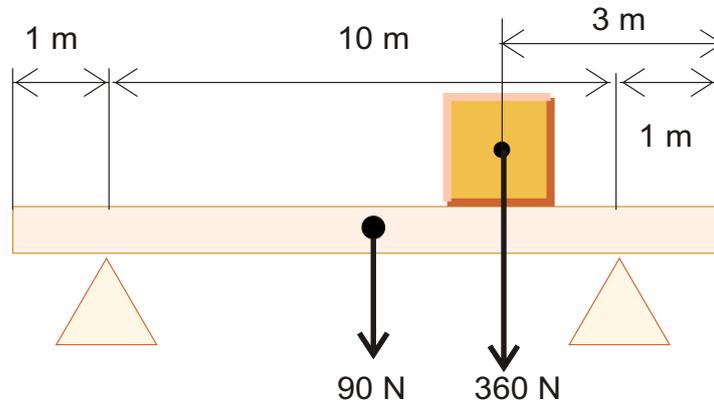
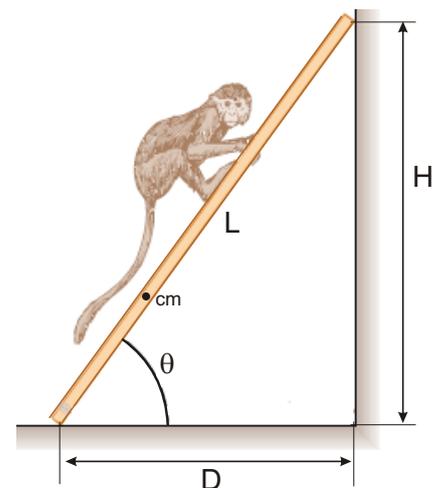


Figura 2.55: Tábua apoiada em cavaletes.

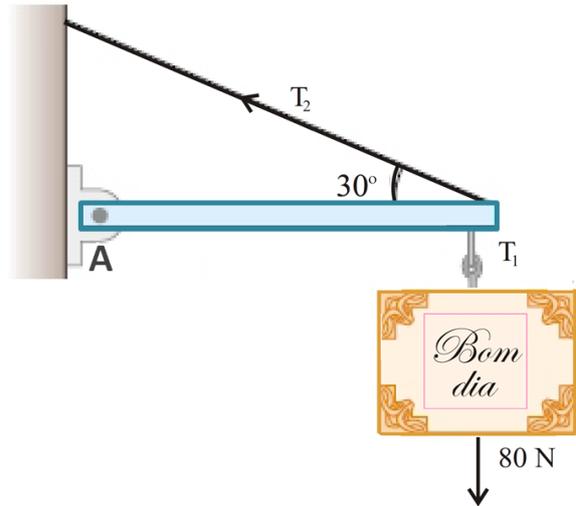
151. Uma escada de comprimento $L = 4,0$ m e massa $m = 15$ kg repousa apoiada numa parede. Sua extremidade superior está a uma altura $H = 3,0$ m do chão. O centro de gravidade da escada está situado a um terço do comprimento da escada, a partir da extremidade inferior. Um macaco de massa $m = 7$ kg sobe até um ponto situado na metade da escada. Suponha que não existe atrito entre a escada e a parede, mas que existe atrito entre a escada e o chão.

- (a) Determine as forças exercidas na escada pela parede e pelo chão.
- (b) Considere, agora, que o coeficiente de atrito estático entre a escada e o piso seja igual a 0,53. Determine a fração r do comprimento da escada que o macaco poderá subir sem que a escada comece a deslizar.
- (c) Encontre os valores mínimo e máximo de μ_e , respectivamente, para que o macaco não possa sair do lugar ou possa chegar ao topo da escada, sem que ela comece a deslizar.



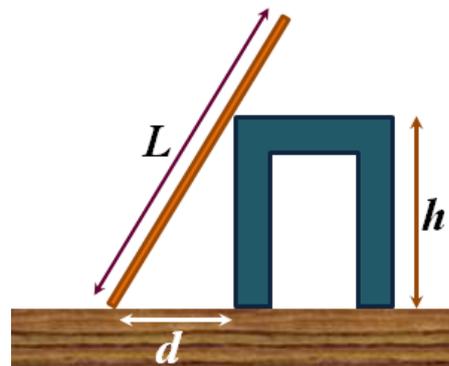
152. Na Figura abaixo, considerando que a massa da barra horizontal é desprezível, pede-se:

- (a) Qual é o módulo de cada uma das três forças que atuam na barra?
- (b) Qual é a força exercida pela barra sobre a articulação?



153. A figura mostra uma barra homogênea, de massa $M = 1,0$ kg e comprimento $L = 0,75$ m que está apoiada em um banquinho de altura $h = 0,40$ m. Sabendo que a distância $d = 0,30$ m, supondo que a barra está parada e que só há atrito no ponto onde a barra encosta no chão, calcule:

- (a) As forças de contato (normal) entre a cadeira e a barra (N_1) e entre a barra e o chão (N_2).
- (b) A força de atrito com o chão.

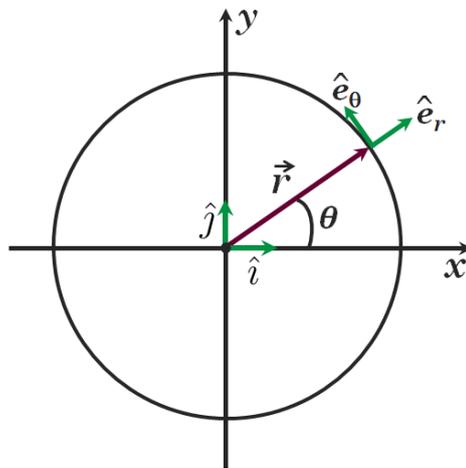


Capítulo 3

Coordenadas polares e o movimento circular

3.1 Vetores polares unitários: \hat{e}_r e \hat{e}_θ

- $\hat{e}_r \Rightarrow$ versor na direção radial e sentido para fora, com $|\hat{e}_r| = 1$ e direção e sentido variando com o tempo.
- $\hat{e}_\theta \Rightarrow$ versor na direção tangencial, perpendicular à \hat{e}_r , sentido anti-horário, com $|\hat{e}_\theta| = 1$ e direção e sentido variando com o tempo.



Vamos escrever os versores polares em termos dos cartesianos:

$$\hat{e}_r = \cos \theta(t) \hat{i} + \sin \theta(t) \hat{j}$$

$$\hat{e}_\theta = -\sin \theta(t) \hat{i} + \cos \theta(t) \hat{j}$$

Como \hat{e}_r e \hat{e}_θ dependem implicitamente do tempo, pois o ângulo θ varia com o tempo, então suas derivadas em relação ao tempo não são nulas, de modo que:

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{e}_r}{dt} &= \frac{d[\cos \theta(t)]}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} \hat{i} + \frac{d[\sin \theta(t)]}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} \hat{j} = \\ &= -\sin \theta(t) \omega(t) \hat{i} + \cos \theta(t) \omega(t) \hat{j} = \omega(t) \hat{e}_\theta; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{d\hat{e}_\theta}{dt} &= -\frac{d[\sin \theta(t)]}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} \hat{i} + \frac{d[\cos \theta(t)]}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} \hat{j} = \\ &= -\cos \theta(t) \omega(t) \hat{i} - \sin \theta(t) \omega(t) \hat{j} = -\omega(t) \hat{e}_r.\end{aligned}$$

Portanto, temos que

$$\boxed{\frac{d\hat{e}_r}{dt} = \omega(t) \hat{e}_\theta}$$

$$\boxed{\frac{d\hat{e}_\theta}{dt} = -\omega(t) \hat{e}_r}$$

3.2 Vetores posição, velocidade e aceleração em coordenadas polares

Utilizando as coordenadas polares, podemos escrever o vetor posição de uma partícula, em movimento circular, como:

$$\boxed{\vec{r}(t) = R \hat{e}_r}$$

onde R é o raio da órbita circular. O vetor velocidade da partícula será:

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = R \frac{d\hat{e}_r}{dt}$$

$$\boxed{\vec{v}(t) = R \omega(t) \hat{e}_\theta}$$

mostrando que o vetor velocidade da partícula tem direção sempre tangente à trajetória e módulo $R\omega$. Podemos obter o vetor aceleração derivando o vetor velocidade:

$$\begin{aligned}\vec{a}(t) &= \frac{d\vec{v}}{dt} = R \frac{d[\omega(t) \hat{e}_\theta]}{dt} \\ &= R \frac{d\omega}{dt} \hat{e}_\theta + R \omega(t) \frac{d\hat{e}_\theta}{dt}\end{aligned}$$

$$\boxed{\vec{a}(t) = R \alpha(t) \hat{e}_\theta - R [\omega(t)]^2 \hat{e}_r}$$

Assim, o vetor aceleração de uma partícula em movimento circular tem duas componentes: uma tangencial e uma radial. A componente radial é chamada de aceleração centrípeta, está sempre presente em um movimento circular, seja ele uniforme ou não, e seu sentido é sempre para dentro. A componente tangencial é não nula somente se o movimento for acelerado. Desse modo, podemos escrever que

$$\vec{a}(t) = a_T \hat{e}_\theta - a_{cp} \hat{e}_r$$

com

$$a_T(t) = R \alpha(t) = R \frac{d\omega}{dt} = \frac{d|\vec{v}|}{dt}$$

$$a_{cp}(t) = \omega^2 R = \frac{v^2}{R}$$

$$|\vec{a}(t)| = \sqrt{a_T^2 + a_{cp}^2}$$

Capítulo 4

Colisão elástica em uma dimensão: alvo em repouso

Considere uma colisão elástica unidimensional entre um corpo de massa m_1 e velocidade v_{1i} e um outro de massa m_2 em repouso. É possível demonstrar, usando as leis de conservação do momento linear e conservação da energia cinética do sistema (feito em sala de aula), que as velocidades finais dos corpos v_{1f} e v_{2f} , após a colisão, podem ser escritas como:

$$v_{1f} = \frac{(1 - \lambda)}{(1 + \lambda)} v_{1i} \quad (4.1)$$

$$v_{2f} = \frac{2}{(1 + \lambda)} v_{1i} \quad (4.2)$$

onde $\lambda = \frac{m_2}{m_1}$.

Existem três situações limites para este problema:

(a) $m_1 = m_2 \implies \lambda = 1$

Neste caso $v_{1f} = 0$ e $v_{2f} = v_{1i} \implies$ existe uma troca de velocidades: uma partícula pára e a outra continua com a velocidade da primeira.

(b) $m_1 \gg m_2 \implies \lambda \ll 1$

Neste caso $v_{1f} \simeq v_{1i}$ e $v_{2f} \simeq 2v_{1i} \implies$ a partícula incidente praticamente não sofre alteração enquanto que a partícula em repouso é impulsionada para frente com o dobro da velocidade inicial da incidente.

(c) $m_1 \ll m_2 \implies \lambda \gg 1$

Neste caso $v_{1f} = -v_{1i}$ e $v_{2f} \simeq 0 \implies$ a partícula incidente é refletida para trás e a partícula em repouso praticamente não sofre perturbação.

É interessante estudar, além dos casos limites, como é o comportamento completo das velocidades v_{1f} e v_{2f} em função da razão das massas λ . Note das Eqs. (1) e (2) que a forma das curvas $v_{1f}(\lambda)$ e $v_{2f}(\lambda)$ não depende de v_{1i} . Apenas sua amplitude dependerá.

As Figuras 1(a) e 1(b) ilustram as funções $v_{1f}(\lambda)$ e $v_{2f}(\lambda)$ para uma velocidade inicial $v_{1i} = 1$ em função de λ , com este variando no intervalo $0,001 < \lambda < 1000$. Note que o eixo x (de λ) está na escala logarítmica para melhor representar a vasta gama de valores. Os comportamentos nos limites, descritos acima, podem ser observados nestas imagens. A velocidade da partícula incidente v_{1f} é pouco alterada enquanto $\lambda \ll 1$ ($m_1 \gg m_2$). Em seguida, ela se anula quando $\lambda = 1$ e posteriormente inverte de sinal até chegar a $-v_{1i}$ quando $\lambda \gg 1$. Já o alvo, ganha uma velocidade próxima de $2v_{1i}$ enquanto $\lambda \ll 1$ que diminui com o aumento de λ até se igualar a $v_{1i} = 1$ quando $\lambda = 1$. Em seguida, para $\lambda \gg 1$, v_{2f} tende a zero.

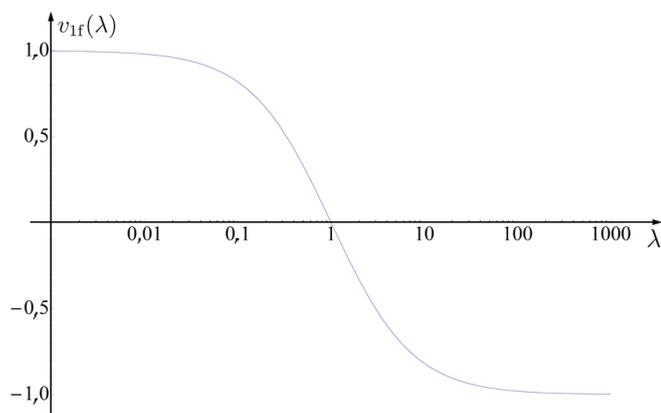


Figura 4.1: Velocidade final, após a colisão da partícula incidente (v_{1f}).

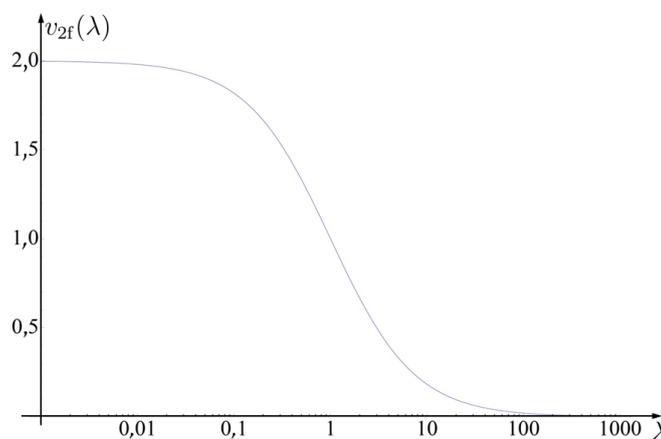


Figura 4.2: Velocidade final, após a colisão da partícula alvo (v_{2f}).

Capítulo 5

Solução de alguns exercícios

5.1 Exercício 66

Um cubo muito pequeno, de massa m , deve ser colocado no interior de um funil, a uma distância r de seu eixo vertical de simetria, de modo que quando o funil é posto para girar, em torno de seu eixo de simetria, com uma frequência constante de rotações por segundo, o cubo seja impedido de deslizar para *baixo* ou para *cima*, sobre a superfície interna do funil, ou seja, permaneça em repouso em relação ao funil. A parede do funil faz um ângulo θ com a horizontal, como indicado na figura 5.1.

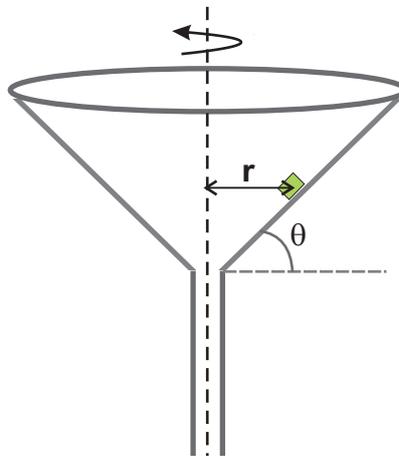


Figura 5.1: Desenho do funil e do cubo.

- Supondo que não há atrito entre a parede do funil e o bloco, encontre a expressão para a frequência ν_0 do funil.
- Supondo, agora, que o coeficiente de atrito estático entre a parede do funil e o cubo vale μ_e , encontre os valores máximo ($\nu_{\text{máx}}$) e mínimo ($\nu_{\text{mín}}$) da frequência ν que o funil pode girar.
- Admitindo $g = 10,0 \text{ m/s}^2$, $\theta = 45^\circ$, $r = 2,53 \text{ cm}$ e $\mu_e = 0,5$ encontre os valores numéricos de ν_0 , $\nu_{\text{máx}}$ e $\nu_{\text{mín}}$.

⇒ (a) Cálculo da frequência ν_0 do funil, para que o cubo não deslize sobre a superfície interna do funil, supondo que não há atrito entre o cubo e a parede do funil:

A Figura 5.2 mostra o diagrama de forças no cubo:

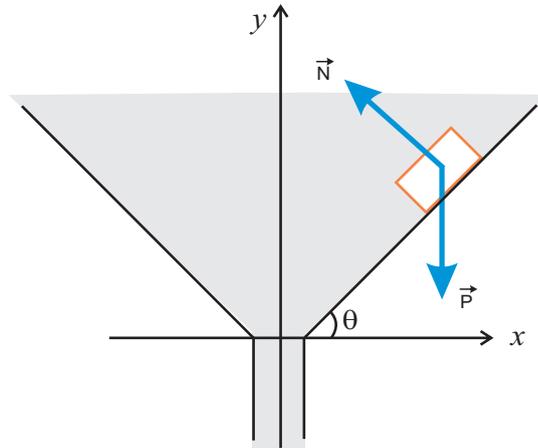


Figura 5.2: Diagrama de forças no cubo, sem atrito entre cubo e funil.

De acordo com o diagrama de forças da figura temos:

$$\text{direção } y : \quad N \cos \theta = m g \quad (5.1)$$

$$\text{direção } x : \quad N \sin \theta = m \frac{v_0^2}{r}. \quad (5.2)$$

Dividindo a equação (5.2) pela (5.1), temos que

$$\text{tg } \theta = \frac{v_0^2}{g r} = \frac{4 \pi^2 \nu_0^2 r}{g}, \quad (5.3)$$

onde utilizamos a relação

$$v = \omega r = 2 \pi \nu r. \quad (5.4)$$

Assim, da equação (5.3), temos que,

$$\boxed{\nu_0^2 = \frac{g \text{tg} \theta}{4 \pi^2 r} \quad (\text{Hz})^2}$$

⇒ (b) Se existe atrito, então devemos considerar dois casos:

- (i) A frequência ν é tal que o cubinho tenderia a subir sobre a superfície interna do funil e, portanto, a força de atrito estática atuaria para dentro da inclinação. Neste caso devemos encontrar um valor máximo ($\nu_{\text{máx}}$) para a frequência de rotação do funil;

(ii) A frequência ν é tal que o cubinho tenderia a descer sobre a superfície interna do funil e, portanto, a força de atrito estática atuaria para fora da inclinação. Neste caso devemos encontrar um valor mínimo (ν_{\min}) para a frequência de rotação do funil.

⇒ (i) Calculando ν_{\max} :

A Figura 5.3 mostra o diagrama de forças no cubo.

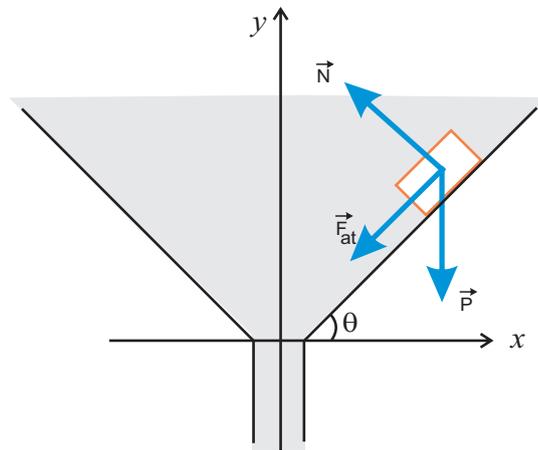


Figura 5.3: Diagrama de forças no cubo, com atrito entre funil e cubo e tendência a subir.

De acordo com o diagrama de forças temos:

$$\text{direção } y : N \cos \theta - F_{at} \sin \theta = m g; \quad (5.5)$$

$$\text{direção } x : N \sin \theta + F_{at} \cos \theta = m \frac{v^2}{r}. \quad (5.6)$$

Como $F_{at} = F_e^{\max} = \mu_e N$, então as equações (5.5) e (5.6) ficam:

$$N \cos \theta - \mu_e N \sin \theta = m g; \quad (5.7)$$

$$N \sin \theta + \mu_e N \cos \theta = m \frac{v_{\max}^2}{r}. \quad (5.8)$$

Encontrando a expressão para o módulo da força normal N , das equações (5.7) e (5.8), temos que

$$N = \frac{m g}{\cos \theta - \mu_e \sin \theta}; \quad (5.9)$$

$$N = \frac{m v_{\max}^2}{r (\sin \theta + \mu_e \cos \theta)}; \quad (5.10)$$

Igualando as equações (5.9) e (5.10) e utilizando a expressão (5.4, encontramos

$$\frac{4 \pi^2 \nu_{\text{máx}}^2 r}{\sin \theta + \mu_e \cos \theta} = \frac{g}{\cos \theta - \mu_e \sin \theta}. \quad (5.11)$$

Resolvendo a equação (5.11) e utilizando a expressão encontrada para ν_0 (item (a)) temos:

$$\nu_{\text{máx}}^2 = \nu_0^2 \left\{ \frac{1 + \frac{\mu_e}{\text{tg}\theta}}{1 - \mu_e \text{tg}\theta} \right\} (\text{Hz})^2.$$

⇒ (ii) Calculando $\nu_{\text{mín}}$:

A Figura 5.4 mostra o diagrama de forças no cubo.

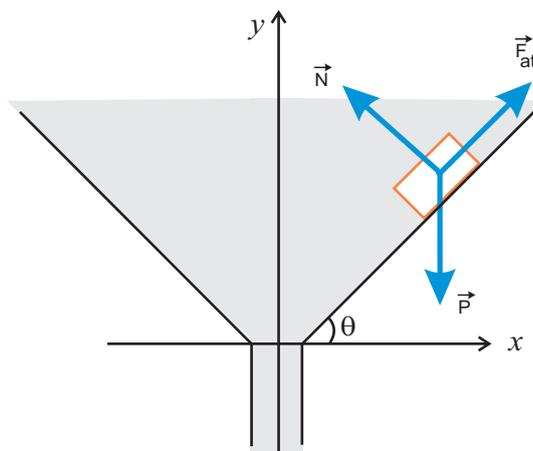


Figura 5.4: Diagrama de forças no cubo, com atrito entre funil e cubo e tendência a descer.

De acordo com o diagrama de forças temos:

$$\text{direção } y : N \cos \theta + F_{at} \sin \theta = m g; \quad (5.12)$$

$$\text{direção } x : N \sin \theta - F_{at} \cos \theta = m \frac{v^2}{r}. \quad (5.13)$$

Como $F_{at} = F_e^{\text{máx}} = \mu_e N$, então as equações (5.12) e (5.13) ficam:

$$N \cos \theta + \mu_e N \sin \theta = m g; \quad (5.14)$$

$$N \sin \theta - \mu_e N \cos \theta = m \frac{v_{\text{máx}}^2}{r}. \quad (5.15)$$

Encontrando a expressão para o módulo da força normal N , das equações (5.14) e (5.15), temos que

$$N = \frac{m g}{\cos \theta + \mu_e \sin \theta}; \quad (5.16)$$

$$N = \frac{m v_{\text{máx}}^2}{r (\sin \theta - \mu_e \cos \theta)}; \quad (5.17)$$

Igualando as equações (5.16) e (5.17) e utilizando a expressão (5.4), encontramos

$$\frac{4 \pi^2 \nu_{\text{mín}}^2 r}{\sin \theta - \mu_e \cos \theta} = \frac{g}{\cos \theta + \mu_e \sin \theta}. \quad (5.18)$$

Resolvendo a equação (5.18) e utilizando a expressão encontrada para ν_0 (item (a)) temos:

$$\nu_{\text{mín}}^2 = \nu_0^2 \left\{ \frac{1 - \frac{\mu_e}{\text{tg}\theta}}{1 + \mu_e \text{tg}\theta} \right\} (\text{Hz})^2.$$

\Rightarrow (c) Substituindo os valores dados, nas expressões encontradas, temos:

$$\begin{aligned} \nu_0 &= 3,2 \text{ Hz} \\ \nu_{\text{máx}} &= 5,5 \text{ Hz} \\ \nu_{\text{mín}} &= 1,8 \text{ Hz} \end{aligned}$$

5.2 Exercício 74

Um bloco de massa $m_1 = 3 \text{ kg}$ é colocado sobre outro de massa $m_2 = 4 \text{ kg}$. Admita que os coeficientes de atrito estático e cinético entre os blocos sejam $\mu_{e1} = 0,5$ e $\mu_{c1} = 0,4$, respectivamente, e que os coeficientes de atrito estático e cinético entre o bloco de massa m_2 e o solo sejam $\mu_{e2} = 0,2$ e $\mu_{c2} = 0,1$, respectivamente. Considere a situação em que uma força externa, paralela ao solo, é aplicada no bloco de massa m_1 , onde seu módulo F seja aumentado devagar e continuamente. Pergunta-se:

- (a) Até que valor do módulo de F ($=F'$), todo o sistema permanece em repouso?

- (b) A partir do valor encontrado no item anterior ($F = F'$), um aumento no módulo desta força aplicada ($F > F'$), faz com que os blocos não se deslocam relativamente um ao outro. Qual o valor máximo de $F = F_{\text{máx}}$ para que isso ocorra? Neste caso, qual o valor do módulo da aceleração do sistema?
- (c) Qual o valor dos módulos das acelerações dos blocos se a força aplicada na massa m_1 for de 24 N?

A Figura 5.5 mostra o diagrama de forças nas massas.

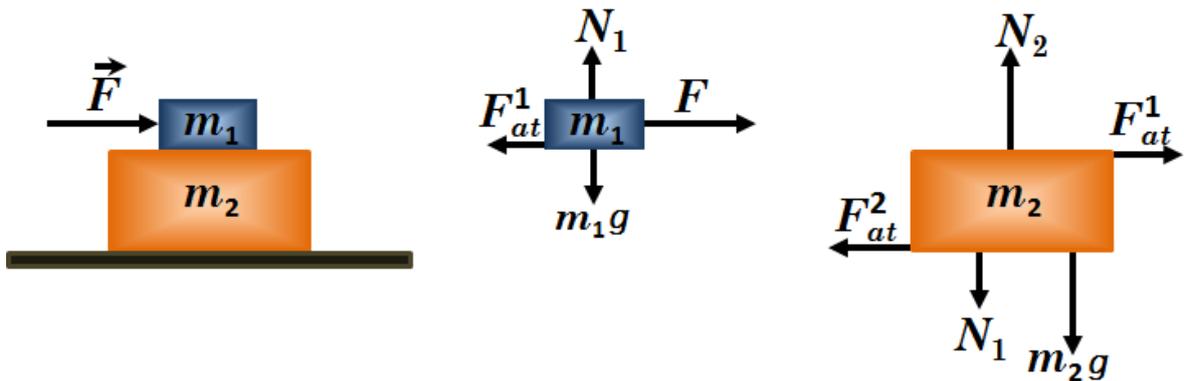


Figura 5.5: Diagrama de forças nas massas m_1 e m_2 .

De acordo com a figura, como não há movimento na direção vertical, temos que:

$$N_1 = m_1 g \quad (5.19)$$

$$N_2 = N_1 + m_2 g. \quad (5.20)$$

Substituindo a equação (5.19) na (5.20), ficamos com

$$N_2 = (m_1 + m_2) g. \quad (5.21)$$

Substituindo os valores das massas nas expressões (5.19) e (5.21) temos que $N_1 = 30 \text{ N}$ e $N_2 = 70 \text{ N}$. Com isso podemos avaliar os valores das forças de atrito entre as duas interfaces de contacto.

Para as forças de atrito estáticas temos que:

$$F_{at}^{1e} \leq \mu_{e1} N_1 = 0,5(30) = 15 \text{ N} \Rightarrow F_{at}^{1e} \leq 15 \text{ N}; \quad (5.22)$$

$$F_{at}^{2e} \leq \mu_{e2} N_2 = 0,2(70) = 14 \text{ N} \Rightarrow F_{at}^{2e} \leq 14 \text{ N}. \quad (5.23)$$

Para as forças de atrito cinéticas temos que:

$$F_{at}^{1c} = \mu_{c1}N_1 = 0,4(30) = 12 \text{ N}; \quad (5.24)$$

$$F_{at}^{c2} = \mu_{c2}N_2 = 0,1(70) = 7 \text{ N}. \quad (5.25)$$

Agora, podemos responder as questões formuladas:

\implies (a) Cálculo do valor de F' para que os dois blocos permaneçam em repouso. Neste caso temos que:

$$v_1 = v_2 = 0 \quad \text{e} \quad a_1 = a_2 = 0 \quad (5.26)$$

Como não há movimento, temos que utilizar a força de atrito estática e, de acordo com o diagrama de forças na direção horizontal, temos:

$$F - F_{at}^{1e} = 0 \quad (5.27)$$

$$F_{at}^{1e} - F_{at}^{2e} = 0, \quad (5.28)$$

cuja solução é

$$F = F_{at}^{2e}. \quad (5.29)$$

Utilizando a equação (5.23), encontramos que a equação (5.29) é válida para

$$F' = F_{at}^{2e})_{\text{máx}} = 14 \text{ N}.$$

Desse modo, se a força aplicada for $F \leq 14 \text{ N}$, o sistema como um todo permanece em repouso. Por outro lado, se $F > 14 \text{ N}$, o corpo de massa m_2 irá deslizar sobre o solo. Como $F_{at}^{1e} \leq 15 \text{ N}$, haverá um intervalo de valores para o módulo da força externa \vec{F} , tal que $14 < F \leq F_{\text{máx}}$ (N), para o qual os dois blocos não se deslocam relativamente um ao outro, mas juntos se deslocam em relação ao solo, e teremos $a_1 = a_2 = a$, de onde surge a questão feita no item (b), ou seja, qual deve ser o valor máximo do módulo da força F que movimenta o sistema, sem que os blocos se desloquem relativamente um ao outro.

⇒ (b) Cálculo do valor de F para que os dois blocos se movimentem juntos: valores da força externa F tal que $14 < F \leq F_{\text{máx}}$ (N).

Neste caso, de acordo com o diagrama de forças na direção horizontal, as equações de Newton para o sistema são:

$$F - F_{at}^{1e} = m_1 a \Rightarrow F - F_{at}^{1e} = 3a; \quad (5.30)$$

$$F_{at}^{1e} - F_{at}^{2c} = m_2 a \Rightarrow F_{at}^{1e} - 7 = 4a. \quad (5.31)$$

Utilizando as equações (5.30) e (5.31), encontramos a relação entre F_{at}^{1e} e F e entre a aceleração a do sistema e F :

$$F = \frac{7 F_{at}^{1e} - 21}{4} \quad (5.32)$$

$$a = \frac{F - 7}{7}. \quad (5.33)$$

Para encontrarmos o valor máximo do módulo da força F ($F_{\text{máx}}$) que movimenta o sistema, sem que os blocos se desloquem relativamente um ao outro, e o correspondente valor da aceleração do sistema ($a_{\text{máx}}$), devemos substituir F_{at}^{1e} por $F_{at}^{1e})_{\text{máx}} = 15$ N e encontramos:

$$F_{\text{máx}} = \frac{(7)(15) - 21}{4} = 21 \text{ N}$$

$$a_{\text{máx}} = \frac{21 - 7}{7} = 2 \text{ m/s}^2$$

Se $F > 21$ N, o corpo de massa m_1 irá deslizar sobre o corpo de massa m_2 e este sobre o solo. Neste caso, teremos $a_1 \neq a_2$, pois as forças de atrito que estarão atuando serão as cinéticas e, portanto, constantes, tal que $F_{at}^{1c} = 12$ N e $F_{at}^{2c} = 7$ N. Neste caso, surge a questão feita no item (c), ou seja, saber qual o valor dos módulos das acelerações dos blocos (a_1 e a_2) se o módulo da força externa for $F = 24$ N, a qual é maior que 21 N.

⇒ (c) Cálculo das acelerações dos corpos para o valor da força externa $F = 24 \text{ N}$: os dois blocos se movimentam com acelerações diferentes já que $F = 24 > F_{\text{máx}} = 21 \text{ N}$.

Neste caso, de acordo com o diagrama de forças na direção horizontal, as equações de Newton para o sistema são:

$$\begin{aligned} F - F_{at}^{1c} &= m_1 a_1 \Rightarrow F - 12 = 3a_1 \\ \Rightarrow a_1 &= \frac{F - 12}{3} \end{aligned} \quad (5.34)$$

$$F_{at}^{1c} - F_{at}^{2c} = m_2 a_2 \Rightarrow a_2 = \frac{F_{at}^{1c} - F_{at}^{2c}}{4} \quad (5.35)$$

Substituindo os valores de $F_{at}^{1c} = 12 \text{ N}$ e $F_{at}^{2c} = 7 \text{ N}$ na equação (5.35), encontramos a aceleração da massa m_2 :

$$a_2 = 1,25 \text{ m/s}^2$$

Substituindo o valor de $F = 24 \text{ N}$ na equação (5.34), encontramos a aceleração da massa m_1 :

$$a_1 = 4,0 \text{ m/s}^2$$

Podemos perceber que se a força F externa aplicada for tal que $F > F_{\text{máx}} = 21 \text{ N}$, então a aceleração do corpo de massa m_2 independe do módulo desta força e permanecerá com módulo constante (neste caso de $1,25 \text{ m/s}^2$), enquanto que a aceleração do bloco de massa m_1 , no qual a força externa é aplicada, depende do valor do módulo desta força F .

Os resultados obtidos nos itens (a), (b) e (c) podem ser sintetizados através da construção dos gráficos das forças de atrito F_{at} (em Newtons) e das acelerações a (em m/s^2) dos dois corpos, em função da força externa aplicada F (N). As Figuras 5.6 e 5.7 mostram estes gráficos.

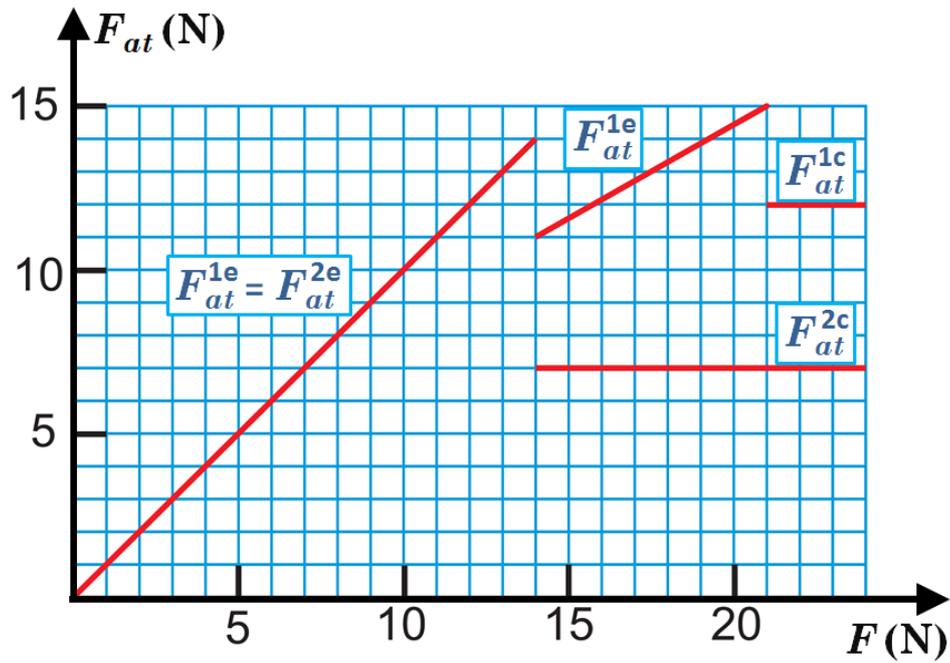


Figura 5.6: Gráfico das forças de atrito F_{at}^1 e F_{at}^2 das massas m_1 e m_2 do sistema de massas da figura 5.5 em função da força F externa aplicada na massa m_1 .

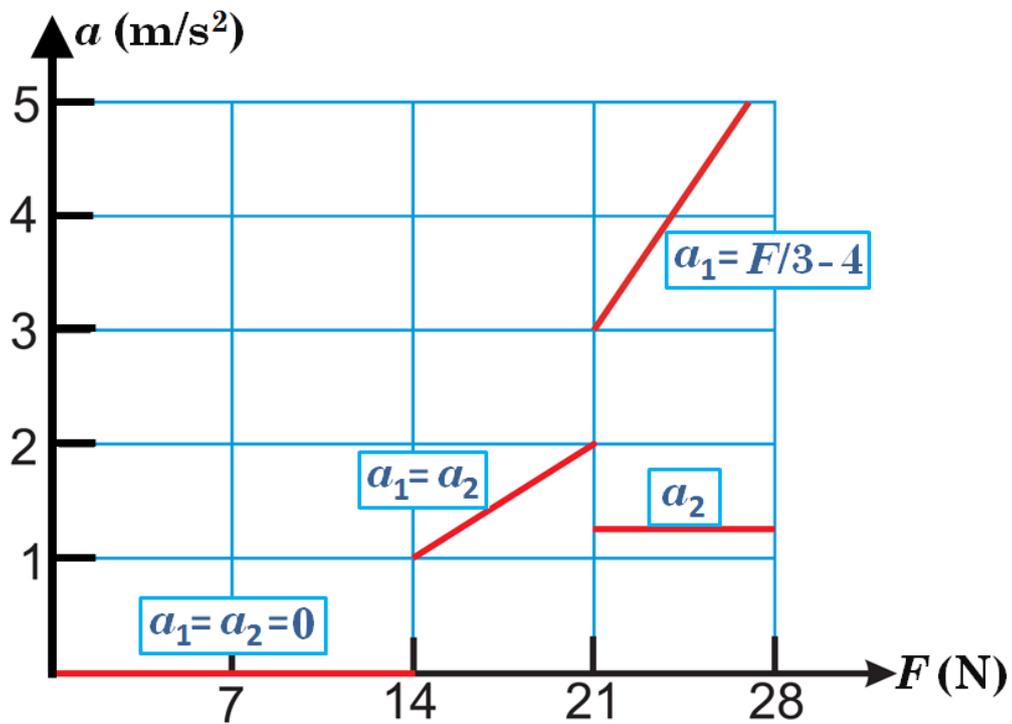


Figura 5.7: Gráfico das acelerações a_1 e a_2 das massas m_1 e m_2 do sistema de massas da figura 5.5 em função da força F externa aplicada na massa m_1 .

5.3 Exercício 117

Considere o espalhamento elástico entre uma partícula alfa de massa $m_1 = 4m$ por um neutron em repouso, de massa $m_2 = m$ como mostra a Figura 5.8.

- Qual é o ângulo máximo θ_1 de espalhamento?
- Neste ângulo, que fração da energia cinética incidente vai para o neutron?
- Qual é o ângulo θ_2 entre as direções de recuo e de incidência?

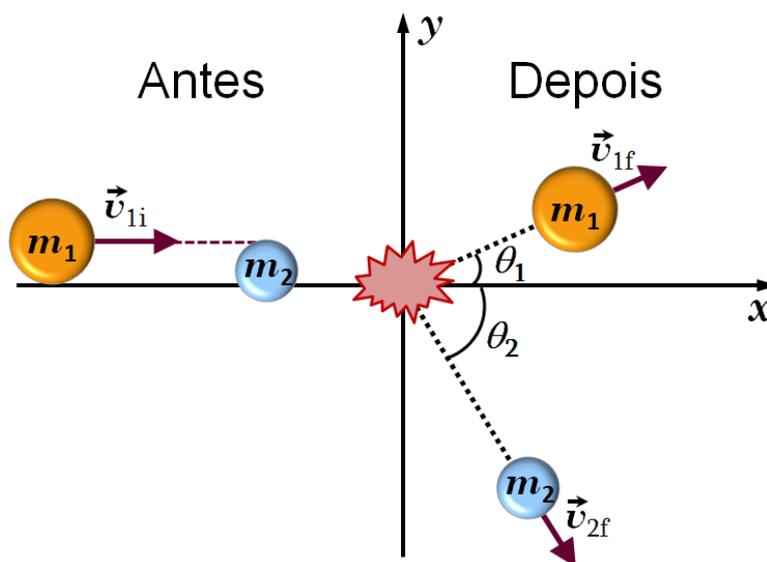


Figura 5.8: Espalhamento bidimensional: alfa-neutron.

\Rightarrow (a) Como o espalhamento é elástico, devemos ter:

- Conservação do momento total do sistema: $\vec{P}_i = \vec{P}_f$
- Conservação da energia cinética do sistema: $E_c^i = E_c^f$

1. $\vec{P}_i = \vec{P}_f$

Seja \vec{p}_{1i} o momento da partícula incidente de massa m_1 . Então, o momento total do sistema na configuração inicial é

$$\vec{P}_i = \vec{p}_{1i} = m_1 \vec{v}_{1i}.$$

Sejam \vec{p}_{1f} e \vec{p}_{2f} os momentos finais das duas partículas. Assim, o momento total do sistema na configuração final é

$$\vec{P}_f = \vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f}.$$

Como o momento total do sistema se conserva temos:

$$\vec{p}_{1i} = \vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f} \Rightarrow \boxed{\vec{p}_{2f} = \vec{p}_{1i} - \vec{p}_{1f}} \quad (5.36)$$

2. $E_c^i = E_c^f$

Igualando a energia cinética total antes da colisão com a energia cinética total depois da colisão, temos:

$$\frac{p_{1i}^2}{2m_1} = \frac{p_{1f}^2}{2m_1} + \frac{p_{2f}^2}{2m_2} \Rightarrow \boxed{\frac{p_{2f}^2}{m_2} = \frac{1}{m_1} (p_{1i}^2 - p_{1f}^2)} \quad (5.37)$$

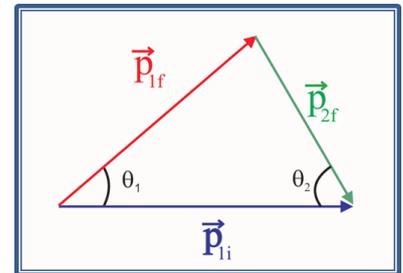
Elevando a expressão (5.36) ao quadrado obtemos:

$$\vec{p}_{2f} \cdot \vec{p}_{2f} = (\vec{p}_{1i} - \vec{p}_{1f}) \cdot (\vec{p}_{1i} - \vec{p}_{1f})$$

Esta expressão ainda pode ser desenvolvida como:

$$p_{2f}^2 = p_{1i}^2 + p_{1f}^2 - 2\vec{p}_{1i} \cdot \vec{p}_{1f} \quad (5.38)$$

Por causa da conservação do momento, os vetores \vec{p}_{1i} , \vec{p}_{1f} e \vec{p}_{2f} estão dispostos como no triângulo representado na figura ao lado. O produto escalar do terceiro termo do lado direito da equação (5.38) pode ser escrito como



$$2\vec{p}_{1i} \cdot \vec{p}_{1f} = 2 p_{1i} p_{1f} \cos \theta_1.$$

Desta forma, a expressão (5.38) pode ser reescrita como:

$$p_{2f}^2 = p_{1i}^2 + p_{1f}^2 - 2 p_{1i} p_{1f} \cos \theta_1 \quad (5.39)$$

Substituindo a expressão (5.39) em (5.37) obtemos:

$$p_{1i}^2 + p_{1f}^2 - 2 p_{1i} p_{1f} \cos \theta_1 = \lambda p_{1i}^2 - \lambda p_{1f}^2 \quad (5.40)$$

onde introduzimos o parâmetro adimensional

$$\lambda = \frac{m_2}{m_1}.$$

Os termos da expressão (5.40) podem ser reagrupados e obtemos a equação do segundo grau:

$$(1 + \lambda) p_{1f}^2 - 2 p_{1i} \cos \theta_1 p_{1f} + (1 - \lambda) p_{1i}^2 = 0 \quad (5.41)$$

Para que esta equação do segundo grau tenha solução devemos ter que:

$$\Delta = 4 p_{1i}^2 \cos^2 \theta_1 - 4 (1 + \lambda)(1 - \lambda) p_{1i}^2 \geq 0 \quad (5.42)$$

ou ainda,

$$4 p_{1i}^2 \left[\cos^2 \theta_1 - (1 - \lambda^2) \right] \geq 0 \Rightarrow \cos^2 \theta_1 \geq (1 - \lambda^2) \quad (5.43)$$

Substituindo os valores das massas das partículas obtemos

$$\lambda = \frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{4}$$

e encontramos o valor limite para o ângulo de espalhamento da partícula α :

$$\cos^2 \theta_1 \geq \left[1 - \left(\frac{1}{4} \right)^2 \right] \Rightarrow \cos^2 \theta_1 \geq \frac{15}{16}$$

$$\boxed{\Rightarrow \theta_1 \leq 14,5^\circ}$$

\Rightarrow (b)

- Energia cinética inicial da partícula α : $E_c^\alpha = \frac{p_{1i}^2}{4m}$
- Energia cinética do neutron de recuo: $E_c^n = \frac{p_{2f}^2}{m}$

Assim, para obtermos que fração da energia cinética incidente vai para o neutron, devemos escrever o momento linear final do neutron (p_{2f}) em função do momento linear inicial da partícula α (p_{1i}). Temos então que, para $\theta_1 = 14,5^\circ$, a solução da equação (5.41) é:

$$p_{1f} = \frac{4}{5} p_{1i} \sqrt{\frac{15}{16}} \quad (5.44)$$

Substituindo este resultado na equação (5.37), encontramos p_{2f} em função de p_{1i} :

$$p_{2f}^2 = \frac{m_2}{m_1} \left[p_{1i}^2 - \frac{15}{25} p_{1i}^2 \right] \implies p_{2f}^2 = \frac{1}{10} p_{1i}^2 \quad (5.45)$$

Desse modo:

$$\boxed{\frac{E_c^n}{E_c^\alpha} = \frac{4 p_{2f}^2}{p_{1i}^2} = \frac{4}{10} = 0,40}$$

Portanto, 40% da energia incidente vai para o neutron de recuo.

\implies (c) Para obter o ângulo θ_2 , que é o ângulo entre a direção de recuo e a de incidência, é melhor escrever as equações de conservação do momento linear projetadas em suas componentes nas direções x e y :

$$\text{direção } x: \quad p_{1f} \cos \theta_1 + p_{2f} \cos \theta_2 = p_{1i} \quad (5.46)$$

$$\text{direção } y: \quad p_{1f} \sin \theta_1 - p_{2f} \sin \theta_2 = 0 \quad (5.47)$$

Da equação (5.47) temos que

$$\sin \theta_2 = \frac{p_{1f}}{p_{2f}} \sin \theta_1 \quad (5.48)$$

Substituindo os resultados obtidos da relação entre p_{1f} e p_{2f} com p_{1i} , equações (5.44) e (5.45), na equação (5.48), e fazendo $\theta_1 = 14,5^\circ$, temos

$$\boxed{\sin \theta_2 = \frac{\sqrt{150}}{20} \approx 0,61 \implies \theta_2 = 37,5^\circ}$$

Capítulo 6

Respostas

6.1 Grandezas físicas e análise dimensional

1. Bate $\approx 2 \times 10^9$ vezes.
2. $3,84 \times 10^5$ km.
3. Não, pois levaria cerca de 95 anos para contar o dinheiro, ou seja, teria 113 anos no final da contagem.
4. $\frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$.
5. $[A] = \text{m}^3 \text{s}^{-3}$ e $[B] = \text{m}^3 \text{s}$.
6. $p = -1$ e $q = 2$.
7. $v = 8,35 \times 10^{-4}$ m/s.
8. $R_{A\ell} = 2,86 \times 10^{-2}$ m.
9. 20 bilhões de litros.
10. $M_{\text{Terra}} = 5,95 \times 10^{24}$ kg.

6.2 Cálculo diferencial e integral

11. (a) $21x^2 + 3$; (b) $\cos(x) - x \sin(x)$; (c) $1 - \sin(t)$;
(d) $63z^6 + 6$; (e) $\sec(y)[1 + y \operatorname{tg}(y)]$; (f) $e^{-t}(1 - t)$.
12. (a) 1; (b) $\frac{x^8}{8} + 7\frac{x^2}{2} + 4x + x_0$; (c) $\approx 39,3$;
(d) $\sin(y) + \frac{y^2}{2} + y_0$; (e) 0; (f) $\approx 5,3$; (g) $\approx 21,7$.

6.3 Movimento em uma dimensão

13. (a) $\Delta x = x_f - x_0 = 5\Delta t^2 + 10t_0\Delta t$, onde $\Delta t = t_f - t_0$;
 (b) $v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = 5\Delta t + 10t_0$;
 (c)

Δt (s)	Δx (m)	$\frac{\Delta x}{\Delta t}$ (m/s)
1,00	25,00	25,00
0,50	11,25	22,50
0,20	4,20	21,00
0,10	2,05	20,50
0,05	1,01	20,25
0,01	0,20	20,05
0,005	0,100	20,025
0,001	0,020	20,005
0,0001	0,0020	20,0005

(d) $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right) = 10t_0$, que para $t_0 = 2 \text{ s} \Rightarrow 20 \text{ m/s}$;

(e) $x(t) = 5t^2$, então $v(t) = \frac{dx}{dt} = 10t \rightarrow v(2) = 20 \text{ m/s}$.

14. (a) $a_m = 8 \text{ m/s}^2$;
 (b) $a(t) = a_m = 8 \text{ m/s}^2$;
 (c) $x(t) = 4t^2 - 7t + x_0$; $\Delta x_{2 \rightarrow 6} = 100 \text{ m}$ e $v_m = 25 \text{ m/s}$;
 (d) $D = 8,125 \text{ m}$.

15. (a) $0,0 \leq t \leq 0,5 \text{ min} \Rightarrow v(t) = 0,2 \text{ (km/min)}$
 $0,5 \leq t \leq 1,5 \text{ min} \Rightarrow v(t) = 0,2t + 0,1 \text{ (km/min)}$
 $1,5 \leq t \leq 2,5 \text{ min} \Rightarrow v(t) = -0,8t + 1,6 \text{ (km/min)}$
 $2,5 \leq t \leq 3,0 \text{ min} \Rightarrow v(t) = -0,4 \text{ (km/min)}$;
 (b) $D = 800 \text{ m}$;
 (c) $L = 500 \text{ m}$.

16. (a) Façam graficamente!

Analiticamente: os carros A e B, para intervalos de tempo iguais, apresentam valores iguais de Δv , ou seja,

$$\Delta v_{A_{0 \rightarrow 20}} = \Delta v_{A_{20 \rightarrow 40}} = \dots = \Delta v_{A_{80 \rightarrow 100}} = 16 \text{ m/s}$$

$$\Delta v_{B_{0 \rightarrow 20}} = \Delta v_{B_{20 \rightarrow 40}} = \dots = \Delta v_{B_{80 \rightarrow 100}} = -9 \text{ m/s}.$$

Assim, suas acelerações são constantes, ou seja,

$$a_A(t) = a_m = \frac{\Delta v_A}{\Delta t} = \frac{4}{5} \text{ m/s}^2$$

$$a_B(t) = a_m = \frac{\Delta v_B}{\Delta t} = -\frac{9}{20} \text{ m/s}^2.$$

Sabendo que $v_A(0) = v_B(0) = 0$ e assumindo o eixo das posições com origem no início da pista, de onde parte o carro A, então as posições iniciais dos carros A e B serão, respectivamente, no instante $t = 0$, $x_A(0) = 0$ e $x_B(0) = 1000 \text{ m}$ e, pelo processo de integração, encontramos:

Carro A	Carro B
$a_A(t) = (4/5) \text{ (m/s}^2\text{)}$	$a_B(t) = -(9/20) \text{ (m/s}^2\text{)}$
$v_A(t) = (4/5)t \text{ (m/s)}$	$v_B(t) = -(9/20)t \text{ (m/s)}$
$x_A(t) = (4/10)t^2 \text{ (m)}$	$x_B(t) = -(9/40)t^2 + 1000 \text{ (m)}$

(b) $x_A = 640 \text{ m}.$

$$17. \text{ (a) } \begin{cases} 0 \leq t \leq 8 \text{ s} \Rightarrow \begin{cases} a(t) = \frac{3}{2} \text{ (m/s}^2\text{)} \\ x(t) = \frac{3}{4}t^2 \text{ (m)} \end{cases} \\ 8 \leq t \leq 12 \text{ s} \Rightarrow \begin{cases} a(t) = -6 \text{ (m/s}^2\text{)} \\ x(t) = -3t^2 + 60t - 240 \text{ (m)} \end{cases} \\ 12 \leq t \leq 16 \text{ s} \Rightarrow \begin{cases} a(t) = 0 \text{ (m/s}^2\text{)} \\ x(t) = -12t + 192 \text{ (m)}; \end{cases} \end{cases}$$

(b) $D = 72 \text{ m}$ e $x(12) = 48 \text{ m};$

(c) $x(16) = 0$. Após 16 segundos de movimento, a partícula está novamente na origem (posição inicial).

18. (a) $\Delta y = 20 \text{ m}$ e $y(0) = 0$ (origem no alto do prédio);

(b) $\Delta y_{2 \rightarrow 4} = 60 \text{ m} .$

19. (a) $v_y(t) = -10t + 20 \text{ m/s};$

(b) Gráfico;

(c) $\Delta y_{0 \rightarrow 2} = 20 \text{ m}$ e $\Delta y_{0 \rightarrow 6} = -60 \text{ m};$

(d) $D = 100 \text{ m};$

- (e) $H = 80$ m.
20. (a) $H = 16,2$ m;
 (b) A colisão ocorre no solo, ou seja, em $y = 0$;
 (c) No instante em que a bola, que saiu do chão, retorna ao chão, ela colide com a bola que caiu do topo do edifício.
21. (a) 3 segundos;
 (b) 45 metros;
 (c) $t = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{2} = 4,7$ s ou 1,3 s;
 (d) 6 segundos;
 (e) 90 metros.
22. (a) Façam graficamente!
 Analiticamente: utilizando a unidade de comprimento em km e de tempo em minutos, as posições da tartaruga e da lebre, em função do tempo são :
- Tartaruga: $x_t(t) = (6,0 \times 10^{-2}) t$
- Lebre: $0 \leq t \leq 5$ min $\Rightarrow x_\ell(t) = 0,24 t$
 $5 \leq t \leq 140$ min $\Rightarrow x_\ell(t) = 1,2$
 $t \geq 140$ min $\Rightarrow x_\ell(t) = 0,24 t - 32,4$
- A tartaruga alcança a linha de chegada, após deslocar-se 10 km, em $t = 166,7$ min. Para este tempo, a posição da lebre é $x_\ell = 7,6$ km. Portanto, a tartaruga vence a corrida.
- (b) $t = 20$ min;
 (c) A lebre está $\approx 2,4$ km atrás da tartaruga, depois de 10 km de pista.
 (d) Se a lebre tirar uma soneca de 125 minutos ela chega junto com a tartaruga. Portanto, o tempo máximo da soneca deve ser um pouco menor que 125 minutos.
23. Adotando o eixo y com sentido para cima:
- (a) $t = 1,05$ s;
 (b) $v = -10,5$ m/s;
 (c) $h \approx 10$ m;
 (d) $v_m \approx -7,7$ m/s;

(e) $v \approx 2,3 \text{ m/s}$

24. (a) No mesmo sentido do movimento;

(b) $v(t) = 2t + 0,1t^2 + 20 \text{ (m/s)}$;

(c) $v(10) = 50 \text{ m/s}$;

(d) $a_m = 3 \text{ m/s}^2$;

(e) $x(t) = -60 + 20t + t^2 + \frac{1}{30}t^3 \text{ (m)}$;

(f) $\Delta x_{0 \rightarrow 5} = 129,2 \text{ m}$;

(g) $v_m = 33,3 \text{ m/s}$.

25. (a) Raízes: $t = 0 \text{ s}$ e $t = 4 \text{ s}$ (velocidade nula)

Máximo: $t = 2 \text{ s}$ (velocidade máxima \Rightarrow aceleração nula);

(b) $\Delta x_{0 \rightarrow 2} = 16/3 = 5,3 \text{ m}$;

(c) $\Delta x_{0 \rightarrow 4} = 32/3 = 10,7 \text{ m}$, $\Delta x_{4 \rightarrow 6} = -32/3 = -10,7 \text{ m}$ e $\Delta x_{0 \rightarrow 6} = 0$

(d) $t = 6 \text{ s}$.

26. (a) $v_{\text{mín}} = 4,8 \text{ m/s}$

Trem	Passageiro
$a_T(t) = 0,40 \text{ (m/s}^2\text{)}$	$a_P(t) = 0 \text{ (m/s}^2\text{)}$
$v_T(t) = 0,40t \text{ (m/s)}$	$v_P(t) = v_0 \text{ (m/s)}$
$x_T(t) = 0,20t^2 \text{ (m)}$	$x_P(t) = v_0(t - 6) \text{ (m)}$

(b) Façam o gráfico!

27. (a) $[\alpha] = \text{L T}^{-2} = \text{m s}^{-2}$ e $[\beta] = \text{L T}^{-3} = \text{m s}^{-3}$;

(b) $t = 2 \text{ s}$;

(c) $\Delta x_{0 \rightarrow 3} = 0$ e $D = 8 \text{ m}$;

(d) e (e)

Velocidade (m/s)	Aceleração (m/s ²)
$v(1) = 3$	$a(1) = 0$
$v(2) = 0$	$a(2) = -6$
$v(3) = -9$	$a(3) = -12$
$v(4) = -24$	$a(4) = -18$

6.4 Movimento em duas e três dimensões

28. Aprendendo a trabalhar com vetores: Façam!
29. Aprendendo a trabalhar com vetores: Façam!
30. (a) $d = 2\sqrt{5}$ m;
(b) $\theta = 45^\circ$.
31. (a) $\Delta\vec{r} = 10(1 + \sqrt{2})(\hat{i} + \hat{j})$ (m);
(b) $\vec{v}_1 = 2\hat{i}$; $\vec{v}_2 = 2\sqrt{2}(\hat{i} + \hat{j})$; $\vec{v}_3 = 2\hat{j}$ (m/s);
(c) $\vec{v}_m = \frac{2}{3}(1 + \sqrt{2})(\hat{i} + \hat{j})$ (m/s);
(d) $d = 40$ m; $|\Delta\vec{r}| = 10(2 + \sqrt{2}) = 34,1$ m.
32. (a) $\vec{v}_{AB} = 2\hat{i}$ (m/s);
(b) $\vec{r}_{AB} = 2t\hat{i} + 2\hat{j}$ (m);
(c) $t = 2$ s;
(d) $\vec{v}_{BC} = \sqrt{2}(\hat{i} - \hat{j})$ (m/s);
(e) $\vec{r}_{BC} = \sqrt{2}[(2\sqrt{2} - 2 + t)\hat{i} + (\sqrt{2} + 2 - t)\hat{j}]$ (m);
(f) $t = \sqrt{2} + 2 = 3,41$ s;
(g) $|\Delta\vec{r}_{\text{total}}| = 2\sqrt{10} = 6,33$ m;
(h) $D = 6$ m.
33. (a) $\vec{r}(1) = -\hat{i}$ (m);
(b) $v_x(t) = 6t(t - 1)$ (m/s) e $v_y(t) = 2(t - 1)$ (m/s);
(c) $\vec{v}(0) = -2\hat{j}$ (m/s) e $\vec{v}(1) = 0$ (m/s);
(d) $t = 1$ s;
(e) $a_x(t) = 6(2t - 1)$ (m/s²) e $a_y(t) = 2$ (m/s²);
(f) $t = 0,5$ s.
34. (a) $\Delta\vec{r} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$ (m);
(b) Desenho: façam
(c) $\vec{v}_m = \frac{1}{5}(3\hat{i} + 4\hat{j})$ (m/s) e $|\vec{v}_m| = 1$ (m/s);
(d) $\vec{r}(10) = -6\hat{i} - 7\hat{j}$ (m).
35. (a) $\vec{a}(t) = (12t^2 + 4)\hat{j}$ (m/s²) e $\vec{r}(t) = 2t\hat{i} + (t^4 + 2t^2 + 2)\hat{j}$ (m/s);
(b) $y(x) = \frac{1}{16}(x^4 + 8x^2 + 32)$ (m).
36. $\theta = 60^\circ$ e $\vec{r} = 30(\sqrt{3}\hat{i} + \hat{j})$ (m).

6.4.1 Lançamento de projéteis

37. $d = 6\sqrt{3} \text{ m}$; $\vec{v} = 3\hat{i} - 20\sqrt{3}\hat{j} \text{ (m/s)}$.
38. (a) $v_0 = 12,2 \text{ m/s}$;
(b) $h = 3,4 \text{ m}$.
39. (a) $\vec{v} = 10\sqrt{3}\hat{i} \text{ (m/s)}$;
(b) $h = 45 \text{ m}$;
(c) $d = 30\sqrt{3} \text{ m}$;
(d) $\vec{v} = 10\sqrt{3}\hat{i} - 30\hat{j} \text{ (m/s)}$.
40. $x = 102,5 \text{ m}$.
41. **Atinge o solo a 17,8 m da parede; $H = 7,0 \text{ m}$ e $v_{\text{solo}} = 15,5 \text{ m/s}$.**
42. (a) $\vec{v} = 40\hat{i} + 30\hat{j} \text{ (m/s)}$;
(b) $\vec{v} = 40\hat{i} - 45\hat{j} \text{ (m/s)}$
43. (a) $\theta = 67,7^\circ$ ou $\theta = 29,1^\circ$;
(b) $v_x = 33,6 \text{ m/s}$ ($= 121 \text{ km/h}$) se $\theta = 67,7^\circ$;
 $v_x = 4,1 \text{ m/s}$ ($= 15 \text{ km/h}$) se $\theta = 29,1^\circ$.

6.4.2 Movimento circular

44. (d) $T = 1 \text{ s}$.
45. (a) $R = 22,3 \text{ m}$;
(b) $T = 15,2 \text{ s}$.
46. (a) $v = 18,7 \text{ m/s}$;
(b) **35,7 rpm**.
47. $a = 2,6 \text{ cm/s}^2$.
48. $a = 2\sqrt{2} \text{ m/s}^2$ e $\theta = 45^\circ$.
49. (a) **0,943 m**;
(b) $v = 18,85 \text{ m/s}$ e $a = 2,37 \times 10^3 \text{ m/s}^2$.
50. (a) $\omega(t) = 120t \text{ (rad/s)}$;
(b) $\theta(t) = \frac{\pi}{2} + 60t^2 \text{ (rad)}$;
(c) $a_T = 180 \text{ m/s}^2$ e $a_{cp} = (21,6 \times 10^3)t^2 \text{ (m/s}^2\text{)}$.

51. $\omega = 54\pi$ (rad/s) e $v = 34$ m/s.
52. (a) $\vec{a}(t) = (6t + 4) \hat{e}_\theta - \left[\frac{(3t^2 + 4t)^2}{R} \right] \hat{e}_r$ (m/s²);
 (b) $R = 25$ m;
 (c) $\Delta t = 4$ minutos e $\alpha_0 = 6,5 \times 10^{-3}$ rad/s².
53. (a) $\theta(t) = \frac{a}{20} t^5 + \frac{b}{12} t^4 + \theta_0$ (rad) e
 $\omega(t) = \frac{a}{4} t^4 + \frac{b}{3} t^3$ (rad/s);
 (b) $\vec{v}(t) = R t^3 \left(\frac{a}{4} t + \frac{b}{3} \right) \hat{e}_\theta$ (m/s);
 (c) $\vec{a}_{cp}(t) = -R t^6 \left(\frac{a}{4} t + \frac{b}{3} \right)^2 \hat{e}_r$ (m/s²) e
 $\vec{a}_T(t) = R t^2 (a t + b) \hat{e}_\theta$ (m/s²).

6.5 Aplicações das Leis de Newton

6.5.1 Sem incluir atrito

54. $\vec{a}_M = \vec{a}_m = \frac{\vec{F}}{m + M}$ e $\vec{T} = \frac{M}{m + M} \vec{F}$
 Se $m \ll M \implies \vec{T} = \vec{F} = M \vec{a}$.
55. $N_1 = 5\sqrt{3}$ N e $N_2 = 5$ N
56. (c) Só a força de contacto entre m e M .
57. (a) $T_a = 60$ N e $T_c = 80$ N;
 (b) $M = 8$ kg;
 (c) $M = 2$ kg.
58. (d) $F = 5,2$ N e $T = 10$ N.
59. $T = \frac{mg}{\cos \theta}$ e $v = \sqrt{g R \operatorname{tg} \theta}$.
60. (a) $a = g \sin \theta$ (m/s²);
 (b) $v = \sqrt{2gh}$ (m/s);
 (c) $R = 2h \sin \theta \cos \theta \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{H}{h \sin^2 \theta}} \right]$ (m);

$$(d) t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \left\{ \frac{1}{\sin \theta} + \sin \theta \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{H}{h \sin^2 \theta}} \right] \right\} \text{ (s);}$$

(e) Assumindo os valores dados temos:

(a) $a = 5 \text{ m/s}^2$;

(b) $v = \sqrt{10} = 3,16 \text{ m/s}$;

(c) $R = \frac{1}{4} [\sqrt{51} - \sqrt{3}] = 1,35 \text{ m}$;

(d) $t = \frac{\sqrt{10}}{20} [3 + \sqrt{17}] = 1,13 \text{ s}$.

61. $M_{\text{homem}} = 80 \text{ kg}$ e $a = 2 \text{ m/s}^2$.

62. (a) i. $a_m = a_M = a$;

ii. $a = \frac{M}{M + 2m} g \text{ (m/s}^2\text{)}$;

iii. $T = \frac{M m}{M + 2m} g \text{ (N)}$;

(b) i. $\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}$ e $a_M = \frac{a_1 + a_2}{2}$;

ii. $a_M = \frac{M(m_1 + m_2)}{4m_1m_2 + M(m_1 + m_2)} g \text{ (m/s}^2\text{)}$,

$$a_{m_1} = \frac{2M m_2}{4m_1m_2 + M(m_1 + m_2)} g \text{ (m/s}^2\text{)},$$

$$a_{m_2} = \frac{2M m_1}{4m_1m_2 + M(m_1 + m_2)} g \text{ (m/s}^2\text{)}$$
;

iii. $T = \frac{2M m_1 m_2}{4m_1m_2 + M(m_1 + m_2)} g \text{ (N)}$,

(c) $a_{m_1} = \frac{3}{8} g$; $a_{m_2} = \frac{1}{8} g$; $a_M = \frac{1}{4} g$ e $T = \frac{3}{8} mg$.

63. $\theta = \arctg \left(\frac{v^2}{gR} \right) \implies \theta = 21,1^\circ$.

Se o carro entra nesta rampa com $v \neq 50 \text{ km/h}$, o motorista terá que contar com o a força de atrito para que o carro não escorregue.

$$\text{Sentido de } F_{at} : \begin{cases} v < 50 \text{ km/h} \rightarrow \text{para fora da curva inclinada.} \\ v > 50 \text{ km/h} \rightarrow \text{para dentro da curva inclinada.} \end{cases}$$

6.5.2 Incluindo atrito

64. (a) 13 N;
(b) $13\sqrt{3}$ N;
(c) 26 N, vertical para cima.
65. (a) $a_1 = 0$ e $a_2 = 0,75 \text{ m/s}^2$;
(b) $a_1 = a_2 = 0,5 \text{ m/s}^2$;
(c) $R_1 = 1,0 \text{ N}$ e $R_2 = 2,0 \text{ N}$;
(d) $F_c = 20,03 \text{ N}$ e forma um ângulo, com o eixo horizontal, de $87,1^\circ$.

66. Solução na página 67

(a) Sem atrito: $\nu_0^2 = \frac{g \operatorname{tg} \theta}{4\pi^2 r} (\text{Hz})^2$;

(b) $\nu_{\text{máx}}^2 = \nu_0^2 \left\{ \frac{1 + \frac{\mu_e}{\operatorname{tg} \theta}}{1 - \mu_e \operatorname{tg} \theta} \right\} (\text{Hz})^2$;

$$\nu_{\text{mín}}^2 = \nu_0^2 \left\{ \frac{1 - \frac{\mu_e}{\operatorname{tg} \theta}}{1 + \mu_e \operatorname{tg} \theta} \right\} (\text{Hz})^2$$

(c) $\nu_0 = 3,2 \text{ Hz}$; $\nu_{\text{máx}} = 5,5 \text{ Hz}$; $\nu_{\text{mín}} = 1,8 \text{ Hz}$.

67. $v = 6\sqrt{5} = 13,4 \text{ m/s} = 48,3 \text{ km/h}$. Se inclinada: $\theta = 22,4^\circ$.

68. (a) $F_{at} = 8,7 \text{ N}$ e $a = 0$;
(b) $F_{at} = 10 \text{ N}$ e $a = 2,44 \text{ m/s}^2$.

69. (a) $a_{\text{mín}} = 16,7 \text{ m/s}^2$;
(b) $F = 20 \text{ N}$;
(c) Não, pois a força de atrito é uma força de sollicitação, respondendo de acordo com a força aplicada, e o peso é sempre de 20 N. Assim, ela não muda se $a > a_{\text{mín}}$.

70. (a) $F = \frac{\mu_c m g}{\operatorname{sen} \theta - \mu_c \operatorname{cos} \theta}$;

(b) $\theta_0 = \operatorname{arctg} \mu_e$;

(c) $F \approx 85 \text{ N}$.

71. (a) $M_2 = 1,2M_1$;

(b) $T = 6 \text{ N}$;

72. $\mu_c = 0,75$.

73. (a) $D = \frac{v_0^2}{4g \sin \varphi} \text{ (m)}$;

(b) Não.

74. **Solução na página 71**

(a) $F \leq 14 \text{ N}$;

(b) $F_{\text{máx}} = 21 \text{ N}$ e $a_{\text{máx}} = 2 \text{ m/s}^2$;

(c) $a_1 = 4 \text{ m/s}^2$ e $a_2 = 1,25 \text{ m/s}^2$.

75. (a) Sem atrito: $N = \frac{Mg}{\cos \alpha} \text{ (N)}$;

Com atrito: $N = M \left(g \cos \alpha + \frac{v^2}{R} \operatorname{sen} \alpha \right) \text{ (N)}$;

(b) Para $v < v_0$: $F_{at} = M \left(g \operatorname{sen} \alpha - \frac{v^2}{R} \cos \alpha \right) \text{ (N)}$;

Para $v > v_0$: $F_{at} = M \left(\frac{v^2}{R} \cos \alpha - g \operatorname{sen} \alpha \right) \text{ (N)}$;

(c) $v_{\text{mín}}^2 = v_0^2 \left\{ \frac{1 - \frac{\mu_e}{\operatorname{tg} \alpha}}{1 + \mu_e \operatorname{tg} \alpha} \right\} \text{ (m/s)}^2$

$$v_{\text{máx}}^2 = v_0^2 \left\{ \frac{1 + \frac{\mu_e}{\operatorname{tg} \alpha}}{1 - \mu_e \operatorname{tg} \alpha} \right\} \text{ (m/s)}^2$$

6.6 Trabalho e energia cinética

76. (a) $W_e = 216 \text{ J}$;

(b) $W_g = -216 \text{ J}$;

(c) $W_T = 0$.

77. (a) $W_f = 561,0 \text{ J}$;

(b) $W_g = W_N = 0$ e $W_{at} = -561,0 \text{ J}$;

(c) $W_T = 0$.

78. (a) $F = 75 \text{ N}$ e $W_F = 450 \text{ J}$;

(b) $F = 150 \text{ N}$ e $W_F = 450 \text{ J}$.

79. (a) $W_h = 15,4 \times 10^3 \text{ J}$;
 (b) $W_g = -14,0 \times 10^3 \text{ J}$;
 (c) $v_n = 2\sqrt{10} = 6,3 \text{ m/s}$.
80. $W_{res} = -22,5 \text{ J}$.
81. **Dica: Calcule o trabalho realizado pela força de atrito.**
82. $W_F = 45 \text{ J}$ e $v = 3,0 \text{ m/s}$.
83. (a) $W_m = 0,5 \text{ J}$;
 (b) $v_{bloco} = 0,5 \text{ m/s}$;
 (c) $v_{bloco} = 0,22 \text{ m/s}$.
84. (a) $W_F = -320 \text{ J}$. Não é conservativa;
 (b) $W_F = 0$.
85. (a) $W(t) = \frac{5}{6}t^2 \text{ (J)}$;
 (b) $W_F = 57,5 \text{ J}$;
 (c) $v = 5,0 \text{ m/s}$;
 (d) $\Delta x = 37,5 \text{ m}$.
86. $v = \sqrt{5} \text{ m/s}$ e $v = \sqrt{10} \text{ m/s}$.
87. $W_F = 96 \text{ J}$.

6.7 Forças conservativas: energia potencial

88. $\mu_c = 0,8$.
89. (a) $T = mg(3 - 2 \cos \theta_0) \text{ (N)}$;
 (b) $\theta = \arccos \left[\frac{1}{4} (3 \cos \theta_0 + 1) \right]$ e $T = \frac{mg}{4} (3 + \cos \theta_0) \text{ (N)}$;
 (c) $T_{\text{máx}} = 20 \text{ N}$, $\theta = 51,3^\circ$ e $T = 11,3 \text{ N}$.
90. (a) $d_{\text{máx}} = 7,3 \text{ cm}$;
 (b) O bloco pára;
 (c) 73%.
91. (a) $W = 0$;
 (b) $v_B = \sqrt{2gR(1 - \cos \theta)}$.
92. (a) $\Delta x_1 = 2\Delta x_2$ e $v_1 = 2v_2$;

- (b) $D = 1,13 \text{ m}$.
93. (a) $h = \frac{2}{3}R = 2 \text{ m}$;
 (b) $d = 38 \text{ cm}$.
94. (a) $v = 7,4 \text{ m/s}$;
 (b) $d = 0,96 \text{ m}$;
 (c) $y = 1,86 \text{ m}$;
 (d) $D = 15,6 \text{ m}$. Não é exata porque quando o elevador pára de oscilar, a mola fica um pouco comprimida e, portanto, não é toda a energia inicial que é dissipada pelo atrito, ficando uma pequena parte armazenada na mola.
95. $h = 9 \text{ cm}$.
96. (a) $\Delta d = 47 \text{ cm}$;
 (b) $E_d = 87,3 \text{ J}$ (50%);
 (c) Ele volta a subir o plano inclinado.
97. (a) $h_1 = \frac{5}{2}R$;
 (b) $\theta = \arccos \left[\frac{2}{3} \left(\frac{h}{R} - 1 \right) \right]$;
 (c) Fica oscilando entre dois pontos, à direita e à esquerda do eixo vertical, ao redor da base do *loop*. O ângulo com o eixo vertical é $\alpha = \arccos \left(\frac{h}{R} - 1 \right)$.
98. (a) $U(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 4$;
 (b) Equilíbrio estável: $x = 1 \text{ m}$
 Equilíbrio instável: $x = 3 \text{ m}$;
 (c) O movimento se inicia em $x = 0$ e a partícula pára em $x = 3 \text{ m}$, apresentando $v_{\text{máx}} = 2\sqrt{2} \text{ m/s}$ em $x = 1 \text{ m}$;
 (d) $0 < E_T \leq 4 \text{ J}$.
99. (a) $\vec{F}(x, y) = (7 - 6xy)\hat{i} - 3x^2\hat{j}$;
 (b) $\Delta E_c = 4 \text{ J}$.
100. (a) Equilíbrio estável: $x = 4 \text{ m}$
 Equilíbrio instável: $x = 8,5 \text{ m}$
 Equilíbrio indiferente: $x \geq 11,2 \text{ m}$;
 (b) $0 \leq x \leq 8,0 \text{ m}$ e $x \geq 9,5 \text{ m}$;

- (c) $x = 12,0 \text{ m} \implies E_c = 3 \text{ J}$;
 (d) $W = 2 \text{ J}$;
 (e) $E_{\text{mín}} = 6 \text{ J}$ e $E_c = 4 \text{ J}$.

101. (a) $U(x) = \frac{1}{4} [x^4 - 2x^2 + 1] \text{ (J)}$;

(b) Gráfico de $U(x) \times x$ na Figura 6.1.

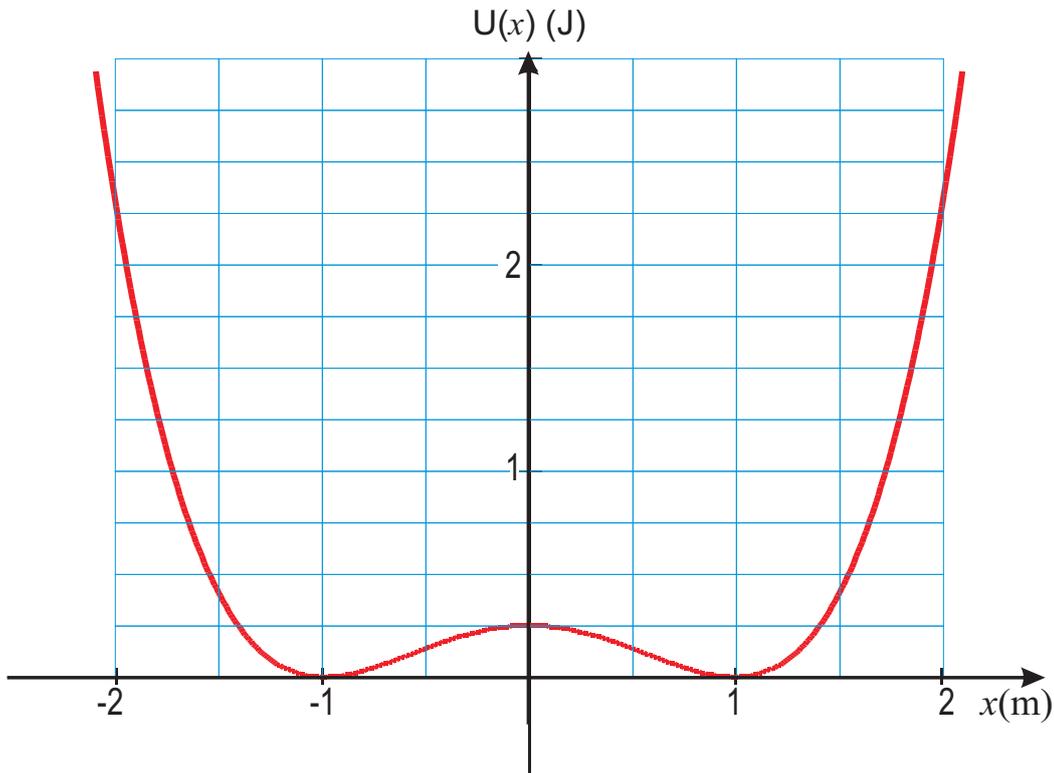


Figura 6.1: Gráfico de $U(x) \times x$.

- (c) É possível. Se $E_T = 0,15 \text{ J}$, a partícula poderá ter movimento oscilatório ou ao redor da posição $x = 1 \text{ m}$ ou ao redor da posição $x = -1 \text{ m}$. Se o movimento for ao redor de $x = -1 \text{ m}$, os pontos de retorno são $x_{\text{mín}} = -1,33 \text{ m}$ e $x_{\text{máx}} = -0,474 \text{ m}$. Se ao redor de $x = 1 \text{ m}$, os pontos de retorno são $x_{\text{mín}} = 0,474 \text{ m}$ e $x_{\text{máx}} = 1,33 \text{ m}$. Para a região com $-0,474 < x < 0,474 \text{ m}$ não é possível esta partícula ter energia total $E_T = 0,15 \text{ J}$, pois isto implicaria em uma energia cinética negativa.
- (d) $E_T = 1 \text{ J}$ e o movimento é oscilatório, com pontos de retorno em $x = \pm\sqrt{3} \text{ m}$.

102. (a) $W = 27,2 \text{ eV}$;

(b) $E_c = 13,6 \text{ eV}$;

(c) $E_\ell = -13,6 \text{ eV}$.

6.8 Sistemas de partículas: momento linear

103. (a) $\vec{R}_{CM} = \frac{16}{15} \hat{i} + \frac{20}{15} \hat{j}$ (m);
(b) $\vec{R}_{CM} = \frac{5}{6} \hat{i} + \frac{3}{6} \hat{j} + \frac{1}{6} \hat{k}$ (m);
(c) $\vec{R}_{CM} = -\frac{1}{4} \hat{i}$ (m).
104. (a) $\vec{v}_{\text{avião}} = \vec{V}_{CM} = 75,0 \hat{i} + 12,5 \hat{j}$ (m/s);
(b) $\vec{P} = (6 \times 10^5) \hat{i} + (1 \times 10^5) \hat{j}$ (kg·m/s).
105. (a) $\vec{R}_{CM}(t) = \left[\frac{1}{4} t^2 + \frac{3}{2} \right] \hat{i} - \left[\frac{3}{16} t^2 - \frac{15}{8} \right] \hat{j}$ (m);
(b) $\vec{P} = (8t) \hat{i} - (6t) \hat{j}$ (kg·m/s).
106. (a) $E_c = 64,0 \text{ J}$ e $\vec{V}_{CM} = 3,5 \hat{i}$ (m/s);
(b) $\vec{u}_1 = 1,5 \hat{i}$ (m/s) e $\vec{u}_2 = -2,5 \hat{i}$ (m/s);
(c) $E_{rel} = 15,0 \text{ J}$.
(d) $E_{CM} = 49,0 \text{ J}$.
107. (a) $\vec{v}_2 = 6,0 \hat{i} - 4,0 \hat{j}$ (m/s);
(b) $\vec{V}_{CM} = 4,0 \hat{i}$ (m/s).
108. (a) $x_2 = 120\sqrt{3}$ m;
(b) $\Delta E = +7200,0 \text{ J}$.
109. (a) $D = 4,5$ m;
(b) A energia mecânica não se conserva, pois a energia cinética inicial é nula e a energia cinética final é diferente de zero, sendo que a energia potencial não se altera. A energia cinética final é igual a 9,45 J.
110. (a) $\vec{v} = +1,88 \hat{i}$ (m/s);
(b) $\vec{v}_c = +1,50 \hat{i}$ (m/s);
(c) $\vec{v}_c = +1,13 \hat{i}$ (m/s);
111. O remador não consegue alcançar a estaca. Faltam 20 cm.
112. (a) $\vec{v} = -3 \hat{i}$ (m/s);
(b) $\Delta s = 64,34$ cm.

6.9 Sistema de partículas: colisões

113. $H = 4 \text{ m}$.

114. (a) $h = 45,0 \text{ cm}$ (b) $h_{\text{máx}} = 11,5 \text{ cm}$.

115. (a) $v_{\text{bala}} \approx 95 \text{ m/s}$.

(b) 98% da energia mecânica inicial se perde na colisão.

116. (a) $v_{1f} = 3 \text{ m/s}$ e $v_{2f} = 8 \text{ m/s}$.

(b) A energia transferida é de 32 J.

117. $v_f \approx 61 \text{ km/h}$.

118. **Solução na página 77**

(a) $\theta_1 = 14,5^\circ$;

(b) $\frac{E_c^n}{E_c^\alpha} = 0,4$; (c) $\theta_2 \approx 37,5^\circ$

119. $\vec{v}_{CM} = \frac{1}{4} [25 \hat{i} + 50 \hat{j}] \text{ (m/s)}$.

O carro foi arrastado em uma direção que faz um ângulo $\theta \approx 63,4^\circ$ com o eixo x , por uma distância de 19,53 m.

120. $v_{1f} = 5\sqrt{3} \text{ m/s}$, $v_{2f} = 5 \text{ m/s}$ e $\theta_2 = 60^\circ$.

121. (a) $W = +4 \text{ J}$.

(b) $v_{\text{bola}} = -2,4 \text{ m/s}$ e $v_{\text{bloco}} = +1,6 \text{ m/s}$.

(c) $H = 28,8 \text{ cm}$ (d) $\Delta s = 80 \text{ cm}$.

122. (a) $\vec{v}_{2f} = 4 \hat{i} - 3 \hat{j} \text{ (m/s)}$.

(b) Choque inelástico: $\Rightarrow \Delta E_c = +12 \text{ J}$.

123. (a) $\vec{v}_{\text{bloco}} = 2,68 \hat{i} \text{ (m/s)}$.

(b) $\vec{v}_{\text{bala}} = 1432 \hat{i} \text{ (m/s)}$.

6.10 Corpos rígidos: cinemática e dinâmica

124. (a) Partículas nas posições $x_1 = \pm 0,2 \text{ m} \Rightarrow v_1 = 0,4 \text{ m/s}$.
Partículas nas posições $x_2 = \pm 0,4 \text{ m} \Rightarrow v_2 = 0,8 \text{ m/s}$.

(b) Energia cinética do sistema $\Rightarrow E_c = 1,12 \text{ J}$.

(c) Momento de inércia do sistema $\Rightarrow I = 0,56 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$.

125. (a) $I_y = 2 m a^2$ e $E_c = m a^2 \omega^2$.
 (b) $I_z = 2 m (a^2 + b^2)$ e $E_c = (a^2 + b^2) m \omega^2$.
126. $I_z = \frac{1}{12} M L^2$ e $I_{z'} = \frac{1}{3} M L^2$
127. (c) **No cilindro vazado a massa M está distribuída em uma distância média maior, em relação ao eixo.**
128. (a) $\vec{\tau} = -2,4 \hat{k}$ (N·m);
 (b) $\vec{\alpha}(t) = -\frac{200}{3} \hat{k}$ rad/s²;
 (c) $\vec{\omega}(3) = -200 \hat{k}$ (rad/s) e $E_c = 720$ J;
 (d) $\Delta\vec{\theta}_{0 \rightarrow 3} = -300 \hat{k}$ (rad) e $W = \vec{\tau} \cdot \Delta\vec{\theta} = 720$ J.
129. (a) $E_c = 13,16$ J.
 (b) $\vec{\alpha} = -7,33 \hat{k}$ (rad/s²).
 (c) $\vec{\tau} = -0,036 \hat{k}$ (N·m).
 (d) $W = -13,16$ J.
130. (a) $\vec{a}_{CM}(t) = +0,2 \hat{i}$ (m/s²);
 $\vec{v}_{CM}(t) = +0,2t \hat{i}$ (m/s);
 $\vec{r}_{CM}(t) = +0,1t^2 \hat{i}$ (m).
 (b) $\vec{\alpha}(t) = +\frac{10}{3} \hat{k}$ (rad/s²);
 $\vec{\omega}(t) = +\frac{10}{3}t \hat{k}$ (rad/s);
 $\vec{\theta}(t) = +\frac{10}{6}t^2 \hat{k}$ (rad).
 (c) **O cilindro dará 6,63 voltas.**
 (d) $E_c = 2550$ J.
131. (a) $T_1 = 120,3$ N e $T_2 = 160,0$ N.
 (b) $I = 1,25$ kg·m²
132. (a) $m_2 = 8$ kg.
 (b) $\vec{\alpha} = 0,84 \hat{k}$ (rad/s²), $T_1 = 347,9$ N e $T_2 = 88,1$ N.
133. (a) $a = \frac{m_2 g}{m_1 + m_2 + M/2}$;
 $T_1 = \frac{m_1 m_2 g}{m_1 + m_2 + M/2}$ e
 $T_2 = m_2 g \left[\frac{m_1 + M/2}{m_1 + m_2 + M/2} \right]$

(b) $\tau = m_2 g R$, saindo ou entrando na página;

(c) $L = (m_1 + m_2 + M/2) v R$, na mesma direção e no mesmo sentido do torque.

134. (a) $v = \left[\frac{2(m_2 - m_1) g h}{m_1 + m_2 + M/2} \right]^{1/2} = 2,76 \text{ (m/s)}$ e

$\omega = 27,6 \text{ rad/s}$.

(b) $T_1 = 238 \text{ N}$ e $T_2 = 243 \text{ N}$.

(c) $t = 1,45 \text{ s}$.

6.11 Momento angular: conservação e aplicações

135. (a) O torque é nulo.

(b) $\vec{\ell}_o = +m v R \hat{k} = m R^2 \omega \hat{k}$

136. (a) $|\vec{L}| = 420 \text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$ e direção perpendicular ao chão.

(b) $|\vec{\omega}| = 7,14 \text{ rad/s}$ na mesma direção e sentido de L .

(c) $E_c^a = E_c^d = 1500 \text{ J}$ (\Rightarrow se conserva).

137. (a) $\delta \ell = 0,60 \text{ m}$.

(b) $\omega_f/\omega_i = 2,04$.

138. (a) $\omega_f = \left[\frac{I_1}{I_1 + I_2} \right] \omega_1$

(b) A energia cinética do sistema diminui: $E_f = \left[\frac{I_1}{I_1 + I_2} \right] E_i$.

139. (a) $\omega = \frac{2 m v}{M R}$;

(b) $\frac{E_f}{E_i} = \frac{2 m}{M}$ e a fração da energia cinética inicial perdida na colisão é $f = \left(\frac{2 m}{M} - 1 \right)$

140. $t = 2,2 \text{ s}$.

141. $\omega = \sqrt{\frac{3 g}{L}}$.

142. $v = \left[\frac{2 g h (m_2 - m_1 \sin \theta)}{m_1 + m_2 + M/2} \right]^{1/2}$

143. (a) $T = \frac{Mg}{3}$.
- (b) $a = \frac{2}{3}g$.
- (c) $v = \left[\frac{4}{3}gh \right]^{1/2}$.
144. (a) $h = R + \frac{3v^2}{4g}$. (b) $F_{at} = \frac{Mg \sin \theta}{3}$
145. (a) $t = \frac{10}{21}$ s.
- (b) $D = 2,04$ m.
146. (a) $\tau = 1,93 \times 10^{-2}$ N·m (b) $E_{rot} = 1,2$ J.
147. (a) $\theta \approx 54^\circ$.
- (b) $v = \left[\frac{10}{17}g(R+r) \right]^{1/2}$.
148. (a) $\vec{\omega}_0 = \frac{5v_0}{3R} \hat{k} = 200 \hat{k}$ (rad/s).
- (b) $\vec{v}_r = \frac{5v_0}{21} \hat{i} = \frac{5}{7} \hat{i} = 0,714 \hat{i}$ (m/s) e
- $\vec{\omega}_r = -\frac{5Rv_0}{21} \hat{k} = -\frac{1}{56} \hat{k} = -0,018 \hat{k}$ (rad/s)
- (c) $E_c^i = \frac{19}{18} m v_0^2 = \frac{133}{40} = 3,325$ J
- (d) $W_{at} = -\frac{64}{63} m v_0^2 = -\frac{16}{5} = -3,200$ J.

6.12 Corpo rígido em equilíbrio

149. (a) $T = 55,85$ N.
- (b) O vetor força na articulação é $\vec{A} = 52,48 \hat{i} + 100,90 \hat{j}$ (N).
- (c) $\alpha = \frac{3g}{4L}$.
- (d) $\omega^2 = \frac{3g\sqrt{3}}{2L}$.
150. $N_1 = 117$ N e $N_2 = 333$ N.
151. (a) As intensidades das forças são:

- Entre a parede e a tábua: $N_1 = 75 \text{ N}$;
- Entre o chão e a tábua: $N_2 = 220 \text{ N}$ e $F_{at} = 75 \text{ N}$.

(b) $r = 1,175 > 1$, ou seja, pode subir, sobre a escada, uma distância de até $D = 1,175 L = 4,7 \text{ m}$. Este resultado significa que o macaco pode subir até o topo da escada que ela não deslizará.

(c) $\mu_e^{\text{mín}} = 0,341 \Rightarrow r = \frac{1}{2} \Rightarrow$ o macaco não pode se mexer, senão a escada escorrega.

$\mu_e^{\text{máx}} = 0,481 \Rightarrow r = 1 \Rightarrow$ o macaco pode subir exatamente até o topo da escada, sem que ela escorregue.

152. (a) $T_1 = 80 \text{ N}$, $T_2 = 160 \text{ N}$ e o vetor força na articulação é $\vec{A} = 80\sqrt{3} \hat{i} = 138,6 \hat{i} \text{ (N)}$.

(b) $\vec{F}_B = -\vec{A} = -80\sqrt{3} \hat{i} = -138,6 \hat{i} \text{ (N)}$.

153. (a) $N_1 = 4,5 \text{ N}$ e

(b) $N_2 = 7,3 \text{ N}$.

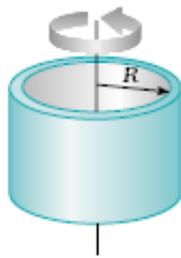
(c) $F_{at} = 3,6 \text{ N}$.

Capítulo 7

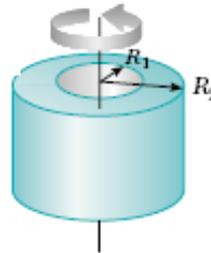
Momentos de inércia

Momentos de inércia de corpos homogêneos de várias formas

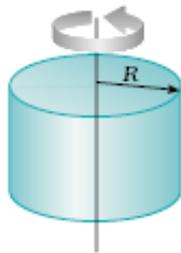
- a) Cilindro oco com paredes finas
 $I = MR^2$



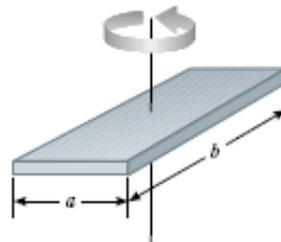
- b) Cilindro oco
 $I = \frac{M(R_1^2 + R_2^2)}{2}$



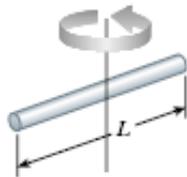
- c) Cilindro maciço
 $I = \frac{MR^2}{2}$



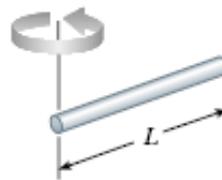
- d) Placa retangular
 $I = \frac{M(a^2 + b^2)}{12}$



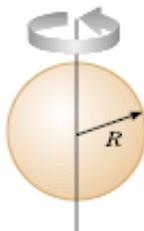
- e) Barra delgada
 $I = \frac{ML^2}{2}$



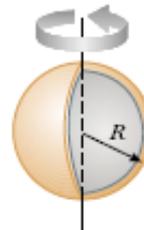
- f) Barra delgada
 $I = \frac{ML^2}{3}$



- g) Esfera maciça
 $I = \frac{2MR^2}{5}$



- h) Casca esférica
 $I = \frac{2MR^2}{3}$



Lined paper template with horizontal dashed lines for writing.