

Introdução à Previsão de Demanda

Processos Estocásticos

Prof. Dr. João Ferreira Netto

Bibliografia Principal

- Hanke, J.E & Reitsch A.G. (1998) Business Forecasting. 6th Edition, Prentice Hall, Upper Sadle River, NJ.

Por quê Prever?

- Todas as organizações operam em uma atmosfera de incerteza.
 - Apesar das incertezas, há a necessidade de tomar decisões sobre o futuro.
 - Necessidade de reação rápida face a um ambiente externo dinâmico.
 - Empregar métodos lógicos e científicos que se baseiam em dados gerados por eventos históricos.
 - Decisões com respaldo x Decisões intuitivas.
-

Exemplos

- Qual será a arrecadação de tributos federais nos próximos 2 anos?
- Como as vendas serão afetadas se o orçamento com publicidade aumentar em 10%?
- Qual será o montante total concedido nas diversas linhas de empréstimo de um banco nos próximos 10 anos?
- Haverá recessão na economia nos próximos 5 anos? Quando terá início? Por quanto tempo durará? Quão severa ela será?
- Qual o futuro do sistema bancário?

Metodologia

1. **Coleta de Dados** - refere-se à coleta apropriada dos dados necessários;
 2. **Preparação dos Dados** - etapa em que os dados serão adaptados para emprego dos modelos de previsão. Poderá haver excesso ou falta de dados, ou os dados poderão ser válidos apenas para determinados períodos, etc.;
 3. **Elaboração do Modelo** - consiste em aderir os dados coletados a um modelo de previsão visando a minimização do erro de previsão (“forecasting error”);
-

Metodologia

- 3. Elaboração do Modelo** - ... quanto mais simples o modelo, maior a facilidade de compreensão e aceitação dos resultados;
 - 4. Extrapolação dos Resultados** - consiste da previsão propriamente dita, ou seja, da obtenção, interpretação e aplicação dos resultados obtidos.
-

Origem dos Dados

“Garbage in, garbage out” (GIGO)

Uma previsão não oferece mais precisão do que os dados nos quais ela se baseia.



Origem dos Dados

1. **Fontes Primárias** – requer métodos de coleta (levantamento) dos dados brutos.

 Especificação do universo

 Dimensionamento da amostra

 Técnicas de amostragem

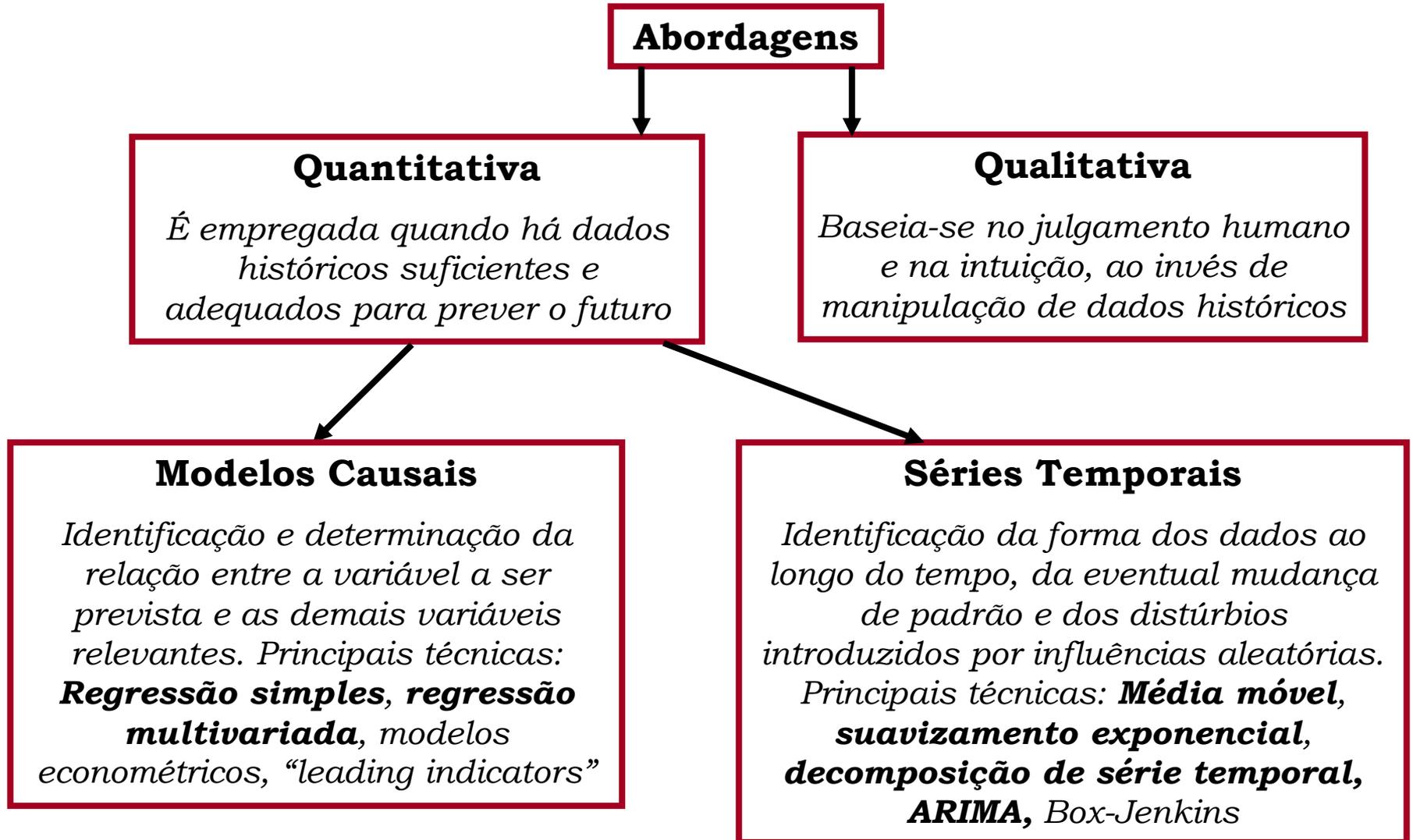
2. **Fontes Secundárias** – dados coletados já publicados e divulgados (fontes confiáveis!?).

 Internet

 Órgãos governamentais

 Associações de classe

Abordagens de Previsão



Modelos Qualitativos

Tipo	Características	Aspectos +	Aspectos -
Opinião Executivos	Um grupo de executivos reúnem-se e propõem uma previsão	Bom para decisões estratégicas ou previsão sobre novos produtos	Uma opinião poderá ser dominante
Pesquisa de Mercado	Uso de pesquisas e entrevistas para identificar a preferência dos clientes	Bom determinante da preferência dos consumidores	Poderá ser difícil elaborar um bom questionário
Método Delphi	Busca encontrar um consenso entre diversos especialistas	Excelente para previsão de longo prazo, considerando mudanças tecnológicas e avanços científicos	Processo demorado e caro

Série Temporal

- Uma série temporal consiste em dados que são coletados, registrados ou observados em sucessivos incrementos de tempo.
 - A análise de séries temporais requer a aplicação de um procedimento sistematizado.
 - Decomposição da série nas componentes: tendência, cíclica, sazonalidade e irregular.
-

Componente de Tendência

- A tendência é uma componente de longo prazo que representa o crescimento ou o decréscimo de uma série temporal sobre um período estendido de tempo.
 - Exemplo de influências: crescimento populacional, inflação, mudanças tecnológicas, aumento de produtividade.
-

Componente Cíclica

- A componente cíclica é uma flutuação ‘em forma de onda’ em torno de uma tendência, e usualmente é afetada por questões econômicas (ciclos econômicos). Padrões cíclicos tendem a se repetir a cada 2, 3 ou mais anos.
-

Componente Sazonal

- A componente sazonal se refere a um padrão de mudança que se repete a cada ano. Para uma série mensal, por exemplo, deve ser determinada a variação que é observada a cada mês.
-

Componente Irregular

- A componente irregular mede a variabilidade da série temporal depois que as outras componentes foram removidas.

Decomposição de Série Temporal

➤ Uma série temporal pode ser representadas pelas diferentes componentes, consideradas de forma aditiva ou multiplicativa.

➤ *Aditiva:*

$$Y_t = \text{tendência} + \text{sazonalidade} + \text{ruído}$$

➤ *Multiplicativa:*

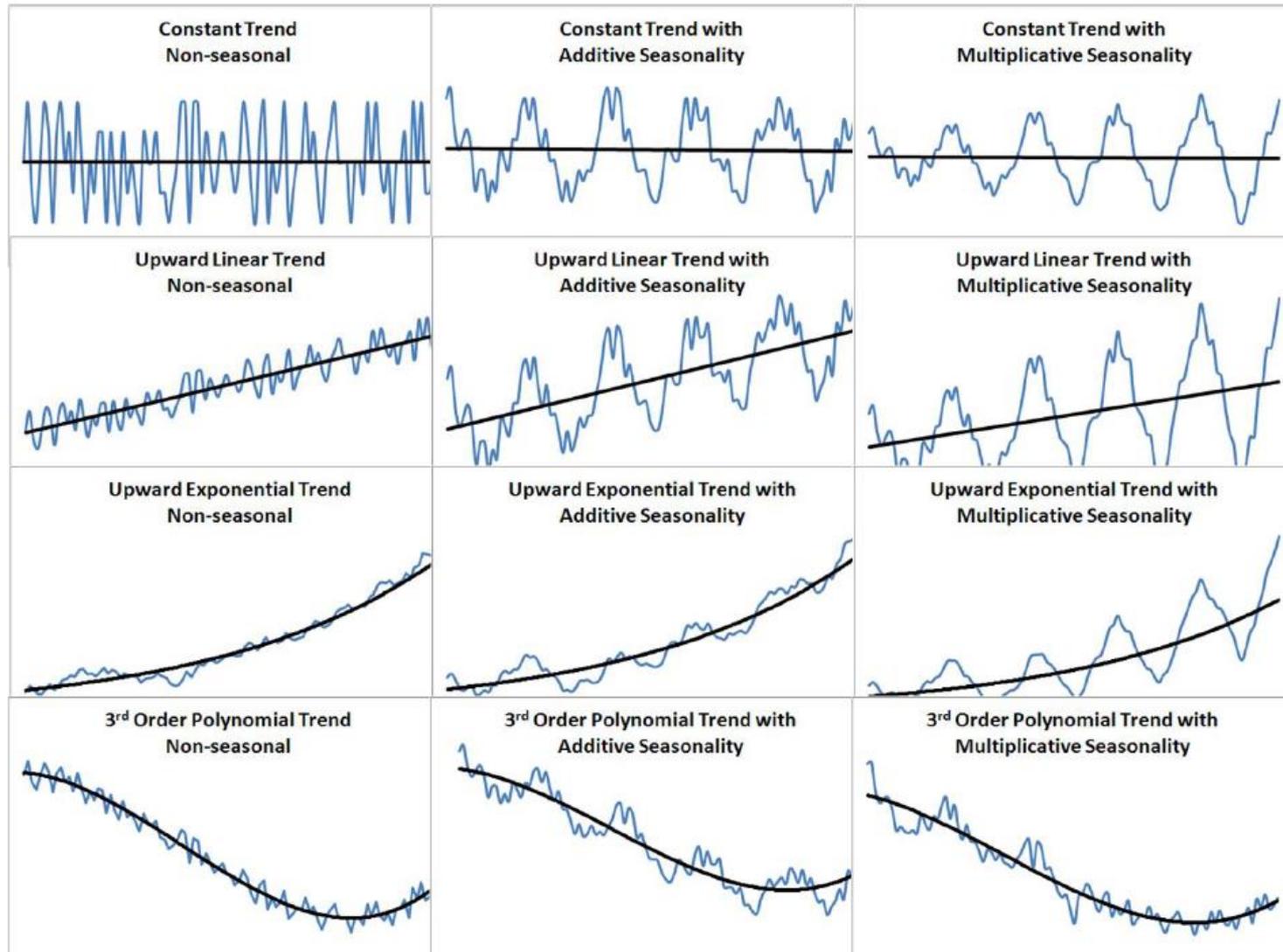
$$Y_t = \text{tendência} * \text{sazonalidade} * \text{ruído}$$

➤ OBS: i) 'Ruído' é a componente irregular; ii) a componente cíclica, usualmente de difícil identificação, pode ser incorporada na componente de tendência; iii) alguns autores representam Y_t ajustada por uma 'média'.

Decomposição de Série Temporal

- Um modelo multiplicativo é indicado nos casos em que as flutuações sazonais aumentam ou diminuem proporcionalmente com o aumento ou decréscimo do nível da série temporal.
-

Decomposição de Série Temporal

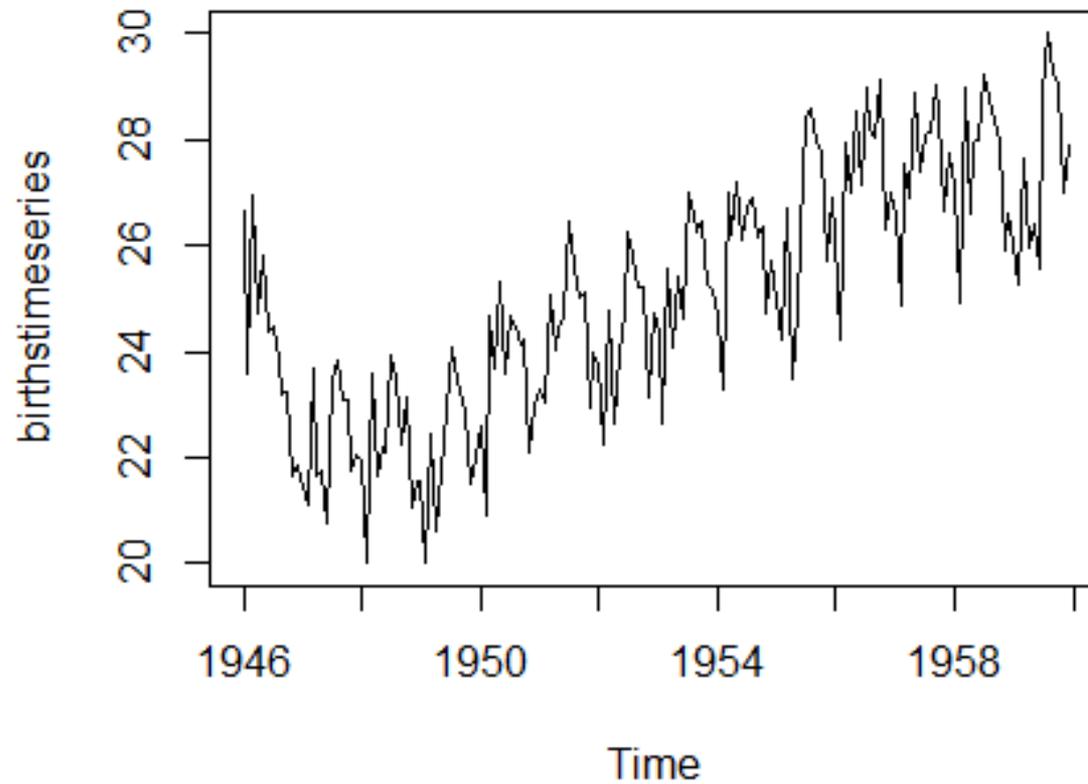


Exemplo

- Considere o registro do número de nascimentos em Nova York, entre 1946 e 1959, mês a mês.

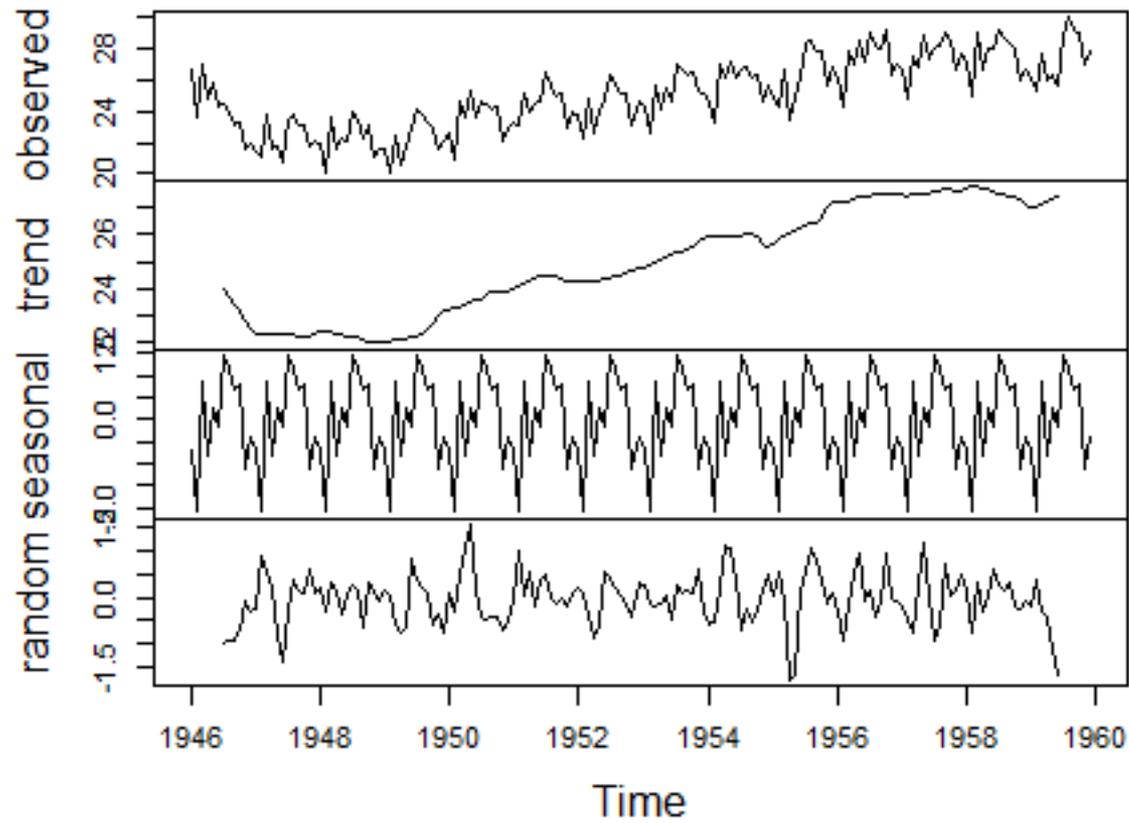
	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
1946	26.663	23.598	26.931	24.740	25.806	24.364	24.477	23.901	23.175	23.227	21.672	21.870
1947	21.439	21.089	23.709	21.669	21.752	20.761	23.479	23.824	23.105	23.110	21.759	22.073
1948	21.937	20.035	23.590	21.672	22.222	22.123	23.950	23.504	22.238	23.142	21.059	21.573
1949	21.548	20.000	22.424	20.615	21.761	22.874	24.104	23.748	23.262	22.907	21.519	22.025
1950	22.604	20.894	24.677	23.673	25.320	23.583	24.671	24.454	24.122	24.252	22.084	22.991
1951	23.287	23.049	25.076	24.037	24.430	24.667	26.451	25.618	25.014	25.110	22.964	23.981
1952	23.798	22.270	24.775	22.646	23.988	24.737	26.276	25.816	25.210	25.199	23.162	24.707
1953	24.364	22.644	25.565	24.062	25.431	24.635	27.009	26.606	26.268	26.462	25.246	25.180
1954	24.657	23.304	26.982	26.199	27.210	26.122	26.706	26.878	26.152	26.379	24.712	25.688
1955	24.990	24.239	26.721	23.475	24.767	26.219	28.361	28.599	27.914	27.784	25.693	26.881
1956	26.217	24.218	27.914	26.975	28.527	27.139	28.982	28.169	28.056	29.136	26.291	26.987
1957	26.589	24.848	27.543	26.896	28.878	27.390	28.065	28.141	29.048	28.484	26.634	27.735
1958	27.132	24.924	28.963	26.589	27.931	28.009	29.229	28.759	28.405	27.945	25.912	26.619
1959	26.076	25.286	27.660	25.951	26.398	25.565	28.865	30.000	29.261	29.012	26.992	27.897

Exemplo



Exemplo

Decomposition of additive time series



Análise de Autocorrelação

Autocorrelação

- Autocorrelação de uma série temporal (variável medida ao longo do tempo), é a correlação desta variável com ela mesma, porém defasada de 1 ou mais períodos.
-

Autocorrelação

- Coeficiente de autocorrelação:

- $$r_k = \frac{\sum_{t=k+1}^n (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-k} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y})^2}$$

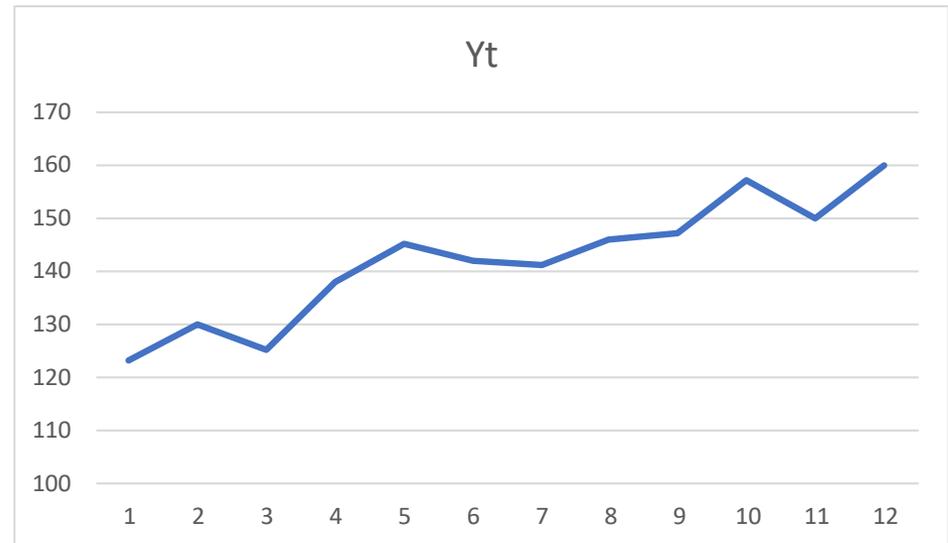
- Onde:

- r_k - coeficiente de autocorrelação para defasagem de k períodos
 - Y_t - observação da série temporal no instante t
 - Y_{t-k} - observação da série temporal no instante $t - k$
 - \bar{Y} - valor médio da série temporal
-

Autocorrelação – Exemplo 1

- Para os dados da tabela, calcular o coeficiente de autocorrelação, para $k=1$ (defasagem de 1 período).

t	Mês	Y_t
1	Janeiro	123
2	Fevereiro	130
3	Março	125
4	Abril	138
5	Mai	145
6	Junho	142
7	Julho	141
8	Agosto	146
9	Setembro	147
10	Outubro	157
11	Novembro	150
12	Dezembro	160



Autocorrelação – Exemplo 1

- Para os dados da tabela, calcular o coeficiente de autocorrelação, para $k=1$ (defasagem de 1 período).

t	Mês	Y_t	Y_{t-1}	$(Y_t - \bar{Y})$	$(Y_{t-1} - \bar{Y})$	$(Y_t - \bar{Y})^2$	$(Y_t - \bar{Y})(Y_{t-1} - \bar{Y})$
1	Janeiro	123		-19		361	
2	Fevereiro	130	123	-12	-19	144	228
3	Março	125	130	-17	-12	289	204
4	Abril	138	125	-4	-17	16	68
5	Maiο	145	138	3	-4	9	-12
6	Junho	142	145	0	3	0	0
7	Julho	141	142	-1	0	1	0
8	Agosto	146	141	4	-1	16	-4
9	Setembro	147	146	5	4	25	20
10	Outubro	157	147	15	5	225	75
11	Novembro	150	157	8	15	64	120
12	Dezembro	160	150	18	8	324	144

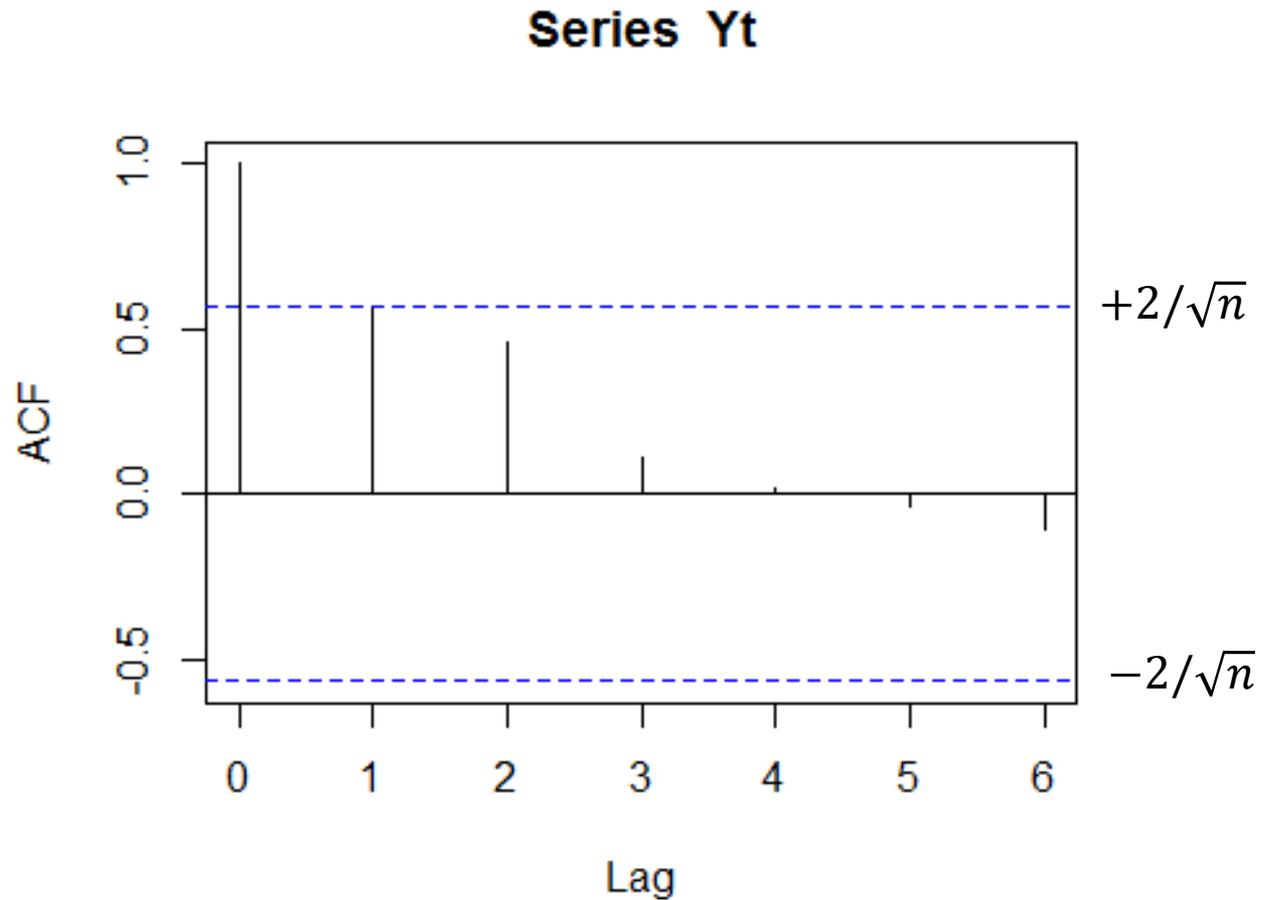
$$\bar{Y} = 142$$

$$1474 \qquad 843$$

$$r_1 = 0,57$$

Autocorrelação

- Autocorrelograma ($r_1 = 0,57; r_2 = 0,46$)



Autocorrelação

- A análise de autocorrelação fornece elementos para compreender a série de dados.
 - Se a série é aleatória, a correlação entre Y_t e Y_{t-1} é próxima de zero.
 - Se a série tem tendência, então Y_t e Y_{t-1} são altamente correlacionados, sendo r_k *significativamente diferente de zero* para $k = 1$ e $k = 2, \dots$, e progressivamente diminui para defasagens maiores.
 - Se a série for sazonal, então a correlação será mensal, quadrimestral, etc.
-

Escolha de uma Técnica de Previsão

Escolha de uma Técnica de Previsão

- Perguntas essenciais:
 - Por quê a previsão é necessária?
 - Quem fara uso?
 - Quais as características dos dados existentes?
 - Que período deverá ser previsto?
 - Qual a precisão desejada?
 - Qual o custo da previsão?
-

Escolha de uma Técnica de Previsão

- Envolve:
 - Definir a natureza do problema.
 - Explicar a natureza dos dados.
 - Descrever os benefícios e as limitações das possíveis técnicas de previsão.
 - Estabelecer critérios para selecionar uma determinada técnica de previsão.
-

Técnica de Previsão para Dados Estacionários

Séries estacionárias são aquelas em que o valor médio não muda ao longo do tempo.

As condições que influenciam uma série de dados são estáveis. Ex: vendas de um produto que já alcançou um estado de maturação; produção de uma linha de montagem onde a taxa de falha das máquinas é conhecida e controlada.

Os dados são estáveis pois passaram por fatores de correção ou ajustes, como crescimento populacional ou inflação.

A série foi transformada em uma série estável aplicando logaritmo, raiz quadrada, etc.

Técnicas aplicáveis: métodos ingênuos, média móvel, suavizamento exponencial, método de Box-Jenkins.

Técnica de Previsão para Dados com Tendência

Série com componente de longo prazo que representa o crescimento ou o decréscimo de uma série temporal sobre um período estendido de tempo.

Aumento de produtividade, ou era tecnológica introduzindo mudanças no estilo de vida. Ex: aumento de demanda por componentes eletrônicos com a evolução de computadores de smart-phones.

Aumento da população, que resulta no aumento de demanda por matéria prima e produtos acabados.

Aumento progressivo da fatia de mercado de um determinado produto.

Técnicas aplicáveis: média móvel, suavizamento exponencial linear de Holt e de Brown, suavizamento exponencial quadrático de Brown, modelo de Gompertz, curvas de crescimento.

Técnica de Previsão para Dados com Sazonalidade

Componente sazonal indica um padrão de mudança que se repete a cada ano, e requer a aplicação de modelos aditivos ou multiplicativos, que permitam estimar os *índices de sazonalidade*.

Questões meteorológicas influenciando as variáveis de interesse.
Ex: consumo de bebida e sorvete no verão.

Calendário anual influenciando as variáveis de interesse. Ex: vendas no período que antecede a volta às aulas; vendas no Natal, dia das Mães, etc.

Técnicas aplicáveis: suavizamento exponencial de Winter, regressão multivariada, método de Box-Jenkins.

Técnica de Previsão para Dados Cíclicos

A componente cíclica é uma flutuação 'em forma de onda' em torno de uma tendência, e usualmente é afetada por questões econômicas (ciclos econômicos)

Ciclos econômicos.

Mudanças no comportamento / preferências / hábitos da população.

Variação da população (Ex: reduções causadas por migração, mortes, desastres naturais, etc.)

Técnicas aplicáveis: técnicas de decomposição, indicadores econômicos, modelos econométricos, regressão multi-variada, método de Box-Jenkins.

Técnica de Previsão para Dados com Sazonalidade

Requisito Mínimo de Dados

Método	Forma dos Dados	Horizonte de Planejamento	Tipo de Modelo	Requisito Mínimo de Dados	
				Não Sazonal	Sazonal
Ingênuo	ST, T, S	S	TS	1	
Média simples	ST	S	TS	30	
Média móvel	ST	S	TS	4-20	
Suavizamento exponencial	ST	S	TS	2	
Suavizamento exponencial linear	T	S	TS	3	
Suavizamento exponencial quadrático	T	S	TS	4	
Suavizamento exponencial sazonal	S	S	TS		2xL
Filtro adaptativo	S	S	TS		5xL
Regressão simples	T	I	C	10	
Regressão multivariada	C, S	I	C	10xV	

Forma dos Dados ST: Estacionário; T: Tendência; S: Sazonal; C: Cíclico

Horizonte de Planejamento S: Curto Prazo (menos de 3 meses); I: Intermediário; L: Longo prazo

Tipo de Modelo TS: Série temporal; C: Causal

Sazonal L: Extensão da sazonalidade

Variável V: Número de variáveis

Técnica de Previsão para Dados com Sazonalidade

Método	Forma dos dados	Horizonte de Planejamento	Tipo de Modelo	Requisito Mínimo de Dados	
				Não Sazonal	Sazonal
Decomposição clássica	S	S	TS		5xL
Modelos de tendência exponencial	T	I, L	TS	10	
Ajuste de curva-S	T	I, L	TS	10	
Modelos de Grompertz	T	I, L	TS	10	
Curvas de crescimento	T	I, L	TS	10	
Census II	S	S	TS		6xL
Box-Jenkins	ST, T, C, S	S	TS	24	3xL
Indicadores principais	C	S	C	24	
Modelos econométricos	C	S	C	30	
Regressão de série temporal múltipla	T, S	I, L	C		6xL

Forma dos Dados ST: Estacionário; T: Tendência; S: Sazonal; C: Cíclico

Horizonte de Planejamento S: Curto Prazo (menos de 3 meses); I: Intermediário; L: Longo prazo

Tipo de Modelo TS: Série temporal; C: Causal

Sazonal L: Extensão da sazonalidade

Variável V: Número de variáveis

Medindo o Erro de Previsão

Medindo o Erro de Previsão

- Notação matemática:

Y_t valor da série temporal no instante t

\hat{Y}_t valor previsto para o instante t

$e_t = Y_t - \hat{Y}_t$ erro de previsão ou resíduo

- Um modelo de previsão consiste, para uma série histórica de dados, fazer previsões para os valores desta série.
-

MAD - Mean Absolute Deviation

Desvio Absoluto Médio

- $$\text{MAD} = \frac{\sum_{t=1}^n |Y_t - \hat{Y}_t|}{n}$$
 - Esta medida de erro refere-se à média das magnitudes dos erros de previsão, e tem como vantagem ter a mesma unidade de medida da série original.
-

MSE - Mean Square Error

Erro Quadrático Médio

- $$\text{MSE} = \frac{\sum_{t=1}^n (Y_t - \hat{Y}_t)^2}{n}$$
 - Esta medida de erro penaliza os maiores desvios, já que computa o erro quadrático. Pode ser que o modelo desejado de previsão seja aquele que erre ‘pouco’, e o MSE dará subsídios para comparar diferentes técnicas.
-

MAPE - Mean Absolute Percentage Error

Erro Absoluto Percentual Médio

- $$\text{MAPE} = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{|Y_t - \hat{Y}_t|}{Y_t}}{n}$$
 - Esta medida de erro expressa o valor do erro (desvio), em relação ao valor da série de dados, indicando, assim, o erro percentual médio.
-

MPE - Mean Percentage Error

Erro Percentual Médio

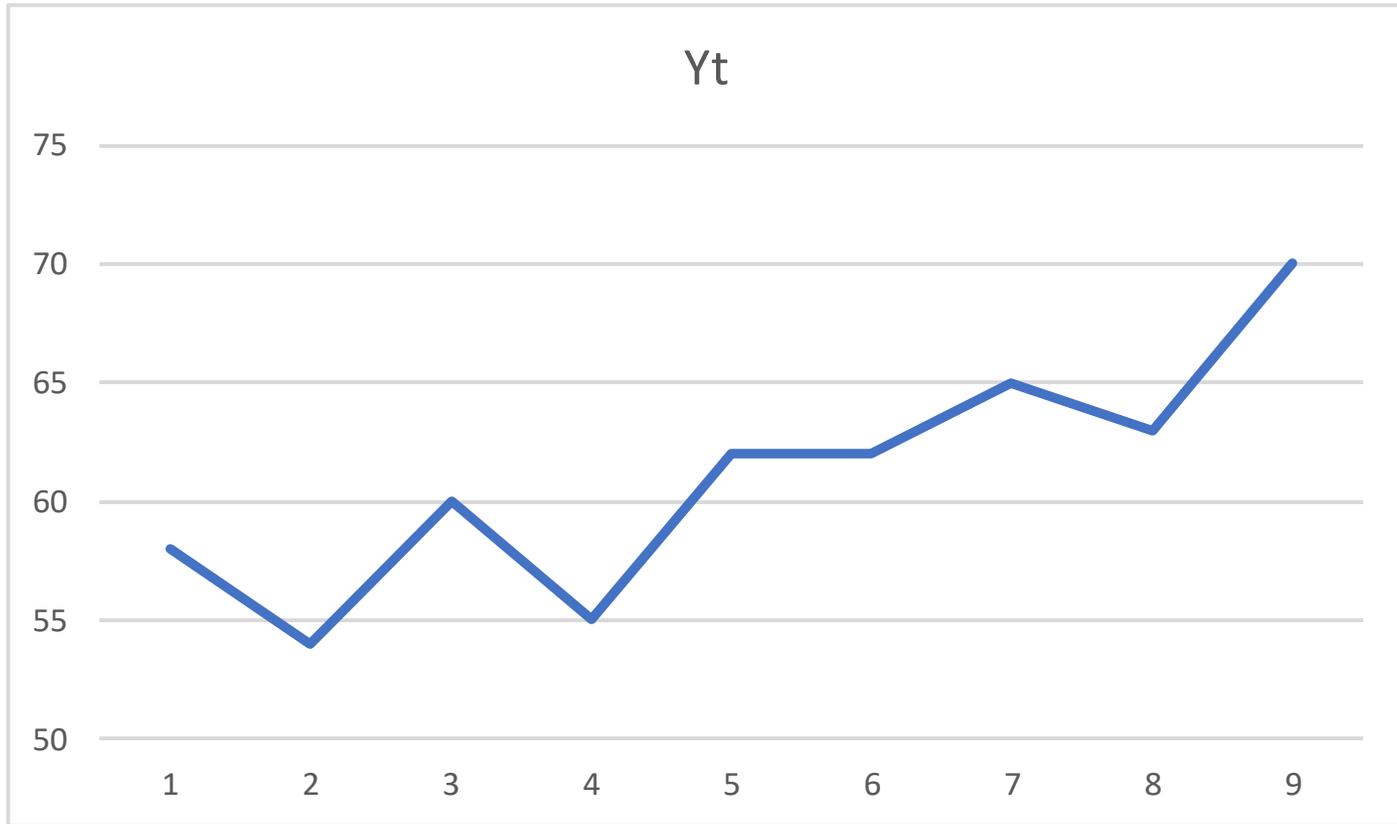
$$\text{MPE} = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{(Y_t - \hat{Y}_t)}{Y_t}}{n}$$

- Esta medida de erro permite avaliar se há viés no modelo de previsão. Se o modelo não for enviesado, então o MPE será próximo de zero. Caso MPE seja ‘muito’ positivo, conclui-se que o modelo, em média, subestima o valor da série temporal. Em caso contrário, o modelo de previsão, em média, superestima o valor da série temporal.
-

Exemplo

- Seja o seguinte conjunto de dados: 58, 54, 60, 55, 62, 62, 65, 63, 70. Estes dados indicam o número de clientes que procuram um determinado serviço especializado.
 - Considerando que o valor da série histórica de um período é uma boa forma de prever o que vai ocorrer no período seguinte, calcule a previsão para o instante 10, e os erros de previsão associados.
-

Exemplo



Exemplo

t	Y_t	\hat{Y}_t	e_t	$ e_t $	e_t^2	$ e_t /Y_t$	e_t/Y_t
1	58						
2	54	58	-4	4	16	7,4%	-7,4%
3	60	54	6	6	36	10,0%	10,0%
4	55	60	-5	5	25	9,1%	-9,1%
5	62	55	7	7	49	11,3%	11,3%
6	62	62	0	0	0	0,0%	0,0%
7	65	62	3	3	9	4,6%	4,6%
8	63	65	-2	2	4	3,2%	-3,2%
9	70	63	7	7	49	10,0%	10,0%

	MAD	MSE	MAPE	MPE
	1,5	4,25	6,9%	2,0%

- Os erros indicam que o desvio médio é 4,25 clientes (6,9%); a previsão não apresenta viés, já que o MPE \sim 2,0%. A previsão para o período 10 é 70.

Critério de Aceitação do Modelo de Previsão

- Os resíduos podem ser considerados como uma série aleatória? Para isso, aplicar uma análise de autocorrelação aos resíduos.
 - Os resíduos são distribuídos aproximadamente por uma curva normal?
 - A técnica é simples de ser usada, e de fácil compreensão pelos tomadores de decisão?
-