

# TESTES DE HIPÓTESE COM UMA AMOSTRA

Prof. Regina Meyer Branski

# Objetivos

- Introdução aos testes de hipótese
  - ▣ Testes de hipóteses para a média (amostras grandes)
  - ▣ Testes de hipóteses para a média (amostras pequenas)
  - ▣ Teste de hipótese para proporções
  - ▣ Teste de hipótese para variância e desvio padrão

# INTRODUÇÃO AOS TESTES DE HIPÓTESE

# Objetivos

- Estabelecer uma hipótese nula e uma hipótese alternativa
- Identificar os erros tipo I e tipo II e interpretar o nível de significância
- Determinar o uso do teste estatístico uni ou bicaudal e encontrar um valor P
- Tomar e interpretar decisões baseadas em resultados de um teste estatístico
- Escrever uma afirmação para um teste de hipóteses

# Teste de hipótese

Um processo que usa amostras estatísticas para testar uma afirmação sobre o valor de um parâmetro populacional

Um fabricante de automóveis anuncia que seu novo carro híbrido tem média de milhagem de 50 milhas por galão.

Como mostrar que este anúncio é falso?

Para verificar essa afirmação, uma amostra deve ser testada. Se a média amostral difere **suficientemente** da média anunciada, você pode afirmar que o anúncio está incorreto.

# Teste de hipótese

## Hipótese estatística

- Afirmação sobre um parâmetro populacional
- Exige um par de hipóteses:
  - ▣ Uma hipótese que represente a afirmação
  - ▣ Outra hipótese que seja seu complemento
- Quando uma dessas hipóteses for falsa, a outra deve ser verdadeira.
- Qualquer das hipóteses pode representar a afirmação original

# Estabelecendo uma hipótese

## Hipótese nula

- Hipótese estatística que contém uma afirmação de igualdade como  $\leq = \geq$
- Denotada como  $H_0$  e é lida como “H subzero” ou “hipótese nula.”

## Hipótese alternativa

- Uma afirmação de desigualdade como  $> \neq <$
- Denotada como  $H_a$  e é lida como “H sub-a.”
- Deve ser verdadeira se  $H_0$  for falsa.

Afirmações complementares



# Estabelecendo uma hipótese

- Para escrever as hipóteses nula e alternativa
  - ▣ Traduza a afirmação feita sobre o parâmetro populacional de verbal para matemática.
  - ▣ Escreva seu complemento

$$H_0: \mu \leq k$$
$$H_a: \mu > k$$

$$H_0: \mu \geq k$$
$$H_a: \mu < k$$

$$H_0: \mu = k$$
$$H_a: \mu \neq k$$

Assuma sempre que  $\mu = k$  e examine a distribuição amostral com base em sua suposição.

# Estabelecendo as hipóteses nula e alternativa

Escreva a afirmação como uma sentença matemática

Afirme as hipóteses nula e alternativa

Identifique qual representa a afirmação

Uma universidade afirma que a proporção de seus estudantes que se graduaram em 4 anos é de 82%

Um fabricante de torneiras anuncia que o índice médio de fluxo de água de certo tipo de torneira é menor que 2,5 galões por minuto.

Uma indústria de cereais anuncia que o peso médio dos conteúdos de suas caixas de 20 onças de cereal é mais do que 20 onças.

# Estabelecendo as hipóteses nula e alternativa

Escreva a afirmação como uma sentença matemática

Afirme as hipóteses nula e alternativa

Identifique qual representa a afirmação

Uma universidade afirma que a proporção de seus estudantes que se graduaram em 4 anos é de 82%

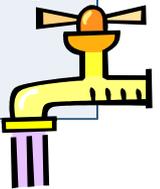
$H_0: p = 0.82$  ← Condição de igualdade (afirmação)

$H_a: p \neq 0.82$  Complemento de  $H_0$

# Estabelecendo as hipóteses nula e alternativa

Escreva a afirmação como uma sentença matemática  
Afirmar as hipóteses nula e alternativa  
Identifique qual representa a afirmação

Um fabricante de torneiras anuncia que o índice médio de fluxo de água de certo tipo de torneira é menor que 2,5 galões por minuto.



$H_0$   $\mu \geq 2.5$  galões por minuto ← Complemento de  $H_a$

$H_a$   $\mu < 2.5$  galões por minuto ← Condição de desigualdade

(Afirmação)

# Estabelecendo as hipóteses nula e alternativa

Escreva a afirmação como uma sentença matemática.  
Afirmar as hipóteses nula e alternativa  
Identifique qual representa a afirmação

Uma indústria de cereais anuncia que o peso médio dos conteúdos de suas caixas de 20 onças de cereal é mais do que 20 onças.

$$H_0: \mu \leq 20 \text{ onças}$$

$$H_a: \mu > 20 \text{ onças}$$

← Complemento de  $H_a$

← Condição de desigualdade



(Afirmação)

# $H_0$ e $H_a$ ?

13

- Um fabricante de lâmpadas afirma que a vida útil média de certo tipo de lâmpada é mais do que 750 horas.
- Confirme a afirmação do departamento de embarque de uma empresa, o número de erros por milhão de embarques tem desvio padrão de menos que 3.
- O desvio padrão do preço base de certo tipo de veículo não é mais do que \$ 320
- Uma organização de pesquisa reporta que 28% dos residentes são estudantes universitários
- Os resultados de estudo recente mostram que a proporção de pessoas que usam cintos de segurança quando estão em um carro é 81%
- Uma empresa afirma que sua marca de tinta tem tempo médio de secagem de menos de 45 minutos.

# Tipos de erros

- Começar o teste de hipótese **assumindo que a condição de igualdade na hipótese nula é verdadeira** (não importa qual das hipóteses represente a afirmação)
- Ao final do teste, tomar uma das decisões
  - ▣ Rejeitar a hipótese nula ou
  - ▣ Não rejeitar a hipótese nula
- Pelo fato da decisão ser baseada em uma amostra ao invés da população, sempre há a possibilidade de tomar a decisão errada.

# Tipos de erros

	A verdade de $H_0$	
Decisão	$H_0$ é verdadeira	$H_0$ é falsa
Não rejeitar $H_0$	Decisão correta	<b>Erro tipo II</b>
Rejeitar $H_0$	<b>Erro tipo I</b>	Decisão correta

- Um **erro tipo I** ocorre se a hipótese nula for rejeitada quando é verdadeira.
- Um **erro tipo II** ocorre se a hipótese nula não for rejeitada quando é falsa.

# Identificando erros tipo I e II

O limite USDA para contaminação por salmonela por frango é de 20%. Um inspetor de carnes reporta que o frango produzido por uma empresa excede o limite USDA. Você realiza um teste de hipóteses para determinar se a afirmação do inspetor de carne é verdadeira. Quando irá ocorrer um erro tipo I ou tipo II? Qual é mais sério? (Fonte: *United States Department of Agriculture.*)



# Identificando erros tipo I e II

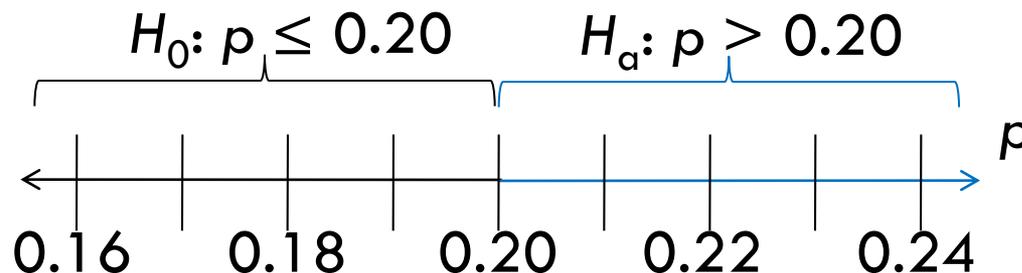
$p$  representar a proporção de frangos contaminados

Hipóteses:  $H_0: p \leq 0.2$

$H_a: p > 0.2$  (afirmação)

Frango está dentro dos limites

Frango excede os limites



# Identificando erros tipo I e II

Hipóteses:  $H_0: p \leq 0.2$   
 $H_a: p > 0.2$  (Afirmação)

Erro tipo I: rejeitar  $H_0$  quando ele for verdadeiro

A proporção verdadeira de frangos contaminados é menor ou igual a 0,2, mas rejeita  $H_0$

Erro tipo II: não rejeitar  $H_0$  quando ele for falso

A proporção verdadeira de frangos contaminados é maior que 0,2, mas não rejeita  $H_0$

# Identificando erros tipo I e II

Hipóteses:  $H_0: p \leq 0.2$

$H_a: p > 0.2$  (Afirmação)

- Erro tipo I: pode criar pânico e causar danos às vendas de produtores de frangos quando na verdade estão dentro dos limites
- Erro tipo II: pode permitir que frangos que excedam o limite de contaminação sejam vendidos ao consumidor.
- Erro tipo II pode resultar em doenças ou mesmo em mortes

# Identificando erros tipo I e II

20

Uma empresa especializada na fabricação de paraquedas afirma que o índice de falha não é mais do que 1%. Você realiza um teste de hipótese para determinar se a afirmação é falsa. Quando ocorrerá um erro tipo I ou tipo II? Qual o mais sério?

# Nível de significância

- Probabilidade máxima permitida para um erro tipo I
  - ▣ Denotado por  $\alpha$
- Quando o nível de significância é pequeno, quer que a probabilidade de rejeitar uma hipótese nula verdadeira seja pequena
- Três níveis de significância comumente usados são:
  - ▣  $\alpha = 0.10$     $\alpha = 0.05$     $\alpha = 0.01$
- $P(\text{tipo de erro II}) = \beta$  (beta)

# Testes estatísticos

- Após afirmar as hipóteses nula e alternativa e especificar o nível de significância, obter uma amostra aleatória da população e calcular as estatísticas amostrais como média e desvio padrão
- A estatística que é comparada com o parâmetro na hipótese nula é chamada de **estatística do teste**

Parâmetro populacional	Estatística de teste	Estatística de teste padronizada
$\mu$	$\bar{x}$	$z$ ( $n \geq 30$ ) $t$ ( $n < 30$ )
$p$	$\hat{p}$	$z$
$\sigma^2$	$s^2$	$\chi^2$

# Valor P ou Valor da Probabilidade

- Para decidir se rejeita  $H_0$ , determinar se a probabilidade de se obter uma estatística de teste padronizada é menor que o nível de significância.
- P-teste é a probabilidade de obter uma estatística amostral com valores tão extremos ou mais extremos do que aquela determinada a partir dos dados da amostra, quando a hipótese nula for verdadeira
- Depende da natureza do teste

# Natureza do teste

- Três tipos de teste de hipóteses
  - ▣ Unicaudal à esquerda
  - ▣ Unicaudal à direita
  - ▣ Bicaudal
- O tipo de teste depende da localização da região da distribuição da amostra que favorece uma rejeição da  $H_0$
- Essa região é indicada pela hipótese alternativa

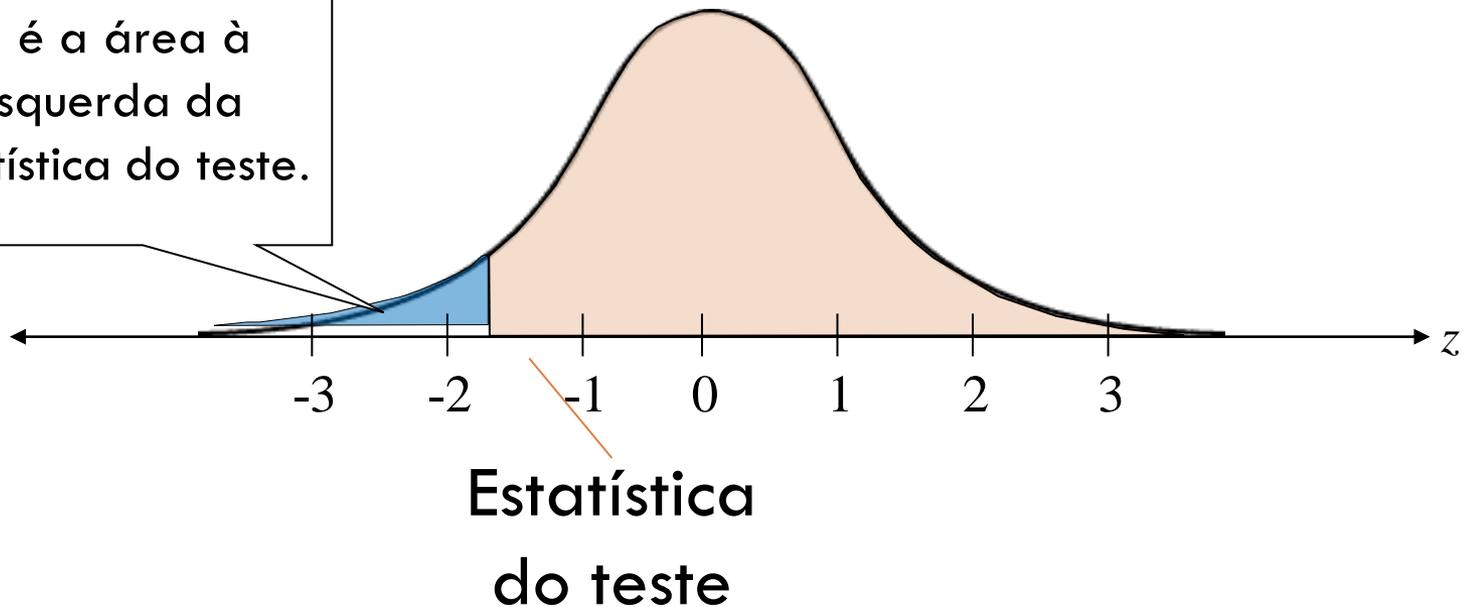
# Teste unicaudal à esquerda

- A hipótese alternativa  $H_a$  contém o símbolo  $<$  (menor que)

$$H_0: \mu \geq k$$

$$H_a: \mu < k$$

$P$  é a área à esquerda da estatística do teste.

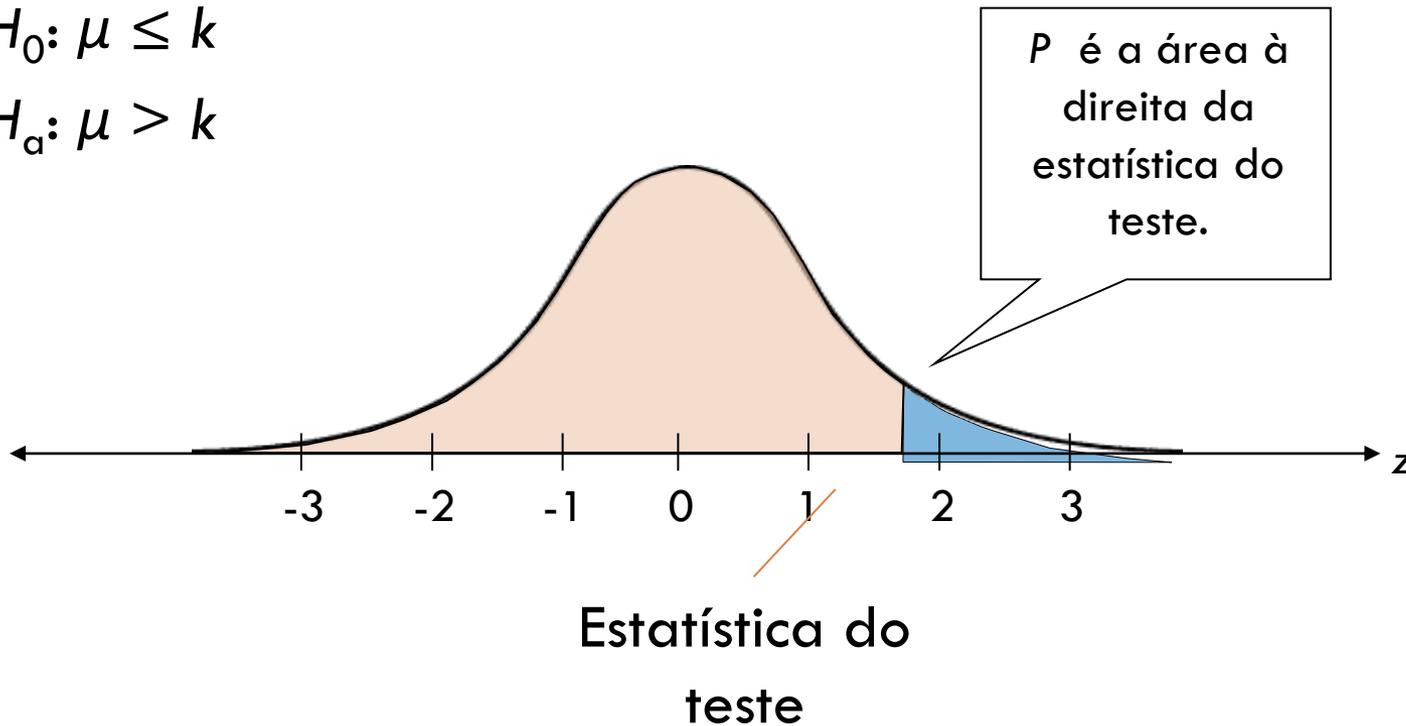


# Teste unicaudal à direita

- A hipótese alternativa  $H_a$  contém um símbolo maior que ( $>$ )

$$H_0: \mu \leq k$$

$$H_a: \mu > k$$



# Teste bicaudal

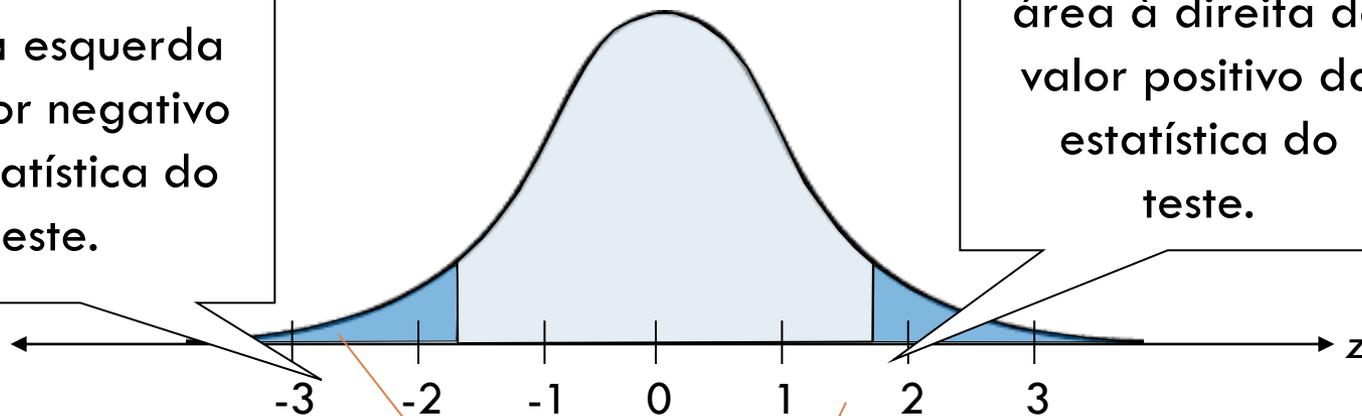
- A hipótese alternativa  $H_a$  contém o símbolo de não igualdade ( $\neq$ )
- Cada cauda tem uma área de  $1/2P$ .

$$H_0: \mu = k$$

$$H_a: \mu \neq k$$

$P$  é duas vezes a área à direita do valor positivo da estatística do teste.

$P$  é duas vezes a área à esquerda do valor negativo da estatística do teste.



Teste estatístico      Teste estatístico

# Identificando a natureza de um teste

- Para cada afirmação, estabeleça em palavras e símbolos  $H_0$  e  $H_a$ .
- Determine se o teste de hipótese é unicaudal ou bicaudal.
- Descreva uma distribuição de amostragem normal e sombreie a área para o valor  $P$

# Identificando a natureza de um teste

1. Uma universidade afirma que a proporção de seus estudantes que se graduam em 4 anos é 82%
2. Um fabricante de torneiras anuncia que o índice médio de fluxo de água de certo tipo de torneira é menor que 2,5 galões por minuto
3. Uma indústria de cereais anuncia que o peso médio dos conteúdos de suas caixas é 20 onças de cereal e mais do que 20 onças.

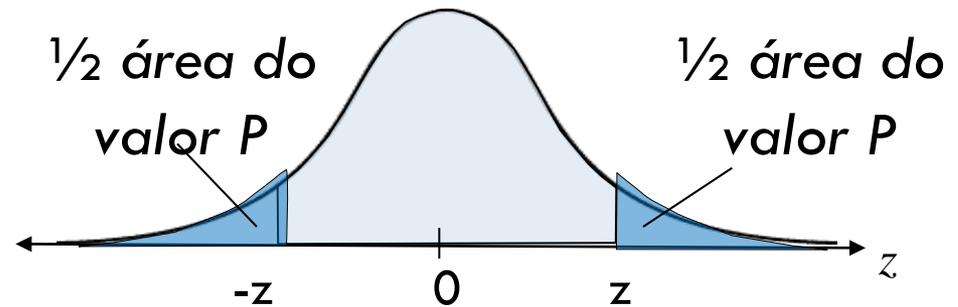
# Identificando a natureza de um teste

Uma universidade afirma que a proporção de estudantes que se graduaram em 4 anos é de 82%.

$$H_0: p = 0.82$$

$$H_a: p \neq 0.82$$

Teste bicaudal



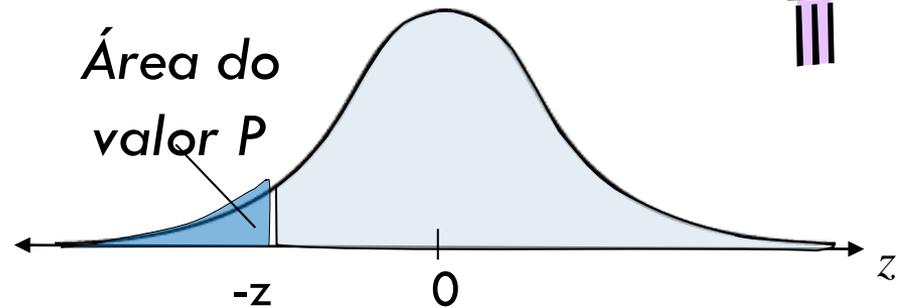
# Identificando a natureza de um teste

Um fabricante de torneiras anuncia que o índice médio de fluxo de água de certo tipo de torneira é menor que 2,5 galões por minuto (gpm)

$$H_0: \mu \geq 2.5 \text{ gpm}$$

$$H_a: \mu < 2.5 \text{ gpm}$$

Teste unicaudal  
à esquerda



# Identificando a natureza de um teste

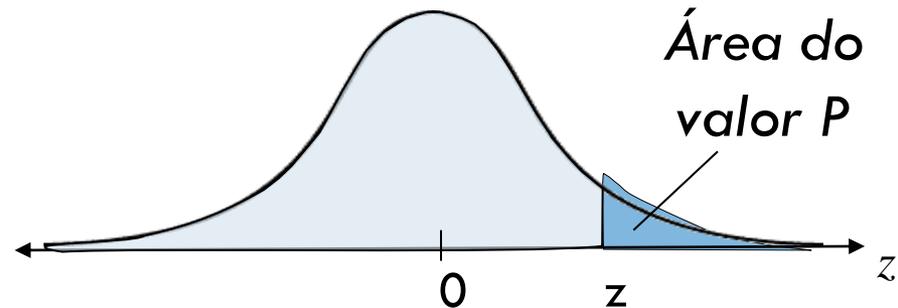
Uma indústria de cereais anuncia que o peso médio dos conteúdos de suas caixas de 20 onças de cereal é mais do que 20 onças.



$$H_0: \mu \leq 20 \text{ oz}$$

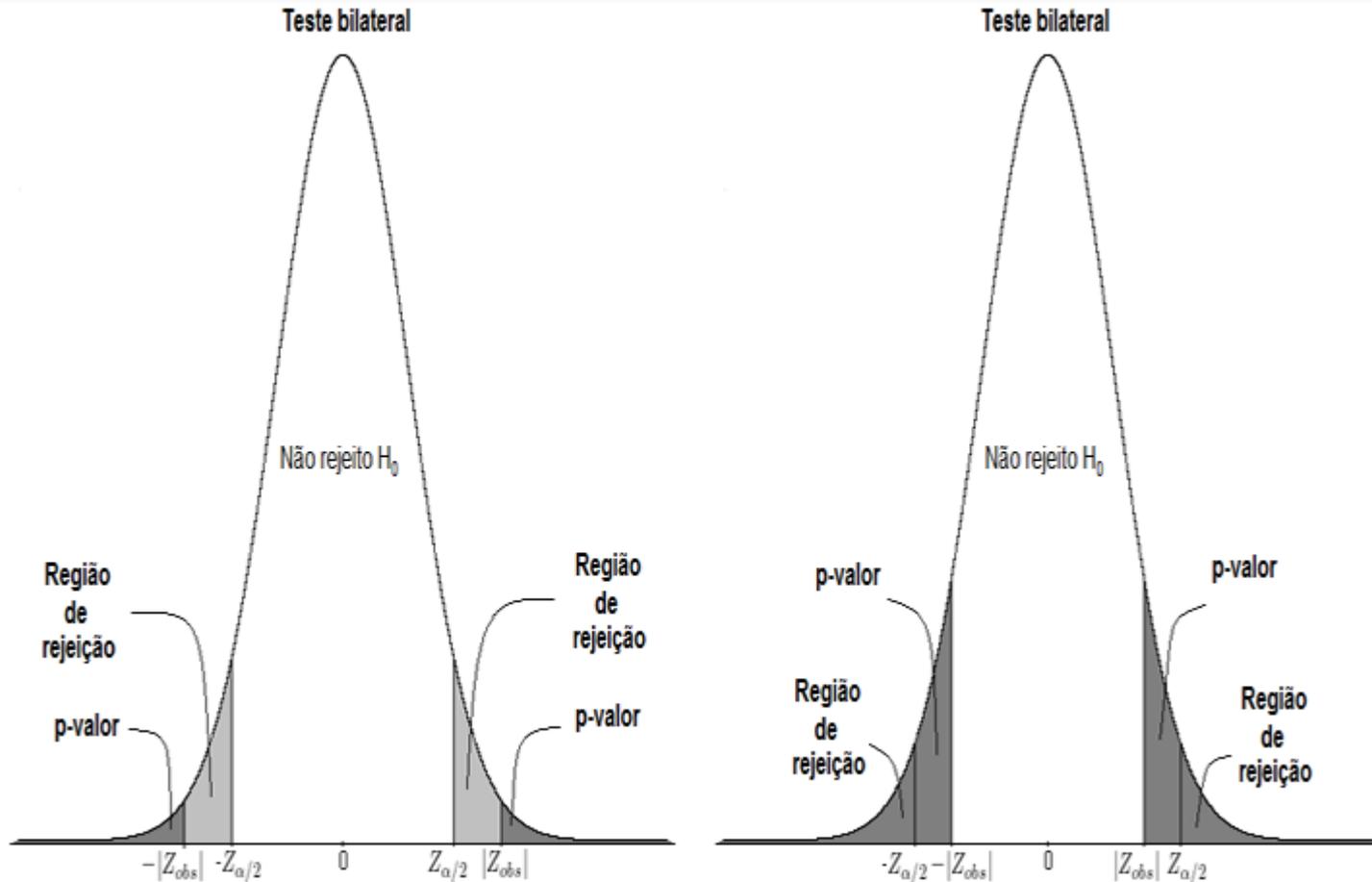
$$H_a: \mu > 20 \text{ oz}$$

Teste unicaudal à direita



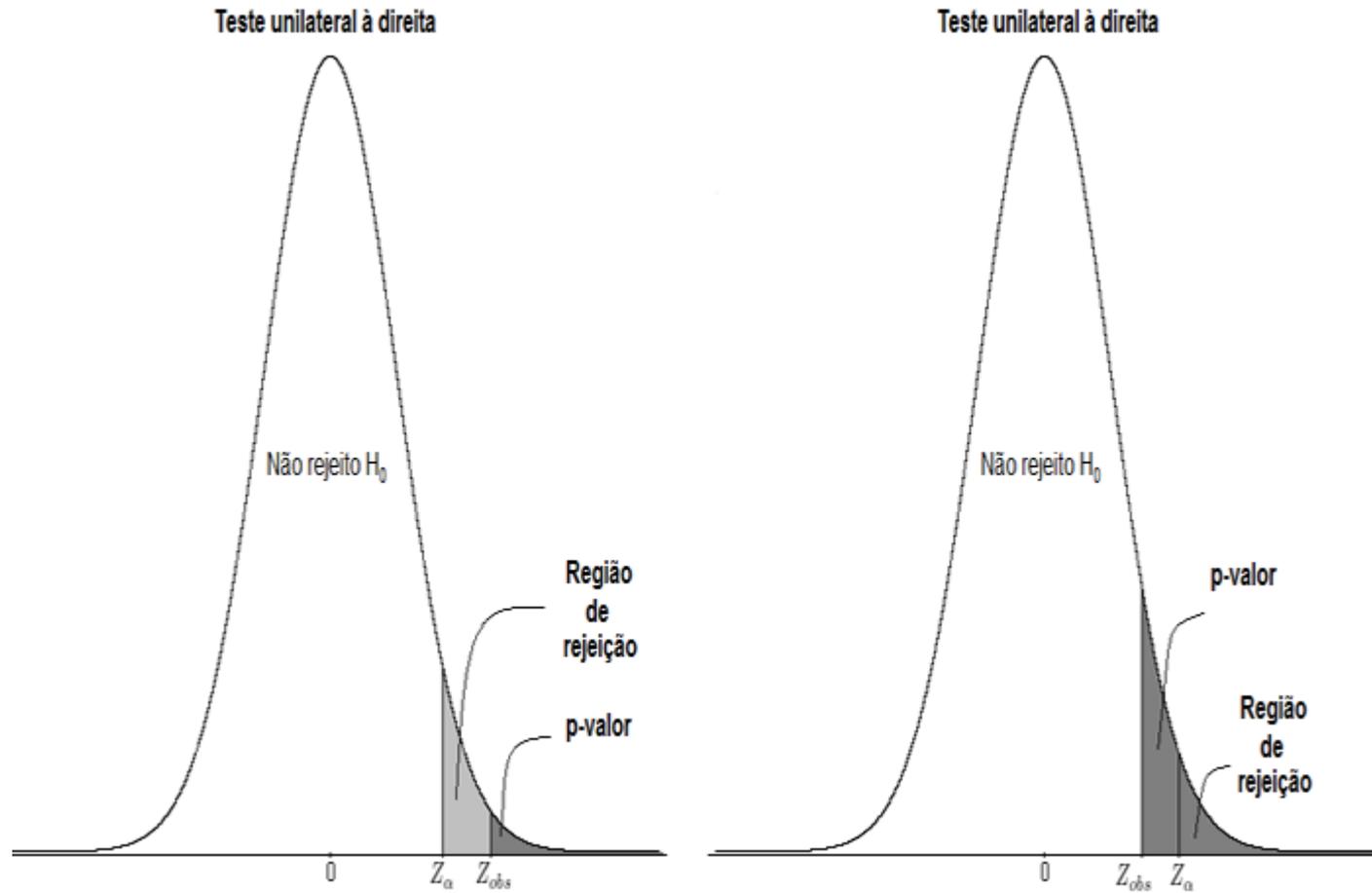
# Tomando uma decisão

33



# Tomando uma decisão

34



# Tomando uma decisão

## Regra de decisão baseada em um valor P

- Compare o valor P com  $\alpha$ 
  - ▣ Se  $P \leq \alpha$ , rejeitar  $H_0$ .
  - ▣ Se  $P > \alpha$ , não rejeitar  $H_0$ .

Decisão	Afirmação	
	Afirmação é $H_0$	Afirmação é $H_a$
Rejeitar $H_0$	Há evidência suficiente para rejeitar a afirmação.	Há evidência suficiente para apoiar a afirmação.
Não rejeitar $H_0$	Não há evidência suficiente para rejeitar a afirmação.	Não há evidência suficiente para apoiar a afirmação.

# Interpretando uma decisão

Realiza um teste de hipótese para cada uma das afirmações.

Como interpretar a decisão se rejeitar  $H_0$  ? E de não rejeitar  $H_0$ ?

# Interpretando uma decisão

$H_0$  (Afirmação): Uma universidade alega que a proporção de seus estudantes que se graduaram em 4 anos é de 82%.

# Interpretando uma decisão

$H_0$  (Afirmação): Uma universidade alega que a proporção de seus estudantes que se graduaram em 4 anos é de 82%.

- Afirmação é representada por  $H_0$
- Se rejeitar  $H_0$ , concluir: “há evidência suficiente para rejeitar a afirmação da universidade.”
- Se não rejeitar  $H_0$ , concluir: “não há evidência suficiente para rejeitar a afirmação da universidade.”

# Interpretando uma decisão

$H_a$  (Afirmação): a *Consumer Reports* afirma que a média das distâncias de frenagem (em superfície seca) para um Honda Civic é menos que 136 pés.

- A afirmação é representada por  $H_a$  ( $H_a < 136$ )
- $H_0$  é “a média de distância de frenagem... é maior ou igual a 136 pés” ( $H_0 \geq 136$ )



# Interpretando uma decisão

- Rejeitar  $H_0$ : “há evidência suficiente para apoiar a afirmação de que a distância de frenagem para um Honda Civic é menos que 136 pés”
- Não rejeitar  $H_0$ : “não há evidência suficiente para apoiar a afirmação de que a distância de frenagem para um Honda Civic é menos que 136 pés”.

# Interpretando uma decisão

41

- Você realiza um teste de hipótese para a afirmação a seguir. Como você deve interpretar sua decisão se você rejeitar  $H_0$ ? Se você não rejeitar  $H_0$ ?
- $H_a$ : uma estação de rádio publica que sua proporção de audiência de ouvintes locais é maior que 39% (afirmação)

# Interpretando uma decisão

42

- Há evidência suficiente para apoiar a afirmação da rádio de que sua proporção de ouvintes locais é maior que 39%
- Não há evidência suficiente para apoiar a afirmação da estação de rádio de que a proporção de ouvintes locais é maior do que 39%

# Instruções para o teste de hipótese

## *Em palavras*

1. Formule a afirmação matemática e verbalmente. Identifique as hipóteses nula e alternativa
2. Especifique o nível de significância
3. Determine a distribuição amostral padronizada e faça o gráfico
4. Determine a estatística do teste e o valor padronizado

## *Em símbolos*

Afirme  $H_0$  e  $H_a$

Identifique  $\alpha$

# Instruções para o teste de hipótese

*Em palavras*

*Em símbolos*

5. Encontre o valor de P

Unicaudal ou Bicaudal

6. Tome a decisão de rejeitar ou de não rejeitar a hipótese nula

Rejeitar  $H_0$  se  $P \leq \alpha$ . Não rejeitar  $H_0$  caso contrário

7. Interprete a decisão no contexto da afirmação original

# Objetivos

- ❑ Estabelecer uma hipótese nula e uma hipótese alternativa.
- ❑ Identificar os erros tipo I e tipo II e interpretamos o nível de significância.
- ❑ Determinar o uso do teste estatístico uni ou bicaudal e encontrar um valor P.
- ❑ Tomar e interpretar decisões baseadas em resultados de um teste estatístico.
- ❑ Escrever uma afirmação para um teste de hipóteses.

# TESTES DE HIPÓTESE PARA A MÉDIA (AMOSTRAS GRANDES)

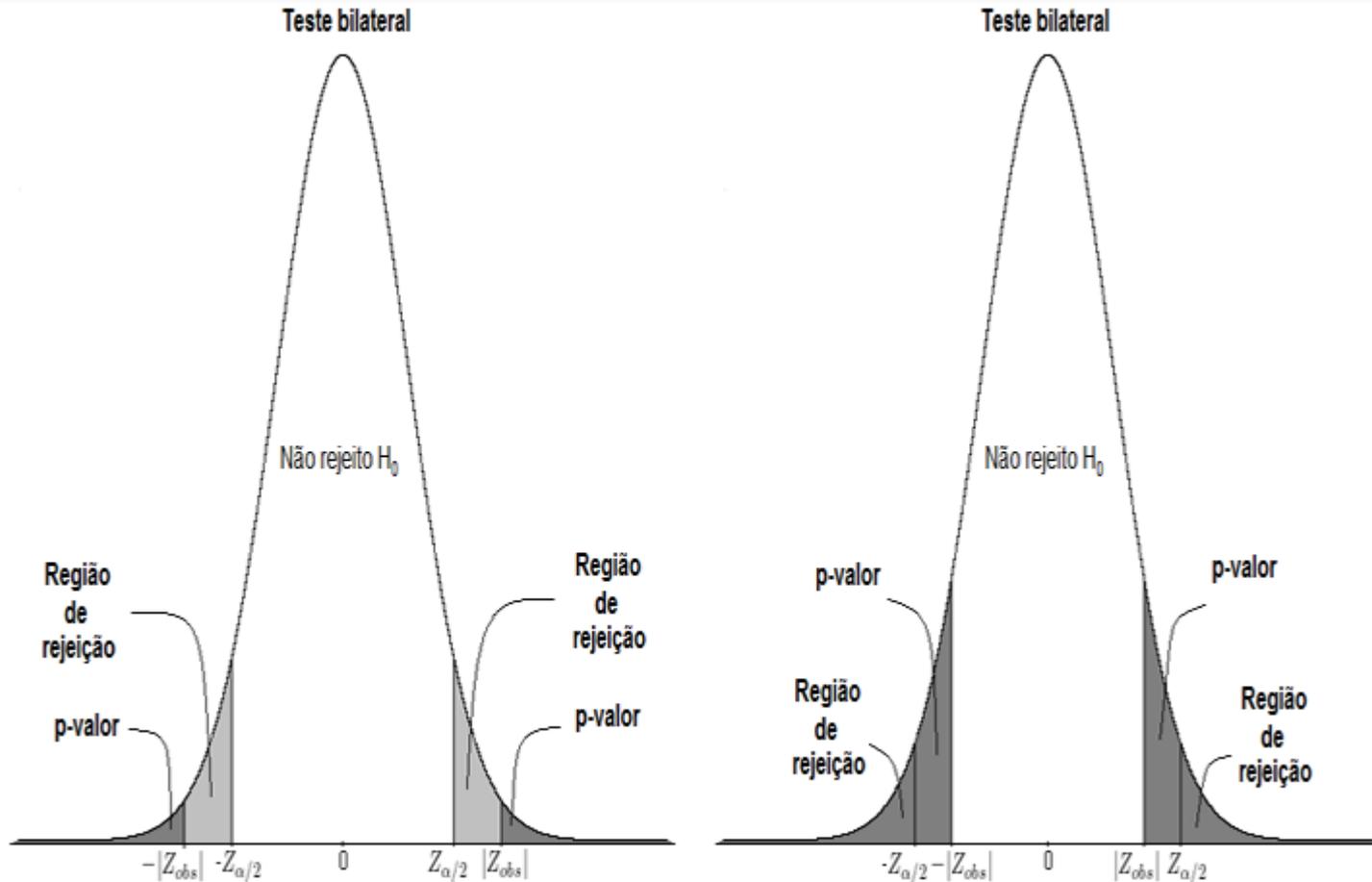
# Objetivos

- Encontrar valores  $P$  e usar para testar uma média  $\mu$
- Usar valores  $P$  para um teste- $z$
- Encontrar valores críticos e regiões de rejeição em uma distribuição normal
- Usar as regiões de rejeição para um teste- $z$

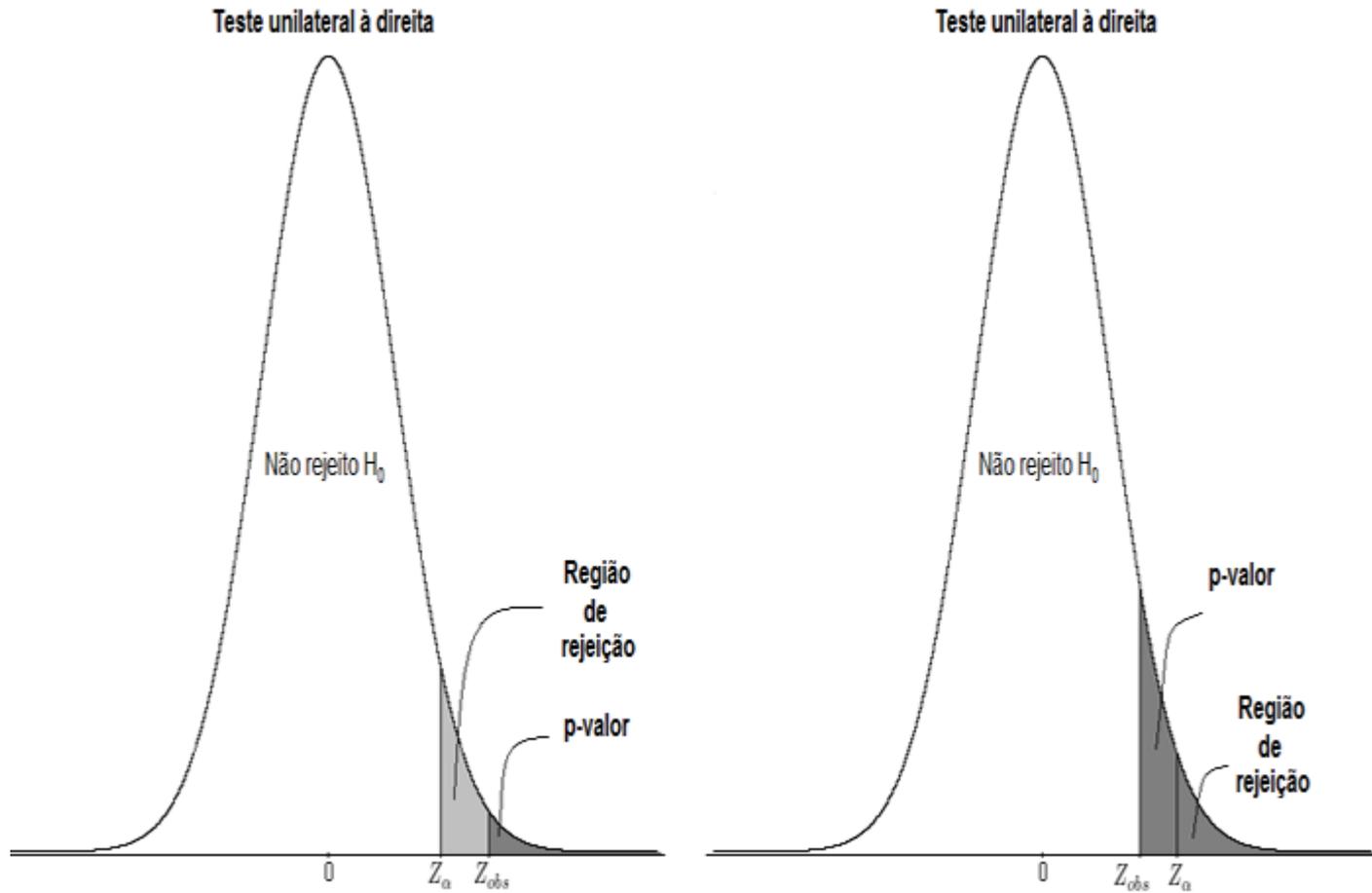
# Usando valores $P$ para tomada de decisões

- Para usar um valor  $P$  para tomar uma decisão em um teste de hipóteses, compare o valor  $P$  com  $\alpha$ .
  1. Se  $P \leq \alpha$ , rejeitar  $H_0$ .
  2. Se  $P > \alpha$ , não rejeitar  $H_0$ .

# Tomando uma decisão



# Tomando uma decisão



# Exemplo: interpretando um valor $P$

O valor  $P$  para o teste de hipótese é  $P = 0,0237$ . Qual sua decisão se o nível de significância é:

1. 0,05?
2. 0,01?

# Encontrando o valor $P$

Depois de determinar a estatística do teste padronizada do teste de hipótese e a área correspondente da estatística do teste, realize um dos passos a seguir para encontrar o valor  $P$ .

- a. Para o teste unicaudal à esquerda,  $P =$  (área na cauda esquerda).
- b. Para o teste unicaudal à direita,  $P =$  (área na cauda direita).
- c. Para o teste bicaudal,  $P =$  (área na cauda da estatística do teste).

# Exemplo: encontrando o valor $P$

Encontre o valor  $P$  para o teste de hipótese unicaudal à esquerda com estatística de teste  $z = -2,23$ . Decida se rejeita  $H_0$  se o nível de significância for  $\alpha = 0,01$ .

# Exemplo: encontrando o valor $P$

Encontre o valor  $P$  para o teste de hipótese unicaudal à esquerda com estatística de teste  $z = -1,62$ . Decida se rejeita  $H_0$  se o nível de significância for  $\alpha = 0,05$ .

# Exemplo: encontrando o valor $P$

Encontre o valor  $P$  para o teste bicaudal com estatística do teste de  $z = 2,14$ . Decida se rejeita  $H_0$  se o nível de significância for  $\alpha = 0,05$ .

# Teste z para uma média $\mu$

- Pode ser usado quando a população é normal e  $\sigma$  é conhecido, ou para qualquer população quando o tamanho da amostra  $n$  for pelo menos 30.
- A **estatística do teste** é a média amostral
- A **estatística do teste padronizado** é  $z$ .

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \text{erro padrão} = \sigma_{\bar{x}}.$$

- Quando  $n \geq 30$ , o desvio padrão da amostra  $s$  pode ser substituído por  $\sigma$ .

# Usando valores P para um teste z para média $\mu$

## *Em palavras*

1. Declare a afirmação matemática e verbalmente. Identifique as hipóteses nula e alternativa.
2. Especifique o nível de significância.
3. Determine o teste estatístico padronizado.
4. Encontre a área que corresponda à z.

## *Em Símbolos*

Declare  $H_0$  e  $H_a$ .

Identifique  $\alpha$ .

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

# Usando valores $P$ para um teste $z$ para média $\mu$

*Em palavras*

5. Encontre o valor- $P$
6. Tome a decisão de rejeitar ou não rejeitar a hipótese nula.
7. Interprete a decisão no contexto da afirmação original.

*Em símbolos*

Rejeite  $H_0$  se  $P \leq \alpha$ .

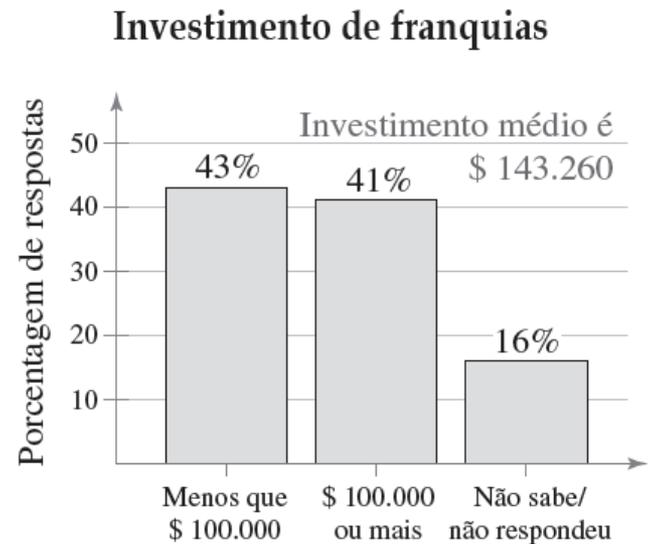
# Exemplo: usando valores $P$ para testes de hipóteses

Em um anúncio, uma pizzaria afirma que a média de seu tempo de entrega é menor que 30 minutos. Uma seleção aleatória de 36 tempos de entrega tem média amostral de 28,5 minutos e desvio padrão de 3,5 minutos. Há evidência suficiente para apoiar a afirmação em  $\alpha = 0,01$ ? Use um valor  $P$ .



# Usando valores P para testes de hipóteses

Você acha que a informação do investimento médio de franquias mostrada no gráfico é incorreta, então você seleciona aleatoriamente 30 franquias e determina o investimento necessário para cada. A média amostral de investimento é \$ 135.000 com desvio padrão de \$30.000. Há evidência suficiente para apoiar sua afirmação em  $\alpha = 0,05$ . Use um valor  $P$ .



# Regiões de rejeição e valores críticos

## **Região de rejeição (ou região crítica)**

- A amplitude de valores para a qual a hipótese nula não é provável.
- Se uma estatística de teste está nessa região, a hipótese nula é rejeitada.
- Um valor crítico  $z_0$  separa a região de rejeição da região de não rejeição.

# Encontrando valores críticos em uma distribuição normal

1. Especifique o nível de significância  $\alpha$ .
2. Decida se o teste é unicaudal à esquerda, à direita ou bicaudal.
3. Encontre o(s) valor(es) crítico(s)  $z_0$ . Se o teste de hipótese for:
  - a. *caudal à esquerda*, encontre o z-escore que corresponda à área de  $\alpha$ ;
  - b. *caudal à direita*, encontre o z-escore que corresponda à área de  $1 - \alpha$ ;
  - c. *bicaudal*, encontre o z-escore que corresponda a  $1/2\alpha$  e a  $1 - 1/2\alpha$ .
4. Faça a distribuição normal padrão. Desenhe uma linha vertical em cada valor crítico e preencha a(s) região(ões) de rejeição.

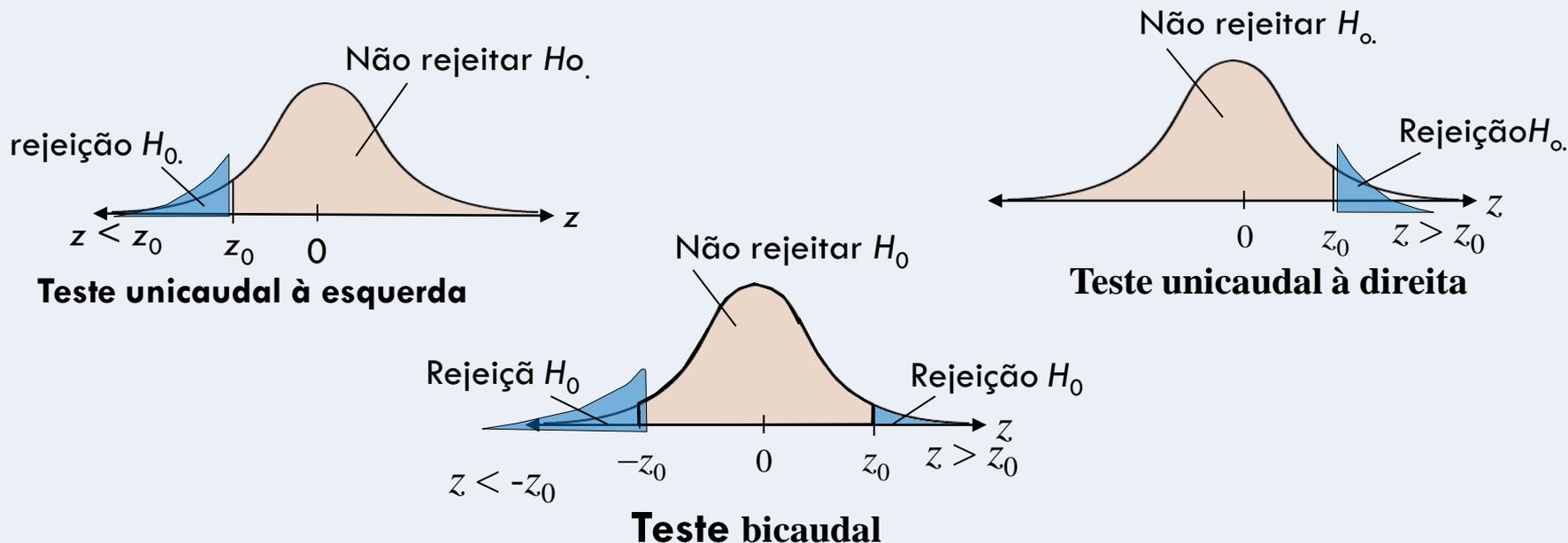
# Encontrando valores críticos

Encontre o valor crítico e a região de rejeição de um teste bicaudal com  $\alpha = 0,05$ .

# Regra da decisão baseada numa região de rejeição

Para usar a região de rejeição para conduzir um teste de hipótese, calcule a estatística do teste padronizado  $z$ . Se a estatística do teste padronizado:

1. Estiver na região de rejeição, então rejeite  $H_0$ .
2. Não estiver na região de rejeição, então não rejeitar  $H_0$ .



# Usando regiões de rejeição para um teste z para uma média $\mu$

## *Em palavras*

1. Declare a afirmação matemática e verbalmente. Identifique as hipóteses nula e alternativa.
2. Especifique o nível de significância.
3. Faça a distribuição de amostragem.
4. Determine o(s) valor(es) crítico(s).
5. Determine a(s) região(ões) de rejeição.

## *Em símbolos*

Declare  $H_0$  e  $H_a$ .

Identifique  $\alpha$ .

# Usando regiões de rejeição para um teste z para uma média $\mu$

## *Em palavras*

6. Encontre o teste estatístico padronizado.
7. Tome a decisão de rejeitar ou falhar em rejeitar a hipótese nula.
8. Interprete a decisão no contexto da afirmação original.

## *Em símbolos*

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \quad \text{or if } n \geq 30$$

use  $\sigma \approx s$ .

Se  $z$  está na região de rejeição, rejeite  $H_0$ . Se não, não rejeitar  $H_0$ .

# Testando $\mu$ com amostra grande

Funcionários de uma grande firma de contabilidade afirmam que a média dos salários dos contadores é menor que a de seu concorrente, que é \$ 45.000. Uma amostra aleatória de 30 dos contadores da firma tem média de salário de \$ 43.500 com desvio padrão de \$5.200. Com  $\alpha = 0,05$ , teste a afirmação dos funcionários.



# Testando $\mu$ com amostra grande

O departamento de agricultura dos Estados Unidos reporta que o custo médio para se criar um filho até a idade de 2 anos na zona rural é de \$ 10.460. Você acredita que esse valor está incorreto, então você seleciona uma amostra aleatória de 900 crianças (com idade de 2 anos) e descobre que a média dos custos é \$10.345 com desvio padrão de \$ 1.540. Com  $\alpha = 0,05$ , há evidência suficiente para concluir que a média do custo é diferente de \$ 10.460? (*Adaptado de U.S. Department of Agriculture Center for Nutrition Policy and Promotion*)



# Objetivos

- Encontrar valores  $P$  e usar para testar uma média  $\mu$
- Usar valores  $P$  para um teste  $z$
- Encontrar valores críticos e regiões de rejeição em uma distribuição normal
- Usar as regiões de rejeição para um teste  $z$

# TESTE DE HIPÓTESE PARA A MÉDIA (AMOSTRAS PEQUENAS)

# Objetivos

- Encontrar valores críticos numa distribuição- $t$
- Usar o teste- $t$  para testar uma média  $\mu$

# Encontrando valores críticos numa distribuição- $t$

1. Identifique o nível de significância  $\alpha$ .
2. Identifique os graus de liberdade g.l. =  $n - 1$ .
3. Encontre o(s) valore(s) crítico(s)
4. Se o teste de hipótese é:
  - a. *Unicaudal à esquerda*, use a coluna “Unicaudal,  $\alpha$ ” com um sinal de negativo;
  - b. *Unicaudal à direita*, use a coluna “Unicaudal,  $\alpha$ ” com um sinal de positivo;
  - c. *Bicaudal*, use a coluna “Bicaudal,  $\alpha$ ” com um sinal de negativo e um de positivo.

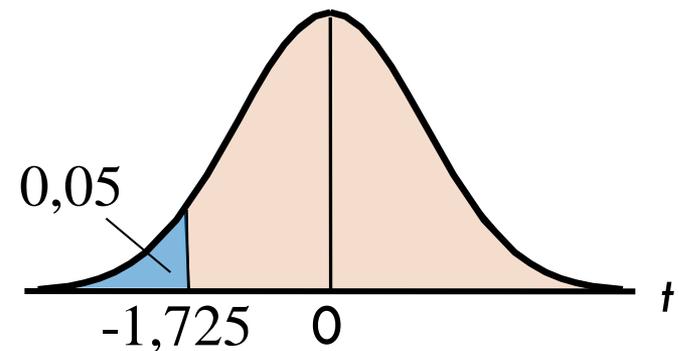
# Exemplo: encontrando valores críticos para $t$

Encontre o valor crítico  $t_0$  para um teste unicaudal à esquerda, dado:

$$\alpha = 0,05 \text{ e } n = 21$$

## Solução:

- Os graus de liberdade são  $\text{g.l.} = n - 1 = 21 - 1 = 20$ .
- Procure  $\alpha = 0,05$  na coluna “Unicaudal,  $\alpha$ ”.
- Porque o teste é unicaudal à esquerda, o valor crítico é negativo.

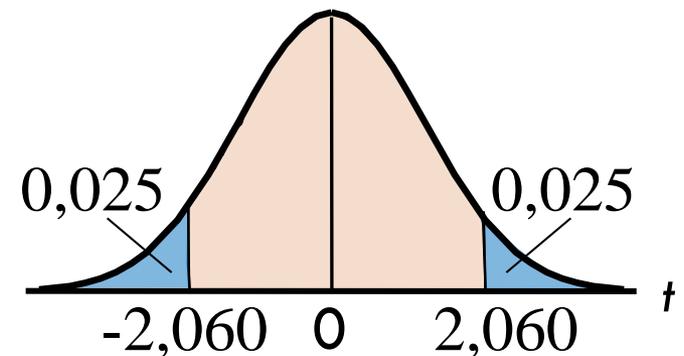


# Exemplo: encontrando valores críticos para $t$

Encontre os valores críticos  $t_0$  e  $-t_0$  para um teste bicaudal dado  $\alpha = 0,05$  e  $n = 26$ .

## Solução:

- Os graus de liberdade são g.l.  $= n - 1 = 26 - 1 = 25$ .
- Procure  $\alpha = 0,05$  na coluna “Bicaudal,  $\alpha$ ”.
- Porque o teste é bicaudal, um valor crítico é positivo e o outro é negativo.



# Teste- $t$ para uma média $\mu$ ( $n < 30$ , $\sigma$ desconhecido)

## Teste- $t$ para uma média

- Um teste estatístico para uma média populacional.
- O teste- $t$  pode ser usado quando a população é normal, ou aproximadamente normal,  $\sigma$  é desconhecido, e  $n < 30$ .
- O teste estatístico é a média amostral  $\bar{x}$
- O teste estatístico padronizado é  $t$ .

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n}}$$
- Os graus de liberdade são g.l. =  $n - 1$ .

# Usando o teste- $t$ para uma média $\mu$ (amostra pequena)

## *Em palavras*

1. Expresse a afirmação matemática e verbalmente. Identifique a hipótese nula e alternativa.
2. Especifique o nível de significância.
3. Identifique os graus de liberdade e faça a distribuição amostral.
4. Determine quaisquer valores críticos.

## *Em símbolos*

Expresse  $H_0$  e  $H_a$ .

Identifique  $\alpha$ .

g.l. =  $n - 1$ .

Use a tabela

# Usando o teste- $t$ para uma média $\mu$ (amostra pequena)

## *Em palavras*

5. Determine quaisquer regiões de rejeição.
6. Encontre o teste estatístico padronizado.
7. Decida-se por rejeitar ou falhar em rejeitar a hipótese nula.
8. Interprete a decisão no contexto da afirmação original.

## *Em símbolos*

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$$

Se  $t$  está na região de rejeição, rejeitar  $H_0$ .  
Senão, não rejeitar  $H_0$ .

# Exemplo: testando $\mu$ com uma amostra pequena

Um revendedor de carros usados diz que o preço médio de um Honda Pilot LX 2005 é de pelo menos \$ 23.900. Você suspeita que essa afirmação é incorreta e descobre que uma amostra aleatória de 14 veículos similares tem média de preço de \$ 23.000 e desvio padrão de \$ 1.113. Há evidências suficientes para rejeitar a afirmação do revendedor em  $\alpha = 0,05$ ? Assuma que a população é normalmente distribuída. *(Adaptado de Kelley Blue Book)*



# Exemplo: testando $\mu$ com uma amostra pequena

Uma indústria afirma que a média do nível do pH na água do rio mais próximo é de 6,8. Você seleciona 19 amostras de água e mede os níveis de pH de cada uma. A média amostral e o desvio padrão são de 6,7 e 0,24, respectivamente. Há evidência suficiente para rejeitar a afirmação da indústria em  $\alpha = 0,05$ ? Assuma que a população é normalmente distribuída.



# Objetivos

- Encontrar valores críticos numa distribuição- $t$ .
- Usar o teste- $t$  para testar uma média  $\mu$ .
  
- Obs: Não é possível determinar o valor  $P$  exato utilizando a tabela

# TESTE DE HIPÓTESE PARA PROPORÇÕES

# Objetivo

---

- Usar o teste-z para testar uma proporção populacional  $p$ .

# Teste-z para uma proporção populacional

- Um teste estatístico para uma proporção populacional.
- Pode ser usado quando uma distribuição binomial é dada para  $np \geq 5$  e  $nq \geq 5$ .  $\hat{p}$
- O teste estatístico é a proporção da amostra .
- O teste estatístico padronizado é z.

$$z = \frac{\hat{p} - \mu_{\hat{p}}}{\sigma_{\hat{p}}} = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{pq/n}}$$

# Usando um teste z para uma proporção $p$

Verifique que  $np \geq 5$  e  $nq \geq 5$ .

## *Em palavras*

1. Determine a afirmação verbal e matematicamente. Identifique a hipótese nula e a alternativa.
2. Especifique o nível de significância.
3. Esboce a distribuição de amostragem.
4. Determine qualquer (quaisquer) valor(es) crítico(s).

## *Em símbolos*

Determine  $H_0$  e  $H_a$ .

Identifique  $\alpha$ .

Use a tabela

# Usando um teste z para uma proporção $p$

## *Em palavras*

5. Determine quaisquer regiões de rejeição.
6. Encontre o teste padrão estatístico.
7. Decida entre rejeitar ou não a hipótese nula.
8. Interprete a decisão no contexto da afirmação original.

## *Em símbolos*

$$z = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{pq/n}}$$

Se  $z$  está na região de rejeição, rejeite  $H_0$ . Caso contrário, não rejeite  $H_0$ .

# Exemplo: teste de hipótese para uma proporção

A Zogby Internacional declara que 45% das pessoas nos Estados Unidos são a favor de tornar a venda do cigarro ilegal dentro dos próximos 10 anos. Você decide testar essa afirmação e entrevista uma amostra de 200 pessoas, dentre as quais, 49% são a favor da lei. Com  $\alpha = 0,05$ , há evidência o bastante para apoiar a afirmação?



Verifique que  $np \geq 5$  e  $nq \geq 5$ .

# Exemplo: teste de hipótese para uma proporção

O centro de pesquisas Pew afirma que mais de 55% dos adultos norte-americanos assistem seus noticiários locais regularmente. Você decide testar essa afirmação e entrevista uma amostra de 425 adultos nos Estados Unidos sobre esse assunto. Dos 425 entrevistados, 255 responderam que assistem seus noticiários locais regularmente. Com  $\alpha = 0,05$ , há evidência o suficiente para apoiar essa afirmação do centro de pesquisas Pew?



Verifique que  $np \geq 5$  e  $nq \geq 5$ .

# Objetivo

- Usar o teste  $z$  para testar uma proporção populacional  $p$ .

# TESTE DE HIPÓTESE PARA VARIÂNCIA E DESVIO PADRÃO

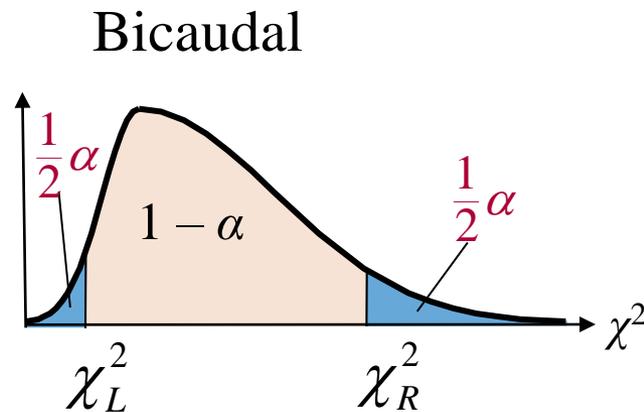
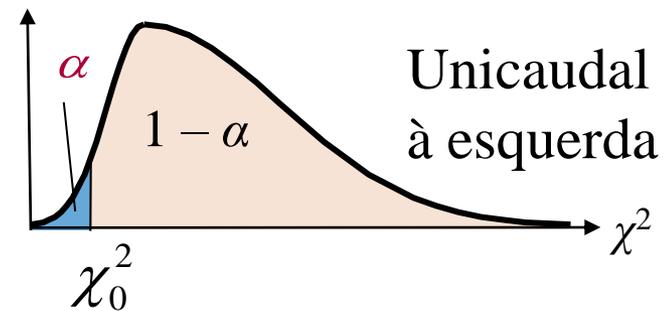
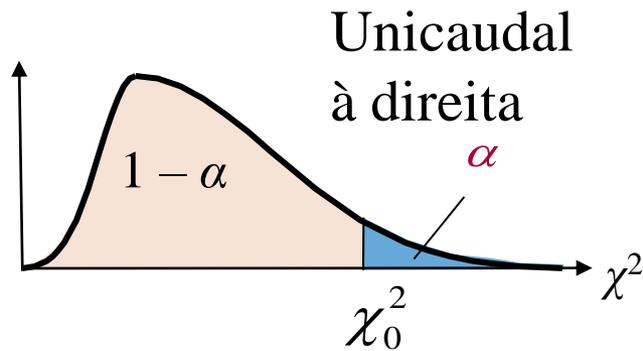
# Objetivos

- Encontre os valores críticos para um teste  $\chi^2$
- Use o teste  $\chi^2$  para testar uma variância ou um desvio padrão.

# Encontrando valores críticos para o teste $\chi^2$

1. Especifique o nível de significância  $\alpha$ .
2. Determine os graus de liberdade g.l. =  $n - 1$ .
3. Os valores críticos para a distribuição  $\chi^2$  são encontradas na Tabela. Para encontrar os valores críticos para um:
  1. *Teste unicaudal à direita*, use o valor que corresponde a g.l. e  $\alpha$ ;
  2. *Teste unicaudal à esquerda*, use o valor que corresponde a d.f. e  $1 - \alpha$ ;
  3. *Teste bicaudal*, use os valores que correspondem a d.f. e  $\frac{1}{2}\alpha$  e d.f. e  $1 - \frac{1}{2}\alpha$ .

# Encontrando valores críticos para o teste $\chi^2$



# Exemplo: encontre valores críticos para $\chi^2$

Encontre o valor crítico  $\chi^2$  para um teste unicaudal à esquerda quando  $n = 11$  e  $\alpha = 0,01$ .

# Exemplo: encontre valores críticos para $\chi^2$

Encontre o valor crítico  $\chi^2$  para um teste bicaudal quando  $n = 13$  e  $\alpha = 0.01$ .

# ○ teste quiquadrado

## ○ teste $\chi^2$ para uma variância ou desvio padrão

- Pode ser usado quando a população for normal.
- O teste estatístico é  $s^2$ .
- O teste estatístico padronizado  $\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$

Segue uma distribuição quiquadrada com graus de liberdade g.l. =  $n - 1$ .

# Usando o teste $\chi^2$ para umavariância ou desvio padrão

## *Em palavras*

1. Determine a afirmação verbal e matematicamente. Identifique a hipótese nula e a alternativa.
2. Especifique o nível de significância.
3. Determine os graus de liberdade e esboce a distribuição de amostragem.
4. Determine quaisquer valores críticos.

## *Em símbolos*

Determine  $H_0$  e  $H_a$ .

Identifique  $\alpha$ .

$$\text{g.l.} = n - 1$$

Use a tabela

# Usando o teste $\chi^2$ para umavariância ou desvio padrão

## *Em palavras*

5. Determine quaisquer regiões de rejeição
6. Encontre a estatística de teste padronizado.
7. Decida entre rejeitar ou não a hipótese nula.
8. Interprete a decisão no contexto da afirmação original.

## *Em símbolos*

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$$

Se  $\chi^2$  está numa região de rejeição, rejeite  $H_0$ . Caso contrário, não rejeite  $H_0$ .

# Exemplo: usando um teste de hipótese para a variância populacional

Uma empresa de processamento de laticínios declara que a variância da quantidade de gordura no leite integral processado por ela é de não mais que 0,25. Você suspeita que essa afirmação esteja errada e descobre que uma amostra aleatória de 41 contêineres de leite tem uma variância de 0,27. Com  $\alpha = 0,05$ , há evidência suficiente para rejeitar a declaração da empresa? Suponha que a população seja normalmente distribuída.



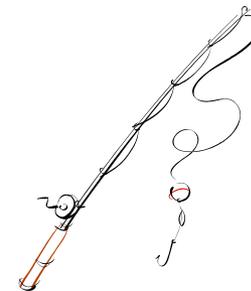
# Exemplo: teste de hipótese para o desvio padrão

Um restaurante afirma que o desvio padrão no tempo de servir é menor que 2,9 minutos. Uma amostra aleatória de 23 tempos de serviço tem um desvio padrão de 2,1 minutos. Com  $\alpha = 0,10$ , há evidência o bastante para dar suporte à afirmação do restaurante? Suponha que a população seja normalmente distribuída.



# Exemplo: teste de hipótese para a variância populacional

Um fabricante de artigos esportivos afirma que a variância da força em uma certa linha de pesca é de 15,9. Uma amostra aleatória de 15 cilindros de linha tem uma variância de 21,8. Com  $\alpha = 0,05$ , há evidência suficiente para rejeitar a afirmação do fabricante? Suponha que a população seja normalmente distribuída.



# Objetivos

- Encontrar valores críticos para um teste  $\chi^2$
- Usar o teste  $\chi^2$  para testar uma variância ou um desvio padrão.