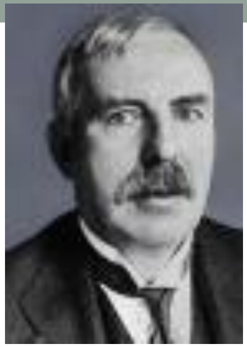
Universidade de São Paulo
Instituto de Física

FÍSICA MODERNA I
AULA 10

Profa. Márcia de Almeida Rizzutto
Pelletron – sala 220
rizzutto@if.usp.br

2o. Semestre de 2018
Monitor: Felipe Prado

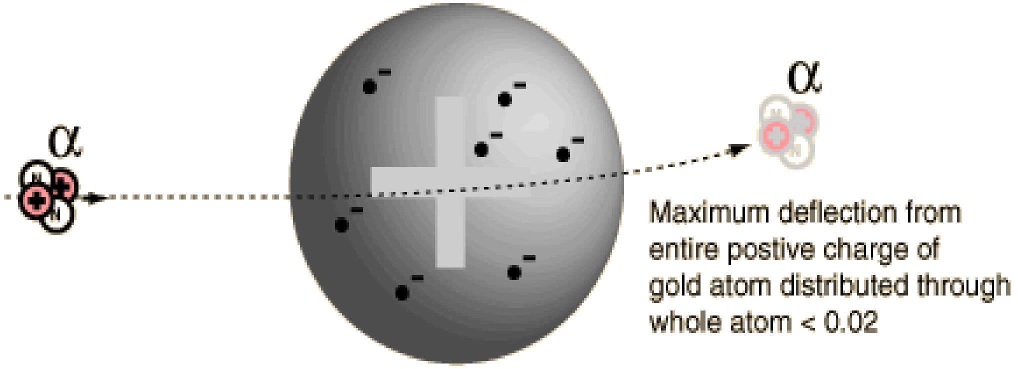
https://edisciplinas.usp.br/course/view.php?id=64495

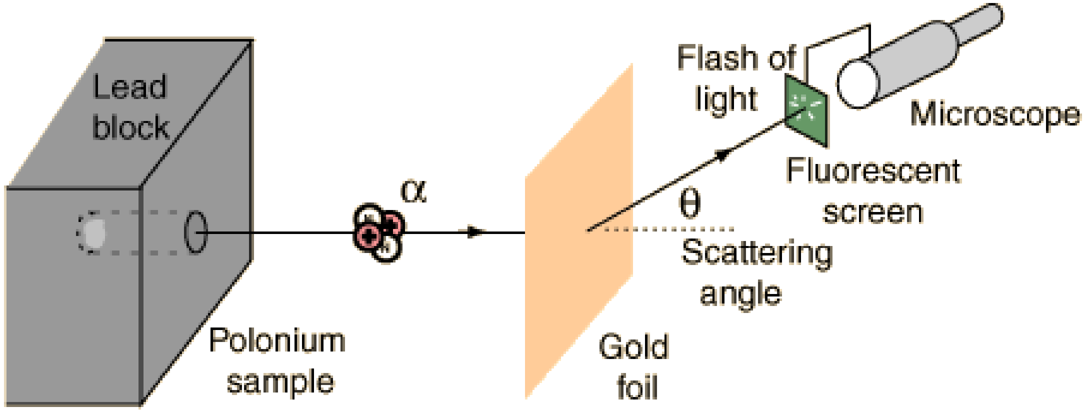


Estrutura do átomo

- As primeiras experiências de espalhamento

Modelo de Thomson: previa deflexão pequena das partículas α





- O número de partículas α espalhadas em um ângulo sólido dΩ em torno de um ângulo de espalhamento θ

$$dN = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\right)^2 \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{2E_\alpha}\right)^2 \frac{1}{4} \frac{Int}{sen^4 \theta/2} d\Omega$$

Pontos importantes:

- O espalhamento é proporcional a Z_1^2 e Z_2^2
- O termo Mv^2 é a energia cinética da partícula a incidente, e o espalhamento é inversamente proporcional a energia cinética desta partícula
- O espalhamento é inversamente proporcional a 4 potencia de sen (θ/2)
- O espalhamento é proporcional a espessura da folha de metal n

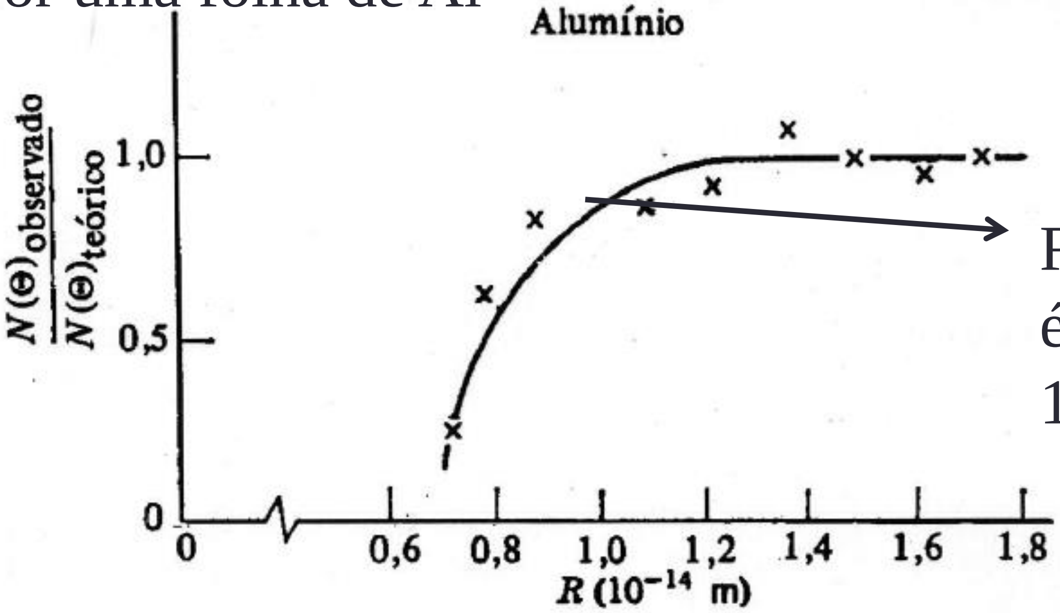
$$dN \sim \frac{d\sigma}{d\Omega} . I . n . t . d\Omega$$

Secão de choque de Rutherford

Secão de choque diferencial de Rutherford

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\right)^2\left(\frac{Z_1Z_2e^2}{2E_\alpha}\right)^2\frac{1}{sen^4\,\theta/2}$$

Fornece o número de partículas espalhadas em um dado elemento de ângulo sólido dΩ. Dados obtidos pelo grupo de Rutherford para o espalhamento de partículas α de várias energias a um ângulo fixo grande por uma folha de Al



Raio do núcleo de Al é aproximadamente 10^{-14}m = 10F

Modelo de Rutherford

De acordo com o modelo de Rutherford o número de partículas espalhadas α por núcleo observadas na tela de um cintilômetro de área A será a uma distância r da folha espalhadora:

$$\Delta N = Int\left(\frac{A}{r^2}\right)\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\right)^2\left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{2E_\alpha}\right)^2 \frac{1}{4}\frac{1}{sen^4 \theta/2}$$

Intensidade do feixe α

é o número de núcleos por unidade de área (átomos/cm^2)

Fator devido a área do cintilômetro e a distância deste da folha espalhadora

partículas α

Partículas espalhadoras

Energia cinética das partículas α antes do espalhamento

O Modelo de Bohr

- Em 1913, Niels Bohr propõe um modelo baseado nas ideias de Rutherford – artigo “On the constitution of atoms and molecules”:
  - Considerou que o elétron se move em torno do núcleo (muito + massivo) e com carga positiva

POSTULADOS:

- O elétron em um átomo se move em uma órbita circular em torno do núcleo sob a influência da atração Coulombiana entre o elétron e o núcleo, obedecendo as leis da mecânica clássica.
- Em vez de infinitas orbitas que seriam possíveis segundo a mecânica clássica, o elétron só pode se mover em certas órbitas na qual seu momento angular orbital L é um múltiplo inteiro de $\hbar$ ($h/2\pi$)

$$L = n\hbar \quad , \quad n = 1,2,3....$$

O Modelo de Bohr

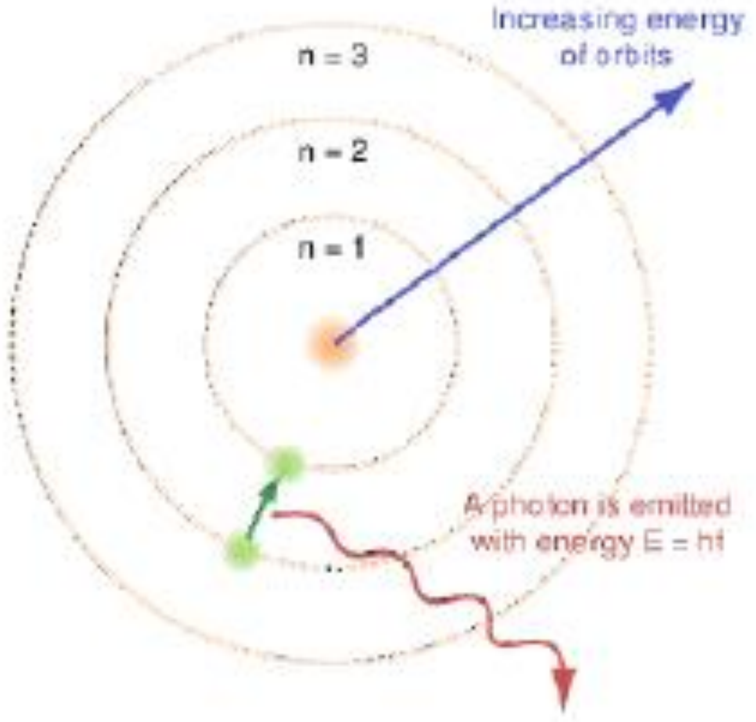
POSTULADOS:

- Apesar dos elétrons estarem acelerados, um elétron que se move em uma destas órbitas possíveis não emite radiação eletromagnética. Portanto as energia total E permanece constante. (não emissão contraria a eletromagnetismo clássico).
- É emitida radiação eletromagnética se um elétron se move inicialmente sobre uma órbita de energia E_i e depois muda seu movimento descontinuamente de forma a se mover em uma orbita E_f. A frequência da radiação emitida ν é igual a:

$$h\nu = E_i - E_f$$

o elétron pode transitar de uma órbita permitida para outra “num salto” emitindo um fóton e conservando energia do sistema

O Modelo de Bohr



- Orbita circular
- L = nħ
- Energia total constante
- $$\nu = \frac{E_i - E_f}{h}$$

O Modelo de Bohr – Energia

- A energia de um elétron atômico se movendo em uma das órbitas possíveis
- A energia cinética do sistema é devido ao elétron
- K = ½ mv^2
- O núcleo é massivo comparado com o elétron ($m_{próton}$ =1836m_e) e o núcleo pode ser considerado em repouso.
- A energia potencial V é $$V = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_o r}$$
- A energia mecânica total: $$E = K + V = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_o r}$$
- Temos que $$mv^2 = \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_o r}$$

Forca centrípeta = Força Coulombiana

$$E = \frac{1}{2}\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_o r} - \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_o r}$$

$$\boxed{E = -\frac{1}{2}\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_o r}}$$

O Modelo de Bohr – Energia

$$E = \frac{1}{2}\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_o r} - \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_o r}$$

$$\boxed{E = -\frac{1}{2}\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_o r}}$$

$$r_n = \frac{n^2 a_o}{Z}$$

$$E_n = -\frac{1}{2}\frac{Z^2 e^2}{4\pi\varepsilon_o n^2 a_0}$$

$$a_0 = \frac{4\pi\varepsilon_0 \hbar^2}{me^2}$$

$$E_0 = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2 \frac{Z^2 e^4 m}{\hbar^2 n^2}$$

$$E_n = -E_0 \frac{Z^2}{n^2}$$

Energia quantizada

Para o H

$$E_0 = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2 \frac{e^4 m}{\hbar^2}$$

E_o = -13,6eV

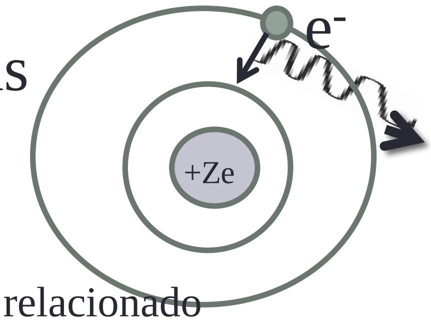
O estado de energia mais baixo:

n=1 $E_1 = E_o$

menor raio

Modelo de Bohr

- A frequência da radiação emitida esta relacionada às energias das órbitas:



$$E_n = -E_0 \frac{Z^2}{n^2}$$

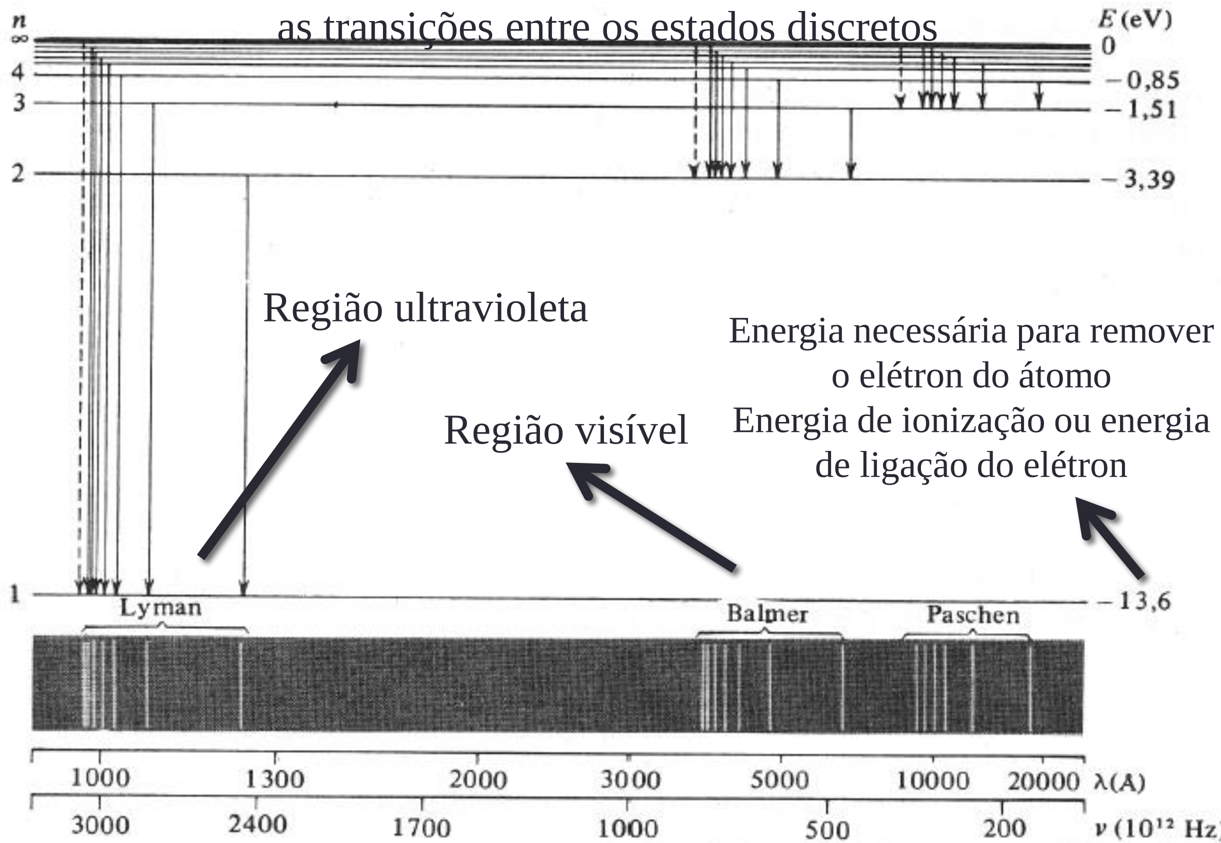
$$h\upsilon = E_{ni} - E_{nf}$$

$$h\upsilon = -E_0 \frac{Z^2}{n_i^2} - \left(-E_0 \frac{Z^2}{n_f^2} \right)$$

$$\upsilon = \frac{E_0 Z^2}{h} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{E_0 Z^2}{hc} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

Para o átomo de H: espectro esta relacionado as transições entre os estados discretos



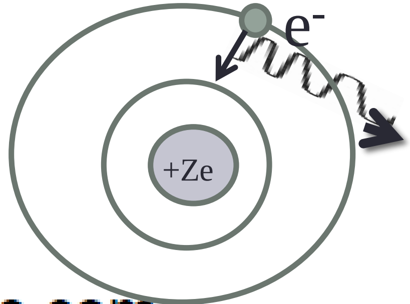
Região ultravioleta

Região visível

Energia necessária para remover o elétron do átomo
Energia de ionização ou energia de ligação do elétron

Valor teórico obtido por Bohr para a constante de Rydberg
Calculou R=1,097x10^7 m^{-1}

Modelo de Bohr



1. $n = 1 \Rightarrow$ estado fundamental (menor energia)
2. Excitação $\Rightarrow$ transições para n maior ($n > 1$)
3. Volta para o estado fundamental: emissão de fótons com a diferença de energia entre os estados. Caso particular do H:

$Z = 1$ e $n_f = 2$ ($n_i > n_f \Rightarrow$ desexcitação)

$$\kappa = R_\infty \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) = R_\infty \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$R_n = \frac{E_0}{hc} = \frac{mk^2e^4}{4\pi c\hbar^3}$$

Espectro de Balmer, se $R_H = R_\infty$. Bohr obteve valor bastante próximo.

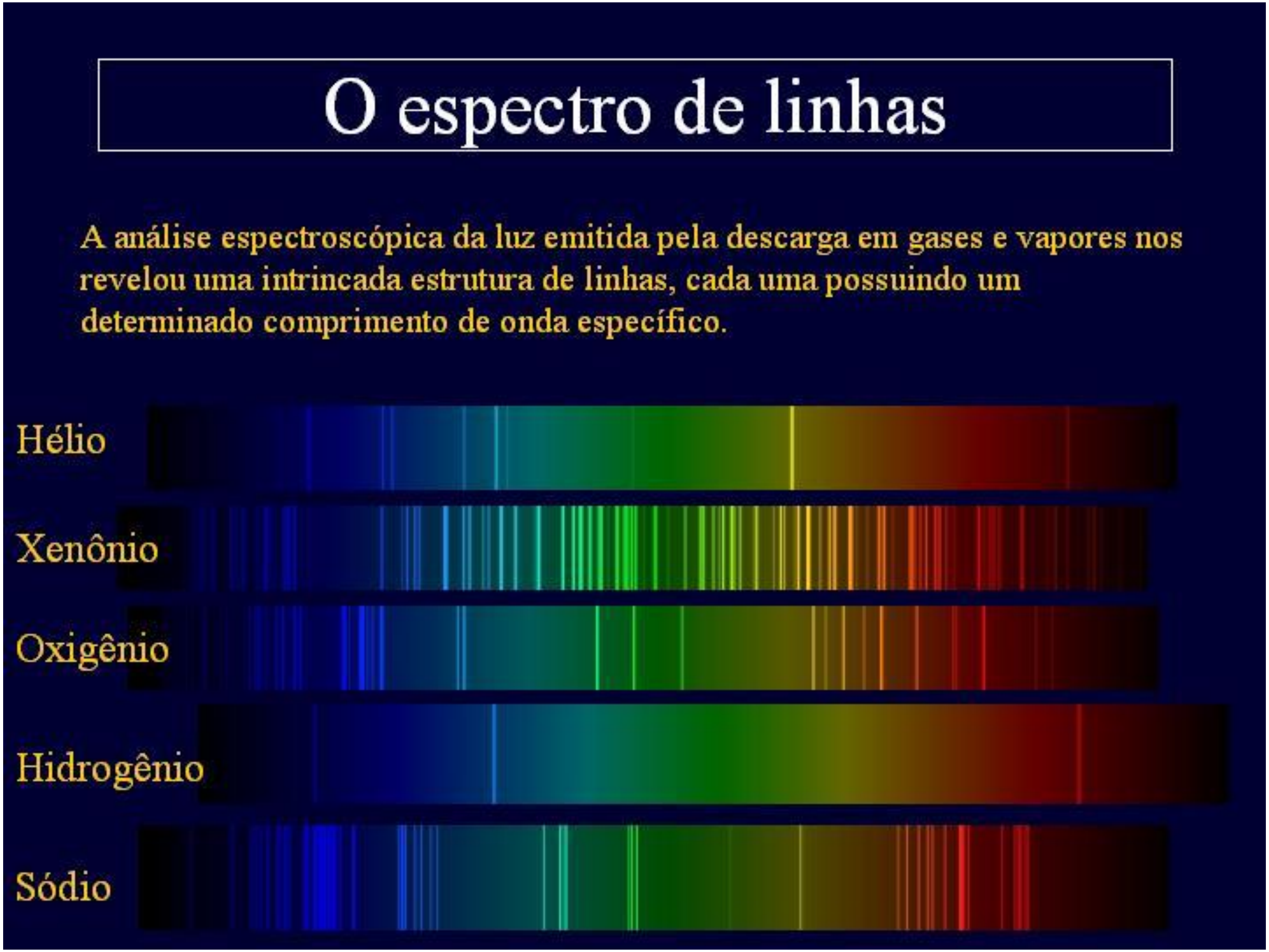
Correção para massa nuclear finita $\Rightarrow$ massa reduzida no lugar da massa do e^-.

$$\mu = \frac{mM}{m + M}$$

m=m_e =9,109x10^{-31}kg
e
M = m_p=1,673x10^{-27}kg

Na suposição de Bohr o núcleo estava imóvel (significa que sua massa era considerada infinita)

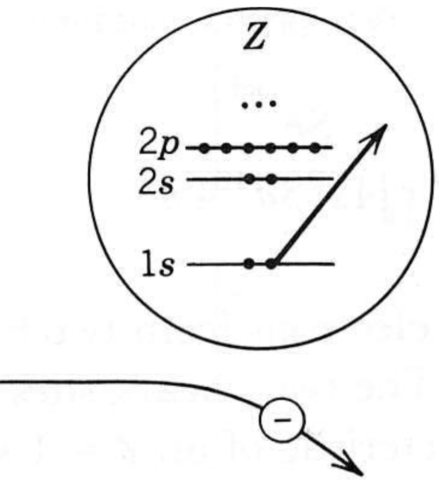
Transições óticas



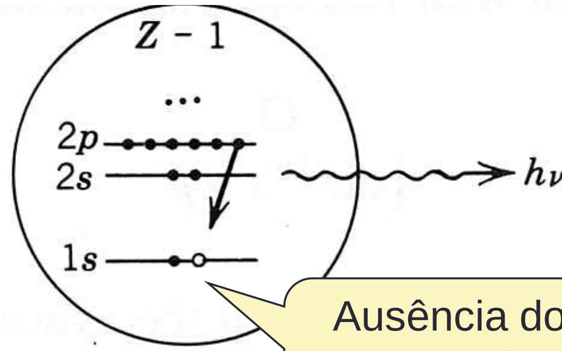
http://www.labdid.if.usp.br

Emissão de Raio-X

Átomo



Transição $E_1 \rightarrow E_2$ no íon 2



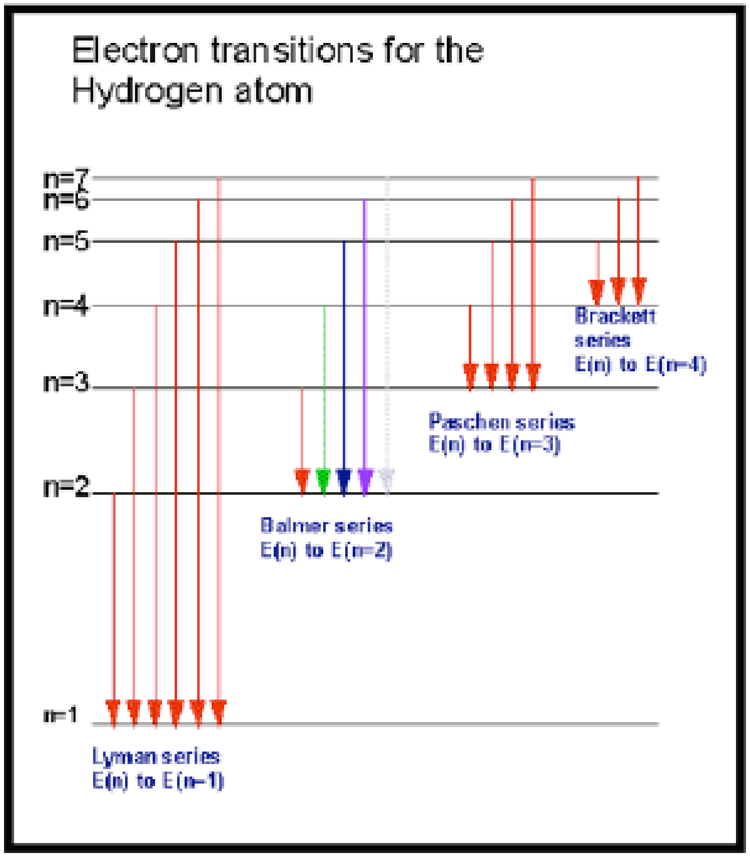
Ausência do e^- $\Rightarrow$ ausência de sua energia de ligação $\Rightarrow$ sistema com energia mais alta

Como resultado temos a excitação de um estado iônico com energia E_1. Isso pode ser representado pela criação de uma vacância (ou buraco) em uma das camadas internas completas. Atenção: nesse caso, estamos assumindo que o e^- tenha sido expulso do átomo, mas ele poderia ir para um estado ligado desocupado, acima da última camada. O que não pode acontecer é dele ir para um estado já ocupado por outro e^- (Pauli).

A desexcitação radioativa do sistema se dá quando um e^- de uma camada de energia mais elevada ocupa o buraco e emite um fóton de energia $h\nu = E_1 - E_2$, onde E_2 é a energia do estado final.

Espectros Atômicos

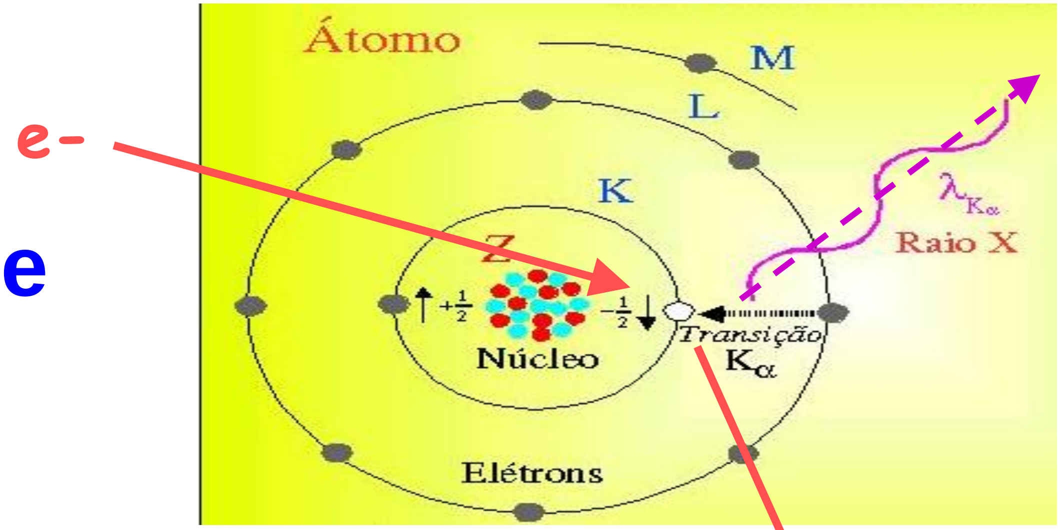
- Podemos compreender as várias linhas do espectro do Hidrogênio como transições entre os estados de discretos de energia dos átomos deste elemento:



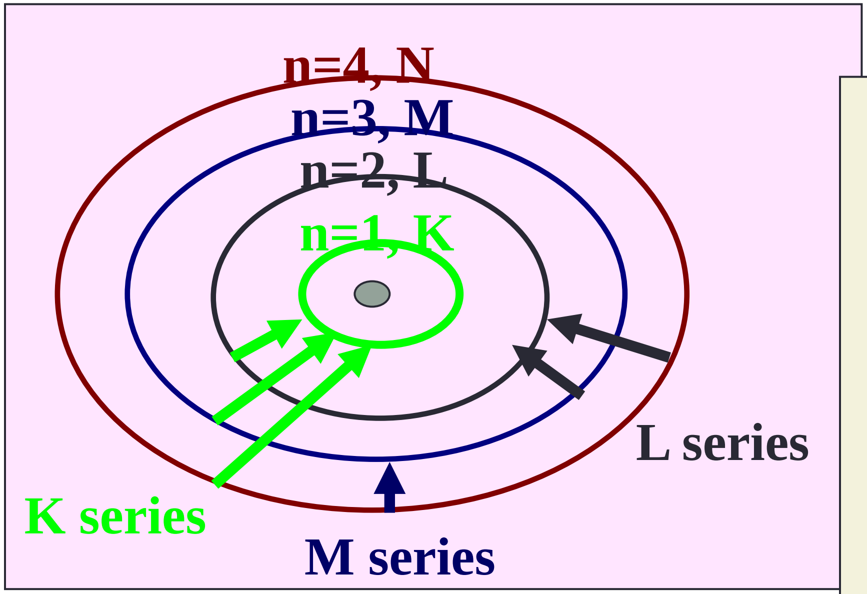
- Essas transições fazem com que os fótons de energia possuam comprimento de onda bem definidos quando emitidos

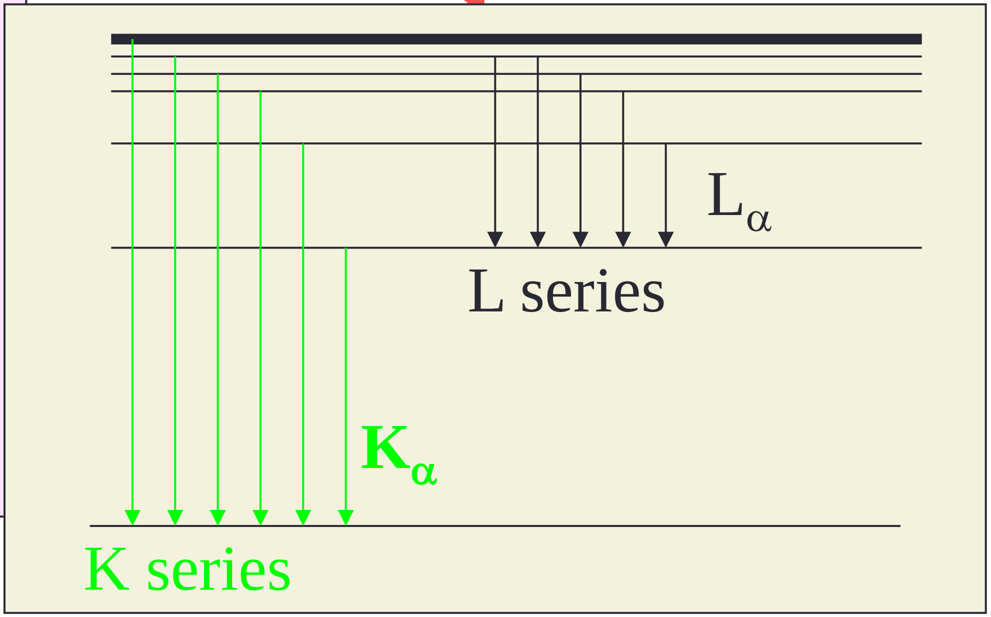
$$h\upsilon = E_{ni} - E_{nf}$$

Ionização e De-excitação

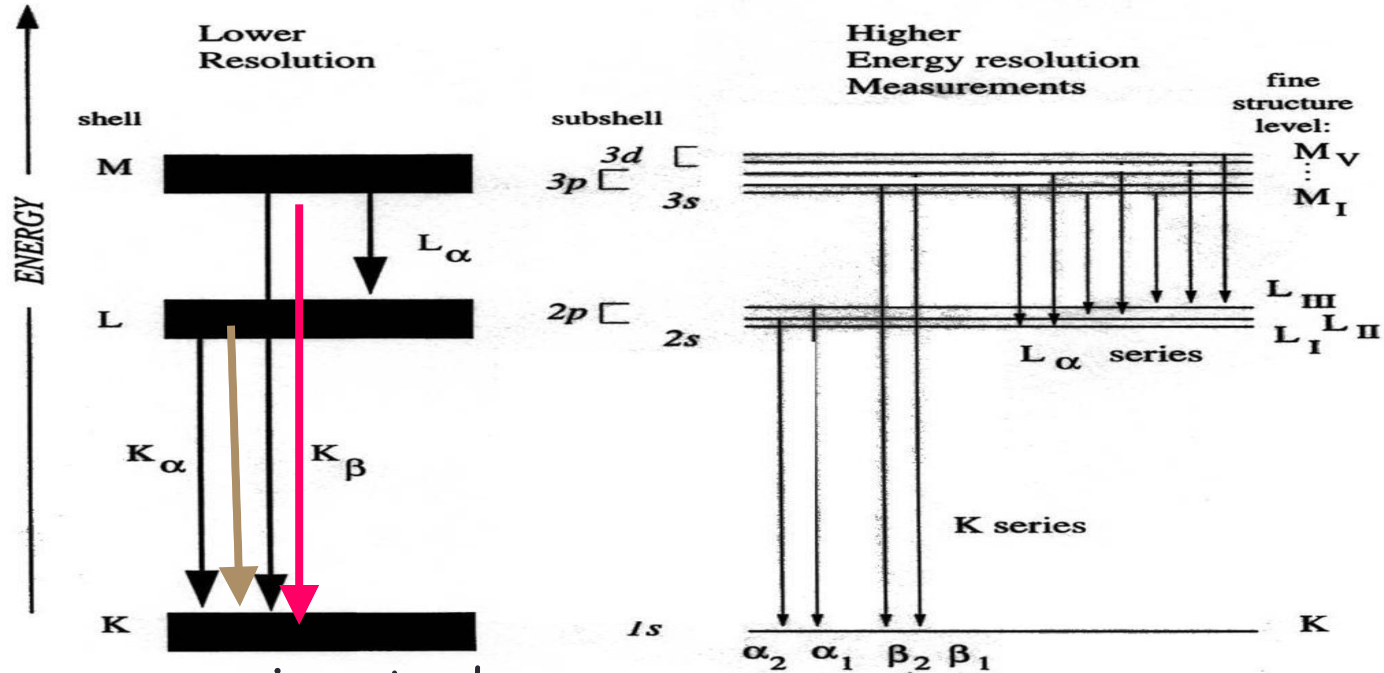


Emissão de Raio-X





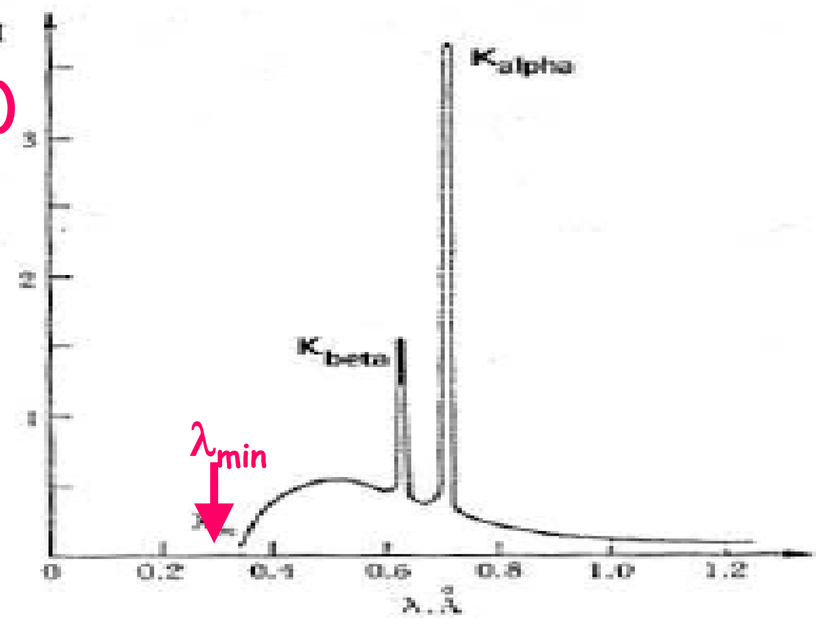
http://www.labdid.if.usp.br



- O fóton de menor comprimento de onda, λ_{min}, seria emitido quando o elétron perdesse o máximo **(toda)** de sua energia cinética durante a colisão (K´=0).

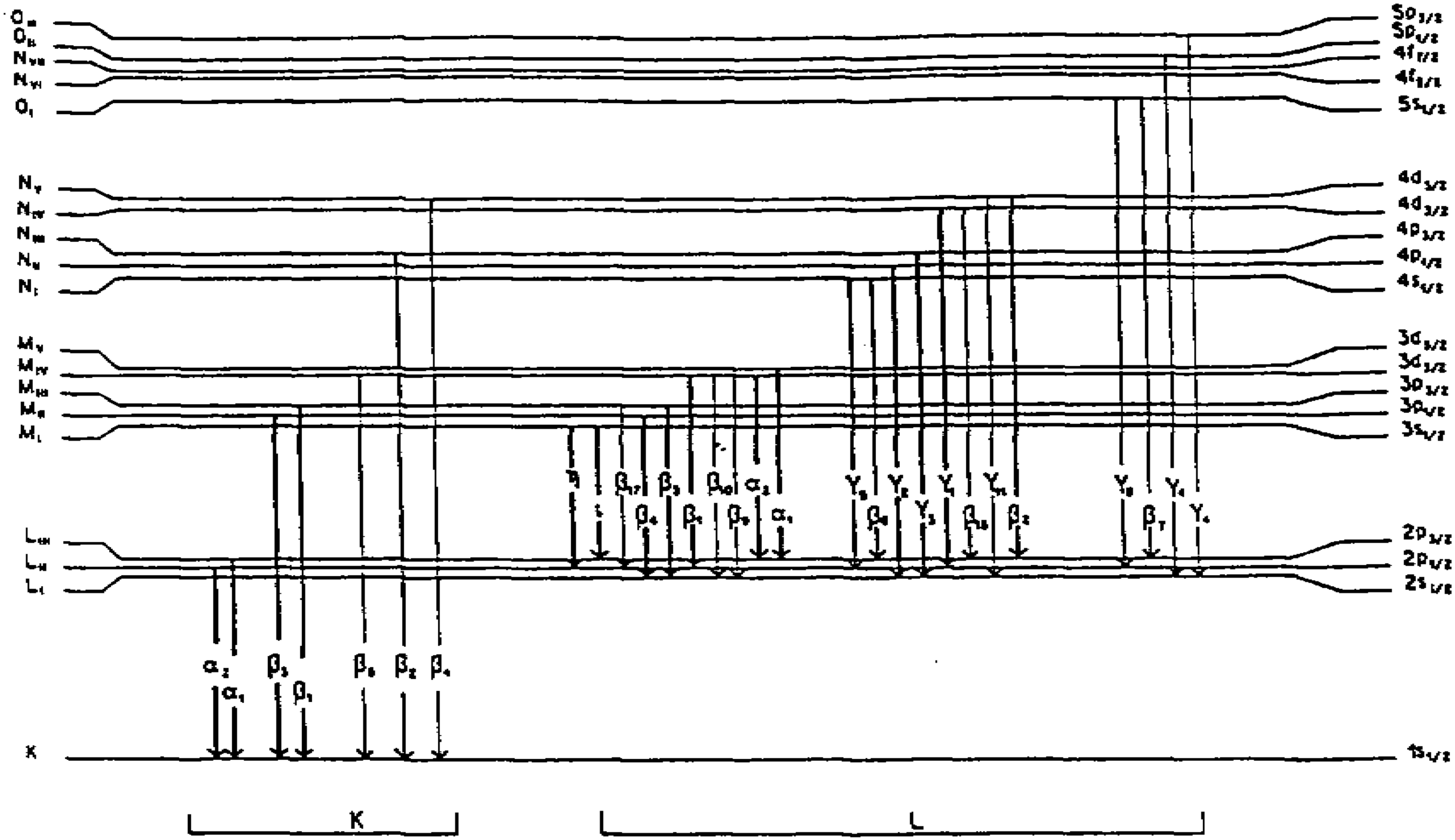
energia inicial do eletron

$$K = eV = hc/\lambda_{min}$$



http://www.labdid.if.usp.br

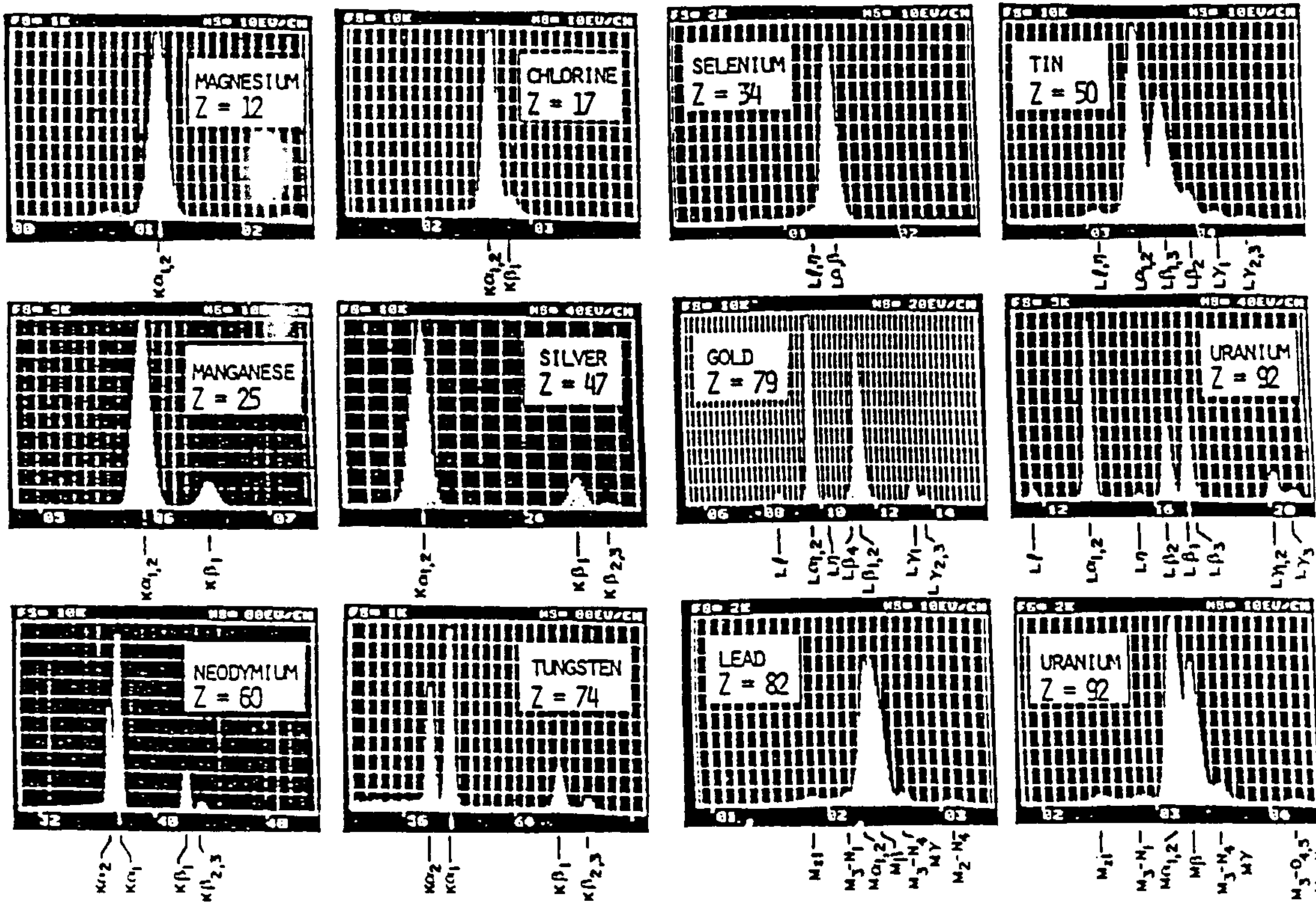
Principais transições de dipolo para raios-X



K_α - transições de L→K
K_β - transições de M →K

L_α - transições de M→ L
L_β - transições de N→ L

Principais linhas de raios-X



Cálculo das energias das transições - RX

A energia dos fótons envolvidos nestas transições de espectros característicos de raio-X pode ser calculado:

Linha K_α (um e^- da camada L (n=2) preenche o buraco da camada K (n=1)). O elétron na camada L é parcialmente escondido do núcleo pelos outros elétrons da camada K, assim vê a carga nuclear como Z-1 (carga efetiva)

n=2 $\longrightarrow$ n=1

$$h\upsilon = E_{ni} - E_{nf}$$

$$E[K_\alpha] = -\frac{ke^2}{2a_0}\frac{(Z-1)^2}{2^2} + \frac{ke^2}{2a_0}\frac{(Z-1)^2}{1^2} = \frac{ke^2}{2a_0}\frac{3(Z-1)^2}{4}$$

$$E = \frac{1}{2}\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_o r} - \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_o r}$$

$$E = -\frac{1}{2}\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_o r} \qquad r_n = \frac{n^2 a_o}{Z}$$

Para o Mo (Z=42)

$$E[K_\alpha] = 17.146(keV) \qquad \lambda[K_\alpha] = \frac{hc}{E[K_\alpha]} = \frac{12.4keV.\dot{A}}{17.146(keV)} = 0.723\dot{A}$$

As energias dos raios-X (λ) das linhas variam de elemento para elemento, pois a energias envolvidas dependem das energias de ligações dos e- nas camadas internas (que aumentam uniformemente como aumento de Z). Uma série de medidas experimentais realizadas em 1913 e 1914 por H.G. J. **Moseley** das transições K_α de diferentes elementos confirmaram a validade da equação acima

Moseley, 1913

Gráfico de Moseley (raiz quadrada do inverso do comprimento de onda em função do Z)

$$\frac{1}{\lambda} \cong C(Z-a)^2$$