

A.32



$$\epsilon_{rr} = \epsilon_{\theta\theta} = \epsilon_{zz} = 0$$

(3)

A.33



$$\epsilon_{z\theta} = \epsilon_{\theta z} = \frac{1}{2} \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} \text{ e } \epsilon_{r\theta} = \epsilon_{rz} = 0$$

(4)

$$\epsilon_{z\theta} = \frac{b}{4\pi r}$$

(5)

E a **tensão** correspondente é

A.22 $\rightarrow \left[\epsilon_{xy} = \frac{1}{2G} \sigma_{xy} \right] \rightarrow \epsilon_{z\theta} = \frac{1}{2G} \sigma_{z\theta} \rightarrow$

$\rightarrow \sigma_{z\theta} = 2G \epsilon_{z\theta}$

$$\sigma_{z\theta} = \frac{Gb}{2\pi r}$$

(6)

DISCORDÂNCIAS EM CUNHA

O campo de Tensões na vizinhança de uma **Discordância em Cunha** é mais **complexo** do que o de uma **Discordância em Hélice**.

Na **Fig. 32** estão apresentados os componentes **r** e **θ** do Campo de Tensões no **ponto P**, resultantes da presença de uma **Discordância** infinitamente longa, na direção **Z** (perpendicular ao Plano do Desenho).

O Plano de Escorregamento está representado pela linha horizontal, quando **$\theta = 0$** .

O **plano extra de átomos** se estende desde o Plano de Escorregamento, verticalmente, para cima.

$$\sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta} = \frac{Gb}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{\text{sen } \theta}{r} \quad (\text{positivo em compressão}) \quad (7)$$

$$\sigma_{r\theta} = \sigma_{\theta r} = \frac{Gb}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{\text{cos } \theta}{r} \quad (8)$$

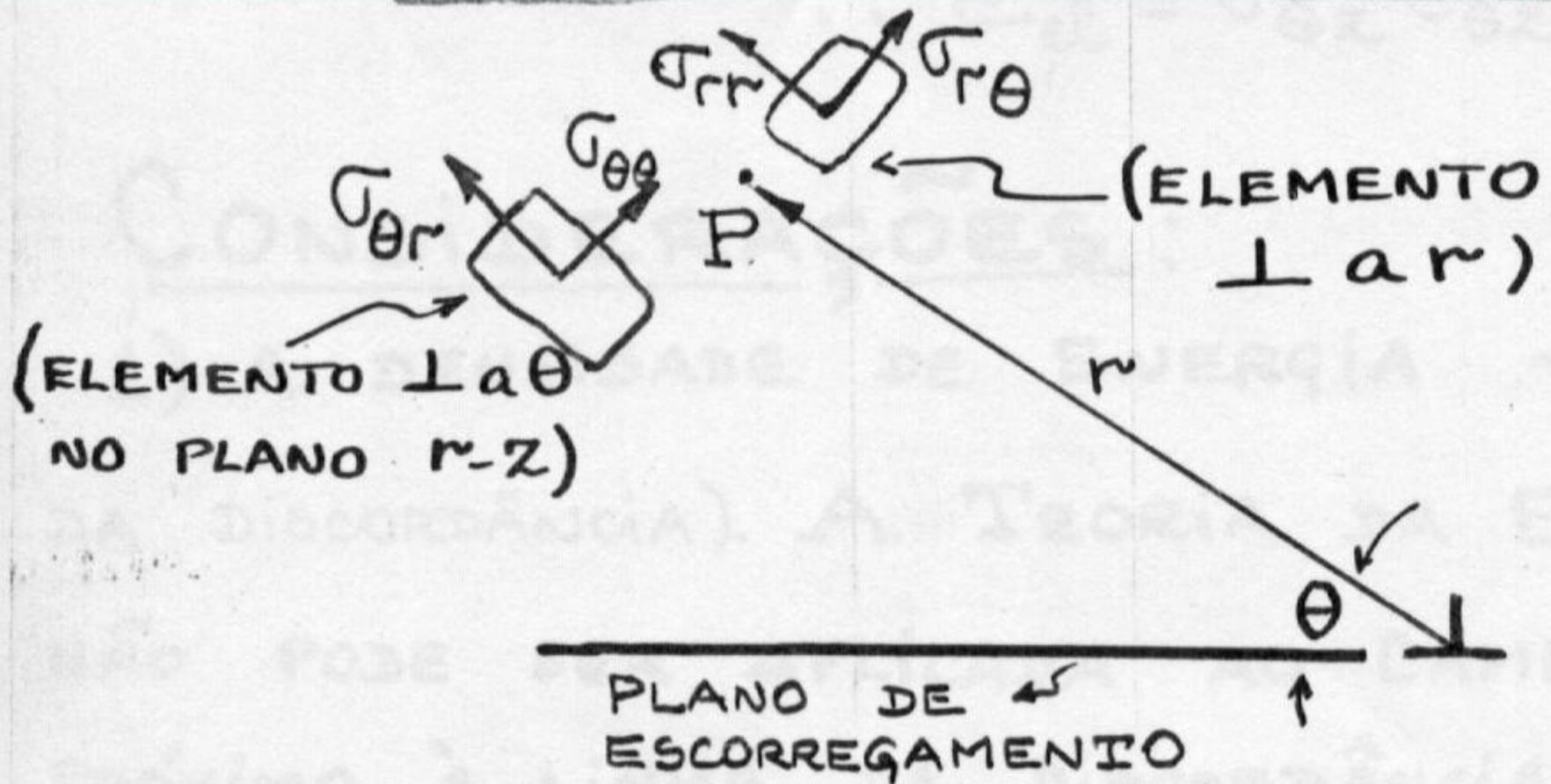


Fig. 7 – Campos de Tensão no Sólido, próximos à **Discordância em Cunha.**

Considerações:

1) Quando P pertence ao **Plano de Escorregamento**, os componentes normais da Tensão são nulos ($\sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta} = 0$)
→ o sólido está submetido a um **Cisalhamento Puro**.

2) Quando P pertence ao **Plano Extra** ou à sua Continuação Imaginária, só atuam Tensões Normais ($\sigma_{r\theta} = \sigma_{\theta r} = 0$)

Quando $\theta = 90^\circ$ existe uma **Compressão**
e quando $\theta = -90^\circ$ existe uma **Tração**

Esta característica Assimétrica
Discordâncias em Cunha

responsável

Sua capacidade de
atrair { **Intersticiais**
Vacâncias

Estes são os **Campos de Tensão** na vizinhança das
Discordâncias. É interessante calcular a **Energia de**
Deformação Total de um sólido, devido à presença de uma
Discordância.

ENERGIA DE DEFORMAÇÃO PARA UMA DISCORDÂNCIA EM HÉLICE

A energia de Deformação Elástica por Unidade de Volume, no meio que circunda uma Discordância em Hélice é obtida aplicando-se a fórmula:

$$E_{el} = \frac{1}{2} \left(\sigma_{rr} \epsilon_{rr} + \sigma_{\theta\theta} \epsilon_{\theta\theta} + \sigma_{zz} \epsilon_{zz} + 2\sigma_{r\theta} \epsilon_{r\theta} + 2\sigma_{rz} \epsilon_{rz} + 2\sigma_{\theta z} \epsilon_{\theta z} \right)$$

A.25

$$\therefore E_{el} = \sigma_{\theta z} \epsilon_{\theta z} = \frac{Gb^2}{8\pi^2 r^2} \quad (9)$$

Considerações:

1) A Densidade de Energia $\rightarrow \infty$ quando $r \rightarrow 0$ (na Linha da Discordância). A Teoria da Elasticidade Linear (TEL) não pode ser aplicada ao Campo de Deformação Elevado, próximo à Linha da Discordância. As equações 5, 6 e 9, são válidas somente para $r > 5b$ ($r < 5b \equiv$ Coração da Discordância).

\mathcal{R}

A Energia Elástica por unidade de comprimento da Linha da Discordância, ou Tensão de Linha, τ , é obtida pela integração da equação 9, a partir do raio do coração, r_d , até uma distância grande \mathcal{R} , que representa o Raio do Grão, ao qual a Discordância pertence:

$$\tau = \int_0^{2\pi} d\theta \int_{r_d}^{\mathfrak{R}} \frac{Gb^2}{8\pi^2 r^2} r dr = \frac{Gb^2}{4\pi} \int_{r_d}^{\mathfrak{R}} \frac{1}{r} dr$$

$$\tau = \frac{Gb^2}{4\pi} \ln r \Big|_{r_d}^{\mathfrak{R}} = \frac{Gb^2}{4\pi} \ln \left(\frac{\mathfrak{R}}{r_d} \right) \quad (10)$$

Para $\mathfrak{R} \cong 10\mu\text{m}$ $r_d \cong 10 \text{ \AA}$ \rightarrow $\tau \cong 0,73 Gb^2$

DISCORDÂNCIA EM CUNHA

Um Cálculo Similar da Energia de uma **Discordância em Cunha**, fornece o seguinte resultado:

$$\tau = \frac{Gb^2}{4\pi(1-\nu)} \ln \frac{\mathcal{R}}{r_d} \quad (11)$$

onde ν é a constante de Poisson.

Como $\nu \cong 1/3$ para muitos materiais e existe uma incerteza considerável no valor do quociente do logaritmo, expressamos as equações 10 e 11, pela fórmula

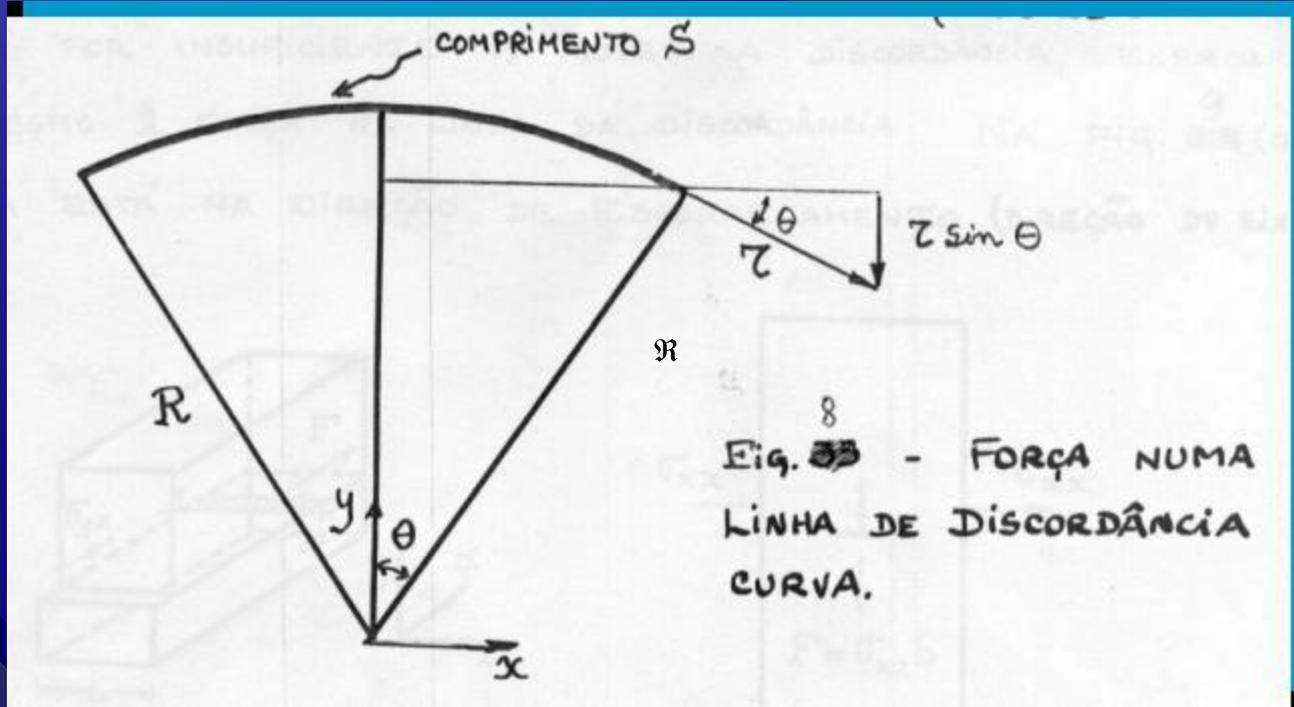
$$\tau = \alpha G b^2$$

com $1/2 \leq \alpha \leq 1$, válida também para Discordância Mixta.

Devido a τ qualquer segmento curvo de Discordância está sujeito a uma força.

FORÇA NUMA DISCORDÂNCIA CURVA DE

Comprimento S e
Raio de Curvatura R



Como a **Tensão de Linha** atua numa direção Tangencial à Linha da Discordância, o segmento sofre uma força para baixo igual a **$2\tau \sin \theta$** .

Para que a **Linha de Discordância** esteja em equilíbrio, deve atuar no segmento uma **Força Adicional**, na direção positiva de y .

(13)

$$\frac{\text{Força}}{\text{u. de compr.}} = \frac{2\tau \text{ sen } \theta}{S} \cong \frac{2\tau\theta}{S} = \frac{2\tau}{S} \left(\frac{S}{2\mathfrak{R}} \right) = \frac{\tau}{\mathfrak{R}}$$

FORÇA NUMA DISCORDÂNCIA

Forças aplicadas a uma Discordância

provocam

- 1 – Movimento da discordância
- 2 – Mudança de forma

Entre várias forças (p. ex., **internas**, devido a outros defeitos), uma das mais importantes, é a

Força devida a uma Tensão Aplicada.

A **Fig. 34(a)** mostra uma Tensão de Cisalhamento σ_{xy} aplicada a um cristal, que possui um **Plano de Escorregamento** perpendicular ao eixo y.

Uma **discordância em cunha** tem a direção do eixo Z. Se σ_{yx} for suficientemente elevada, a Discordância deslizará na Direção de Escorregamento.

Mesmo se a Tensão Aplicada for insuficiente para mover a Discordância, exercerá assim mesmo uma Força na Linha da Discordância.

Na Fig. 34(a) a Força está na Direção de Escorregamento (**Direção do Eixo X**).

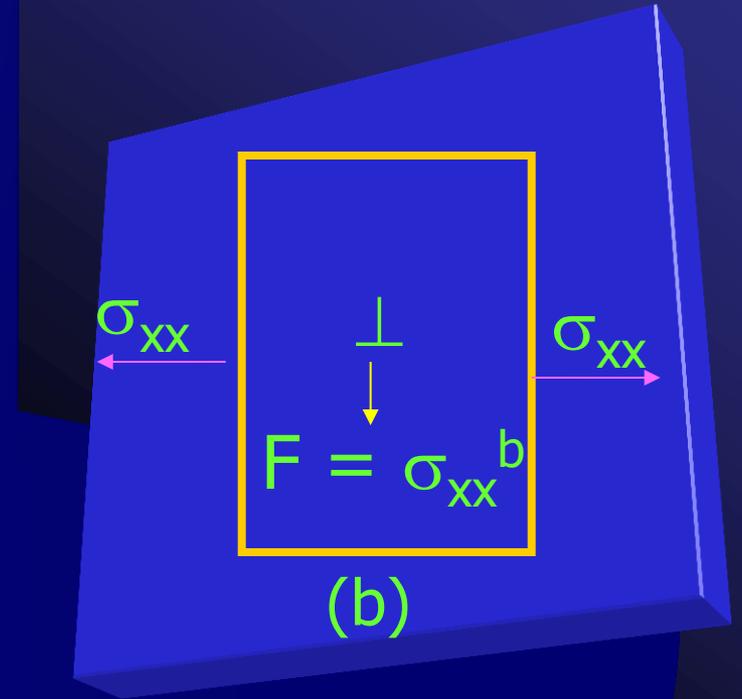
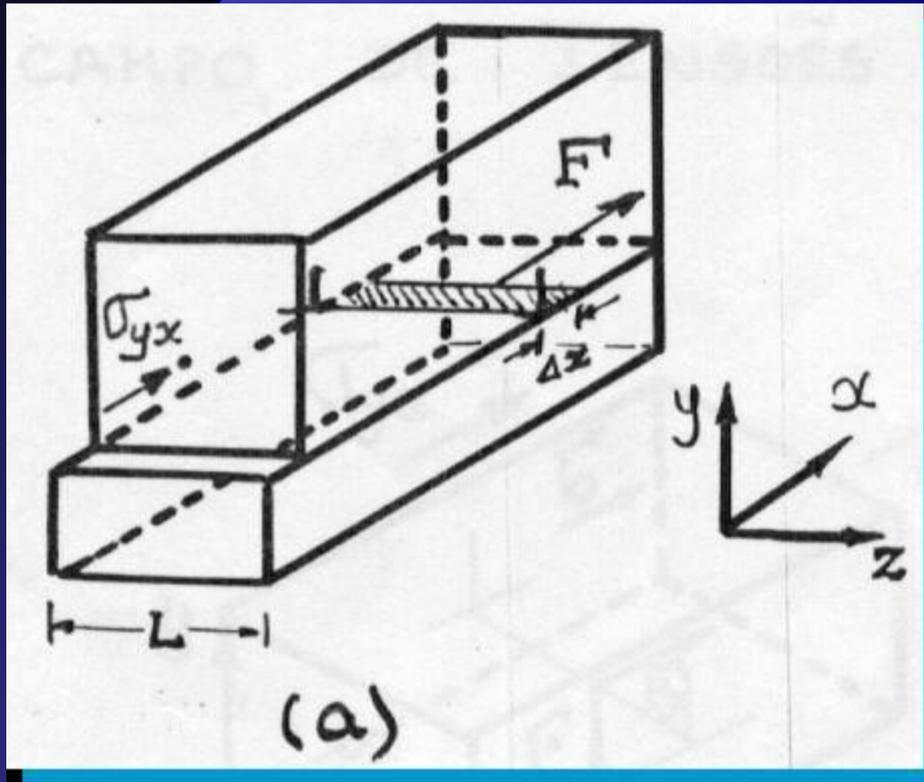


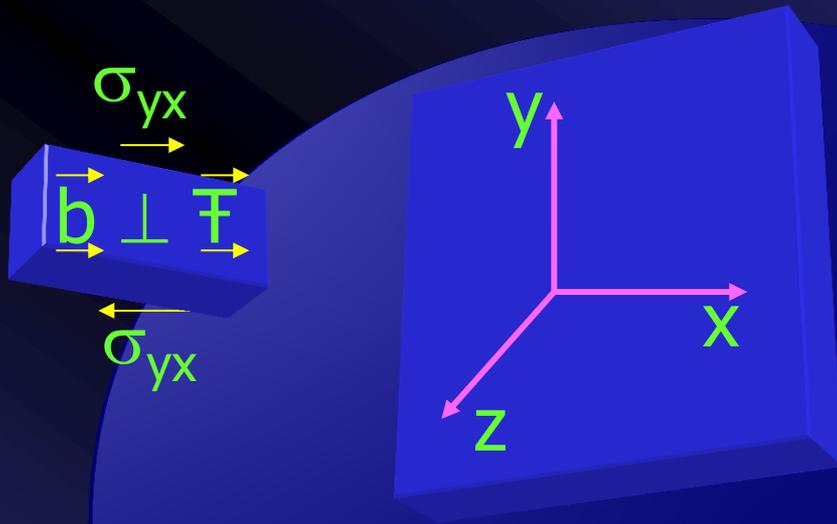
Fig. 34 – Força numa Discordância em Cunha devido a (a) uma Tensão de Cisalhamento e (b) uma Tensão Normal (Tração).

CÁLCULO DA FORÇA POR UNIDADE DE COMPRIMENTO

Suponhamos F suficiente para mover a Linha da Discordância de uma distância Δx na **Direção do Escorregamento**.

A Linha de Discordância varreu uma área $L\Delta x \equiv$ Deslocamento desta área por uma distância b , ou a uma Força $\sigma_{yx}L\Delta x$ atuando numa distância b .

Então, o trabalho para mover a Linha da Discordância é $(\sigma_{yx}L\Delta x)b$ e, como é igual à **Força X Distância**, é razoável definir a força que atua num comprimento unitário da discordância, por



$$\vec{F} = \pm \sigma_{yx} \vec{b}$$

$$\vec{F} = + \sigma_{yx} \vec{b} \quad (14)$$

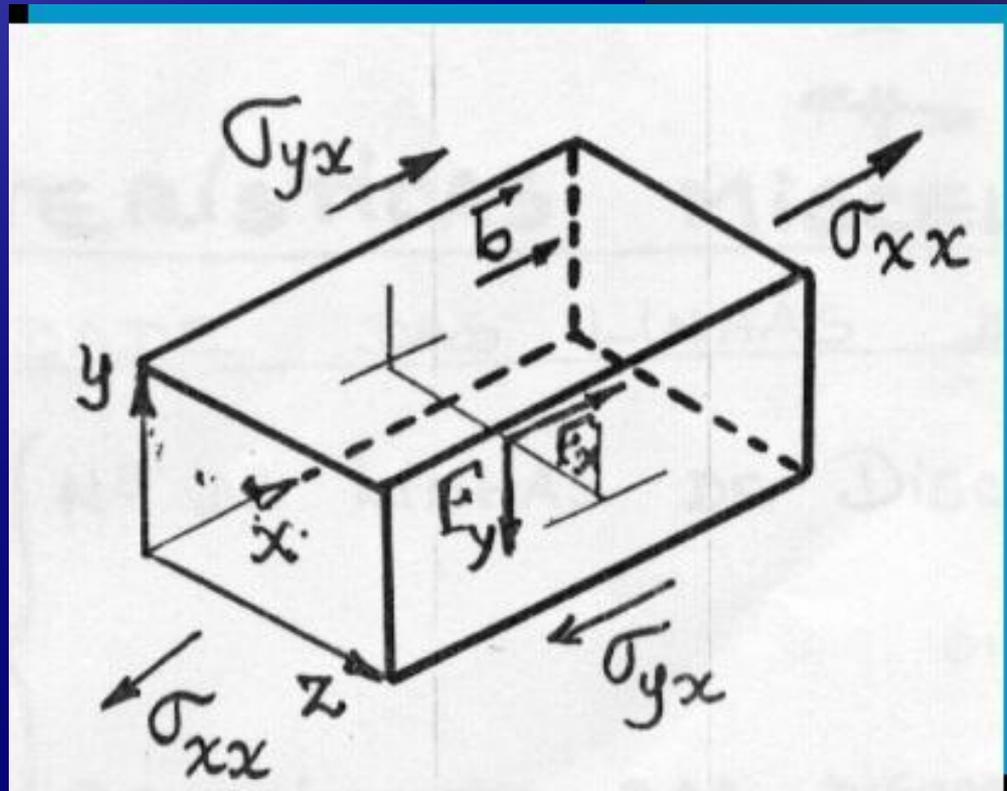
No caso de uma **Tensão de Tração** aplicada, **Fig. 34(b)**, que atua num plano perpendicular ao **Plano de Escorregamento** e paralelamente à **Linha da Discordância**.

Argumentos similares $\rightarrow \vec{F} = -\sigma_{xx} \vec{b}_j$

Num campo de Tensões de Componentes

Normal - σ_{xx}
e

Cisalhamento - σ_{yx}



$$\vec{F} = \pm \left[-\sigma_{yx} b \vec{i} + \sigma_{xx} b \vec{j} \right]$$

(15)

DISCORDÂNCIAS EM CUNHA

Movimento mais fácil nos seus Planos de Escorregamento.

Escalada – movimento perpendicular ao Plano de Escorregamento exige Transporte de Vacâncias ou Intersticiais.

Normalmente, a migração de **DP** é, na maioria dos casos, lenta, devido à baixa concentração de Vacâncias e Intersticiais.

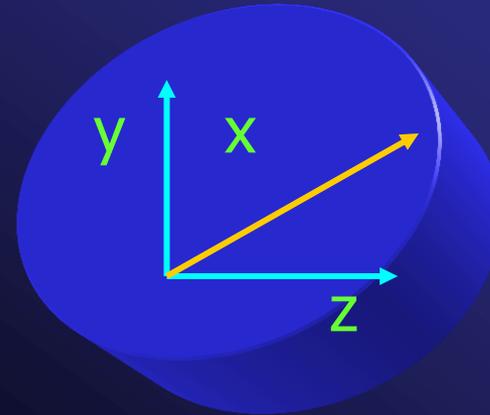
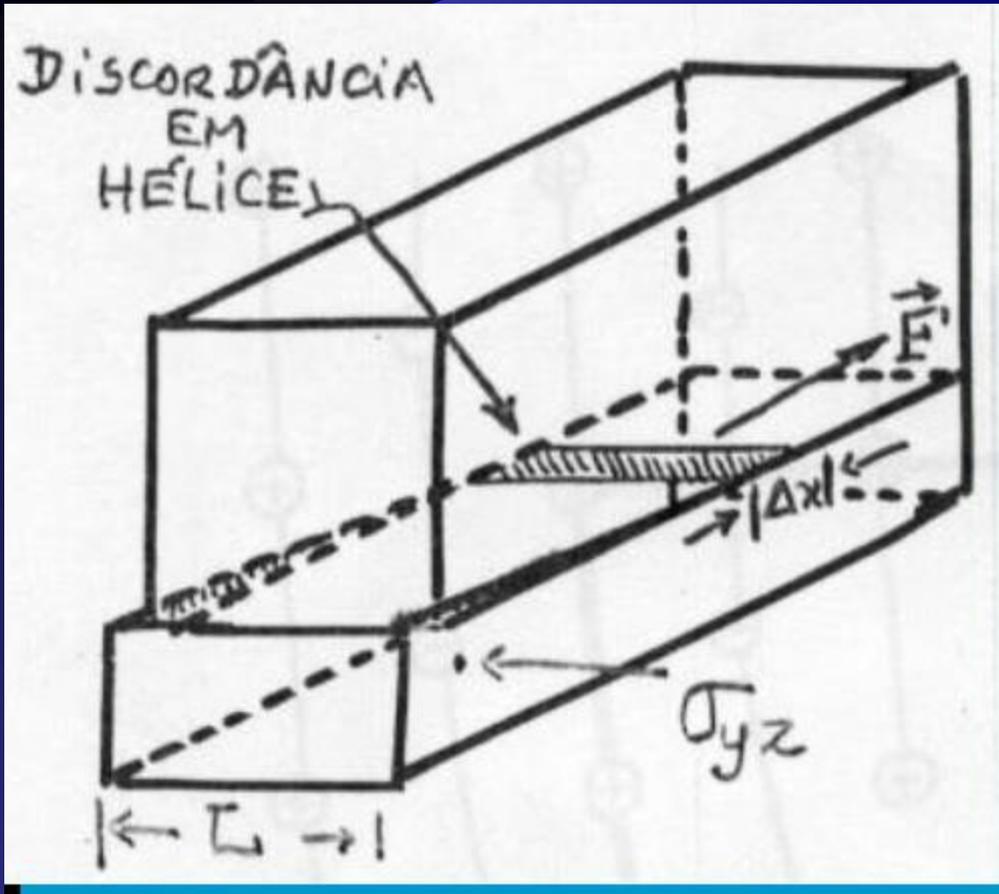
Porém,

- 1) Para $T \cong T_F/2$
- 2) Sob Irradiação

∃ um n° suficiente de DP e sua mobilidade é elevada e assim, a Escalada se torna Importante.

O processo de Escalada é de **1ª Importância** no **Mecanismo de Deformação Plástica Lento** [Fluência (CREEP)], que afeta profundamente a performance dos Elementos Combustíveis no Reator.

FORÇA NUMA DISCORDÂNCIA EM HÉLICE



Uma análise similar à que foi feita para a Discordância em Cunha fornece

Fig. 35 – Força numa Discordância em Hélice

$$\vec{F} = \pm \sigma_{yz} \vec{b} \quad (16)$$

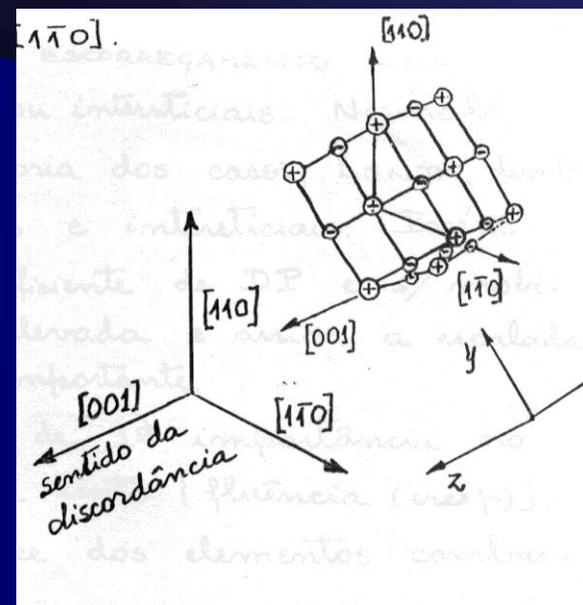
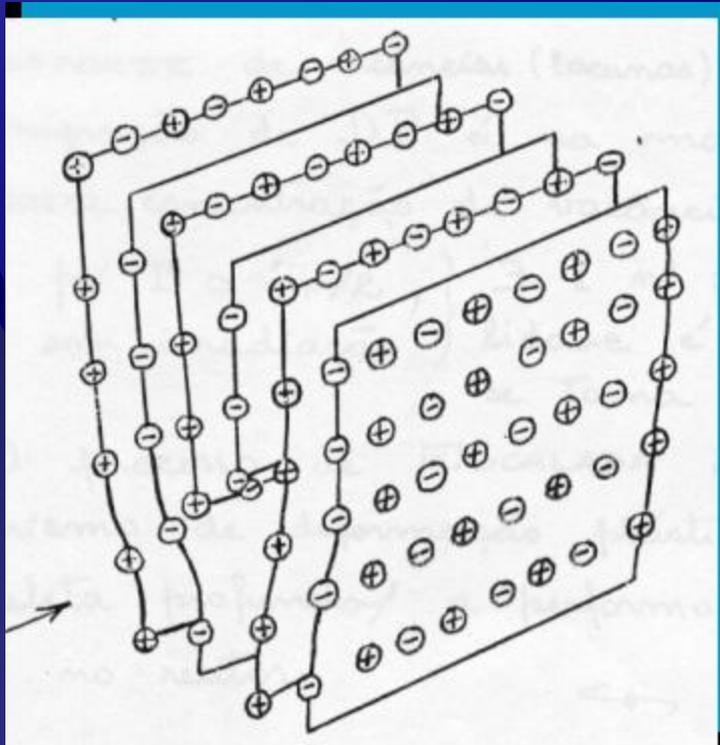
CARACTERÍSTICAS MISCELÂNEAS DAS DISCORDÂNCIAS

DENSIDADE DAS LINHAS DE DISCORDÂNCIAS

Medida por { N° de Linhas de Discordâncias por unidade de área
– **Discordâncias /cm²**
ou
Comprimento das Discordâncias por unidade de volume – **cm/cm³**

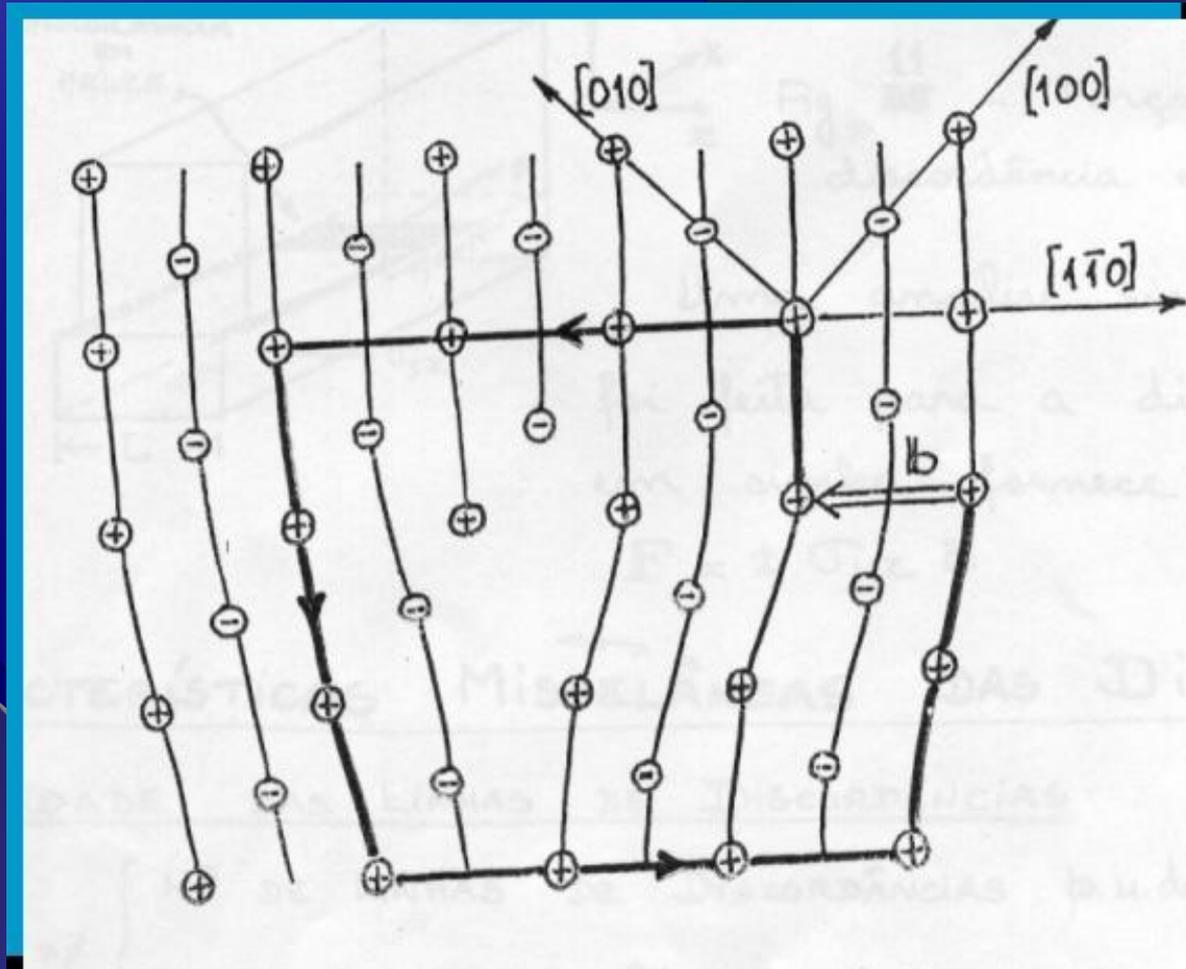
DISCORDÂNCIA EM CUNHA CRISTAL IÔNICO TIPO NaCl

A carga dos íons Na^+ e Cl^- faz com que as Discordâncias sejam totalmente diferentes das Discordâncias dos Metais cfc. Os Planos de Deslizamento são do tipo (110) e as direções do tipo $[\bar{1}10]$.



Discordância em Cunha de Direção $[001]$ e de Vetor de

Burgers $b = \frac{a}{2} \bar{[110]}$



$10^4 \leq$ Densidade de Discordâncias $\leq 10^{11}$ disc./cm²

Monocristais de semi-condutores de alta pureza preparados cuidadosamente.

Metais policristalinos severamente deformados

Cristais muito finos (Whiskers) $\phi \cong 1\mu\text{m}$ (10^{-4} cm), preparados em condições de quase-ausência de Discordâncias, exibem Tensão de Escoamento, $\sigma_c \cong 0,1$ G, esperada para Cristais Perfeitos.

MECANISMOS DE BLOQUEIO DO MOVIMENTO DE DISCORDÂNCIAS

Vimos que, discordâncias podem mover-se num Plano de Escorregamento respondendo a Tensões de Cisalhamento muito pequenas. Porém, o **Movimento das Discordâncias**, e portanto, a Capacidade do Material se deformar plasticamente, é **limitada por muitos fenômenos**.

Alta Densidade de Discordâncias – Em seu movimento as discordâncias

- 1) passam por outras discordâncias que estão em Planos de Escorregamento diferentes, ou
- 2) cortam outras discordâncias (**árvores**), que interceptam o seu Plano de Deslizamento.

INTERSEÇÃO DE DISCORDÂNCIAS

As discordâncias que atravessam o Plano de Deslizamento constituem a "floresta" e cada discordância é uma "árvore".

A **fig. 36(a)** mostra duas discordâncias em **Hélice** com Vetores de Burgers e Planos de Deslizamento, perpendiculares.

A **discordância 1** se move em direção à **discordância 2** estacionária (a árvore) e passa através dela.

Após a interseção, a situação está mostrada na **fig. 36(b)**. Cada discordância produziu um pequeno degrau (**jog**) na outra.

O **jog** consiste de um segmento da discordância, que adquiriu a direção, da linha que passou. Os Vetores de Burgers de cada linha, porém, permanecem inalterados.

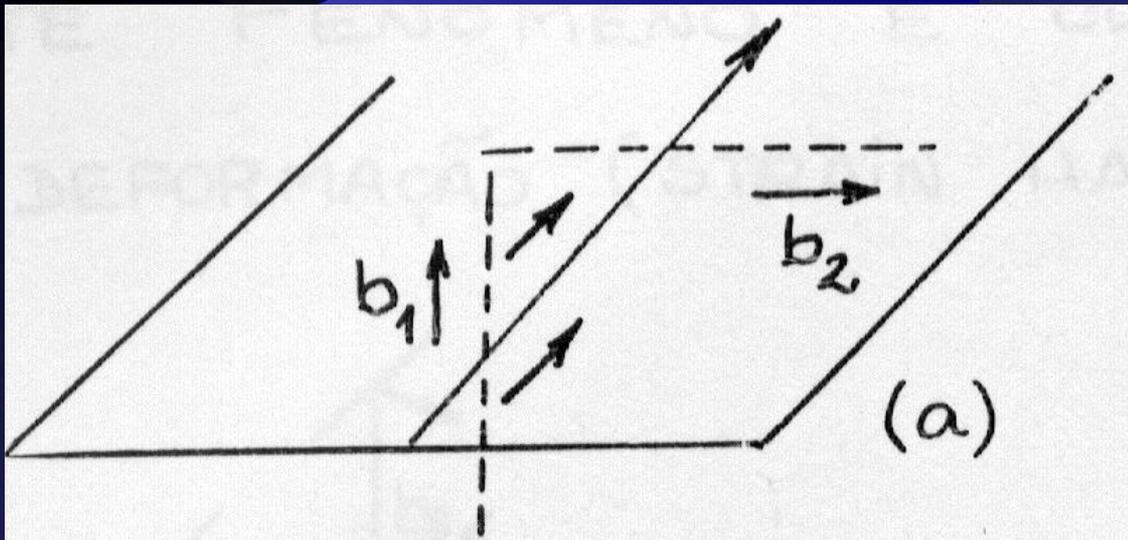
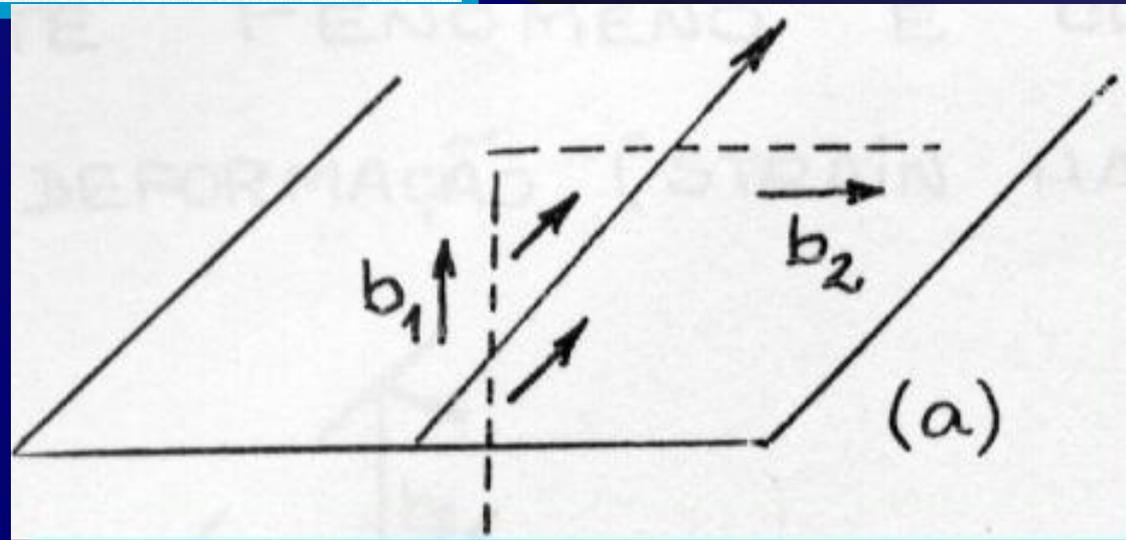


Fig. 36 – Interseção de duas Discordâncias em Hélice.



Caráter da
Discordância
no JOG

Puramente
em Cunha



Linha da
Discordância
neste ponto
perpendicular a b.

Movimento da
Discordância
na
Direção Anterior

Posterior
com
mesma

requer

Movimento da Porção da
Linha em Cunha, recém
criada, seja na direção
perpendicular ao Vetor de
Burgers \equiv Escalada.

Portanto só poderá ocorrer se **Vacâncias (Lacunas) ou Intersticiais**, forem trocados com a rede.

Conseqüentemente

Capacidade de Deslizamento Fácil da Discordância, inicialmente, de caráter puramente em Hélice, foi significativamente reduzida pelo **Jog**.

Podemos notar na Fig. 36, que o comprimento de cada linha foi **aumentado** pelos **jogs** .

Como é necessário Energia para aumentar o comprimento de uma Linha de Discordância (i. é., pela Tensão da Linha), a passagem de (a) para (b) na Fig. 36, consome energia, que é equivalente à necessidade de uma **força maior** para manter o Deslizamento à medida que a **Densidade de Jogs aumenta** na Linha de Discordância.

Isto significa que, o material que foi **severamente deformado** e contém uma alta densidade de Linhas de Discordâncias emaranhadas, **perde plasticidade** .

Este Fenômeno é conhecido como **Endurecimento por Deformação (Strain Hardening)** (**Encruamento**).

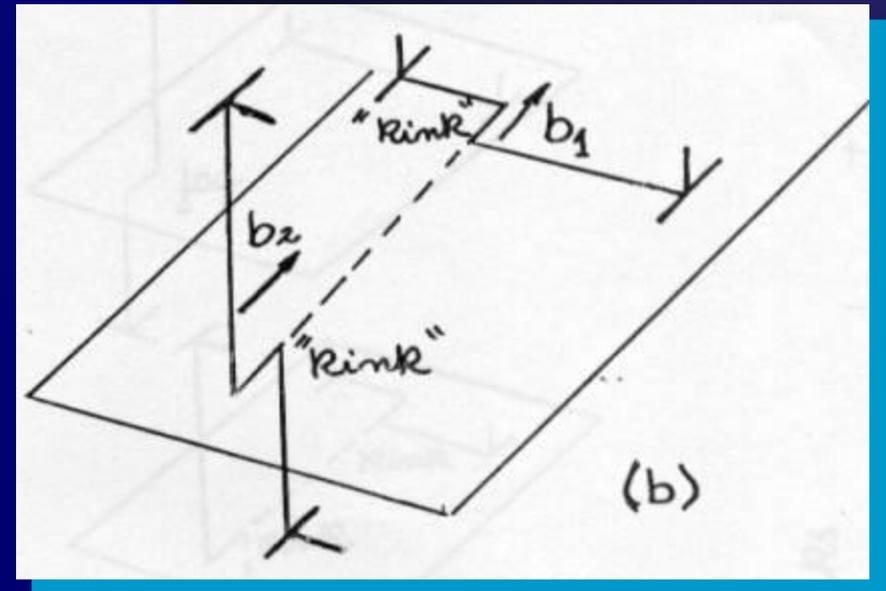
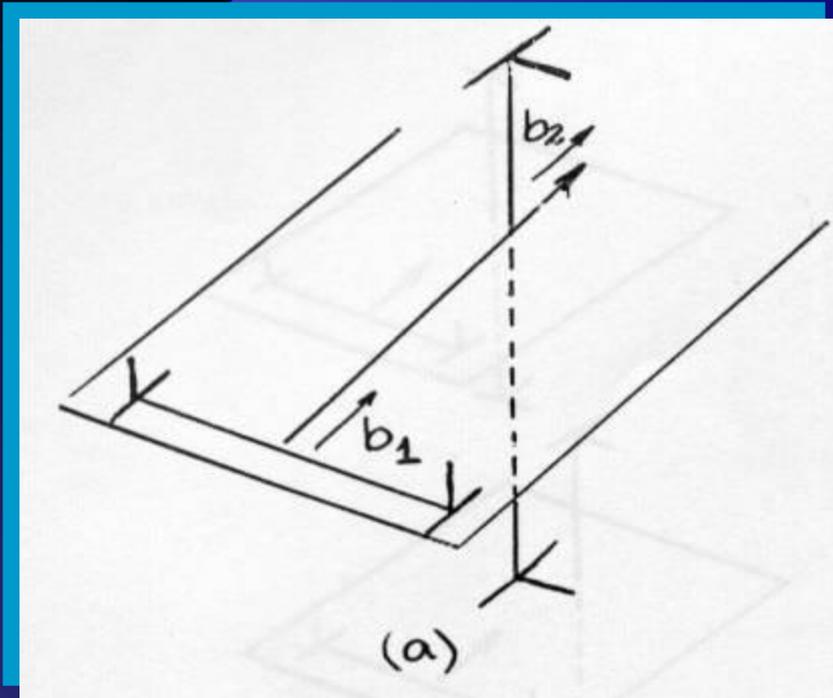


Fig. 37 – Interseção de duas Discordâncias em Cunha.

A passagem da Discordância provoca um Cisalhamento, entre as partes superior e inferior ao Plano de Deslizamento, igual ao **Vetor de Burgers** da Discordância. Temos então a criação de um degrau na árvore.

Degrau pertence **Semi-Plano Suplementar** – cran – jog

Degrau pertence **Plano de Deslizamento** – decrochement – kink

Eliminação: **kink** – por deslizamento

jog – por escalada (dependência com **T**)

2) Além do Mecanismo de **Endurecimento por Deformação** existem ainda outros, um dos mais importantes é o de **Interação Discordâncias – DP (impurezas)**

Impurezas {
1) SS (Posição intersticial ou substitucional)
2) Pequenas partículas 2ª fase (Precipitados)

Discordâncias em cunha interagem com {
Intersticiais
e
Vacâncias

E discordância em cunha-impureza \rightarrow quando defeitos se aproximam

\equiv **E ligação** que a torna estável.

DP se movimentam por Processos Termicamente Ativados, e são quase imóveis a **B.T.**

Durante o deslizamento, uma linha de discordância pode encontrar uma DP. Cada encontro \searrow **E** do sistema do valor da **E de ligação** da discordância ao DP. Para arrancar a Discordância do DP imóvel devemos fornecer a

E ligação da combinação Discordância – DP.

Se B (energia de ligação) for muito grande \rightarrow
 \rightarrow DP ancora a Discordância até à quebra por $\left\{ \begin{array}{l} \text{flutuações} \\ \text{térmicas} \end{array} \right.$

Alternativamente, a discordância pode continuar o seu movimento arrastando consigo os defeitos, \searrow sua mobilidade.

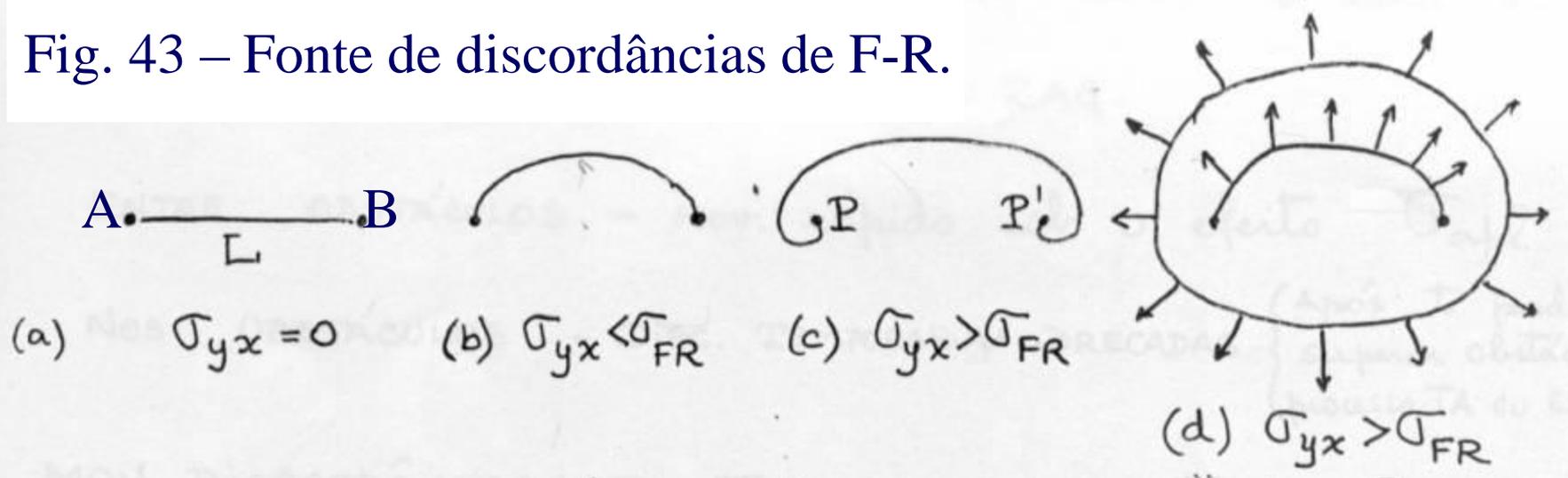
MULTIPLICAÇÃO DE DISCORDÂNCIAS

Observações de **Microscopia Eletrônica** mostram que o nº de discordâncias num sólido \nearrow com a deformação.

FONTE DE FRANK - READ

É o mecanismo mais provável para a ocorrência da **multiplicação** de discordâncias.

Fig. 43 – Fonte de discordâncias de F-R.



a) – Linha Discordância ancorada em A e B. Comprimento L de AB no Plano de Deslizamento, e σ_{yx} vai atuar neste segmento.

Forma de Equilíbrio



Força (devida à u.de compr. σ Aplicada)

=

Força de Restauração (Devida à σ linha)

$$\sigma_{yx} b = \frac{Gb^2}{R}$$



Raio de Curvatura do Equilíbrio

→

$$R = \frac{Gb}{\sigma_{yx}}$$

À medida que $\sigma_{yx} \nearrow$ $R \searrow$ desde $R = \infty$ até um valor mínimo, $L/2$.
(semi-círculo)

Aí

$$(\sigma_{yx})_{R=\frac{L}{2}} = \sigma_{FR} = \frac{2Gb}{L}$$

e se σ_{yx} exceder σ_{FR} o processo **continua**, e o segmento assume a forma mostrada na **Fig. 43 (c)**, que representa um aumento no Raio de Curvatura.

Na continuação seções **P** e **P'** se **encontram** e se **aniquilam** (porções de discordâncias com sinais opostos). Assim, a **discordância crescente** se divide em um **anel** e um **segmento igual ao original**.

A aplicação contínua de $\sigma_{\text{cisalhamento}}$, causa a repetição do processo, que produzirá anéis indefinidamente, se não houver obstáculos.

Deformação de Cisalhamento devida ao Movimento Discordância.

Obstáculos **existentes** no Plano Deslizamento (PDe) **fazem** com que as discordâncias se movam individualmente em Zig – Zag.

Entre Obstáculos – Movimento é rápido sob o efeito da σ_{apl} .

Nos Obstáculos Discordâncias temporariamente brecadas

Após **t** podem superar obstáculos: processo **TA** ou **ESCALADA**.

Movimento de Discordâncias $\equiv \Sigma$ série de eventos de deslizamento, que permitem à discordância varrer uma certa área do PDe, cujo valor é determinado pela densidade de obstáculos neste plano.

Em geral, os anéis produzidos por fontes de FR, não se expandem uniformemente [Fig. 43(d)]. Ao invés disso, uma porção do anel consegue libertar-se do obstáculo e varrer uma certa área, sendo seguida por outros anéis, como na Fig. 44.

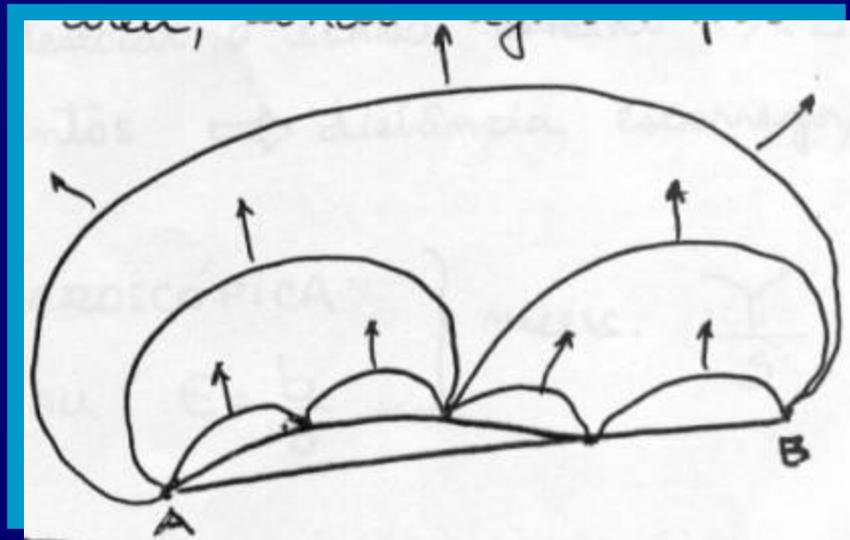


Fig. 44 – Expansão de anéis pelo mecanismo FR.

$$\sigma_{xy} = 0$$