



EESC-USP



PARTE 3

EFEITO DE ENTALHES

Waldek Wladimir Bose Filho, PhD

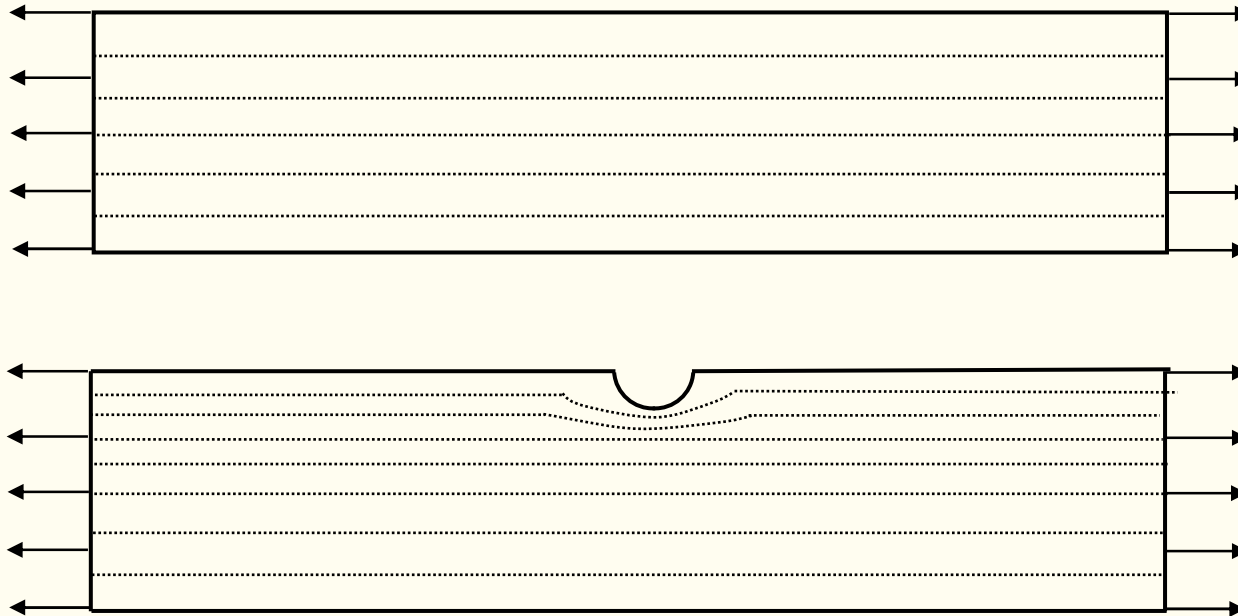
NEMAF – Núcleo de Ensaio de
Materiais e Análise de Falhas



EESC-USP

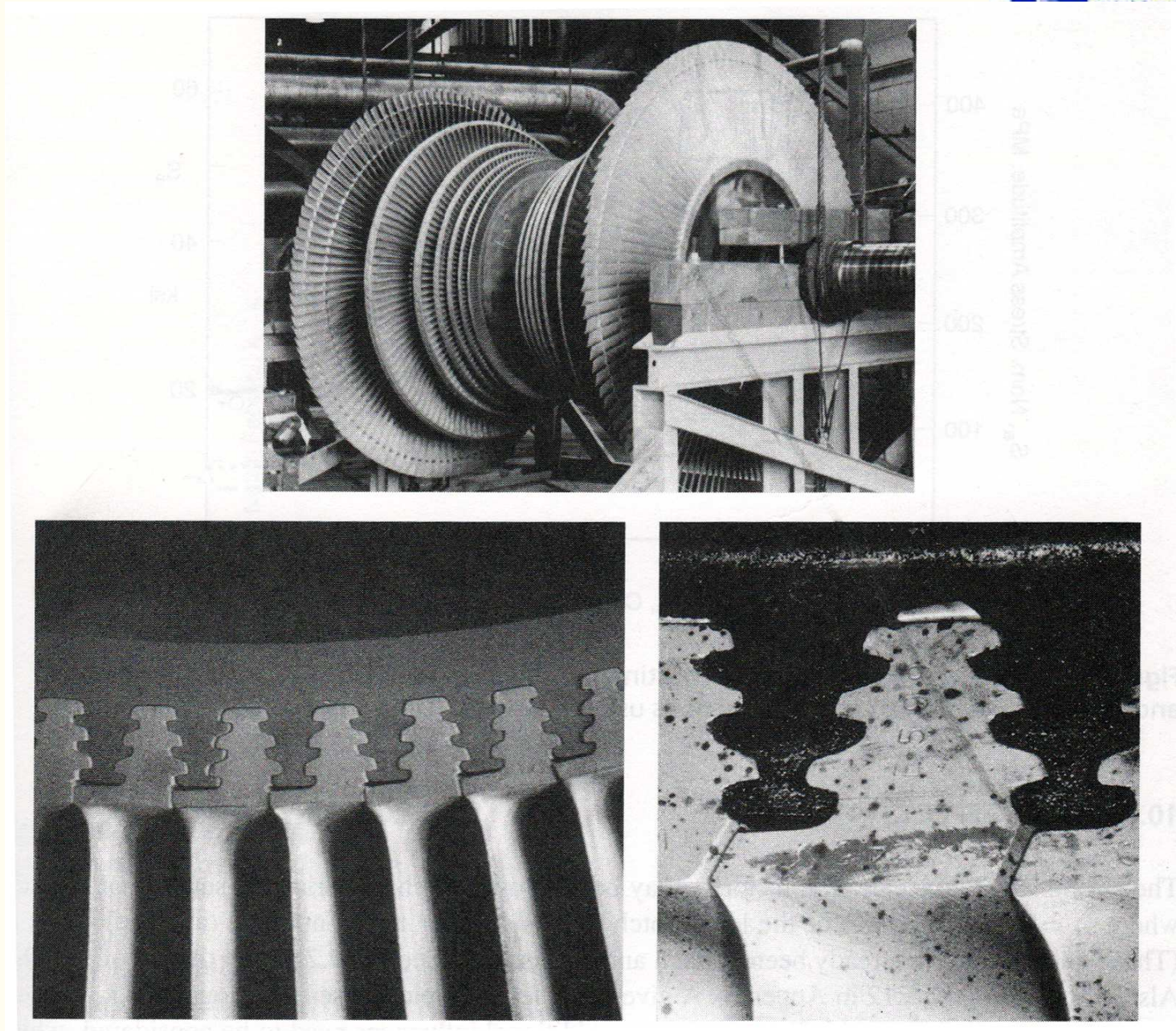
Efeitos de Entalhe

- Máquinas, componentes e membros estruturais possuem alguma forma de descontinuidades
- Descontinuidade atuam como concentradores de tensão que aumentam localmente a tensão.





EESC-USP





EESC-USP

Efeito de Entalhes – Fator Concentrador de Tensão



S – tensão nominal (baseada na área da seção)

Fator concentrador de tensão:
$$K_t = \frac{\sigma_{\max}}{S}$$

- K_t é um fator teórico dependente da geometria
- K_t depende do modo de carregamento
- K_t não depende da magnitude do carregamento
- K_t não depende das propriedades do material

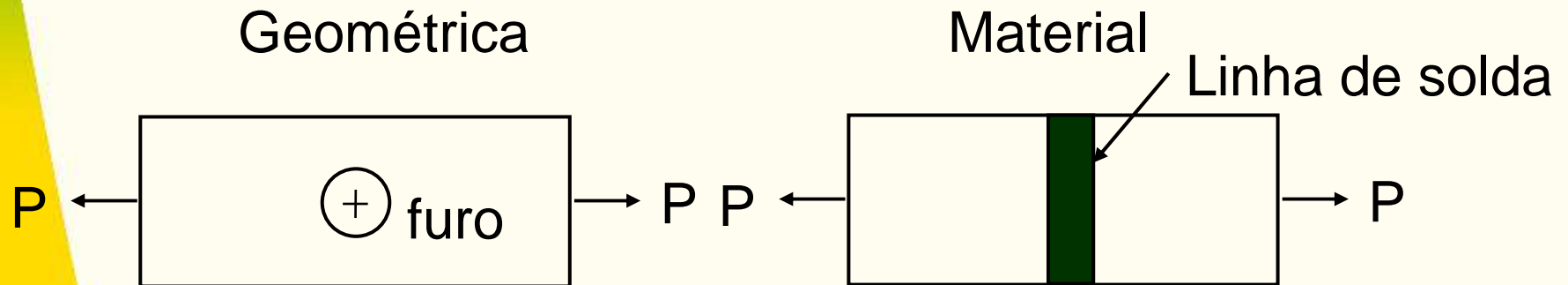


EESC-USP



Fator Concentrador de Tensão

- Melhor fonte para encontrar valores de K_t :
Stress Concentration Factors -R.E. Peterson
John Wiley & Sons Publication
- K_t para algumas formas comuns de geometrias e carregamentos
- Tipos de descontinuidades



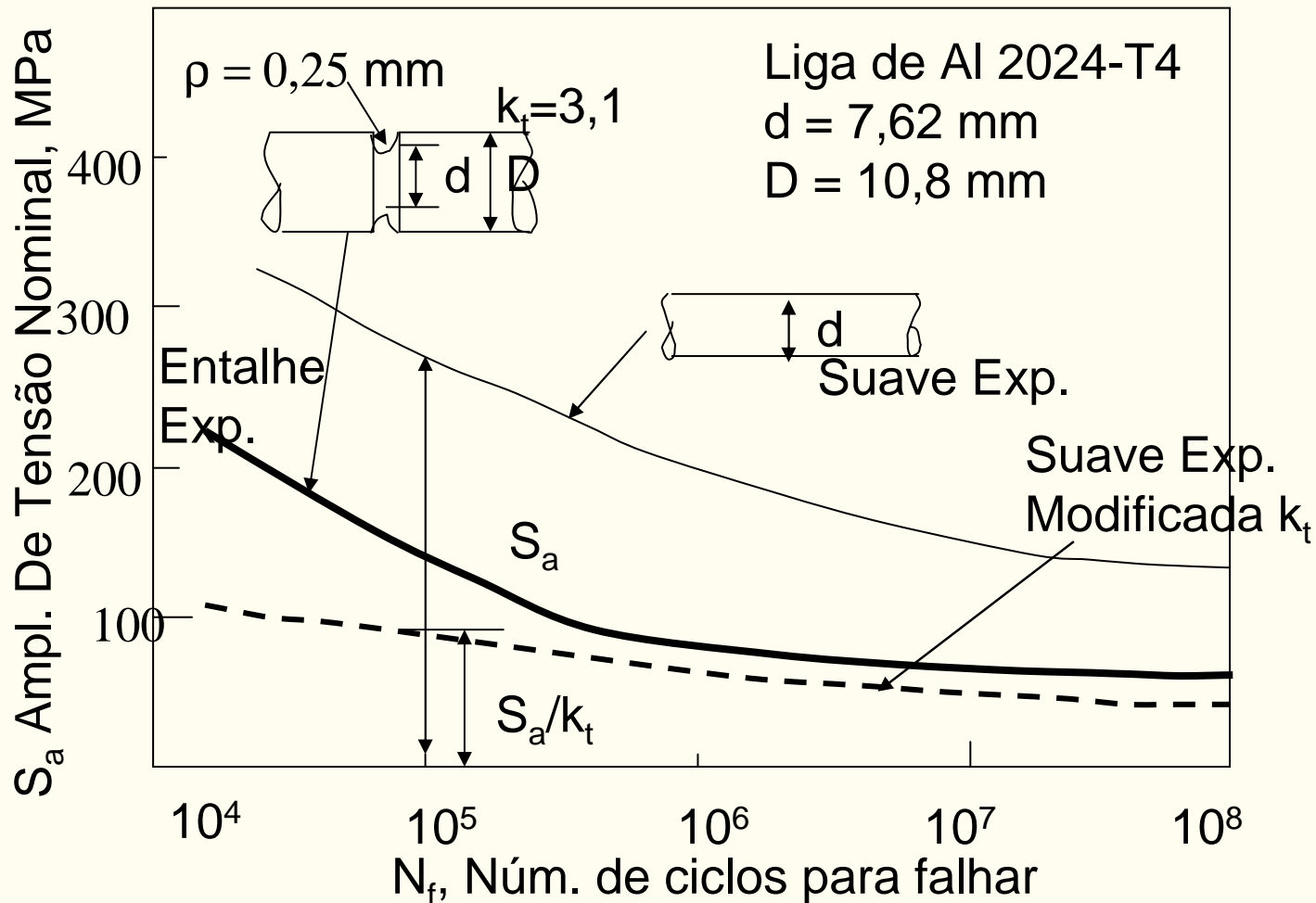


EESC-USP

Fator de Entalhe em Fadiga



- O efeito do entalhe deveria reduzir σ_a correspondente a qualquer vida pelo fator k_t .

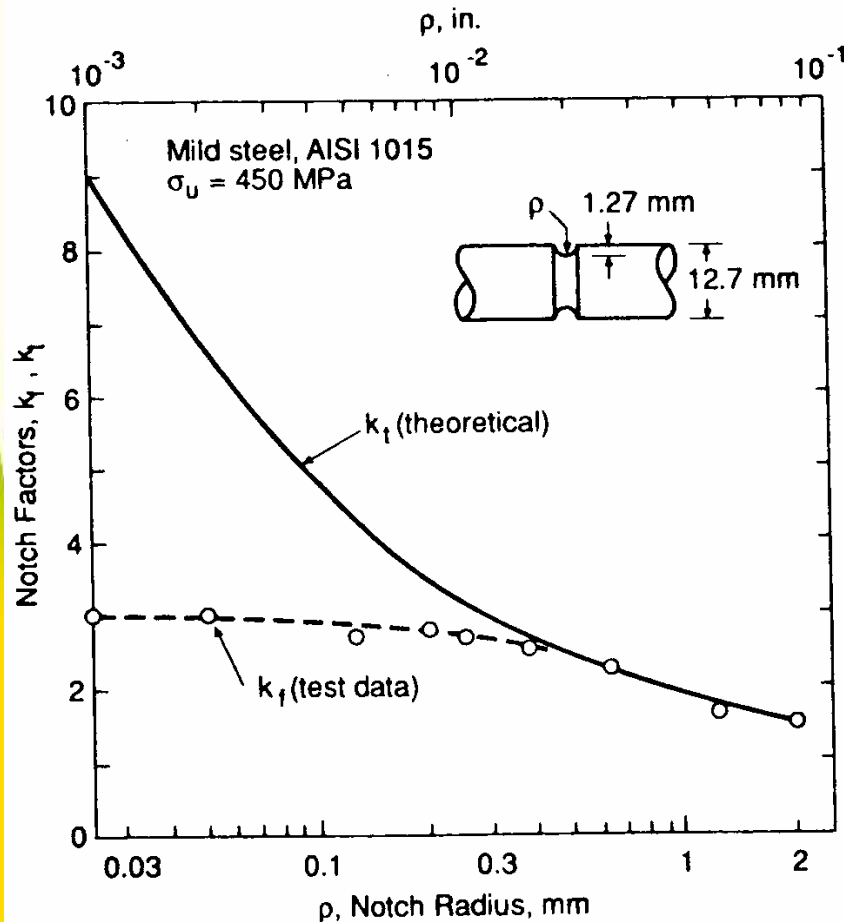




EESC-USP

- Deve ser definido um Fator de Entalhe em fadiga K_f

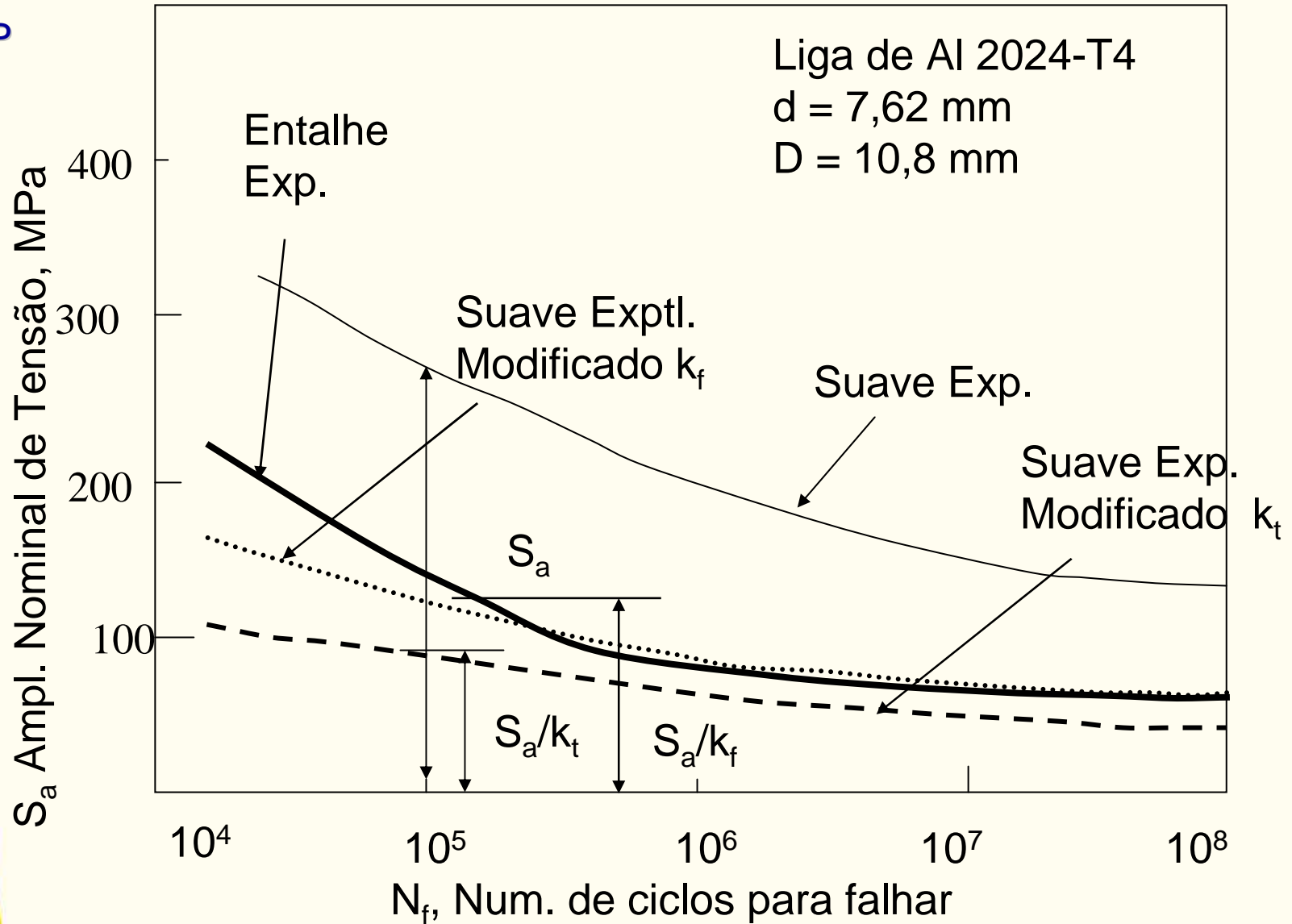
$$k_f = \frac{S_e^{sem..entalhe}}{S_e^{entalhado}} = \frac{\sigma_{ar}}{S_{ar}}$$



- Se ρ é grande k_f tende a k_t
- Para pequenos ρ k_f é bastante diferente de k_t .
- Existe mais que uma causa física para a discrepância entre k_f e k_t .



EESC-USP





EESC-USP

Fatores que causam $k_f < k_t$

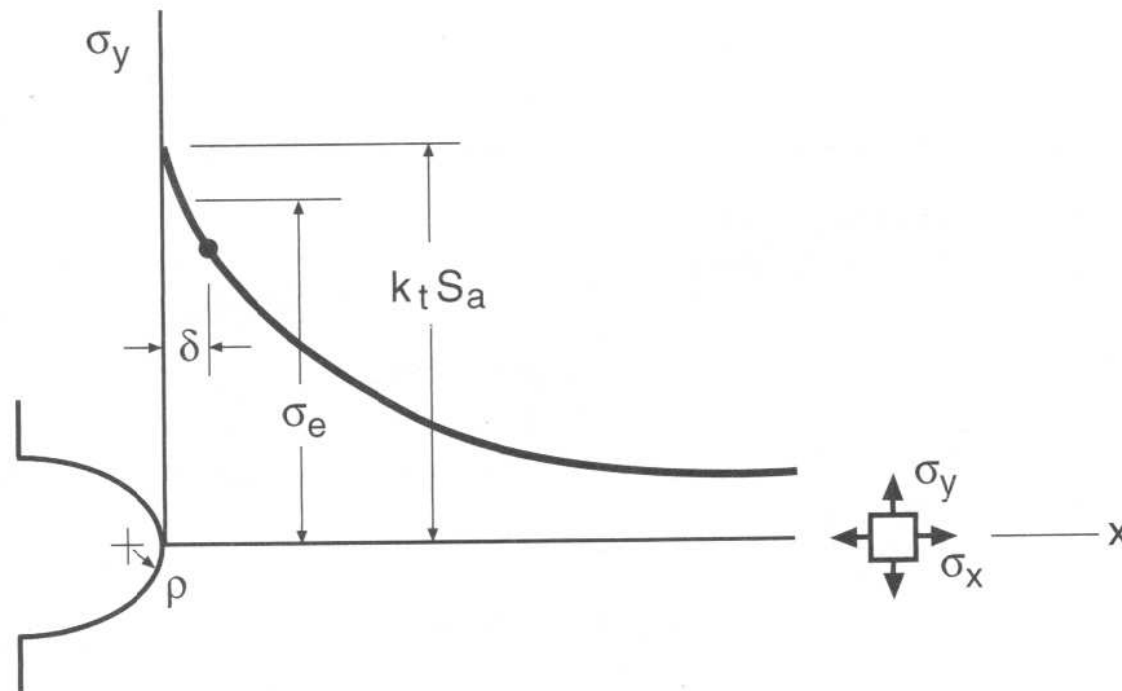


- **Tamanho da zona de processamento e efeito do elo mais fraco:** $k_f/k_t < 1$ está associado ao gradiente de tensão. A tensão que controla o início do dano não é a máxima em $x=0$ e sim uma que representa a média na zona de processamento de tamanho $x=\delta$. Esta tensão seria a correspondente a tensão limite de fadiga se considerado CP sem o entalhe, σ_{fad} . Um certo volume finito deve ser solicitado para que o dano por fadiga aconteça.

$$k_f = \frac{\sigma_{fad}}{S_a}$$

Assim, a relação $k_f/k_t < 1$ e a esta discrepância aumenta a medida que ρ diminui pois k_t aumenta

- Um outro possível efeito de gradiente de tensão seria o argumento do elo mais fraco.





EESC-USP



- **Efeito do crescimento de trinca:** neste caso considera-se o fato de que uma trinca pode ser iniciada rapidamente a partir do entalhe, de maneira que o comportamento a fadiga é dominado pelo crescimento de trinca.

Considere um componente entalhado sob uma amplitude de tensão S . Tome um CP não entalhado sob uma amplitude de tensão $\sigma_s = k_t \cdot S$. Seria esperado assim que ambos tivessem a mesma vida.

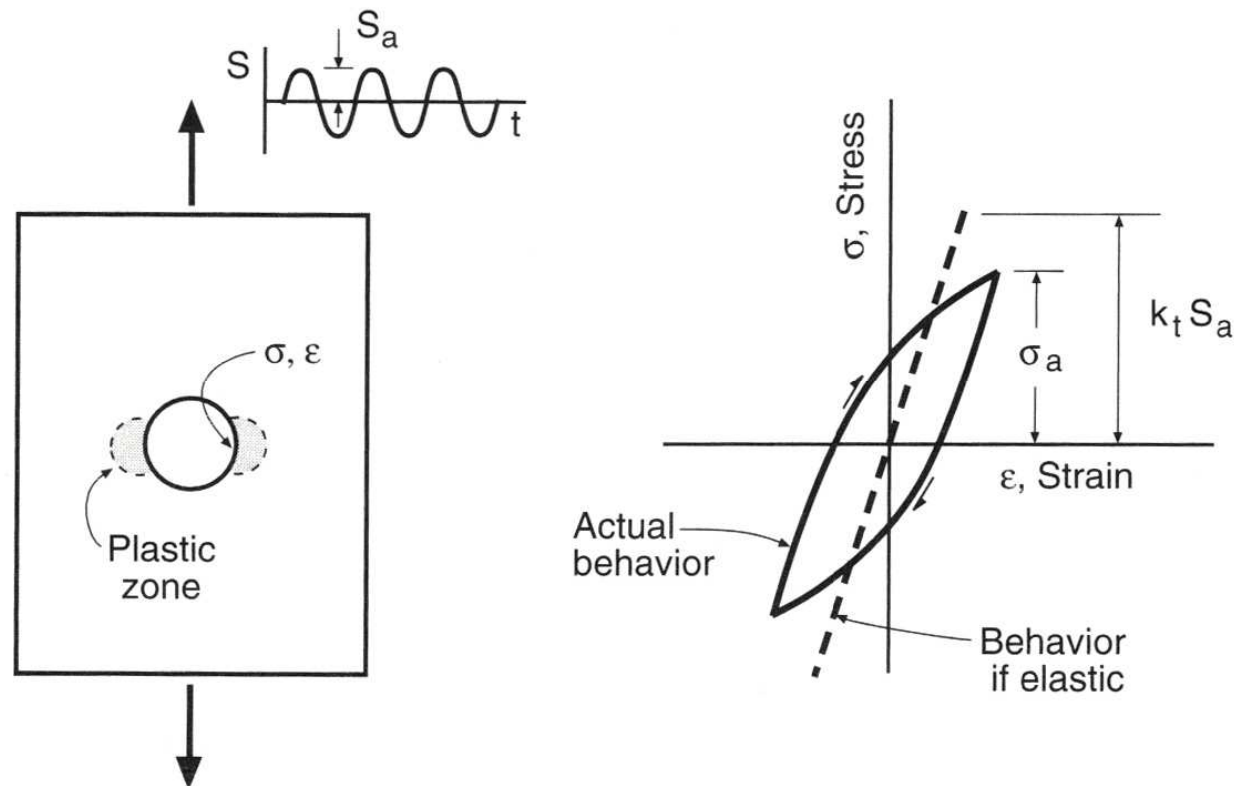
Entretanto, no corpo entalhado a trinca inicia em um campo de alta tensão que decresce rapidamente e com isto a propagação da trinca.

Como resultado a vida será maior no CP entalhado do que no componente e conseqüentemente $k_f < k_t$.



EESC-USP

- **Efeito do escoamento reverso:** neste caso a deformação plástica que ocorre acarreta uma amplitude de tensão σ_a no entalhe menor do que $k_t \cdot S_a$. Esta situação fornece uma vida em fadiga mais longa do que a esperada para uma amplitude de tensão igual a $k_t \cdot S_a$.





Sensibilidade ao Entalhe e Relações Empíricas de K_f



EESC-USP

Um conceito útil para lidar com o efeito de entalhes é a sensibilidade ao entalhe:

$$q = \frac{k_f - 1}{k_t - 1}$$

- k_f depende das propriedades do material em adição a geometria e modo de carregamento.
- k_f pode ser relacionado a K_t através da sensibilidade ao entalhe, q :
- $0 \leq q \leq 1$
 - $q = 0$ Sem efeito do entalho (muito dúctil)
 - $q = 1$ Efeito do entalhe significativo (muito frágil)
- Para um mesmo material q aumenta com o raio do entalhe, e dentro de uma mesma classe de materiais q aumenta com o aumento do limite de resistência, σ_u .



EESC-USP



Relação Empírica (Peterson, 1974):

$$q = \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{\rho}}$$

A constante do material, α , depende da resistência do material & ductilidade obtidas experimentalmente

$$\alpha = \left[\frac{300}{S_u (\text{ksi})} \right]^{1.8} \times 10^{-3} \text{ pol.}$$

Para ligas ferrosas
 $S_u > 550 \text{ MPa}$ ou
 $S_u > 80 \text{ ksi}$

$$\alpha = 0,025 \left(\frac{2070}{S_u (\text{MPa})} \right) \text{ mm}$$

Usando a aproximação, $S_u \approx 0.5 \text{ BHN}$

$$\alpha = \left[\frac{300}{0.5 \text{ BHN}} \right]^{1.8} \times 10^{-3} \text{ pol}$$



EESC-USP



- De maneira geral:
 - $\alpha=0,51$ mm (0,02") para ligas de Al
 - $\alpha=0,25$ mm (0,01") para aço carbono recoz. ou norm.
 - $\alpha=0,064$ mm (0,0025") para aços temperados e revenidos.

Combinando as equações tem-se que:

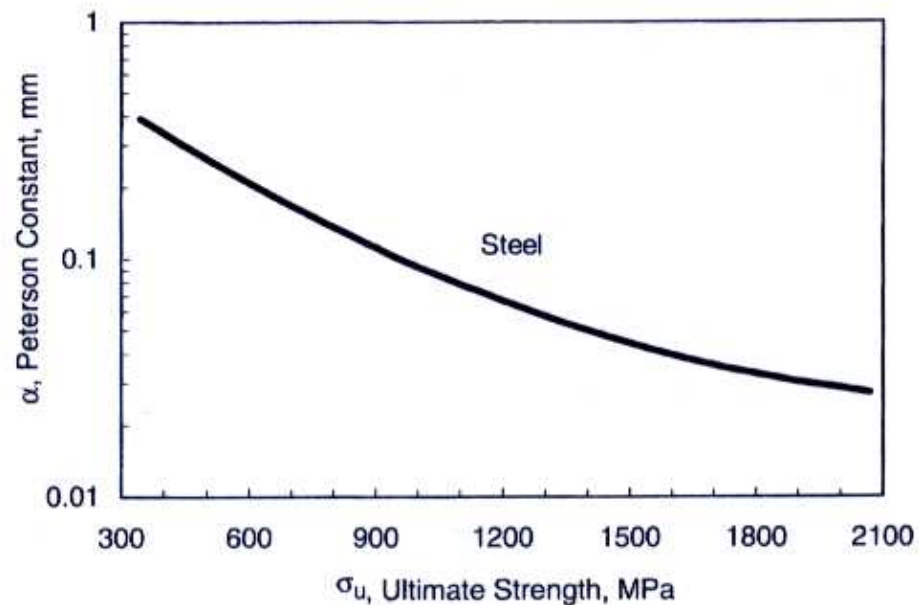


Figure 10.7 Peterson constant α as a function of ultimate tensile strength for carbon and low-alloy steels. Typical values from [Peterson 59] closely fit the curve shown.

$$k_f = 1 + \frac{k_t - 1}{\left(1 + \frac{\alpha}{\rho}\right)}$$

$$\log \alpha = 2,654 \times 10^{-7} \sigma_u^2 - 1,309 \times 10^{-3} \sigma_u + 0,001103$$



EESC-USP

Relação Empírica (Neuber):

$$K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + \sqrt{\beta / \rho}} \quad (4.9)$$

ρ – é a raiz do entalhe

β – é uma constante do material

Relacionando a sensibilidade ao entalhe

$$q = \frac{1}{1 + \sqrt{\beta / \rho}} \quad (4.10)$$

Valores típicos de β são dados na Fig. 4.4 do livro (Pg 129)





EESC-US

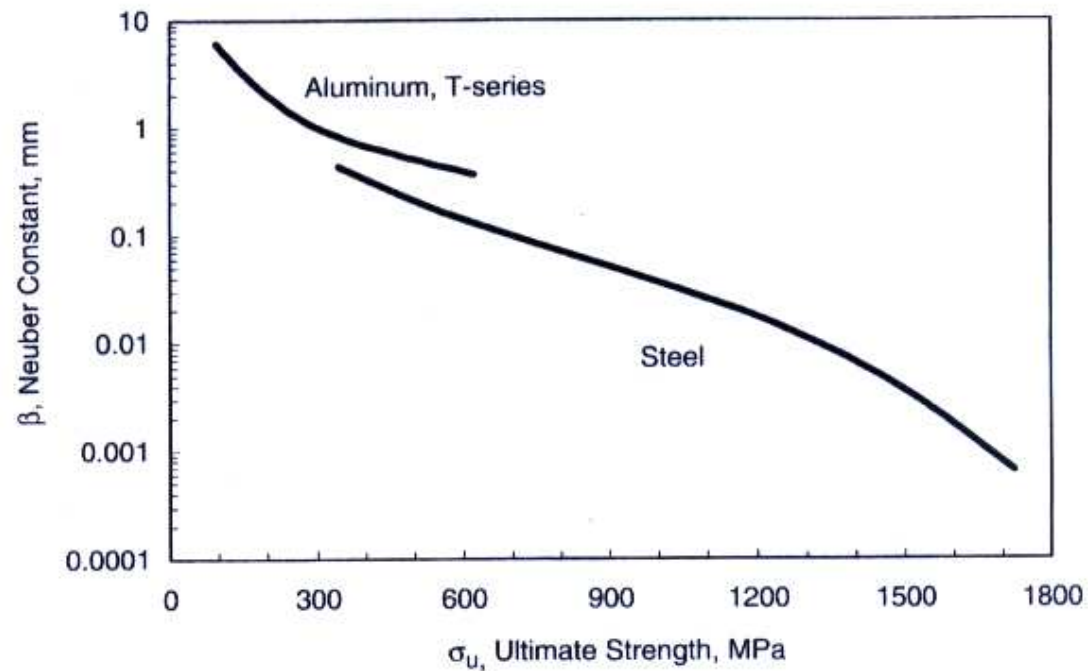


Figure 10.8 Neuber constant β as a function of ultimate tensile strength for carbon and low-alloy steels and for solution treated and aged (T-series) aluminum alloys. Curves from [John 52] and [Kuhn 62] are replotted.

Aço

$$\log \beta = -1,079 \times 10^{-9} \sigma_u^3 + 2,74 \times 10^{-6} \sigma_u^2 - 3,74 \times 10^{-3} \sigma_u + 0,6404$$

$$345 \leq \sigma_u \leq 1725 \text{ MPa}$$

Alumínio

$$\log \beta = -9,402 \times 10^{-9} \sigma_u^3 + 1,422 \times 10^{-5} \sigma_u^2 - 8,249 \times 10^{-3} \sigma_u + 1,451$$

$$345 \leq \sigma_u \leq 1725 \text{ MPa}$$



EESC-USP



METODOLOGIA TENSÃO-VIDA, $\sigma - N$, PARA CORPOS ENTALHADOS



EES

Efeito de Entalhes em Vidas Intermediária e Curta

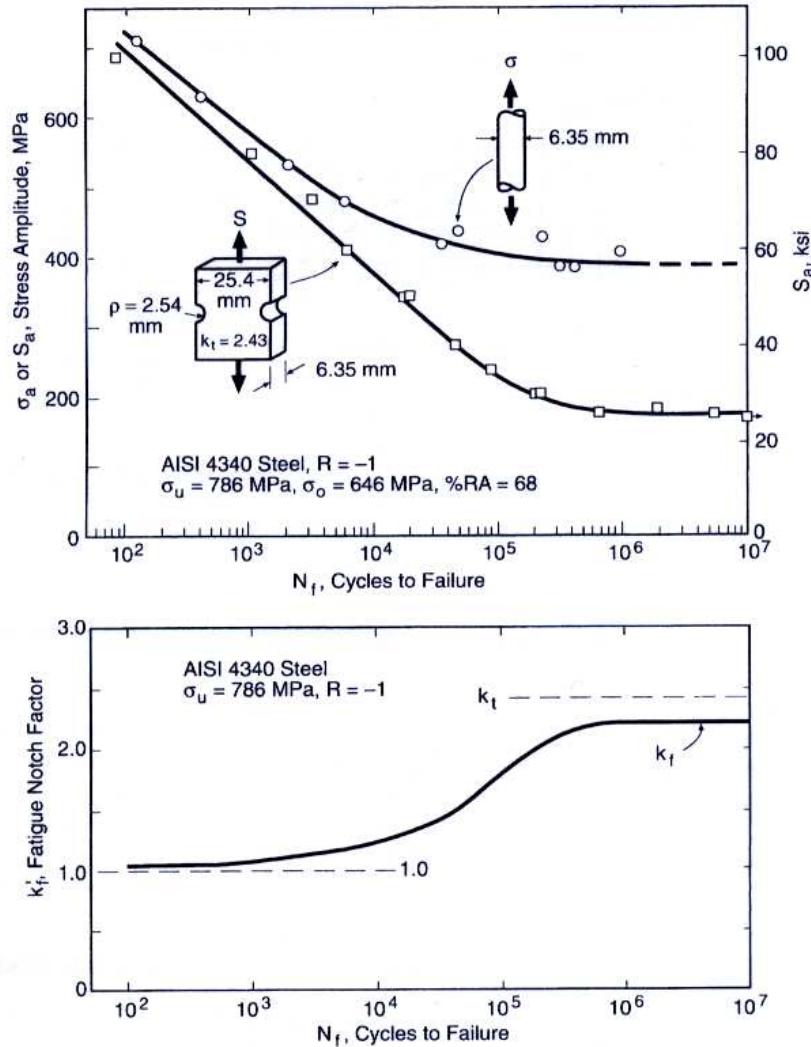


Figure 10.11 Test data for a ductile metal illustrating variation of the fatigue notch factor with life. The S-N data (top) are used to obtain $k'_f = \sigma_a / S_a$ (bottom). The notches are half-circular cutouts. Nominal stress S is defined on the basis of the net area, as in Fig. A.11(b).

- No caso de vida intermediária ou curta de materiais dúteis, o escoamento reverso se torna importante.
- Uma consequência deste comportamento é que a razão da resistência a fadiga de corpos de prova sem entalhe e entalhados torna-se ainda menor do que k_f .
- Assim, é conveniente definir um fator de entalhe em fadiga que varia com a vida

$$k'_f = f(N_f) = \frac{\sigma_{ar}}{S_{ar}}$$

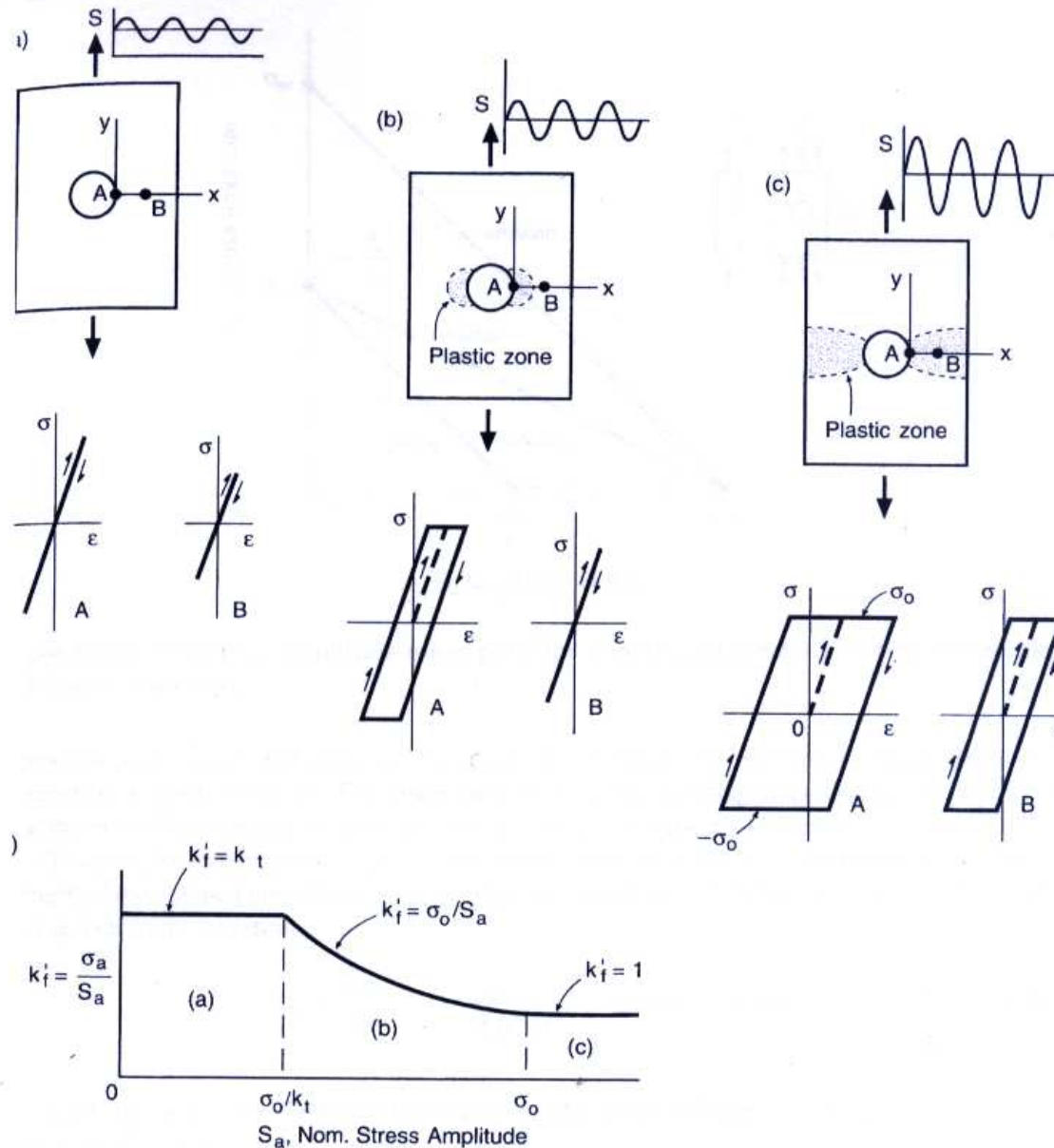


Figure 10.12 Cyclic yielding for a notched member of an ideal elastic, perfectly plastic material. There are three possibilities: (a) no yielding, (b) local yielding, and (c) full yielding. The fatigue notch factor is thus expected to vary with the stress level, as in (d).

- $k'_f = k_t$ se for puramente elástico.
- $k'_f = \sigma_0/S_a$ se existe escoamento localizado na frente do entalhe.
- $k'_f = 1$ se o escoamento for generalizado



EESC-USP

Efeito Combinado de Entalhes e Tensão Média



- As expressões empíricas e as curvas para k_f e k'_f foram obtidas a partir de dados em carregamentos completamente reversos e portanto não podem ser aplicados diretamente se a tensão média estiver presente.
- A metodologia mais comum é o uso da equação de Goodman para a tensão nominal. No caso de materiais dúteis e de baixa ductilidade tem-se:

$$S_{ar} = \frac{\sigma_{ar}}{k_f} = \frac{S_a}{1 - \frac{S_m}{\sigma_u}}$$

$$S_{ar} = \frac{\sigma_{ar}}{k_f} = \frac{S_a}{1 - \frac{k_f S_m}{\sigma_u}}$$

- As expressões de SWT e Walker são alternativas possíveis.

$$S_{ar} = \frac{\sigma_{ar}}{k_f} = \sqrt{S_{\max} S_a} = S_{\max} \sqrt{\frac{1-R}{2}}$$

$$S_{ar} = \frac{\sigma_{ar}}{k_f} = S_{\max}^{1-\gamma} S_a^\gamma = S_{\max} \left(\frac{1-R}{2} \right)^\gamma$$

γ deve ser obtido para o CP entalhado



EESC

Estimativa das Curvas S-N: Juvinal e Shigley

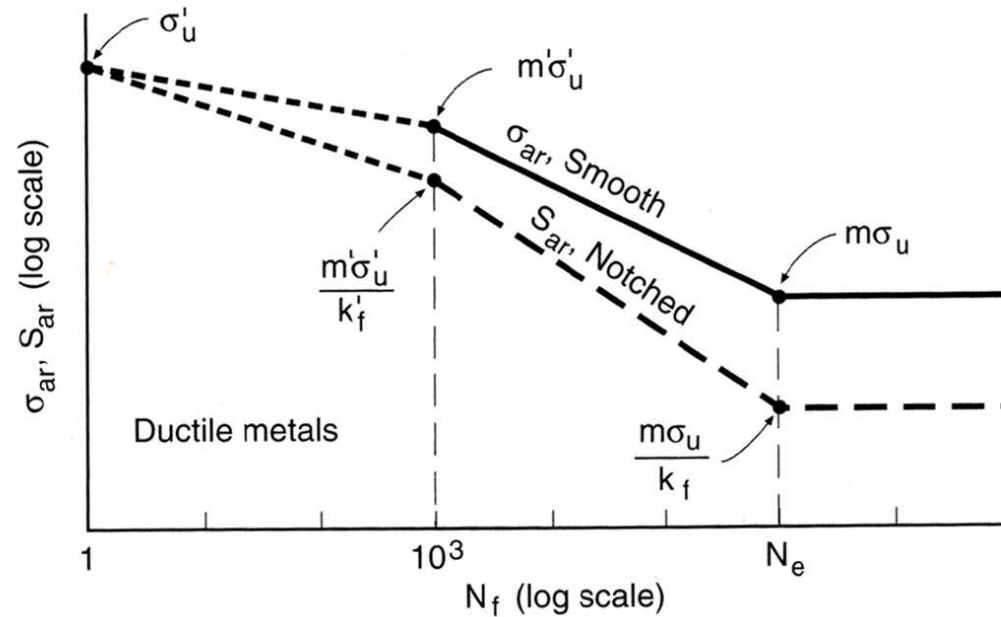


Figure 10.16 Estimating completely reversed S-N curves for smooth and notched members according to procedures suggested by Juvinal or Shigley.

$$\sigma_{er} = m_t \cdot m_d \cdot m_s \cdot m_o \cdot \sigma_{erb}$$

$$\sigma_{er} = m_e \cdot m_t \cdot m_d \cdot m_s \cdot m_o \cdot \sigma_u$$

$$m = m_e \cdot m_t \cdot m_d \cdot m_s \cdot m_o$$



EESC-USP

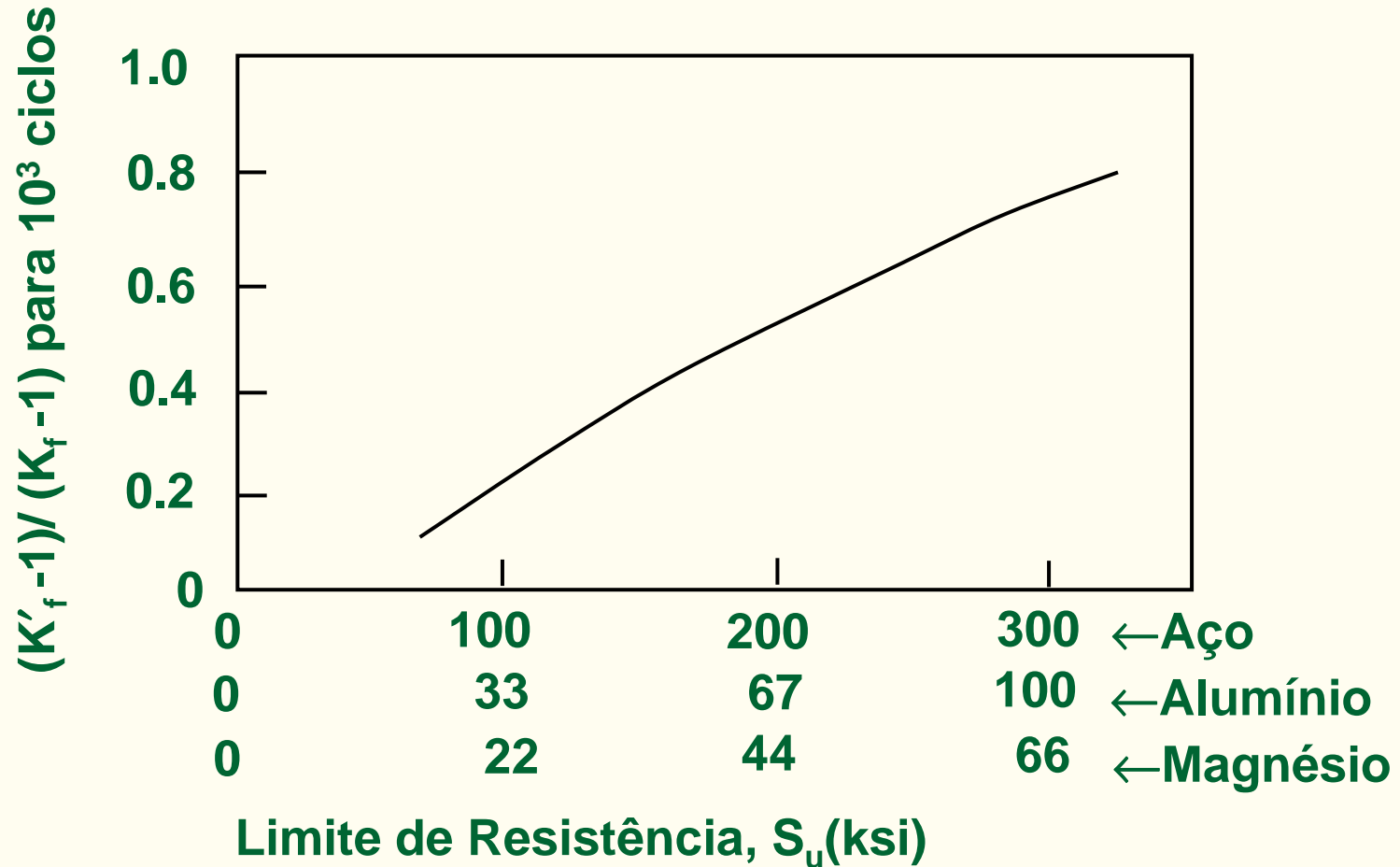


- m_e : fator relativo a relação σ_{er}/σ_u .
- m_t : tipo de carga.
- m_d : tamanho.
- m_s : efeito do acabamento superficial.
- m_0 : outro possível efeito a ser considerado



EESC-USP

Relação entre K'_f e K_f como função do limite de resistência.



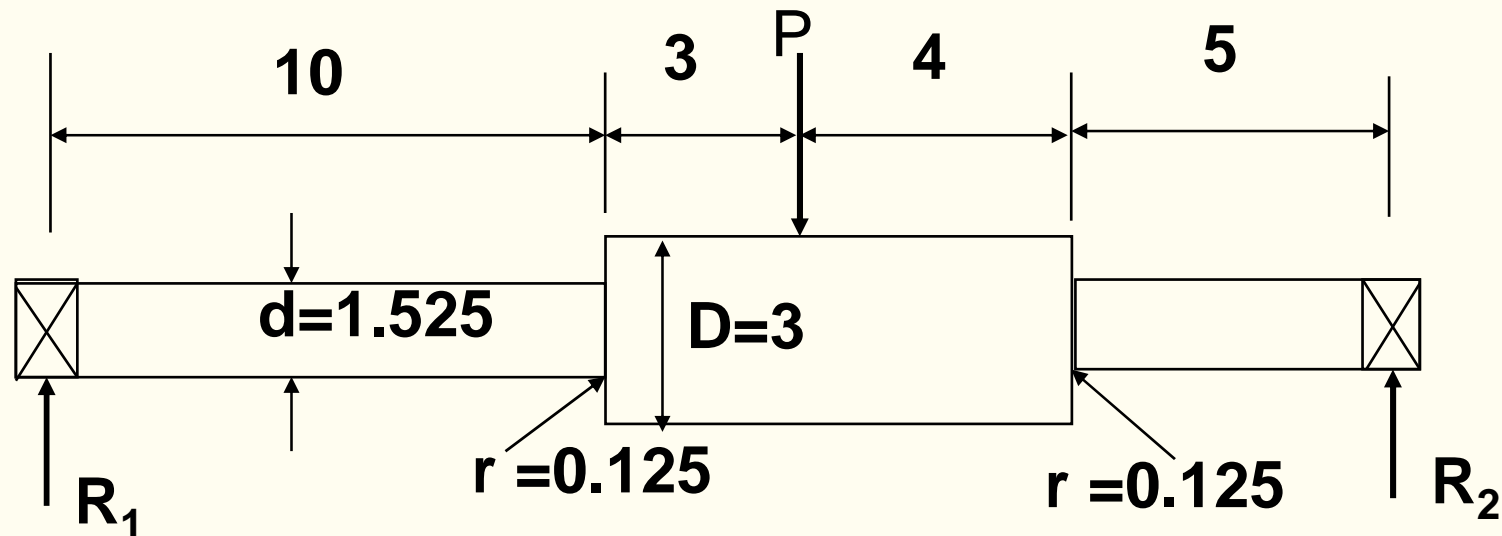


EESC-USP

Efeitos do Entalhe – Exemplo sobre a Tensão - Vida



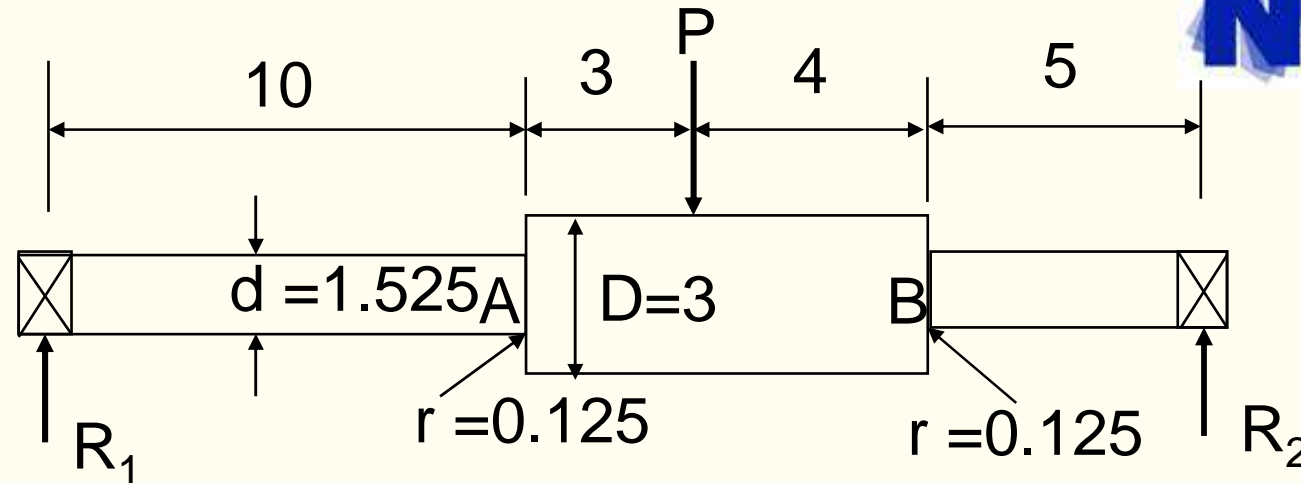
- Eixo em flexão reversa devido a força radial P .
- Determine a vida em fadiga se $P = 1000 \text{ lb}$
- Determine a carga permitida para uma vida infinita
- Como melhorar o desempenho em fadiga deste eixo
- Dado $S_u = 100 \text{ ksi}$



Todas as dimensões em polegadas.



EESC-USP



$$R_2 = (13/22) P, R_1 = (9/22) P$$

O eixo será crítico nos locais A & B.

O momento de flexão: $M_A = (10)(9/22) P$, $M_B = (5)(13/22) P$

Desde que ambos os filetes possuem geometria idêntica, O filete A seria o crítico por causa das altas tensões.

$$\text{Tensão em A: } \sigma = \frac{M}{I} y; I = \frac{\pi d^4}{64} \Rightarrow \sigma = 23.5 \text{ ksi}$$

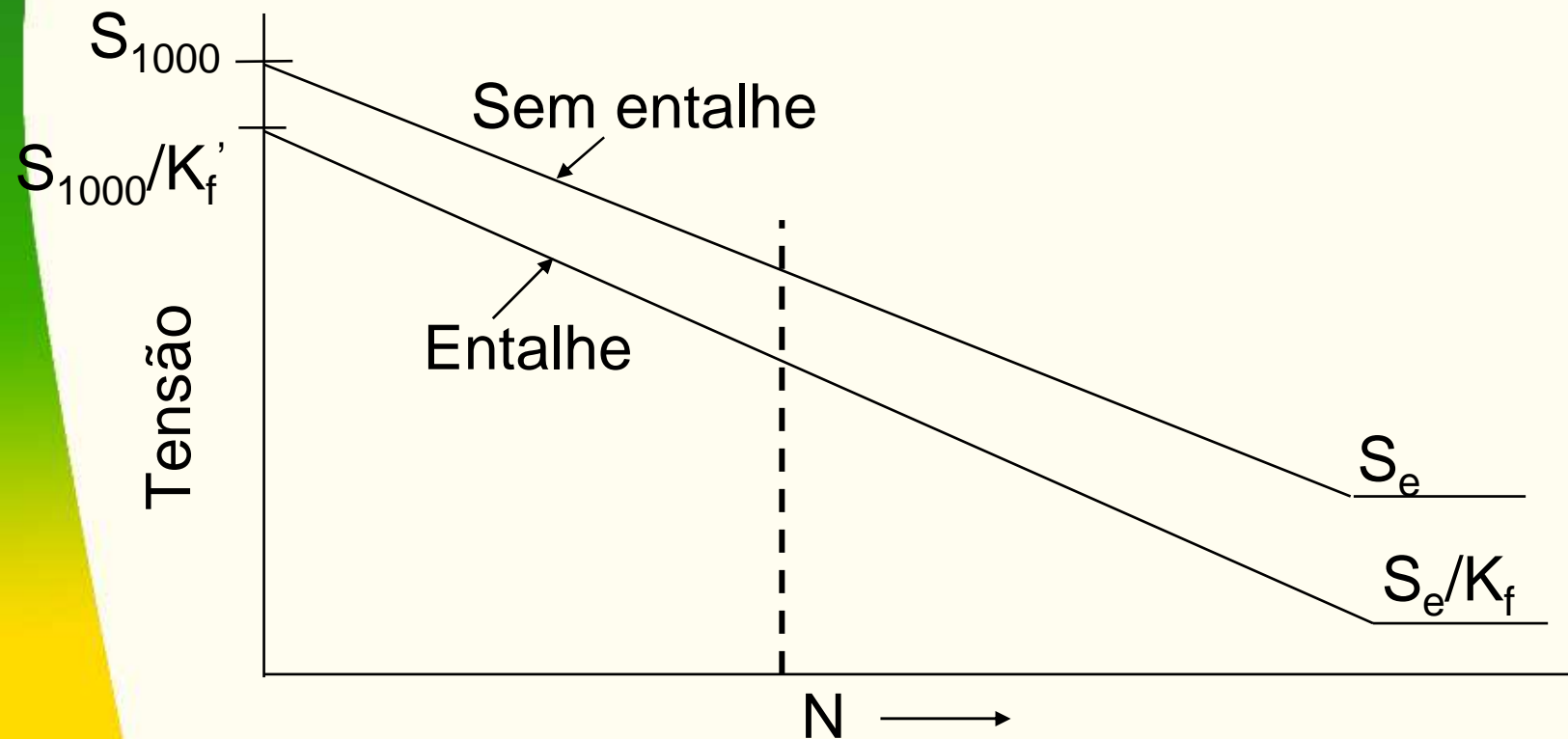


EESC-USP

Efeitos do Entalhe – Exemplo sobre a Tensão - Vida



Efeito do Entalhe:





EESC-USP



Comportamento Sem Entalhe:

$$S_e' = 0.5 S_u = 50 \text{ ksi}$$

$$S_e = S_e' C_{\text{tam.}} C_{\text{carga}} C_{\text{superf.}}$$

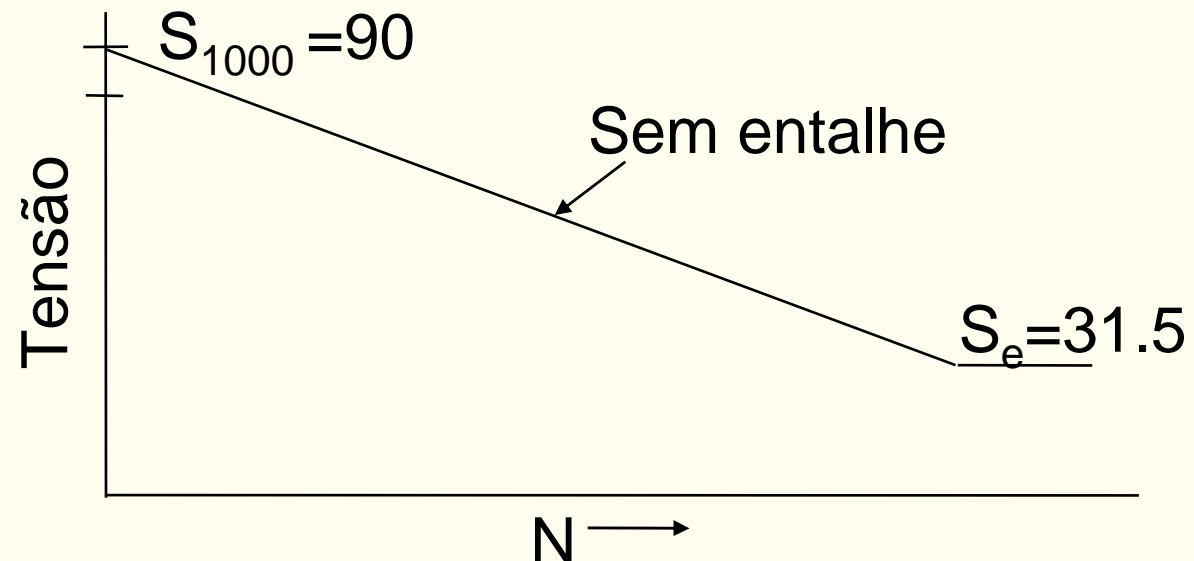
$$C_{\text{tam.}} = 0.869(1.525)^{-0.097} = 0.83$$

$$C_{\text{carga}} = 1.0$$

$$C_{\text{sup}} = 0.76 \text{ da Figura 1.13 para } S_u = 100 \text{ ksi}$$

$$S_e = 31.5 \text{ ksi}$$

$$S_{1000} = 0.9 S_u = 90 \text{ ksi}$$





EESC-USP

Comportamento c/ Entalhe:



$$K_f = \frac{S_e^{\text{sem entalhe}}}{S_e^{\text{entalhe}}}$$

$$K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{\left(1 + \frac{a}{r}\right)} \quad (4.5)$$

$K_t = 1,9$ da Fig 4.1 (e) para $D/d = 1,97$ e $r/d = 0,08$

Da eq. (4.6), $a = \left[\frac{300}{S_u \text{ (ksi)}} \right]^{1,8} \times 10^{-3} \text{ in.} = 0,072 \text{ in.}$

$$K_f = 1 + \frac{1,9 - 1}{\left(1 + \frac{0,072}{0,125}\right)} \longrightarrow K_f = 1.85$$



EESC-USP

Comportamento Entalhado:

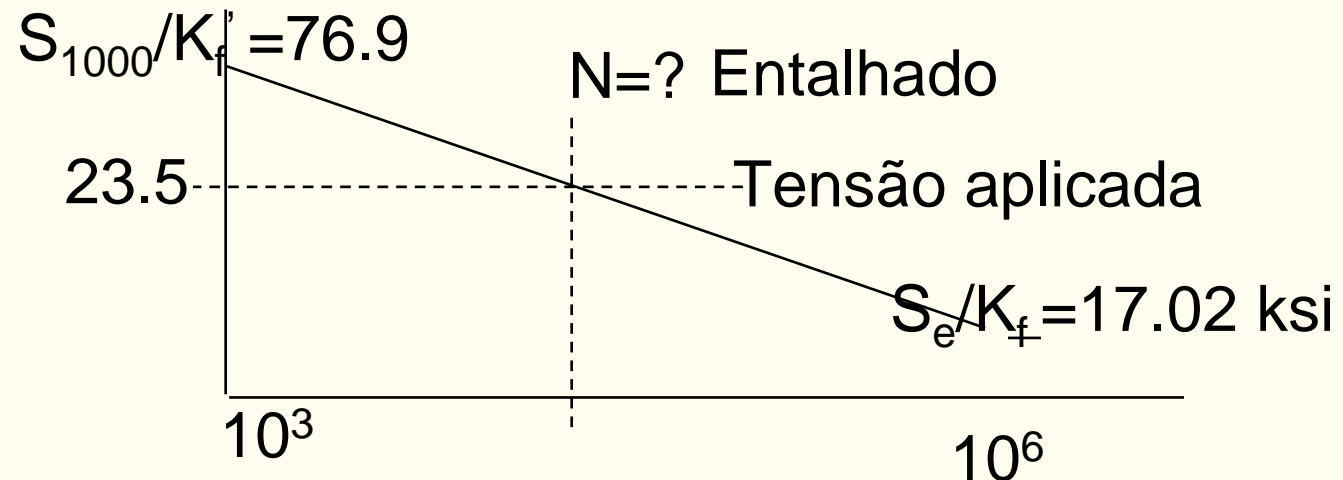


$$K'_f = \frac{S_{1000}^{\text{sem entalhe}}}{S_{1000}^{\text{entalhado}}}$$

Da Fig 4.10, $\frac{K'_f - 1}{K_f - 1} = 0.2$ for $S_u = 100$ ksi

$$\Rightarrow K'_f = 1.17$$

$$S_{1000}^{\text{entalhado}} = S_{1000}^{\text{sem entalhe}} / K'_f = 90 / 1.17 = 76.9 \text{ ksi}$$





EESC-USP

Comport. Entalhado:



$$N = 10^{-C/b} S^{1/b}$$

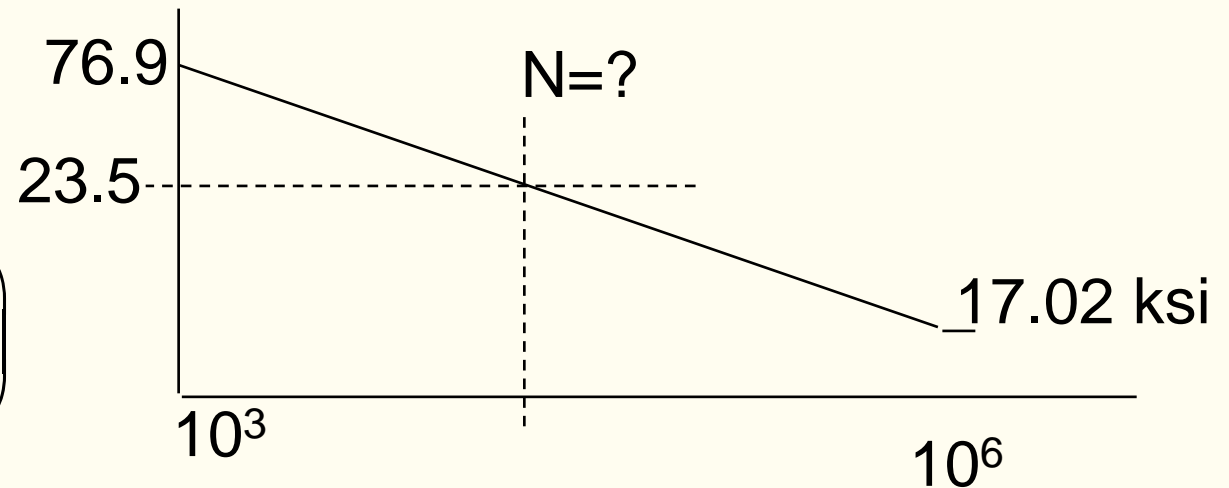
$$b = -\frac{1}{3} \log_{10} \left(\frac{S_{1000}}{S_e} \right)$$

$$C = \log_{10} \frac{(S_{1000})^2}{S_e}$$

$$b = -\frac{1}{3} \log_{10} \left(\frac{76.9}{17.02} \right) = -0.2183, \quad C = \log_{10} \frac{(76.9)^2}{17.02} = 2.5409$$

$$N = 10^{-C/b} S^{1/b}$$

$$\Rightarrow N = 2.3 \times 10^5 \text{ Ciclos} \\ \text{Para } P = 1000 \text{ lb}$$





EESC-USP



Carga permitida para vida infinita? :

$$S_e^{\text{entalhe}} = 17,02 \text{ ksi}$$

Correspondente Momento e Carga

$$M_{\text{permitida}} = \sigma I/y = 5,9263 \text{ kips-in}$$

$$P_{\text{permitida}} = M_{\text{permitida}} / [(10)(9/22)] = 1,4487 \text{ kips}$$

Como melhorar o desempenho em fadiga deste eixo?

- Aumentar a resistência (S_e increases)
- Filetes polidos (C_{superf} increases)
- Aumentar o raio do filete (K_f Diminui)
- Jatear o filete (S_e aumenta)



EESC-USP

Comportamento ao Entalhe (Metodologia Alternativa):



$$N = 10^{-C/b} S^{1/b}$$

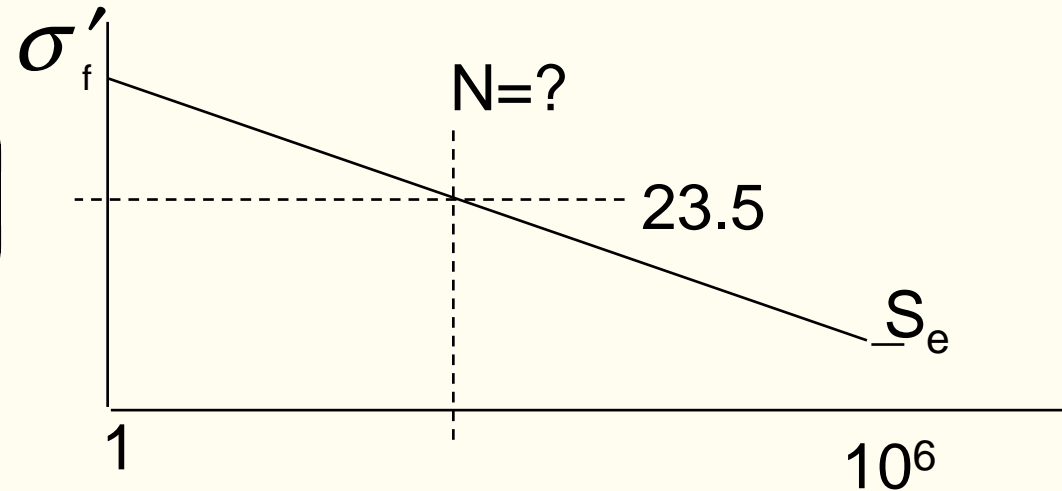
$$b = -\frac{1}{6} \log_{10} \left(\frac{\sigma'_f}{S_e} \right)$$

$$C = \log_{10} (\sigma'_f)$$

$$b = -\frac{1}{6} \log_{10} \left(\frac{150}{17.02} \right) = -0.15752$$

$$C = \log_{10} (150) = 2.17609$$

$$N = 10^{-C/b} S^{1/b} \implies N = 1.29 \times 10^5 \text{ Ciclos}$$



Mais conservativa do que o resultado de Juvinall



EESC-USP



METODOLOGIA ϵ - N PARA CORPOS ENTALHADOS



EESC-USP

METODOLOGIA DEF.-VIDA



METODOLOGIA:

- Estabeleça a história de def. na raiz do entalhe
- Relacione a história da def. nominal a história de def. na raiz do entalhe via fatores de concentração de tensão/def.
- **Use os dados de def. – Vida em fadiga de CPs sem entalhes**

VANTAGENS:

- Considera a plasticidade na raiz do entalhe
- Considera as variações na tensão média local
- Considera as tensões residuais.



EESC-USP

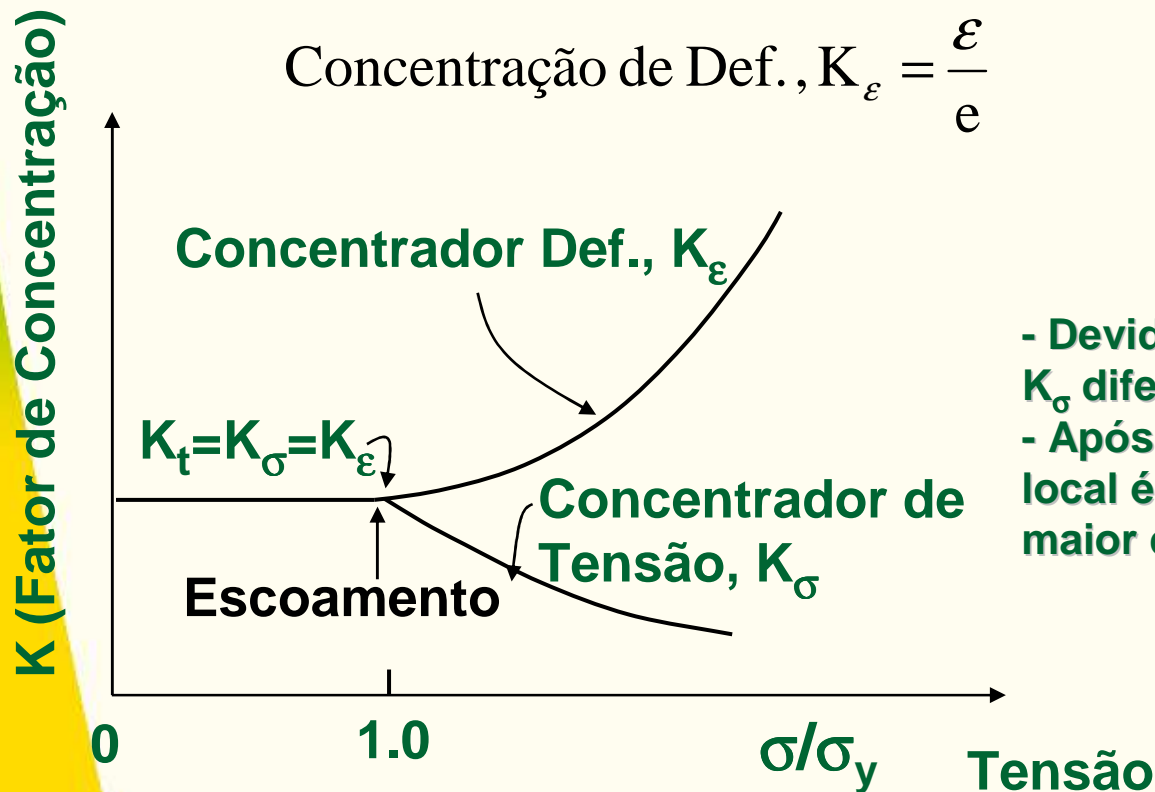
FATORES DE CONCENTRAÇÃO DE TENSÃO & DEF.



Antes do escoamento K_σ e K_ϵ são iguais, mas após escoamento a relação tensão x deformação não é mais linear e K_t é dada pelas relações:

$$\text{Concentração de Tensão, } K_\sigma = \frac{\sigma}{S}$$

$$\text{Concentração de Def., } K_\epsilon = \frac{\epsilon}{e}$$

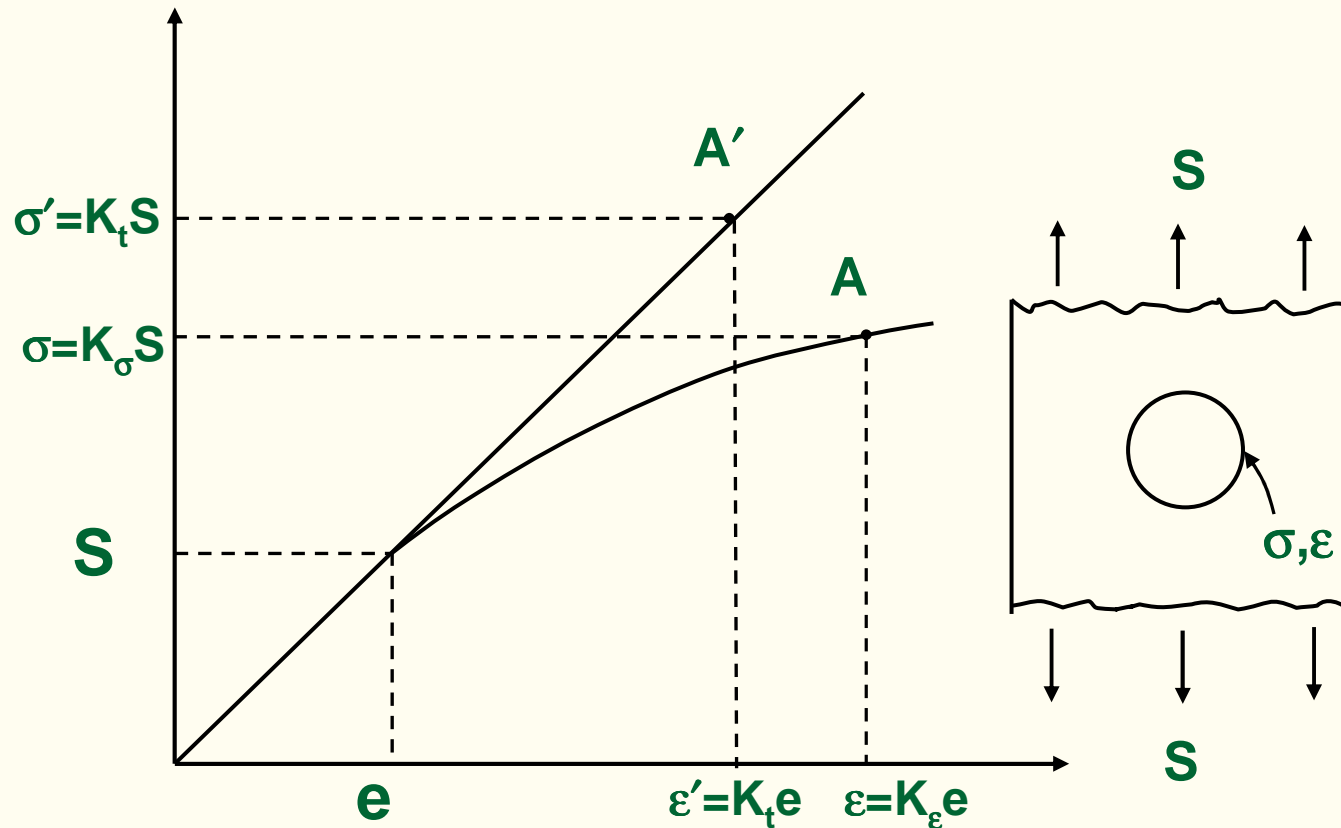


- Devido ao escoam. local K_σ difere de K_ϵ
- Após escoamento, a tensão local é menor e a Def. local é maior do que a predita por K_t



EESC-USP

Previsão da tensão e def. local

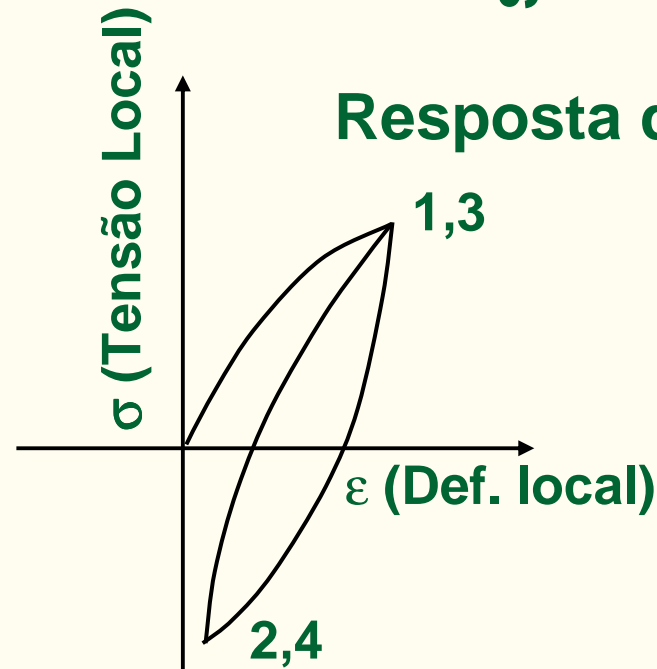
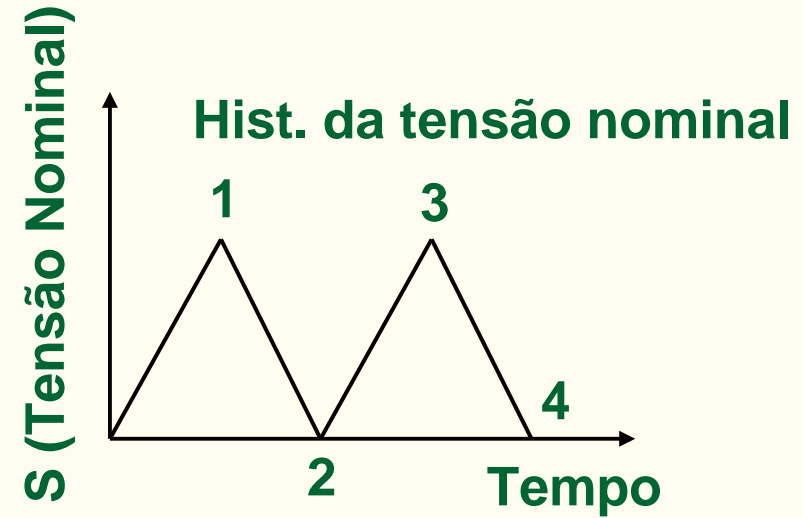
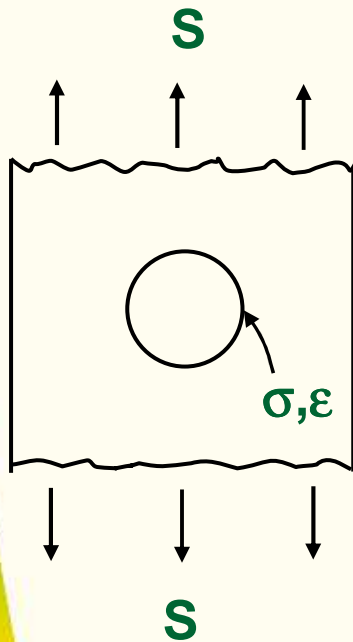


Diferenças entre as previsões da tensão e def. local usando os valores de K_t e K_σ , K_ϵ .



EESC-USP

Resposta da Tensão/Def. Nominal & Local





FATORES DE CONCENTRAÇÃO TENSÃO & DEF. – Regra de Neuber



EESC-USP

Regra de Neuber: Média Geométrica dos fatores de concentração de tensão e def. permanece uma constante igual a K_t

$$K_t = \sqrt{K_\sigma K_\epsilon} \quad (4.12)$$

De maneira que $K_t^2 = K_\sigma K_\epsilon$

Substituindo para K_σ e K_ϵ

$$K_t^2 = \frac{\sigma}{S} \frac{\epsilon}{e}$$

$$K_t^2 S e = \sigma \epsilon$$

**Tensão/def. nominal
- Dado**

**Tensão/def. local na
raiz do entalhe.
- A ser determinada**



EESC-USP



$$K_t^2 S e = \sigma \varepsilon \quad e = S / E$$

- Para uma dada geometria de componente e modo de carregamento : K_t é constante
- Para um dado carregamento: a tensão nominal, S , pode ser calculada
- Para uma tensão nominal conhecida S : a deformação nominal e pode ser calculada via a lei tensão-def.

$$\sigma \varepsilon = K_t^2 S e$$

Resposta na raiz do entalhe

- Necessária para o cálculo da vida

Aplicada/conhecida

- Constante

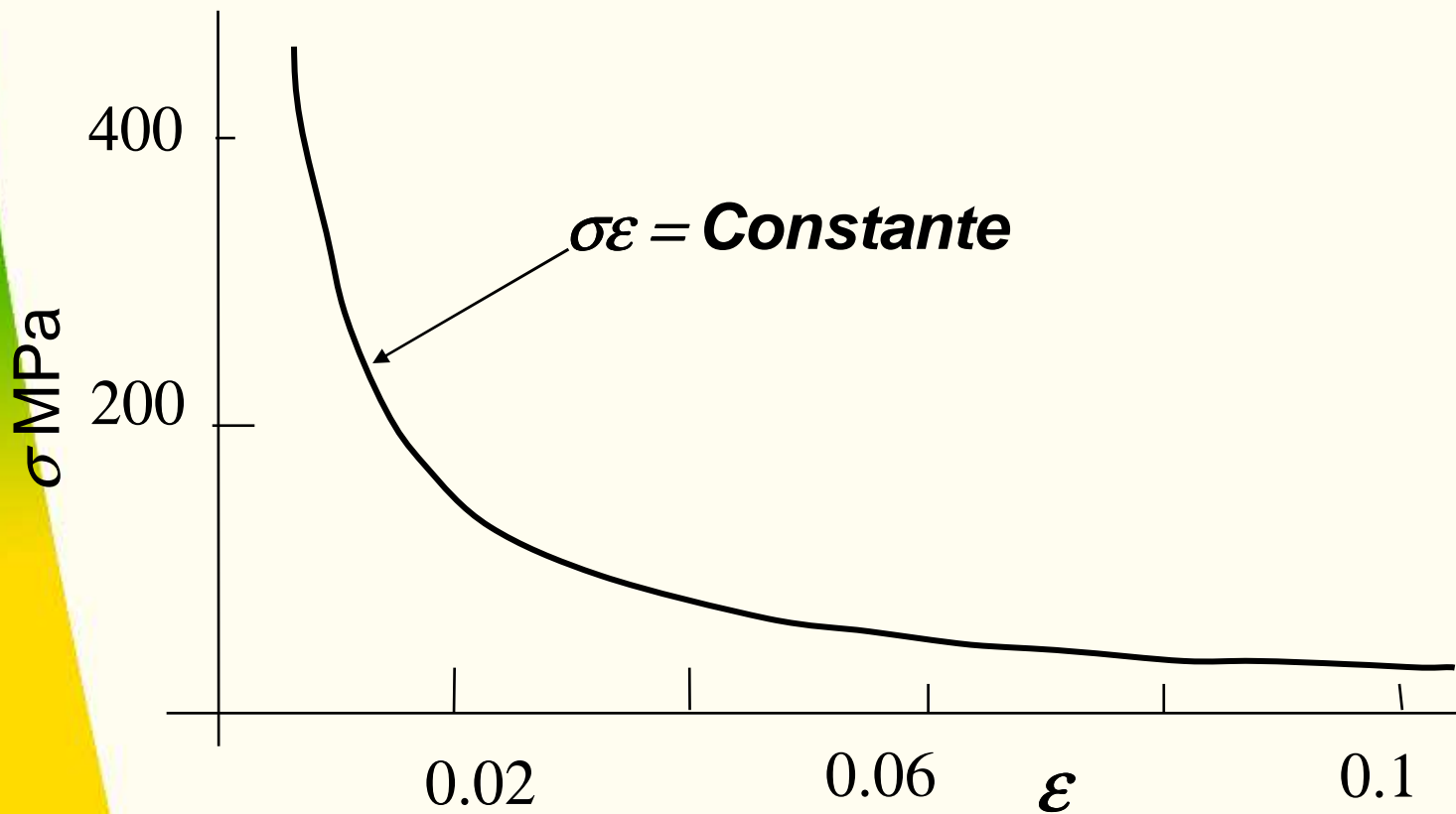


EESC-USP



$$\sigma \varepsilon = K_t^2 S e \Rightarrow \sigma \varepsilon = \text{Constante}$$

- $\sigma \varepsilon = \text{Constante}$, é uma hipérbole no plano tensão-def.

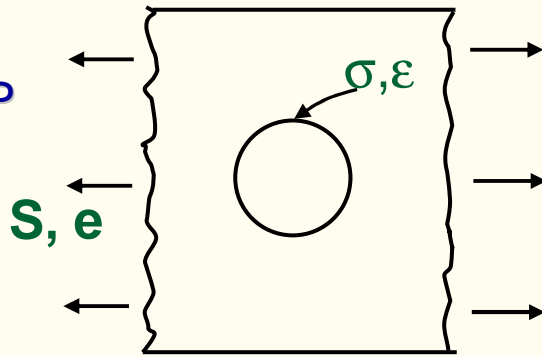




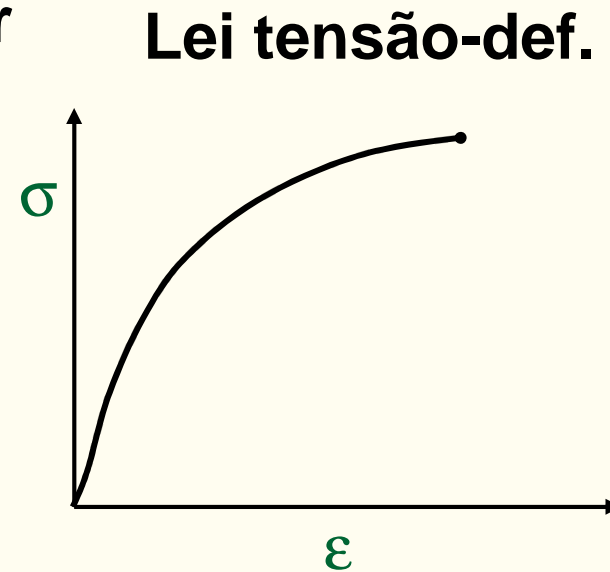
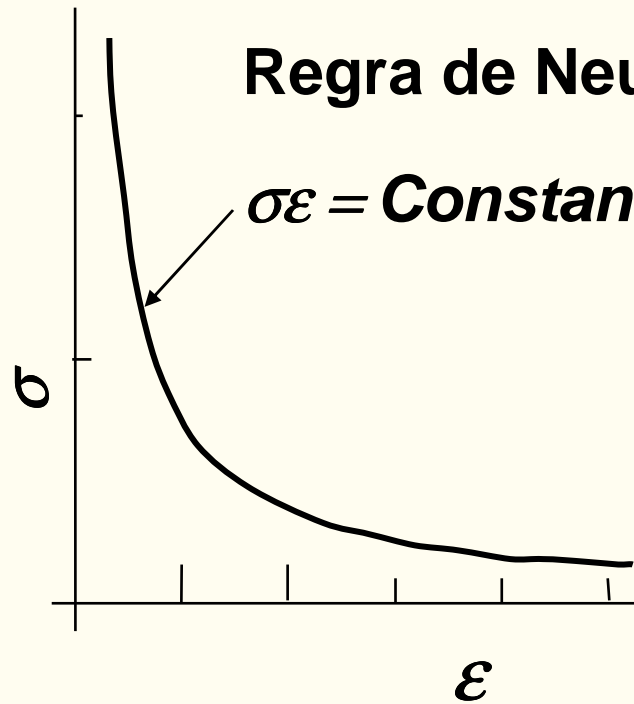
EESC-USP



Regra de Neuber e Resposta Local



σ e ϵ local devem satisfazer **ambos** a Regra de Neuber e a lei tensão-def. (ou Histerese).

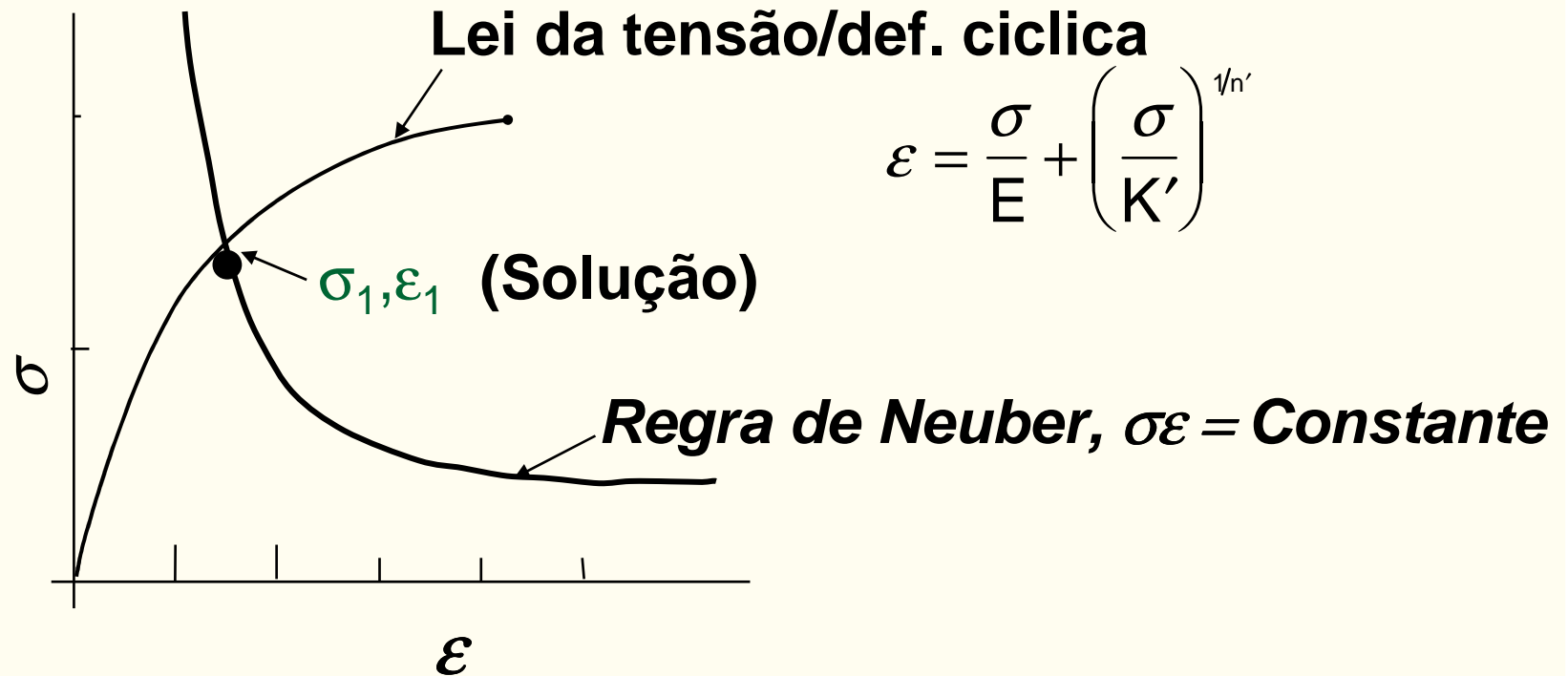




EESC-USP



Para uma dada tensão nominal S_1 e uma deformação nominal e_1 , os valores da tensão e def. local (σ_1, ε_1) são dados na “intersecção” da regra de Neuber R e a lei de tensão-def. (ou Histerese).





Em fadiga, deve ser usado K_f ao invés de K_t sendo que assumindo que o comportamento



EESC-USP

Regra de Neuber $\sigma \varepsilon = \text{Constante} = K_f^2 S e$

Lei tensão-def. $\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{K'} \right)^{1/n'}$

$$e = \frac{S}{E} + \left(\frac{S}{K'} \right)^{1/n'}$$

$$e = \frac{S}{E} \quad \text{if } S \leq S_y$$

conhecido

Substituir e e ε na regra de Neuber

$$\sigma \left[\frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{K'} \right)^{1/n'} \right] = K_t^2 S \left[\frac{S}{E} + \left(\frac{S}{K'} \right)^{1/n'} \right]$$



Regra de Neuber e Resposta Tensão-Def. Local /Exemplo



EESC-USP

Dados: $S=50$ ksi, $K' =154$ ksi, $E = 30$ Msi, $K_t=2,0$ and $n' =0,125$

$$\sigma \left[\frac{\sigma}{30000} + \left(\frac{\sigma}{154} \right)^{1/0.125} \right] = K_t^2 S \left[\frac{S}{30000} + \left(\frac{S}{154} \right)^{1/0.125} \right]$$

$$\sigma^9 + 1.054485 \times 10^{13} \sigma^2 = 1.132623 \times 10^{17}$$

Resolvendo p/ σ : $\sigma=72.8$ ksi.

Então, a def. ε pode ser obtida pela substituição de σ na regra de Neuber ou na lei tensão-def.

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{K} \right)^{1/n'} = \left[\frac{72.8}{30000} + \left(\frac{72.8}{154} \right)^{1/0.125} \right]$$

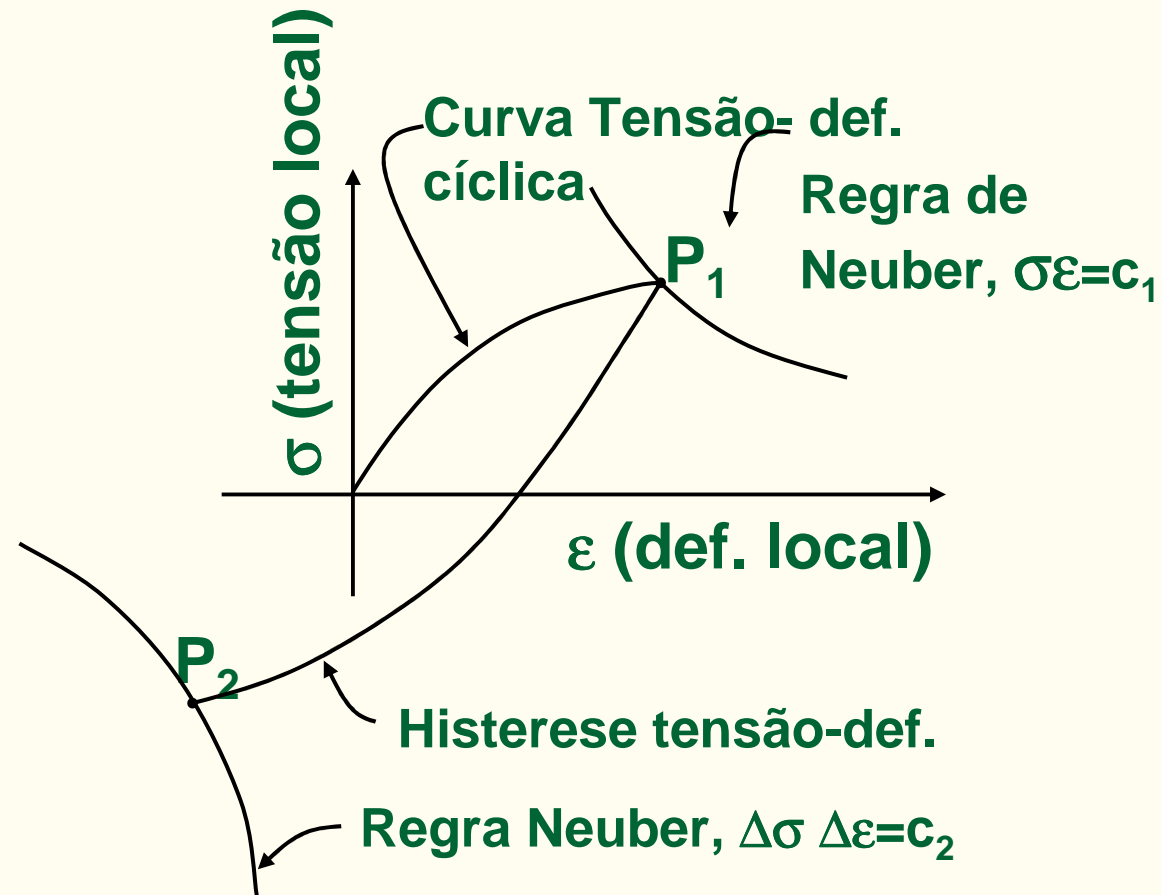
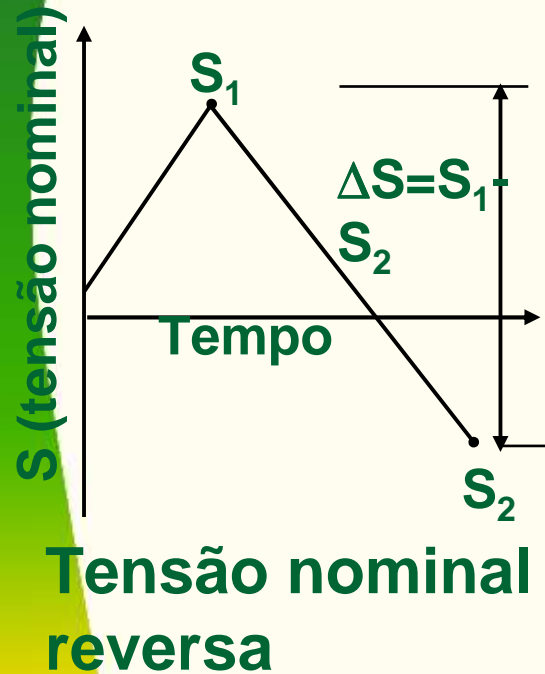
$$\varepsilon = 0.002427 + 0.002494 = 0.004921$$



Methodologia Para a Resposta Local a Partir da História Nominal Aplicada



EESC-USP



Intersecção da histerese tensão-def. e a hiperbole de Neuber ($\Delta\sigma \Delta\varepsilon$).



EESC-USP

Regra de Neuber e a Resposta da Histerese Local



Regra de Neuber $\Delta\sigma \Delta\varepsilon = \text{Constante} = K_f^2 \Delta S \Delta e$

Note, para fadiga K_f é usado no lugar de K_t

Lei da histerese

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2E} + \left(\frac{\Delta\sigma}{2K'} \right)^{1/n'}$$

$$\frac{\Delta e}{2} = \frac{\Delta S}{2E} + \left(\frac{\Delta S}{2K'} \right)^{1/n'}$$

$$\frac{\Delta e}{2} = \frac{\Delta S}{2E} \quad \text{if } \frac{\Delta S}{2} \leq S_y$$

Substituir Δe e $\Delta\varepsilon$ na regra de Neuber

$$\Delta\sigma \left[\frac{\Delta\sigma}{2E} + \left(\frac{\Delta\sigma}{2K'} \right)^{1/n'} \right]$$

$$= K_t^2 \Delta S \left[\frac{\Delta S}{2E} + \left(\frac{\Delta S}{2K'} \right)^{1/n'} \right]$$

conhecido



Regra de Neuber e a Resposta da Histerese Local - Example



EESC-USP

Dado: $\Delta S=100$, $K' =154$ ksi, $E = 30$ Msi, $K_t=2.0$ and $n' =0.125$

$$\Delta\sigma \left[\frac{\Delta\sigma}{60000} + \left(\frac{\Delta\sigma}{308} \right)^{1/0.125} \right] = 0.71606$$

$$(\Delta\sigma)^9 + 1.34975 \times 10^{15} (\Delta\sigma)^2 = 5.79903 \times 10^{19}$$

Resolvendo para $\Delta\sigma$: $\Delta\sigma = 145.6$ ksi.

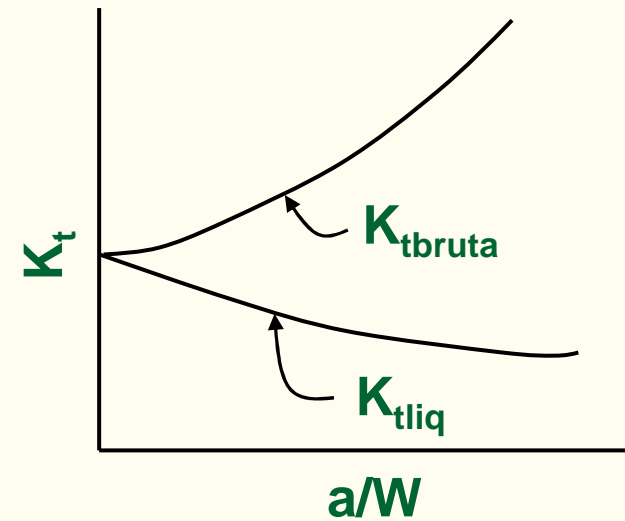
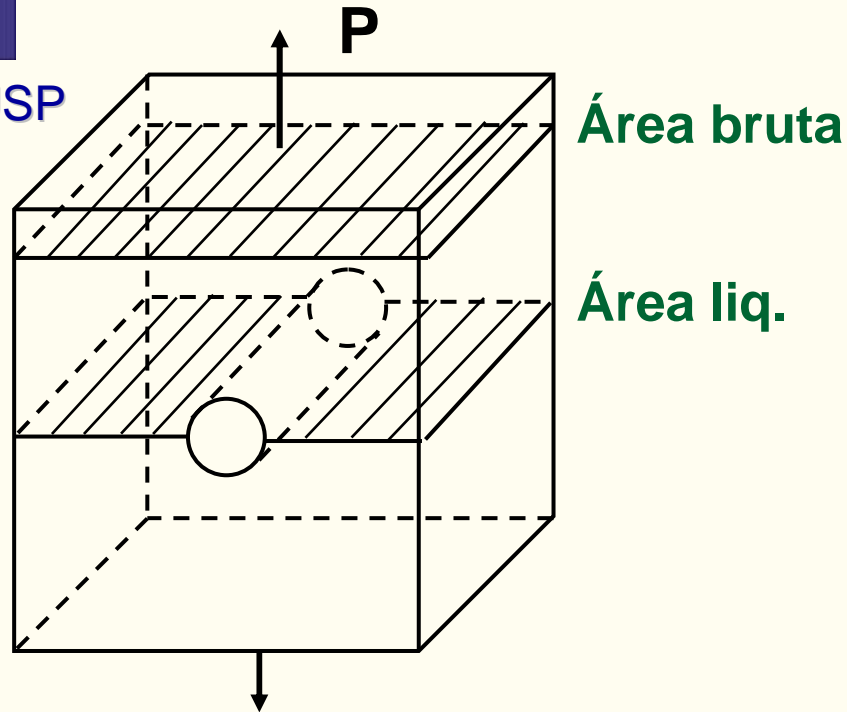
Então, a variação de $\Delta\varepsilon$ pode ser obtida pela substituição de $\Delta\sigma$ na regra de Neuber ou na Histerese

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\varepsilon}{2} &= \frac{\Delta\sigma}{2E} + \left(\frac{\Delta\sigma}{2K'} \right)^{1/n'} = \left[\frac{72.8}{30000} + \left(\frac{72.8}{154} \right)^{1/0.125} \right] \\ &= 0.002427 + 0.002494 = 0.004921 \Rightarrow \Delta\varepsilon = 0.009842 \end{aligned}$$



EESC-USP

ÁREAS BRUTA E LÍQUIDA PARA FCT



a = raio do furo, W = largura da placa, t = espessura da placa

Área Bruta = Wt , Área Liq. = $(W-2a)t$

$S_{bruta} = P/Wt$, $S_{liq} = P/(W-2a)t$

$K_{tbruta} = \sigma_{max} / S_{bruta}$, $K_{tliq} = \sigma_{max} / S_{liq}$



EESC-USP

Problema



Para uma placa com entalhe com um fator de concentração de tensão líquido de $K_t = 3$, $E = 200 \text{ GPa}$, $K' = 1400 \text{ MPa}$, $S_y = 600 \text{ MPa}$, $n' = 0.14$

Determine a tensão líquida, S , necessária para:

- A) O escoamento é atingido, S_y na raiz do entalhe
- B) Uma def. de $\varepsilon = 1 \%$ na raiz do entalhe

Se uma seção líquida de 610 MPa é aplicada na placa, determine a tensão e def. local na raiz do entalhe (σ e ε).

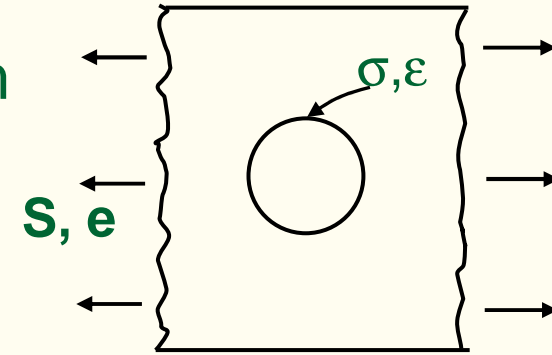


EESC-USP

Solução



a) A raiz do entalhe irá escoar em $\sigma = S_y = 600$



Calcule a def. local a partir da tensão

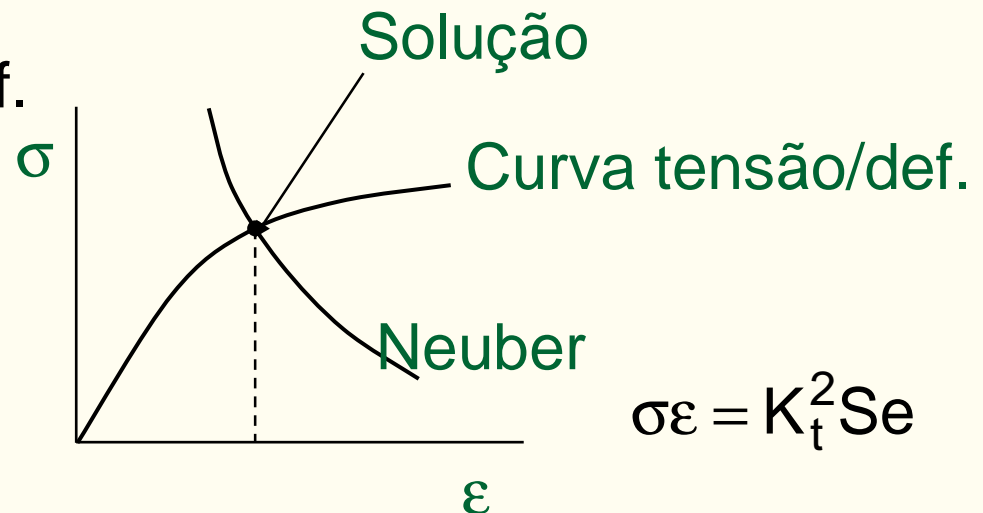
$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{K'} \right)^{1/n'} = \frac{600}{200000} + \left(\frac{600}{1400} \right)^{1/0.14}$$

$\epsilon = 0.00535$

Calcule a tensão/def. líquida a partir da tensão/def. local (σ, ϵ)

Regra de Neuber

$$\sigma \epsilon = K_t^2 S_e$$





EESC-USP



$$(3)^2 S \left[\frac{S}{E} + \left(\frac{S}{K'} \right)^{1/n'} \right] = (600)(0.00535)$$

Substituindo para e

$$\frac{S^2}{200000} + \frac{S^{8.1429}}{2.96718 \times 10^{22}} = 0.356667 \quad \boxed{S = 266.5 \text{ MPa}}$$

b) Dado $\varepsilon = 0.01$ na raiz do entalhe; Determine S & e

Calcule a tensão local a partir da def. local

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{K'} \right)^{1/n'}$$

$$\frac{\sigma}{200000} + \left(\frac{\sigma}{1400} \right)^{1/0.14} = 0.01 \rightarrow \sigma = 693 \text{ MPa}$$



EESC-USP



Calcule a tensão/def. líquida (**S, e**) a partir da

tensão/def. a partir da conhecida tensão/def. local (**σ, ϵ**)

Regra de Neuber

$$K_t^2 S \left[\frac{S}{E} + \left(\frac{S}{K'} \right)^{1/n'} \right] = 693.(0,01)$$

$$\frac{S^2}{200000} + \frac{S^{8.1429}}{2.96718 \times 10^{22}} = 0.77 \text{ Resolvendo} \rightarrow$$

$$S = 382.6 \text{ MPa}$$

$$e = \frac{382.6}{E} + \left(\frac{382.6}{K'} \right)^{1/0.14}$$

$$e = 0.00201$$

Verifique $K_t^2 S e = \sigma \epsilon$

$$9(382.6)(0.00201) = 693(0.01)$$



Solução (Contd.)



EESC-USP

c) Se $S=610$ MPa, $\sigma = ?$ $\varepsilon = ?$

$$\sigma \varepsilon = K_t^2 S \varepsilon \quad \rightarrow \quad \sigma \left[\frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{K'} \right)^{1/n'} \right] = (9) S \left[\frac{S}{E} + \left(\frac{S}{K'} \right)^{1/n'} \right]$$

$$\frac{\sigma^2}{200000} + \frac{\sigma^{8.1429}}{2.96718 \times 10^{22}} = 31.2799$$

Resolvendo para σ , $\sigma = 864.19$ MPa

$$\text{Def. local,} \quad \varepsilon = \frac{864.19}{E} + \left(\frac{864.19}{K'} \right)^{1/n'} = 0.036196$$



EESC-USP

Problema



Um componente com entalhe tem um fator de concentração de tensão teórico, $K_t = 3$. O componente é carregado a uma tensão nominal, $S = 200$ MPa. Determine a tensão, σ , e a deformação, ε , resultante na raiz do entalhe. O componente é então descarregado para uma tensão nominal, $S = 0$.

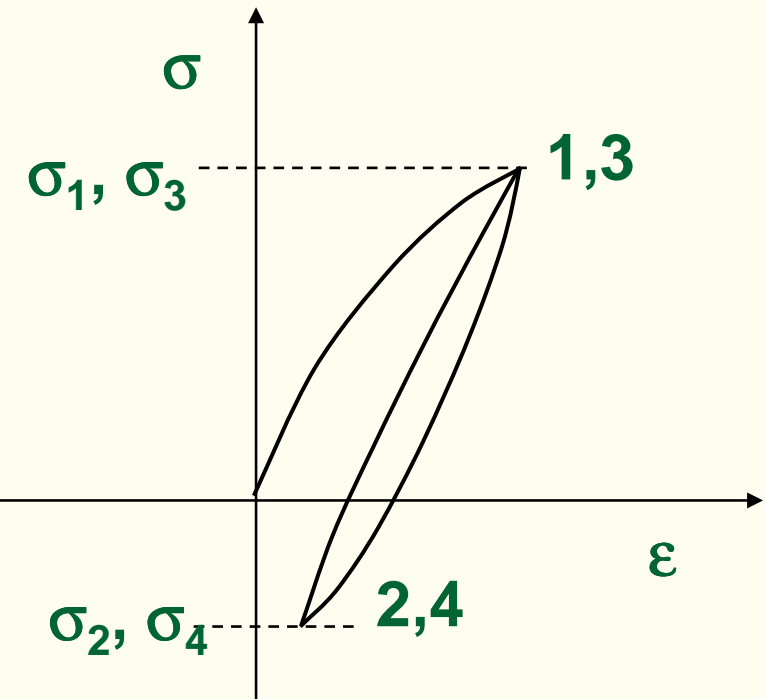
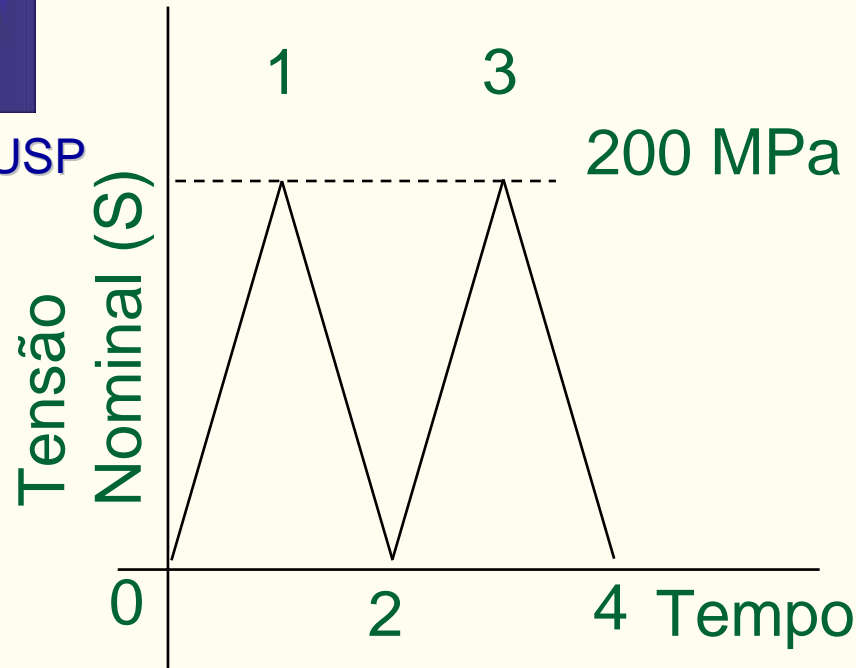
Determine a tensão residual na raiz do entalhe.

Qual é a vida em fadiga do componente se ele estiver submetido a uma tensão cíclica nominal de 0 a 200 MPa ($R=0$)?

Use a análise de Neuber e a relação de Morrow da tensão média – def. [Eq. (2.49)]. As propriedades de def.-vida para este material são: $E=100$ GPa, $\sigma'_f=1000$ MPa, $b = -0,08$, $\varepsilon'_f=1,0$ and $c = -0,60$.



EESC-USP



Segmento 0-1:

$$K_t^2 S_1 e_1 = \sigma_1 \varepsilon_1$$

$$K_t^2 S_1 \left[\frac{S_1}{E} + \left(\frac{S_1}{K'} \right)^{1/n'} \right] = \sigma_1 \left[\frac{\sigma_1}{E} + \left(\frac{\sigma_1}{K'} \right)^{1/n'} \right]$$

dado:

$$K_t = 3, \quad S_1 = 200, \quad E = 100000, \quad K' = 1000 \text{ MPa}, \quad n' = 0.1333$$



EESC-USP



$$\frac{\sigma_1^2}{100000} + \frac{\sigma_1^{8.5}}{1000^{7.5}} = (9)(200) \left[\frac{200}{100000} + \left(\frac{200}{1000} \right)^{7.5} \right]$$

$$\sigma_1^{8.5} + 3.162278 \times 10^{17} \sigma_1^2 = 1.1416783 \times 10^{23} \quad \sigma_1 = 463.9 \text{ MPa}$$

Segmento 1-2: $K_t^2 \Delta S \Delta e = \Delta \sigma \Delta \varepsilon$

$$K_t^2 \Delta S \left[\frac{\Delta S}{E} + 2 \left(\frac{\Delta S}{2K'} \right)^{1/n'} \right] = \Delta \sigma \left[\frac{\Delta \sigma}{E} + 2 \left(\frac{\Delta \sigma}{2K'} \right)^{1/n'} \right]$$

$\Delta S = 200$ resolver para $\Delta \sigma = 589.6 \text{ MPa}$

$$\sigma_2 = \sigma_1 - \Delta \sigma \quad \Rightarrow \quad \sigma_2 = -125.7$$

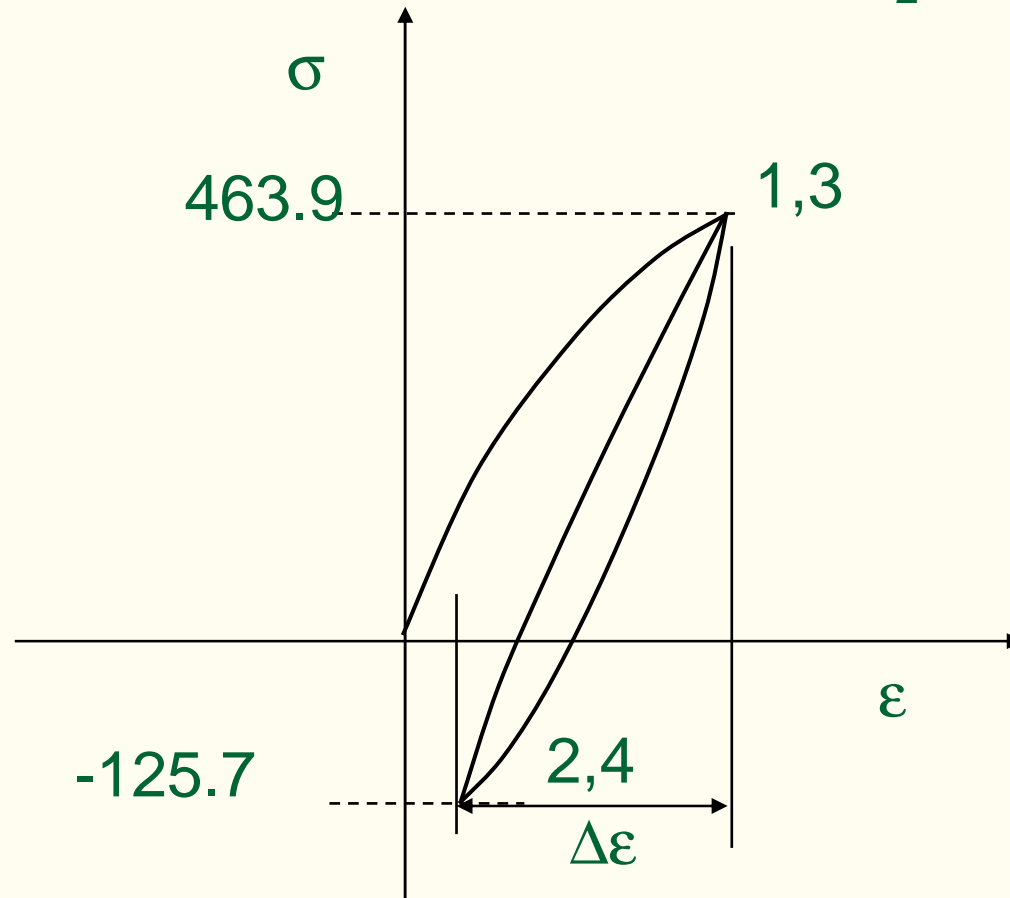


EESC-USP



A tensão residual na raiz do entalhe acontece quando a Tensão nominal é completamente aliviada, isto é, $S_2=0$

A tensão residual na raiz do entalhe, $\sigma_2 = -125.7$ MPa





EESC-USP



Cálculo da vida:
$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{\Delta \sigma}{2E} + \left[\frac{\Delta \sigma}{2K'} \right]^{1/n'}$$

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{589.6}{2(100000)} + \left[\frac{589.6}{2(1000)} \right]^{7.5}$$

→
$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = 0.00305$$

Tensão Média,
$$\sigma_0 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} = 169.1 \text{ MPa}$$



EESC-USP



Usando Morrow para levar em conta o efeito da tensão Média na vida em fadiga,

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\sigma'_f - \sigma_0}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c$$

$$0.00305 = \frac{1000 - 169.1}{100000} (2N_f)^{-0.08} + 1.0 (2N_f)^{-0.60}$$

$$0.00305 = 0.008309 (2N_f)^{-0.08} + (2N_f)^{-0.60}$$

Resolvendo para $2N_f = 875,670$

Vida, $N = 437,835$ cycles