Física do calor

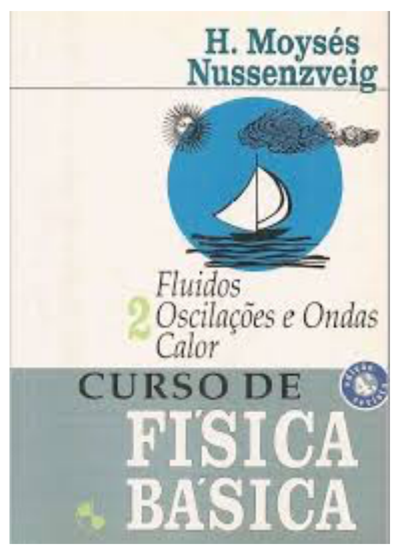
F.S. Navarra

navarra@if.usp.br

edisciplinas.if.usp.br

Capítulo 9

Propriedades dos gases



$$\boxed{pV = nRT}$$

$$\boxed{U = U(T) \qquad \text{(gás ideal)}}$$

Entalpia

Entalpia, por vezes referida como **entalpia absoluta**, é uma grandeza física definida no âmbito da termodinâmica clássica de forma que esta meça a máxima energia de um sistema termodinâmico, teoricamente passível de ser deste removida na forma de calor. É particularmente útil na compreensão e descrição de processos isobáricos:[1] à pressão constante as variações de entalpia encontram-se diretamente associadas às energias recebidas pelo sistema na forma de calor, as quais são facilmente mensuráveis em calorímetros.

$$H = U + pV$$ Entalpia do sistema

Capacidades Térmicas Molares

$$dQ = C\, dT$$

$$\boxed{dQ_p = C_p\, dT}$$

Pressão constante

$$\boxed{dQ_V = C_V\, dT}$$

Volume constante

$$\boxed{C_P - C_V = 2\, \frac{cal}{mol K}}$$

Fórmula de Mayer

Energia Interna do Gás Ideal

$$dU = C_V \, dT$$ (para 1 mol)

$$dU = n \, C_V \, dT$$ (para n moles)

$$\boxed{U = U_0 + n \, C_V \, T}$$

$$\boxed{PV^{\gamma} = P_0 V_0^{\gamma} = \text{constante}}$$

gás ideal, processo adiabático

$$\boxed{p = \frac{p_0 V_0^{\gamma}}{V^{\gamma}}}$$

adiabático

$$\boxed{p = \frac{const}{V}}$$

isotérmico

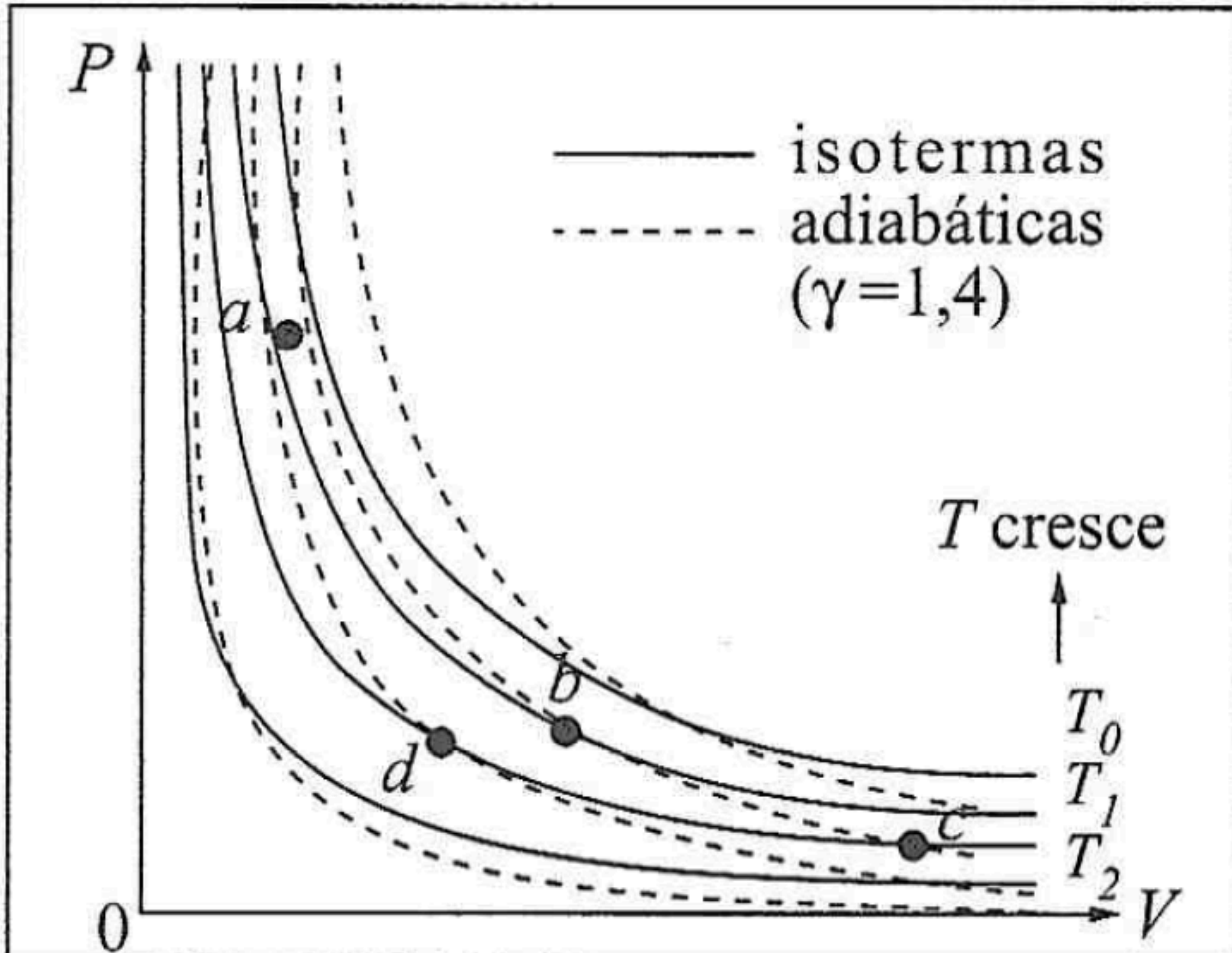


Figura 9.8 — Isotermas e adiabáticas

$$p\,V^{\gamma} = p_0\,V_0^{\gamma} = constante$$

$$p\,V = n\,R\,T \longrightarrow p = \frac{n\,R\,T}{V}$$

$$\frac{n\,R\,T}{V}\,V^{\gamma} = constante$$

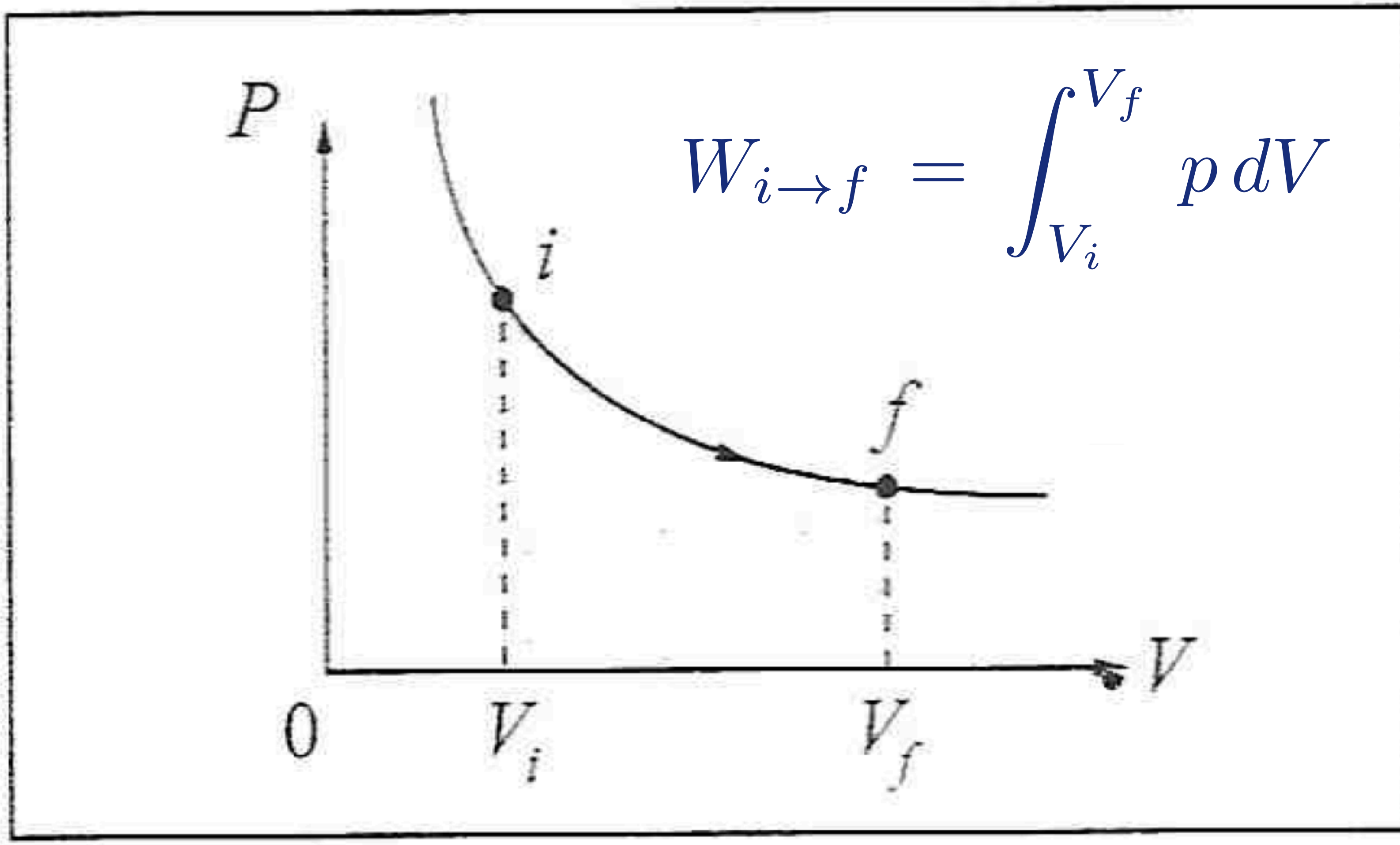
$$\boxed{T\,V^{\gamma-1} = constante}$$

$$p\,V = n\,R\,T \longrightarrow V = \frac{n\,R\,T}{p}$$

$$T^{\gamma}\,p^{1-\gamma} = constante \longrightarrow \boxed{T = const. \times p^{(\gamma-1)/\gamma}}$$

Exercício

Trabalho na expansão adiabática do gás ideal



$$W_{i \to f} = \int_{V_i}^{V_f} p \, dV$$

$$W_{i\to f} = \int_{V_i}^{V_f} p\,dV$$

$$p = \frac{A}{V^\gamma}$$

$$W_{i\to f} = \int_{V_i}^{V_f} \frac{A}{V^\gamma}\,dV \quad = A\int_{V_i}^{V_f} \frac{1}{V^\gamma}\,dV$$

$$= A\left[\frac{V^{1-\gamma}}{1-\gamma}\right]_{V_i}^{V_f}$$

$$= \frac{A}{1-\gamma}\left[V_f^{1-\gamma} - V_i^{1-\gamma}\right]$$

$$= \frac{A}{1-\gamma}\left[V_f^{1-\gamma} - V_i^{1-\gamma}\right]$$

$$A = p_i V_i^{\gamma} = p_f V_F^{\gamma}$$

$$\boxed{W = -\frac{(p_f V_f - p_i V_i)}{\gamma - 1}}$$

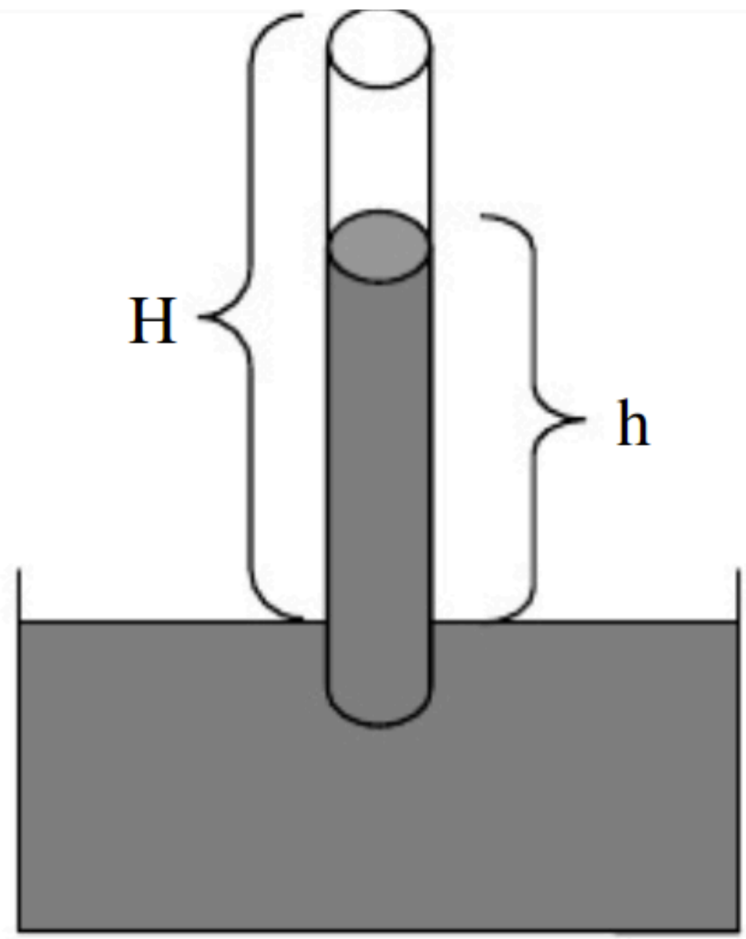
Exercícios do Capítulo 9

1 - O tubo de vidro de um barômetro de mercúrio tem secção reta de 1 cm ² e 90 cm de altura acima da superfície livre do reservatório de mercúrio. Num dia em que a temperatura ambiente é de 20°C e a pressão atmosférica verdadeira é de 750 mm/Hg, a altura da coluna barométrica é de 735 mm. Calcule a quantidade de ar (em moles) aprisionada no espaço acima da coluna de mercúrio.

$a = 1\ cm^2 = 10^{-4}\ m^2$

$P_o = 750\ mmHg = 99967{,}10\ Pa$

$\rho_{Hg} = 13{,}6.10^3 kg/m^3$



$$P_o = P + \rho_{Hg}.g.h \Rightarrow P = P_o - \rho_{Hg}.g.h \Rightarrow n.R.\frac{T}{V} = P_o - \rho_{Hg}.g.h \Rightarrow$$

$$n = [P_o - \rho_{Hg}.g.h].\frac{V}{R.T} \Rightarrow n = [P_o - \rho_{Hg}.g.h].\frac{(H-h).a}{R.T} \Rightarrow$$

$$n = [99967{,}10 - 13{,}6.10^3.9{,}81.0{,}735].\frac{(0{,}9-0{,}735).10^{-4}}{8{,}314.(20+273)} \therefore \boxed{n = 1{,}3.10^{-5} mol}$$

2 – Dois recipientes fechados de mesma capacidade, igual a 1 *l*, estão ligados um ao outro por um tubo capilar de volume desprezível. Os recipientes contêm oxigênio, inicialmente à temperatura de 25°C e pressão de 1 atm.

a) Quantas gramas de O_2 estão contidas nos recipientes?

b) Aquece-se um dos recipientes até a temperatura de 100°C, mantendo o outro a 25°C. Qual é o novo valor da pressão?

c) Quantas gramas de O_2 passam de um lado para o outro? Despreze a condução de calor através do capilar.

a) Pela relação dos gases ideais:

$$P.V = n.R.T = \frac{m}{mm}.R.T \Rightarrow m = \frac{mm.P.V}{R.T} \Rightarrow m = \frac{32.10^{-3}.1.013.10^{5}.2.10^{-3}}{8{,}314.298}$$

$$\therefore \boxed{m = 2{,}62g}$$

b) Pela relação dos gases:

$$\frac{P.V}{T_1} + \frac{P.V}{T_2} = \frac{P_o.V_o}{T_o} + \frac{P_o.V_o}{T_o} \Rightarrow \frac{P.V}{T_1} + \frac{P.V}{T_o} = \frac{P_o.V_o}{T_o} + \frac{P_o.V_o}{T_o} \Rightarrow \frac{P}{T_1} + \frac{P}{T_o} = \frac{P_o}{T_o} + \frac{P_o}{T_o}$$

$$\Rightarrow P\left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_o}\right) = \frac{2P_o}{T_o} \Rightarrow P = \frac{2P_o}{T_o}\left(\frac{T_1.T_o}{T_1 + T_o}\right) \Rightarrow P$$

$$= \frac{2.1{,}013.10^{5}}{298}\left(\frac{373.298}{373+298}\right) \therefore \boxed{P = 1{,}12.10^{5}Pa = 1{,}11\ atm}$$

c) Pela relação obtida no item a:

$$m = \frac{mm.P.V}{R.T} \Rightarrow m` = \frac{32.10^{-3}.1.12.10^{5}.2.10^{-3}}{8{,}314.298} \Rightarrow m` = 1{,}16g$$

Portanto, a variação é:

$$\Delta m = m` - m = 1{,}16 - 2{,}62 \therefore \boxed{\Delta m = -0{,}15g} *$$

* O sinal negativo do Δm indica que houve perda de massa.

3 - Um recipiente de paredes adiabáticas é munido de um pistão adiabático móvel, de massa desprezível e 200 cm² de área, sobre o qual está colocado um peso de 10 kg. A pressão externa é de 1 atm. O recipiente contém 3 *l* de gás hélio, para o qual $C_V = (3/2)R$, à temperatura de 20°C.

a) Qual é a densidade inicial do gás? Faz-se funcionar um aquecedor elétrico interno ao recipiente, que eleva a temperatura do gás, gradualmente até 70°C.

b) Qual é o volume final ocupado pelo gás?

c) Qual é o trabalho realizado pelo gás?

d) Qual é a variação de energia interna do gás?

e) Quanto calor é fornecido ao gás?

Dados:

$A = 200\ cm^2 = 2 \times 10^{-2}\ m^2$; $m = 10\ kg$; $M_{He} = 4\ g/mol$; $C_V = (3/2)R \quad \therefore \quad C_P = (5/2)R$

$V_1 = 3\ l = 3 \times 10^{-3}\ m^3$

$P_0 = 1\ atm = 1{,}013 \times 10^5\ N/m^2$

$T_1 = 20°C = 293\ K$

a) $P_1 = P_0 + \frac{F}{A} = P_0 + \frac{m.g}{A} = 1{,}013 \times 10^5 + \frac{10 \times 9{,}8}{2 \times 10^{-2}} \Rightarrow P_1 = 1{,}062 \times 10^5 \text{ N/m}^2$

$$n = \frac{P_1.V_1}{R.T_1} = 0{,}13 \text{ mols}$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{n.M_{He}}{V} \Rightarrow \boxed{\rho = 0{,}174 \text{ kg/m}^3}$$

b) $T_2 = 70°C = 343 \text{ K}; \quad P_1 = P_2$

$$\frac{V_1}{T1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \boxed{V_2 = 3{,}51\ l}$$

c) $W_{1\to2} = \int_{V_1}^{V_2} P.dV = P\int_{V_1}^{V_2} dV \Rightarrow W_{1\to2} = P.(V_1\text{-}V_2) \Rightarrow W_{1\to2} = 1{,}062.10^5.(3{,}51\text{-}3).10^{-3}$

$$\therefore \boxed{W_{1\to2} = 54{,}34 \text{ J}}$$

d) $\Delta U = n.C_V.\Delta T = P.V.(R.T)^{-1}.C_V.\Delta T = 1{,}062.10^5.3.10^{-3}.(293)^{-1}.(3/2).50$

$$\therefore \boxed{\Delta U = 81{,}51 \text{ J}}$$

e) $\Delta U = \Delta Q - W \Rightarrow \boxed{\Delta Q = 136 \text{ J}}$

4 – Um mol de um gás ideal, com $\gamma = 7/5$, está contido num recipiente, inicialmente a 1 atm e 27°C. O gás é, sucessivamente: (i) comprimido isobaricamente até ¾ do volume inicial V_0; (ii) aquecido, a volume constante, até voltar à temperatura inicial; (iii) expandido a pressão constante até voltar ao volume inicial; (iv) resfriado, a volume constante, até voltar à pressão inicial.

a) Desenhe o diagrama P-V associado.

b) Calcule o trabalho total realizado pelo gás.

c) Calcule o calor total fornecido ao gás nas etapas (i) e (ii).

d) Calcule as temperaturas máxima e mínima atingidas.

e) Calcule a variação de energia interna no processo (i) + (ii).

$n = 1$ mol $\quad\quad \gamma = 7/5 \quad \therefore \quad C_P = (7/2)R \; ; \quad C_V = (5/2)R$

$P_1 = 1$ atm

$T_1 = 27°C = 300$ K

$V_2 = (3/4)V_1$

a)

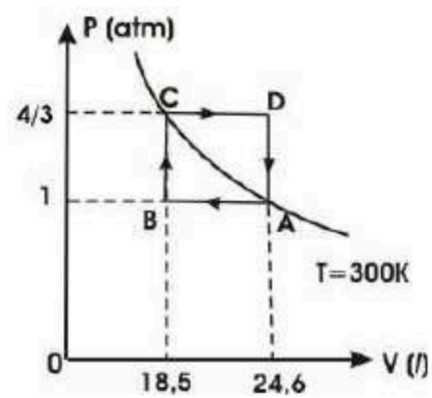
$P_1.V_1 = n.R.T_1 \quad \Rightarrow \quad V_1 = 24{,}6\ l$

AB:

$\frac{V_1}{T_1} = \frac{(3/4)V_1}{T_2} \quad \Rightarrow \quad T_2 = 225\ K$

BC:

$\frac{P_1}{T_2} = \frac{P_2}{T_1} \quad \Rightarrow \quad P_2 = 1{,}33\ atm = (4/3)\ atm = 1{,}35 \times 10^5\ N/m^2$



b) $W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA}$ mas $W_{BC} = W_{DA} = 0$

$W = P_1\left(\frac{3}{4} - 1\right)V_1 + P_2\left(1 - \frac{3}{4}\right)V_1 = \frac{V_1}{4}(-P_1 + P_2)$

$W = 207{,}67\ J \cong \boxed{208\ J}$

c) $W_{(i)} = W_{AB} = P_1.\left(-\frac{1}{4}\right).V_1 = 1{,}013.10^5.\left(-\frac{1}{4}\right).24{,}6.10^{-3} = -623{,}5\ J$

$\Delta U_{(i)} = n.C_V.(T_2 - T_1) = 1.\frac{5}{2}.8{,}314.(225{,}1125 - 300{,}15) = -1559{,}655\ J$

$\Delta Q_{(i)} = \Delta U + W \quad \Rightarrow \quad \Delta Q_{(i)} = -2183{,}156\ J$

$W_{(ii)} = W_{BC} = 0$

$\Delta U_{(ii)} = n.C_V.(T_1 - T_2) = + 1559{,}655$ J

$\Delta Q_{(ii)} = + 1559{,}655$ J

$$\Delta Q_T = - 2183{,}156 + 1559{,}655 = - 623{,}50 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta Q_T = - 624 \text{ J}}$$

d)

$$T_{máx} = \frac{P_2.V_1}{n.R} = \frac{1{,}33 \text{ x } 2406}{1 \text{ x } 0{,}082} = 399 \text{ K} \quad \Rightarrow \quad \boxed{T_{máx} = 400 \text{ K}}$$

$$T_{min} = \frac{P_1.V_2}{n.R} = \frac{1{,}013 \text{ x } 2406 \text{ x } 3}{4 \text{ x } 8{,}314} = 224{,}98 \text{ K} \quad \Rightarrow \quad \boxed{T_{min} = 225 \text{ K}}$$

e)

$$\left.\begin{array}{l} \Delta U_{(i)} = -107{,}875 \text{ J} \\ \Delta U_{(ii)} = +107{,}875 \text{ J} \end{array}\right\} \quad \boxed{\Delta U_{(i)} + \Delta U_{(ii)} = 0}$$

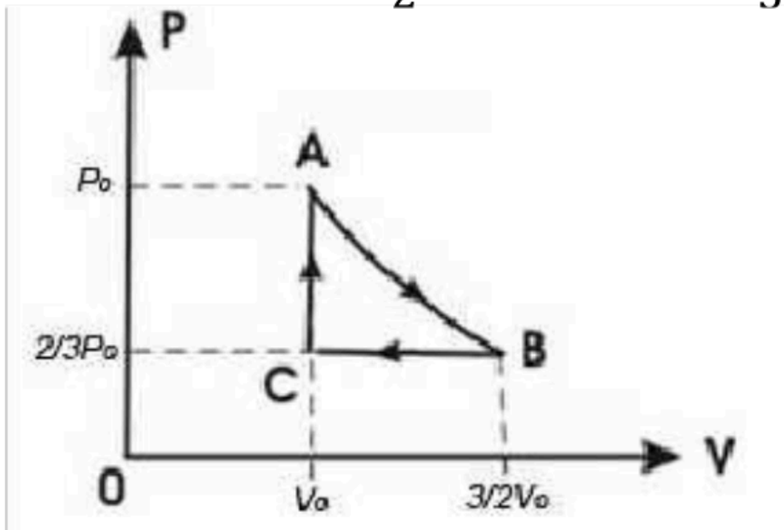
5 – Um mol de um gás ideal, contido num recipiente munido de um pistão móvel, inicialmente a 20°C, se expande isotermicamente até que seu volume aumenta de 50%. a seguir, é contraído, mantendo a pressão constante até voltar ao volume inicial. Finalmente, é aquecido, a volume constante, até voltar à temperatura inicial.

a) Desenhe o diagrama P-V associado.

b) Calcule o trabalho total realizado pelo gás neste processo.

a) Em AB:

$$P.V = P_o.V_o \Rightarrow P.V_o.\frac{3}{2} = P_o.V_o \Rightarrow P = \frac{2}{3}P_o$$



b) Temos que o trabalho é dado por:

$$W = W_{AB} + W_{BC} \Rightarrow W = n.R.T.\ln\left(\frac{\frac{3}{2}V_o}{V_o}\right) + \frac{2}{3}P_o\left(V_o - \frac{3}{2}V_o\right)$$

$$= n.R.T.\ln\left(\frac{\frac{3}{2}V_o}{V_o}\right) + \frac{2}{3}P_oV_o\left(1 - \frac{3}{2}\right)$$

$$= n.R.T.\ln\left(\frac{\frac{3}{2}V_o}{V_o}\right) + n.R.T\left(-\frac{1}{3}\right) = 8{,}314.293{,}15\left(\ln\left(\frac{3}{2}\right) - \frac{1}{3}\right)$$

$$\therefore \boxed{W = 176\,J}$$

Fim


H. Moysés
Nussenzveig
Fluidos
2 Oscilações e Ondas
Calor
CURSO DE
FÍSICA
BÁSICA