

SEM0501

Dinâmica Aplicada às Máquinas

Aula #6 — Cinemática de corpo rígido
em 2D: Movimentos de translação e
rotação

Prof. Dr. Thiago Boaventura

tboaventura@usp.br

São Carlos, 17/09/18



Corpo rígido



Definição?

corpo cuja **forma não varia** quando submetido à ação de **forças externas**

Corpo rígido



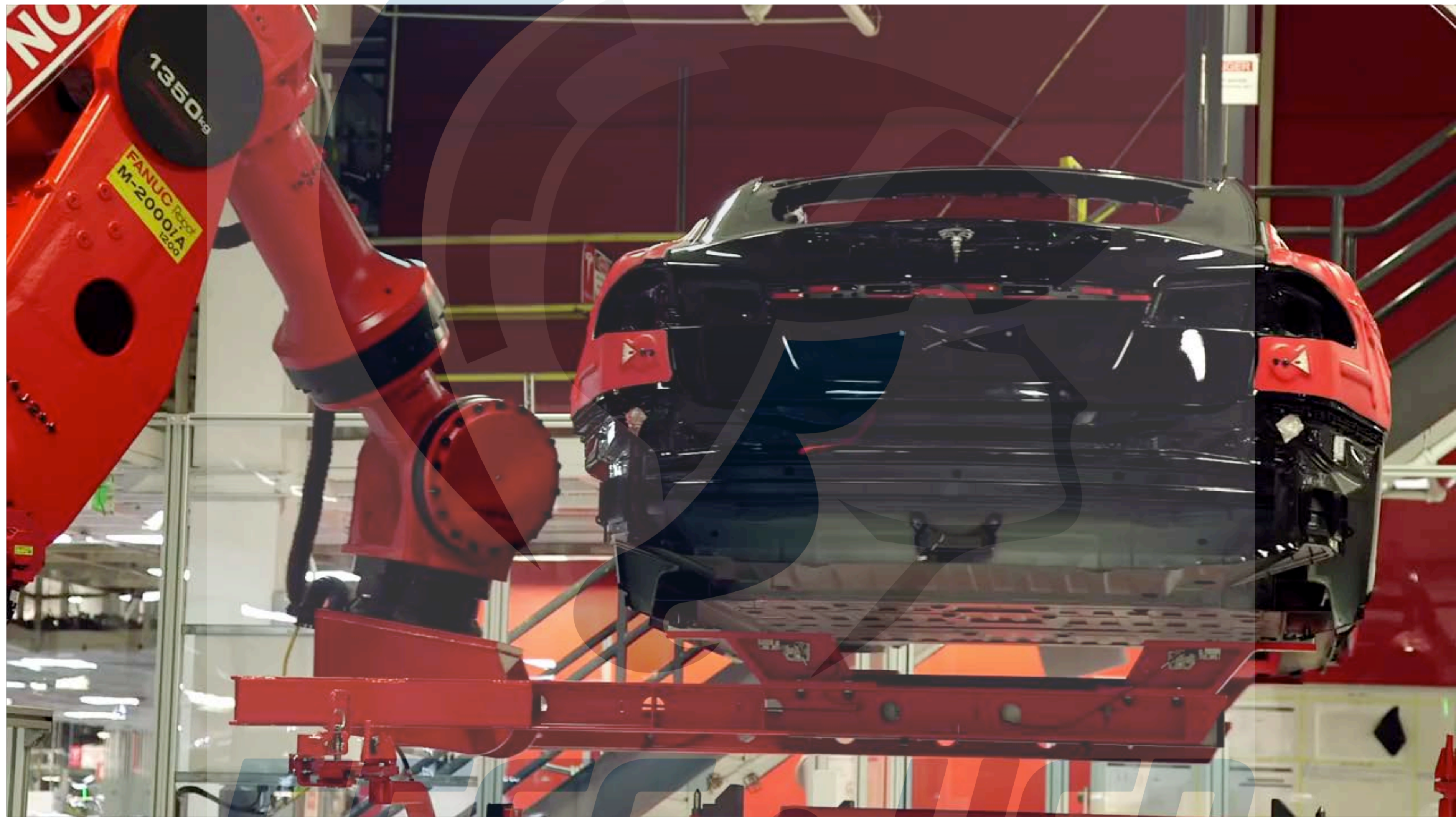
modelo
idealizado!

distância entre diferentes
partículas permanece **invariável**

Corpo rígido?



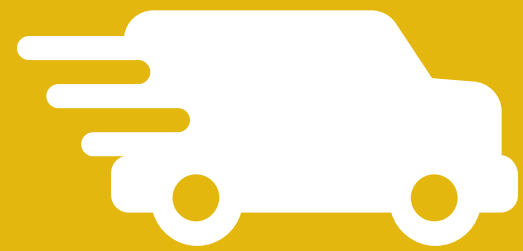
Corpo rígido



Corpo rígido



Conteúdo



- Tipos de movimentos
- Translação

Introdução



- Em torno de um eixo fixo
- Movimento de um ponto P
- Exemplo

Rotação



- “Take-home messages”

Conclusão

Conteúdo



- Tipos de movimentos
- Translação

Introdução

Rotação

Conclusão

Cliff jumping

Introdução

Rotação

Conclusão

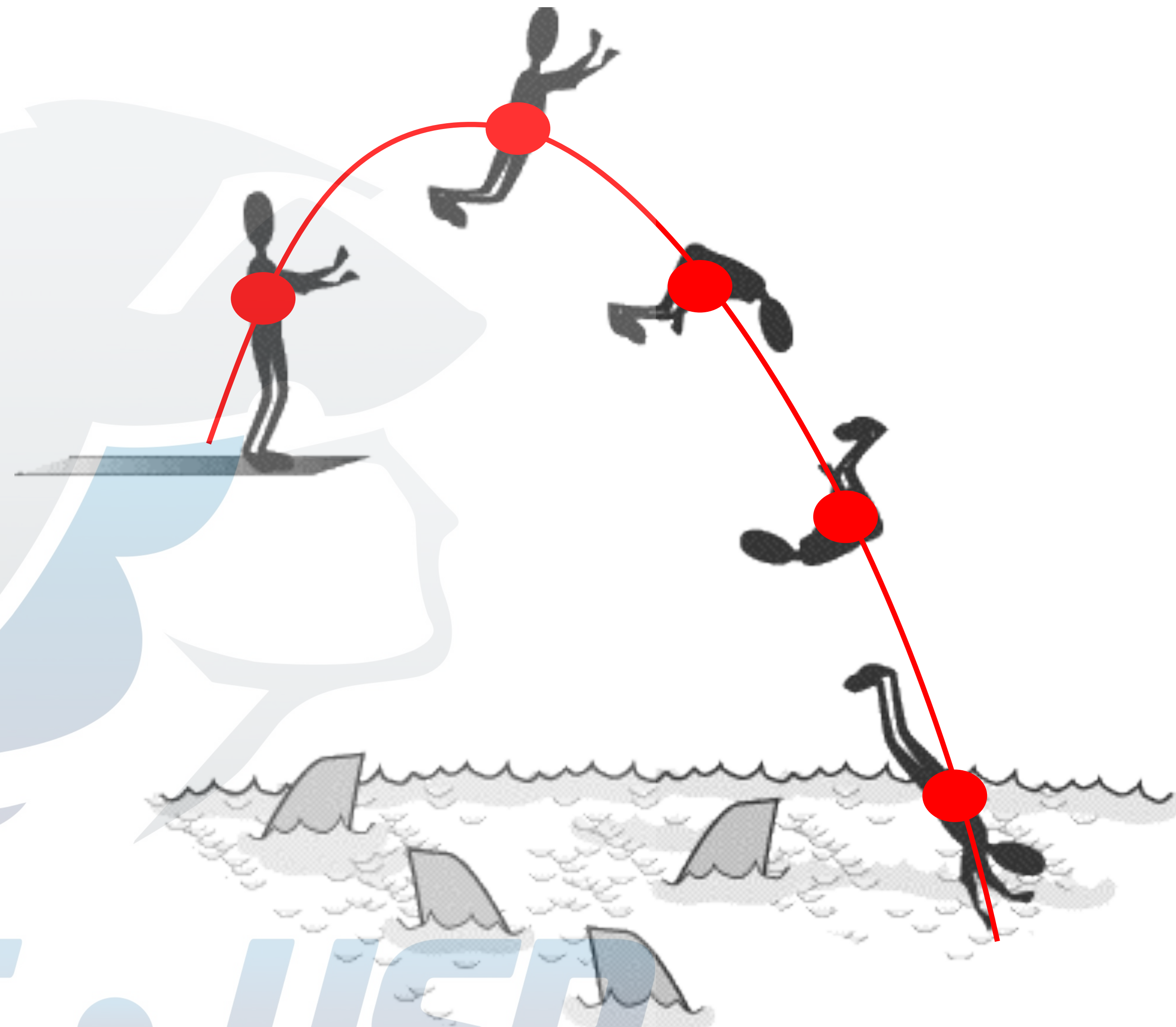
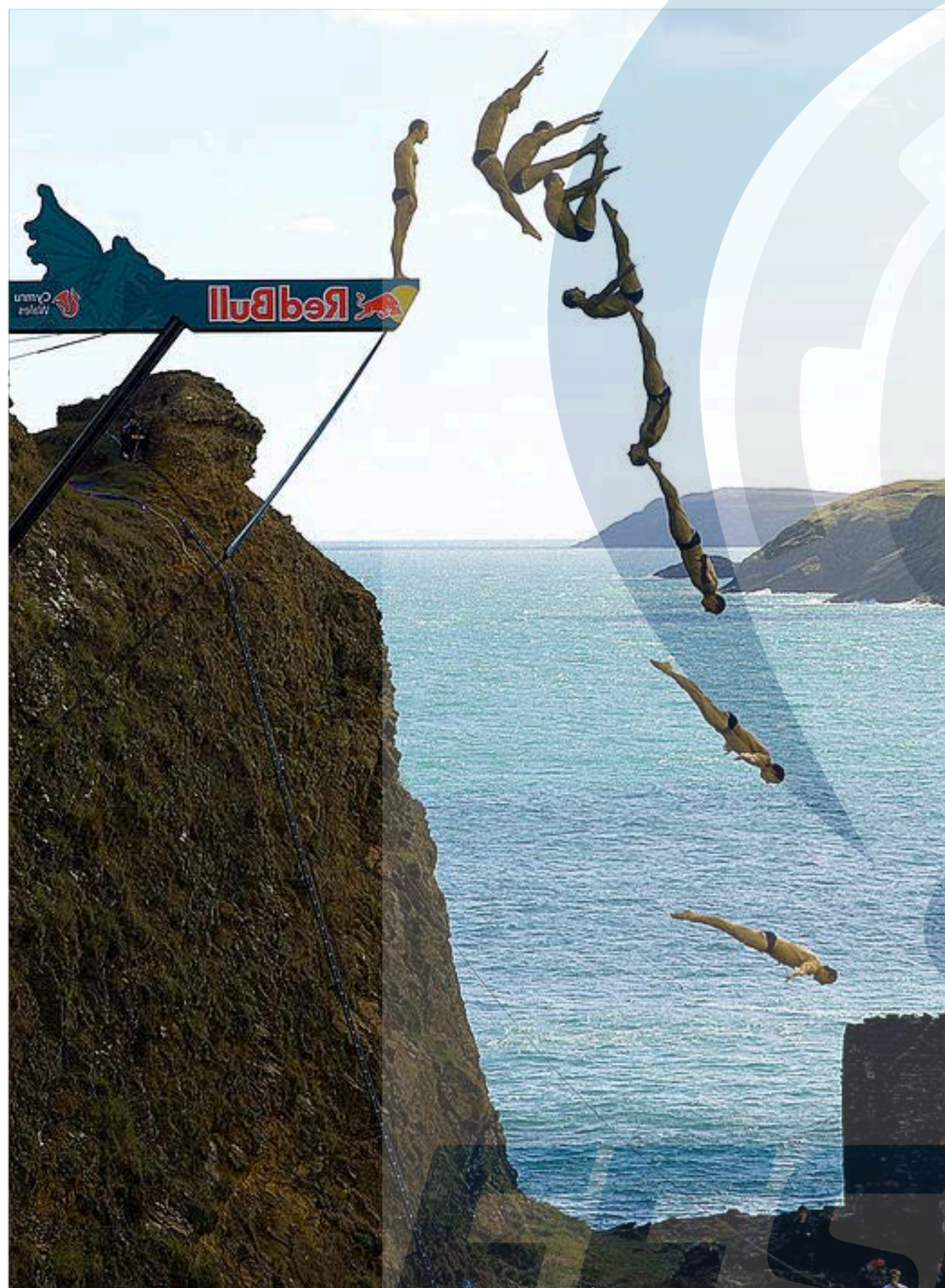


Cliff jumping

Introdução

Rotação

Conclusão

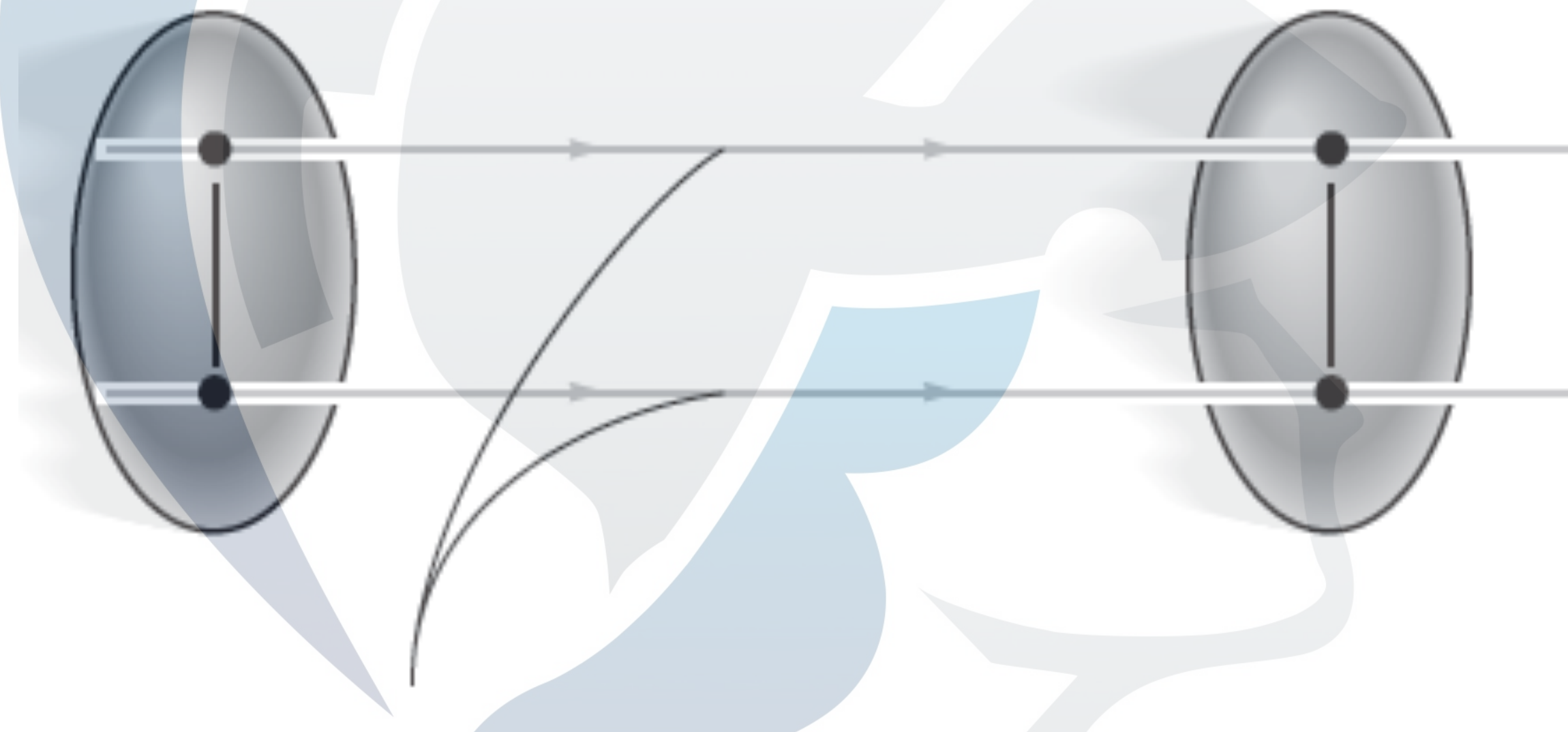


Tipos de movimento

Introdução

Rotação

Conclusão



1. Translação retilínea

EESC • USP

Tipos de movimento

Introdução

Rotação

Conclusão



2. Translação curvilínea

EESC • USP

Tipos de movimento

Introdução

Rotação

Conclusão



3. Rotação em torno de um eixo

EESC • USP

Tipos de movimento

Introdução

Rotação

Conclusão

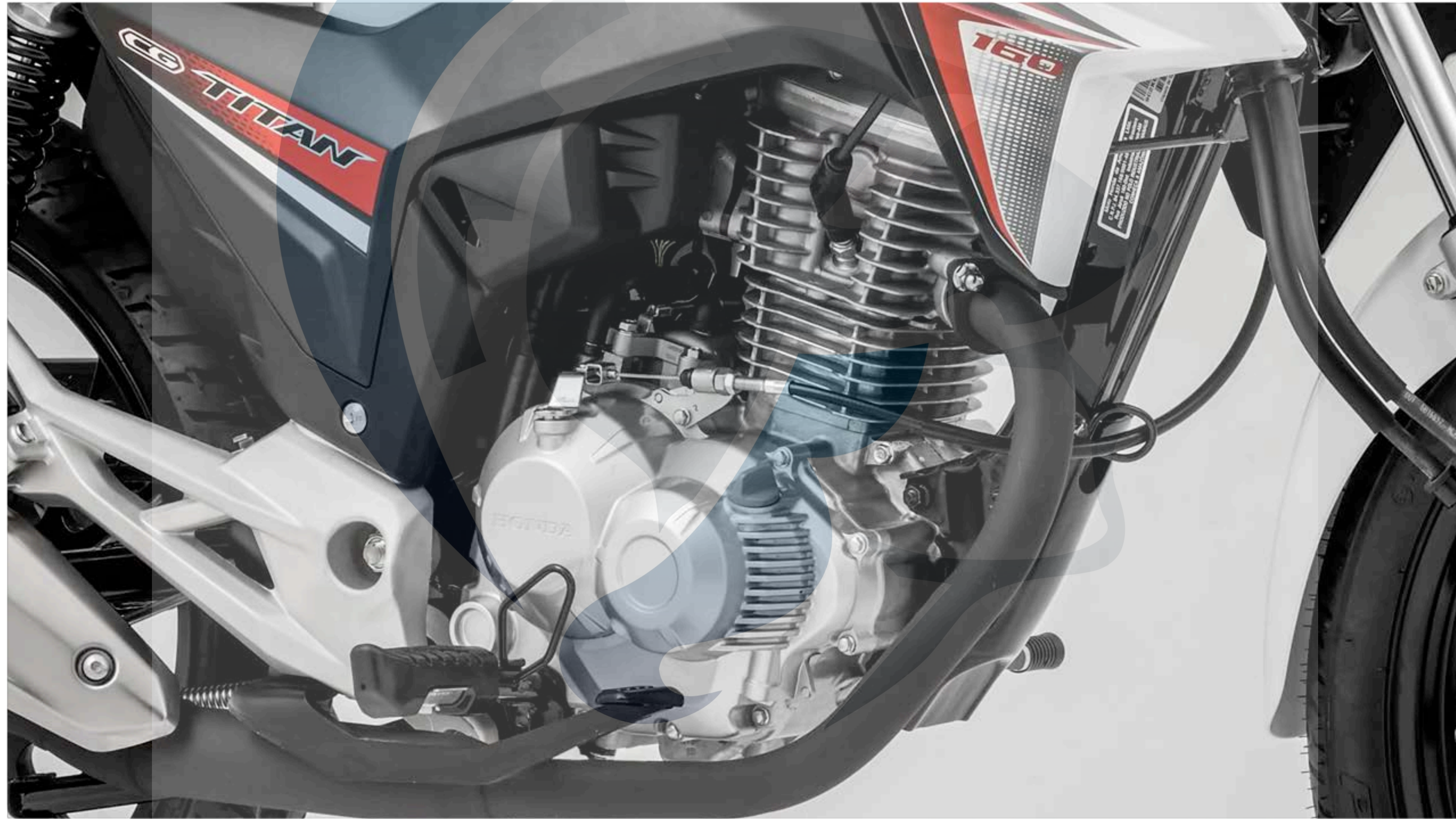


Tipos de movimento

Introdução

Rotação

Conclusão



Conteúdo



- Tipos de movimentos
- Translação

Introdução

Rotação

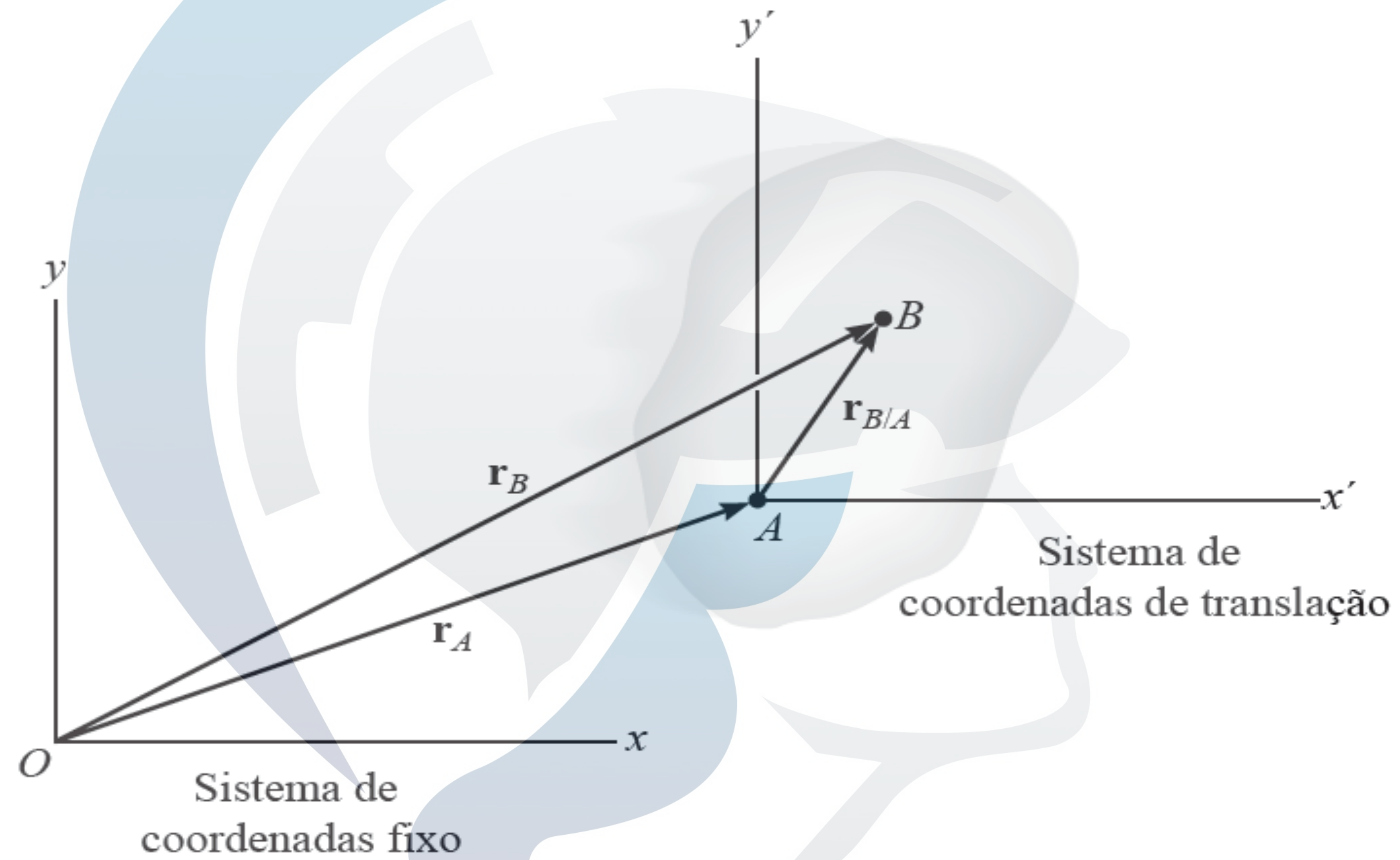
Conclusão

Translação

Introdução

Rotação

Conclusão



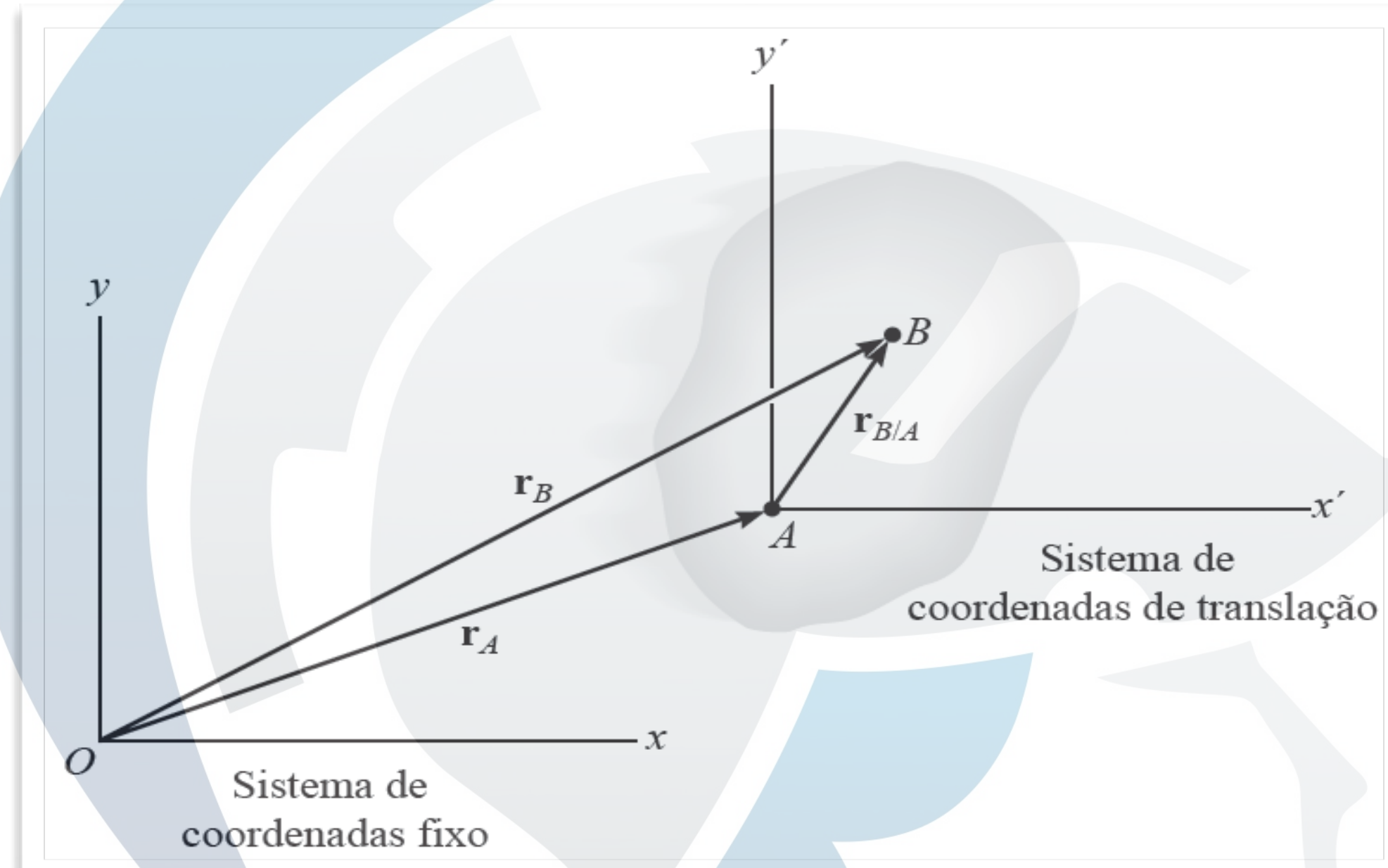
$$\mathbf{r}_B = \mathbf{r}_A + \mathbf{r}_{B/A}$$

Translação

Introdução

Rotação

Conclusão



$$\mathbf{r}_B = \mathbf{r}_A + \mathbf{r}_{B/A}$$

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + d\mathbf{r}_{B/A}/dt$$

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A$$

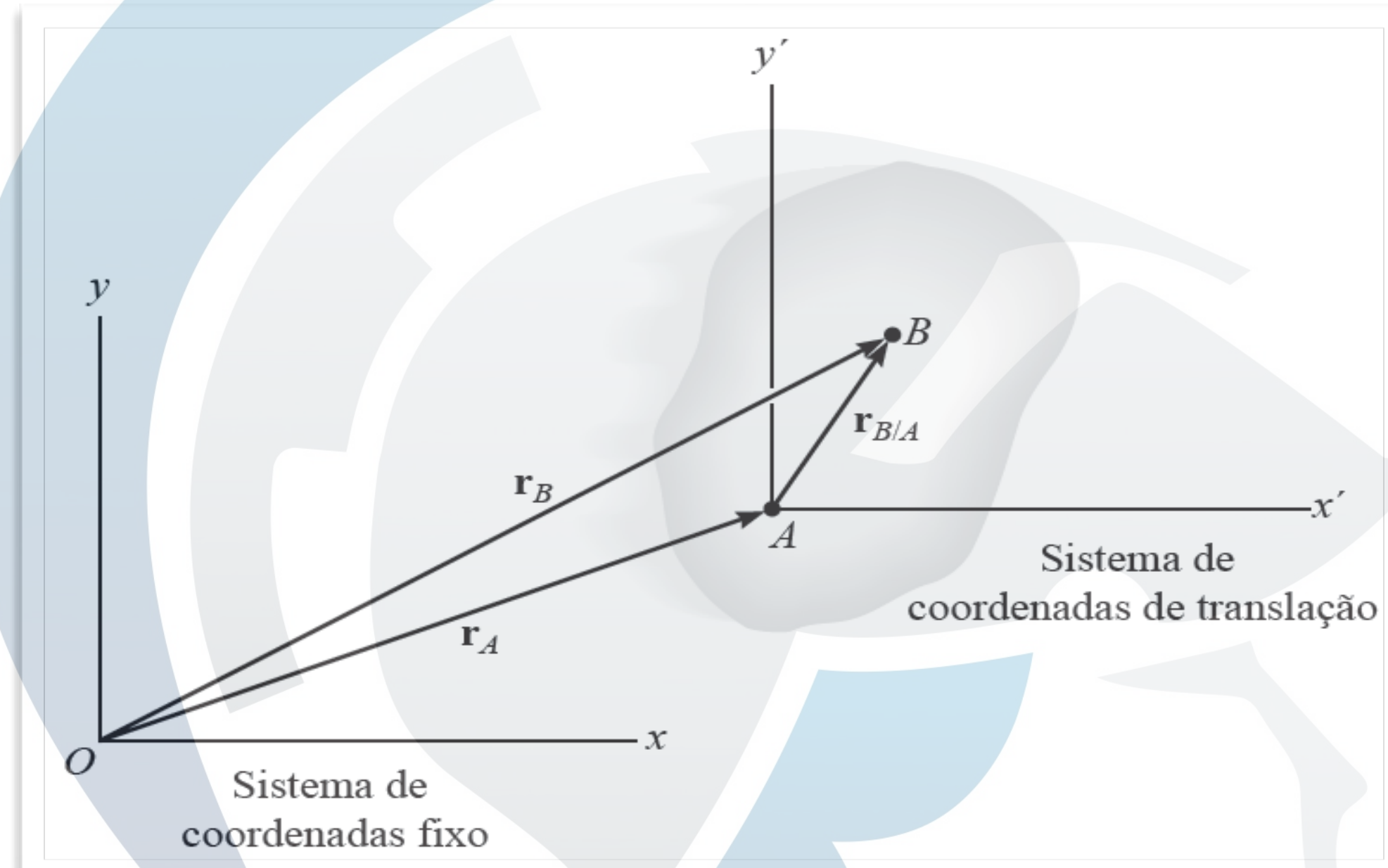
intensidade
e direção
constantes !

Translação

Introdução

Rotação

Conclusão



$$\mathbf{r}_B = \mathbf{r}_A + \mathbf{r}_{B/A}$$

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A$$

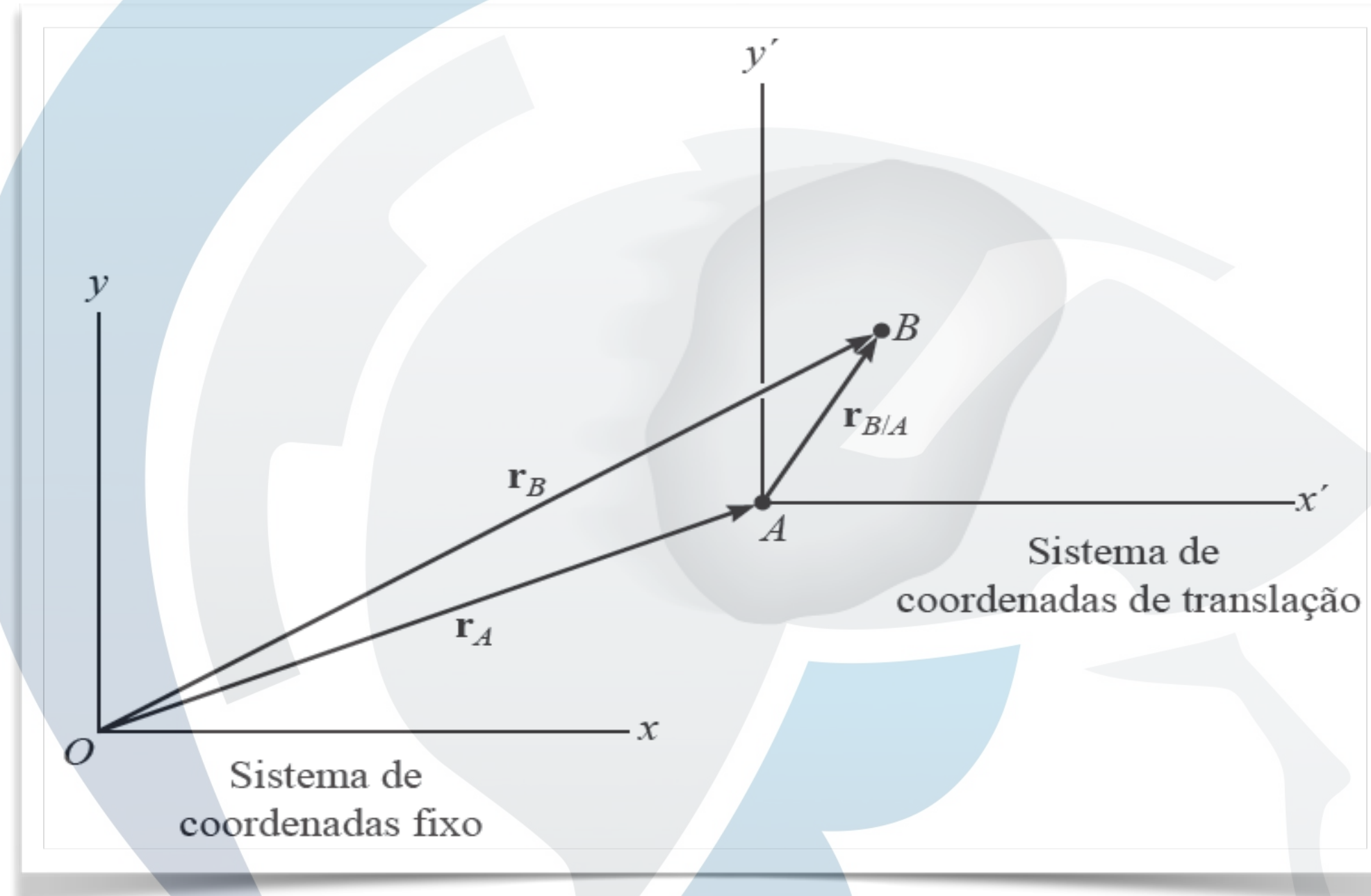
$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A$$

Translação

Introdução

Rotação

Conclusão



$$\mathbf{r}_B = \mathbf{r}_A + \mathbf{r}_{B/A}$$

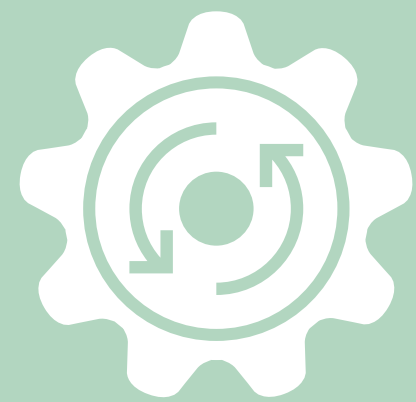
$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A$$

$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A$$

na translação, todos os pontos de um corpo rígido se deslocam com a mesma velocidade e aceleração

Conteúdo

Introdução



- Em torno de um eixo fixo
- Movimento de um ponto P
- Exemplo

Rotação

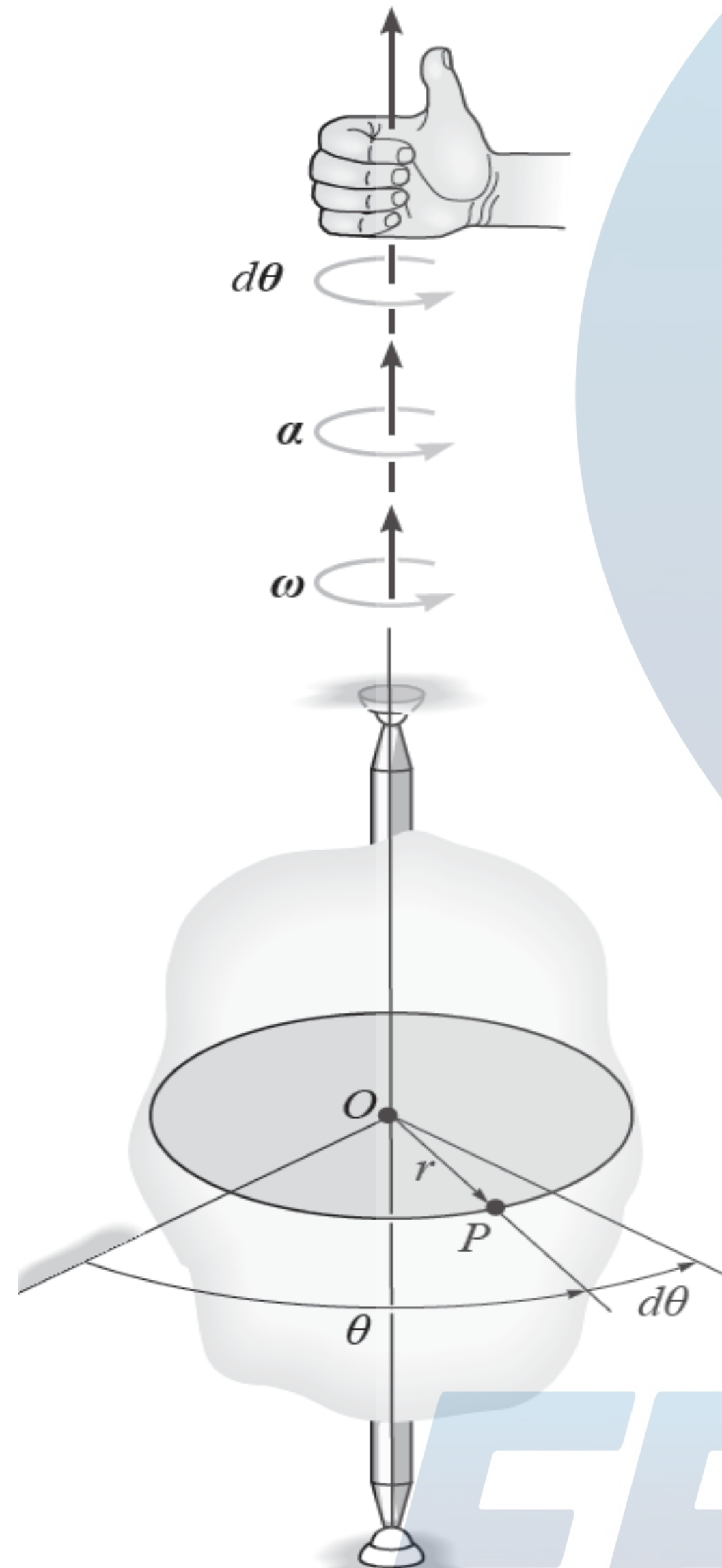
Conclusão

Rotação em torno de um eixo fixo

Introdução

Rotação

Conclusão



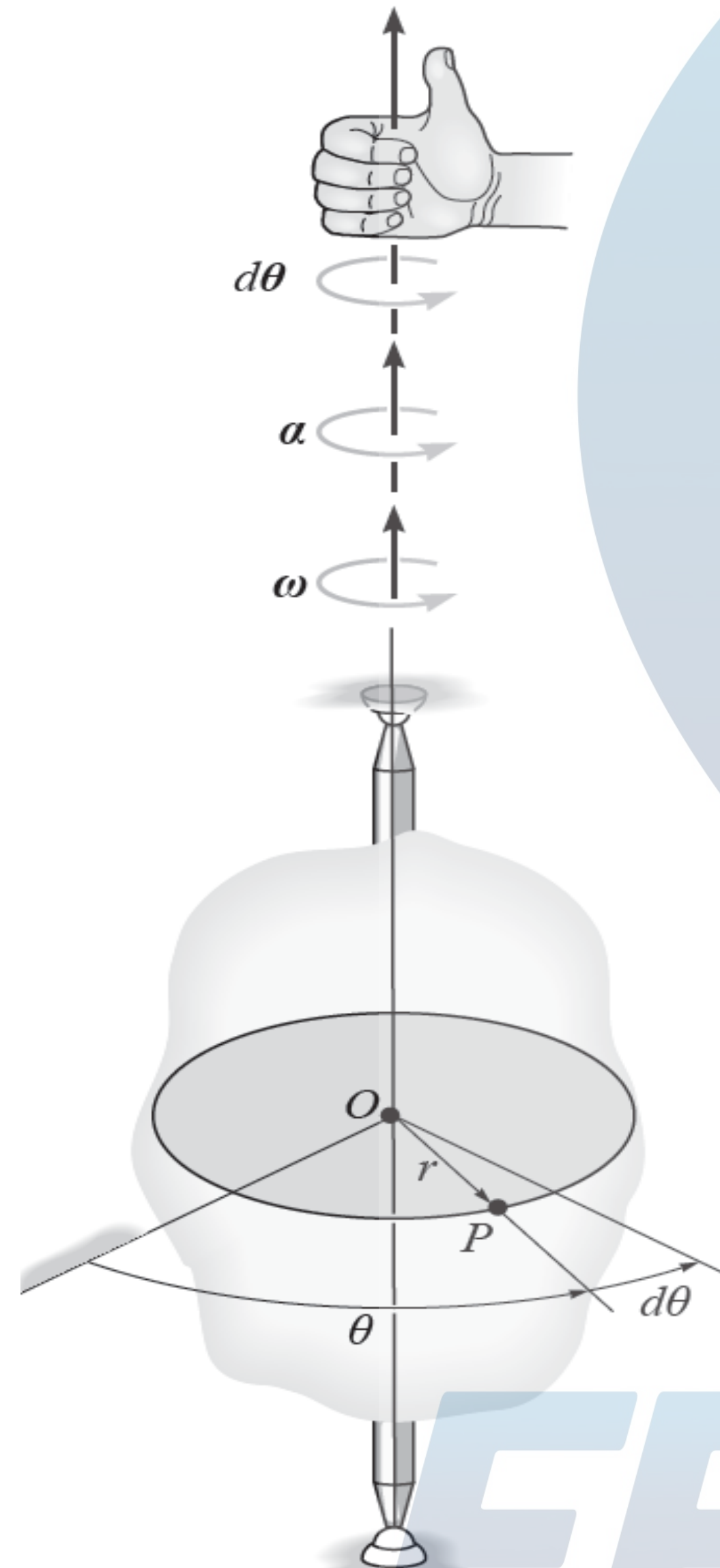
ponto **P** localizado
no corpo se desloca
ao longo de uma
trajetória circular.

Movimento angular

Introdução

Rotação

Conclusão



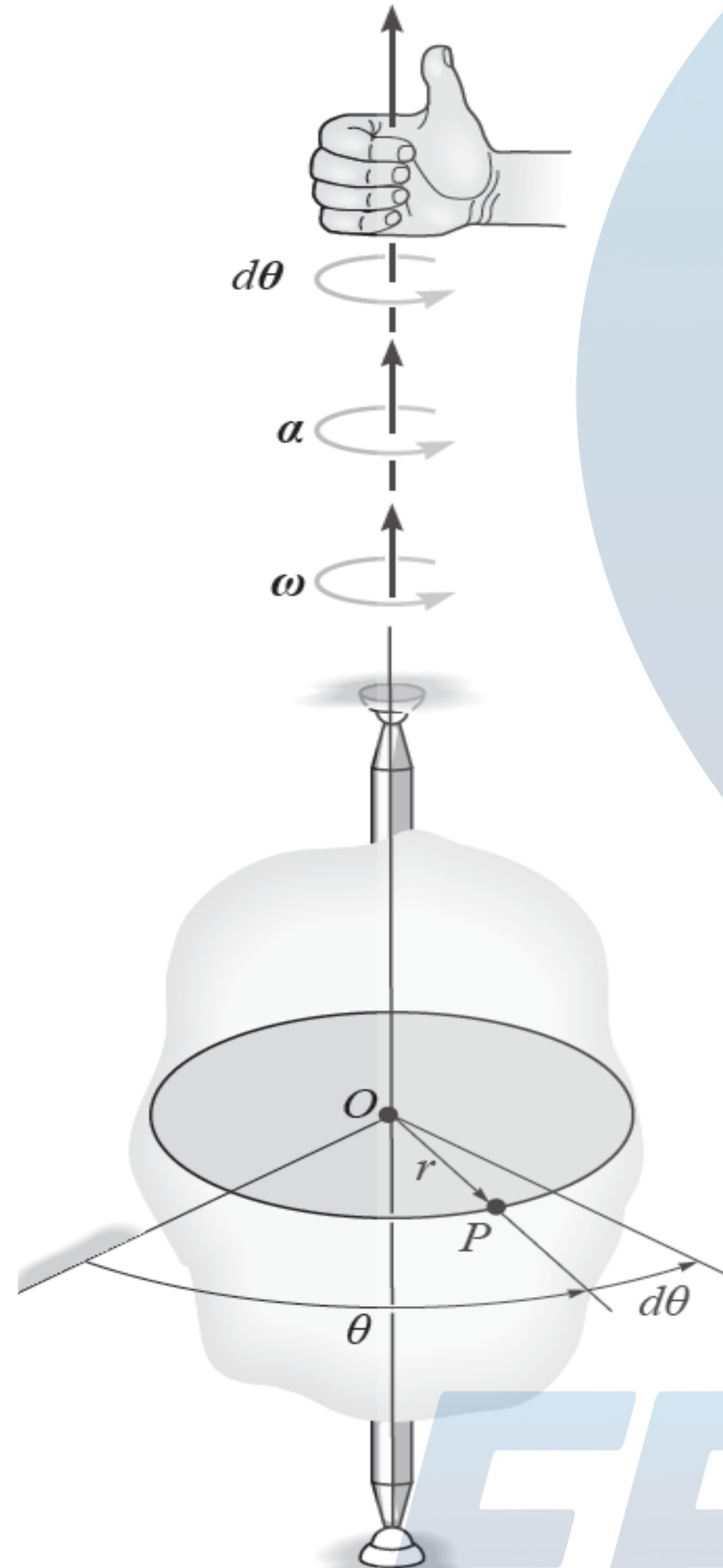
apenas linhas ou
corpos sofrem
movimento
angular

Posição angular

Introdução

Rotação

Conclusão



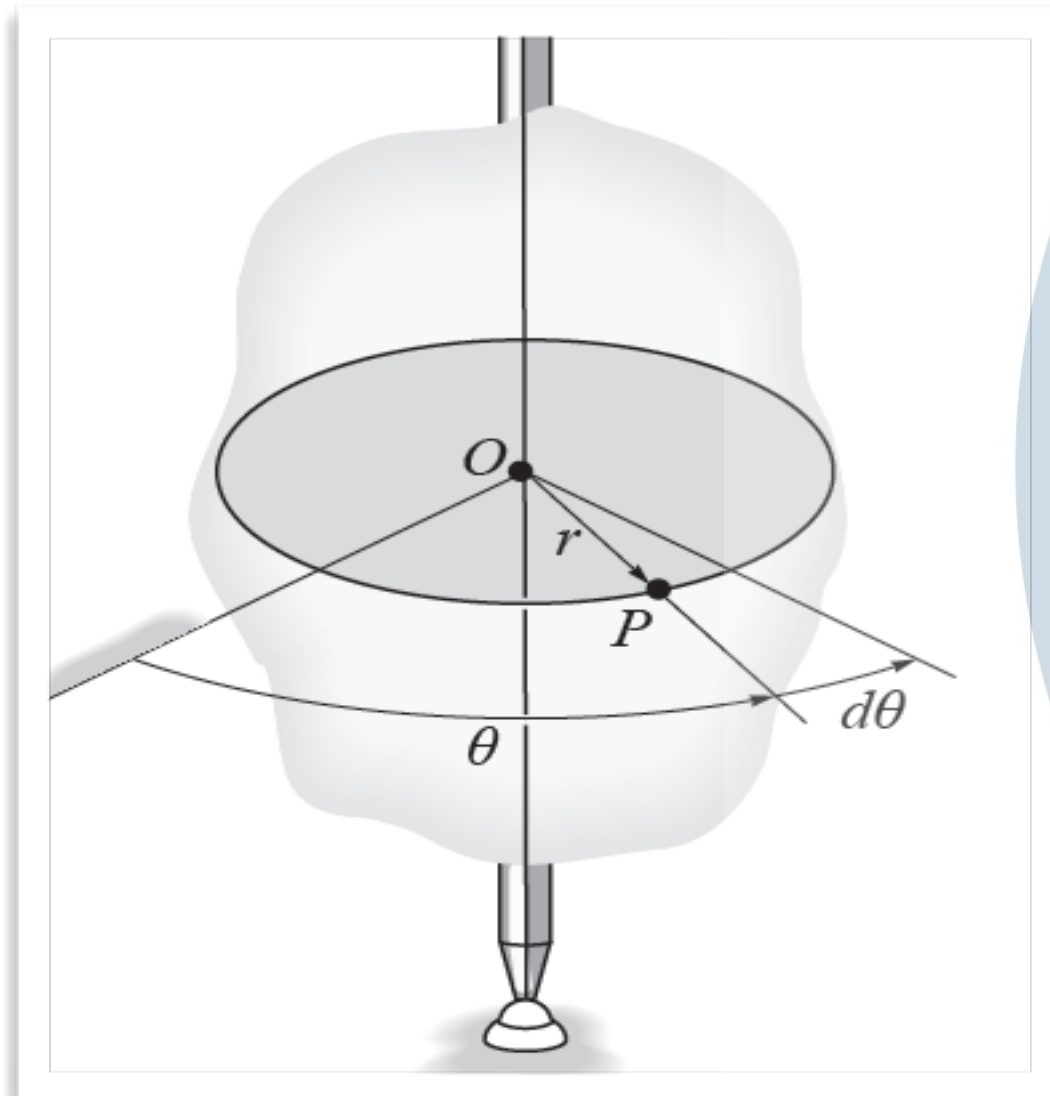
a partir de uma
referência **fixa**

Deslocamento angular

Introdução

Rotação

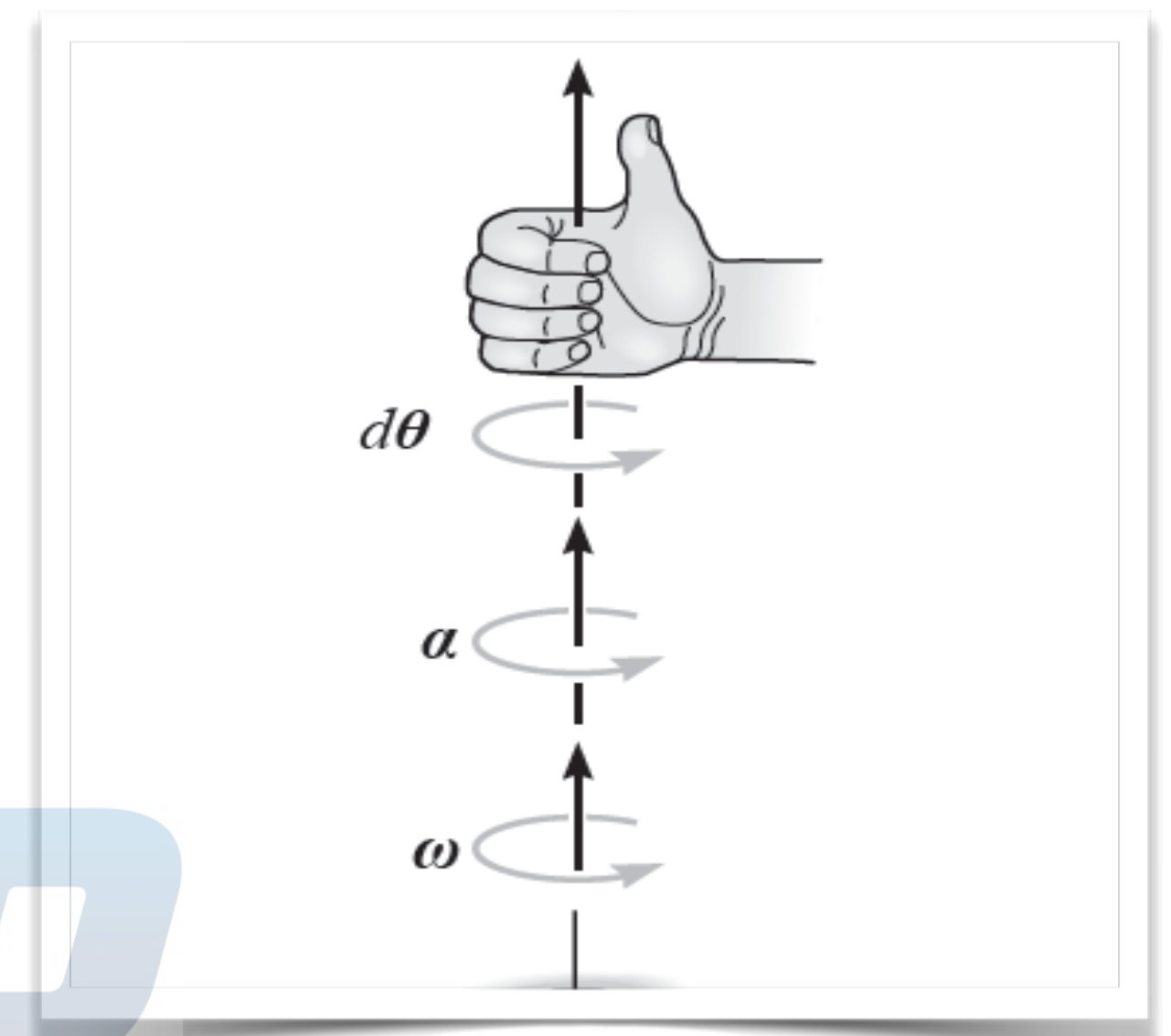
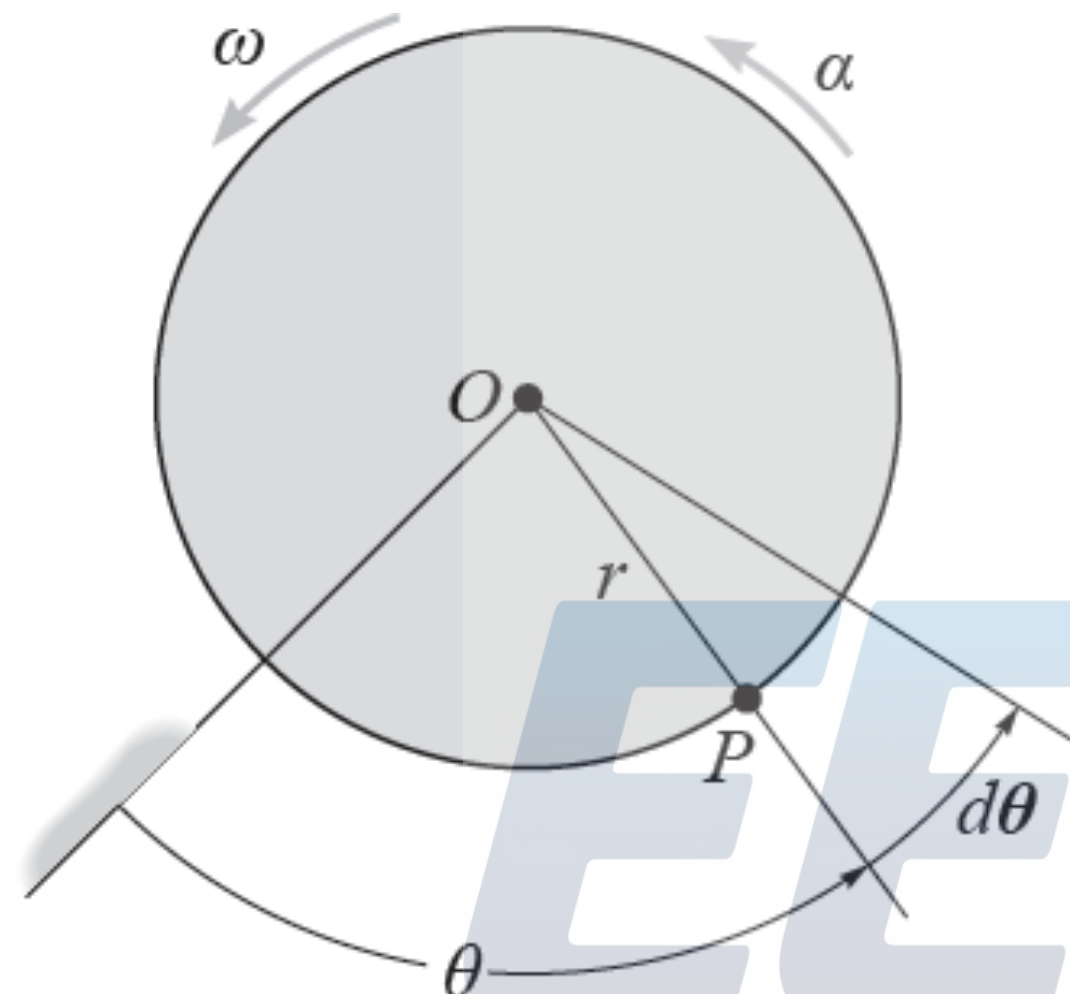
Conclusão



$d\theta$

$$|d\theta| = d\theta$$

**direção: regra
da mão direita**

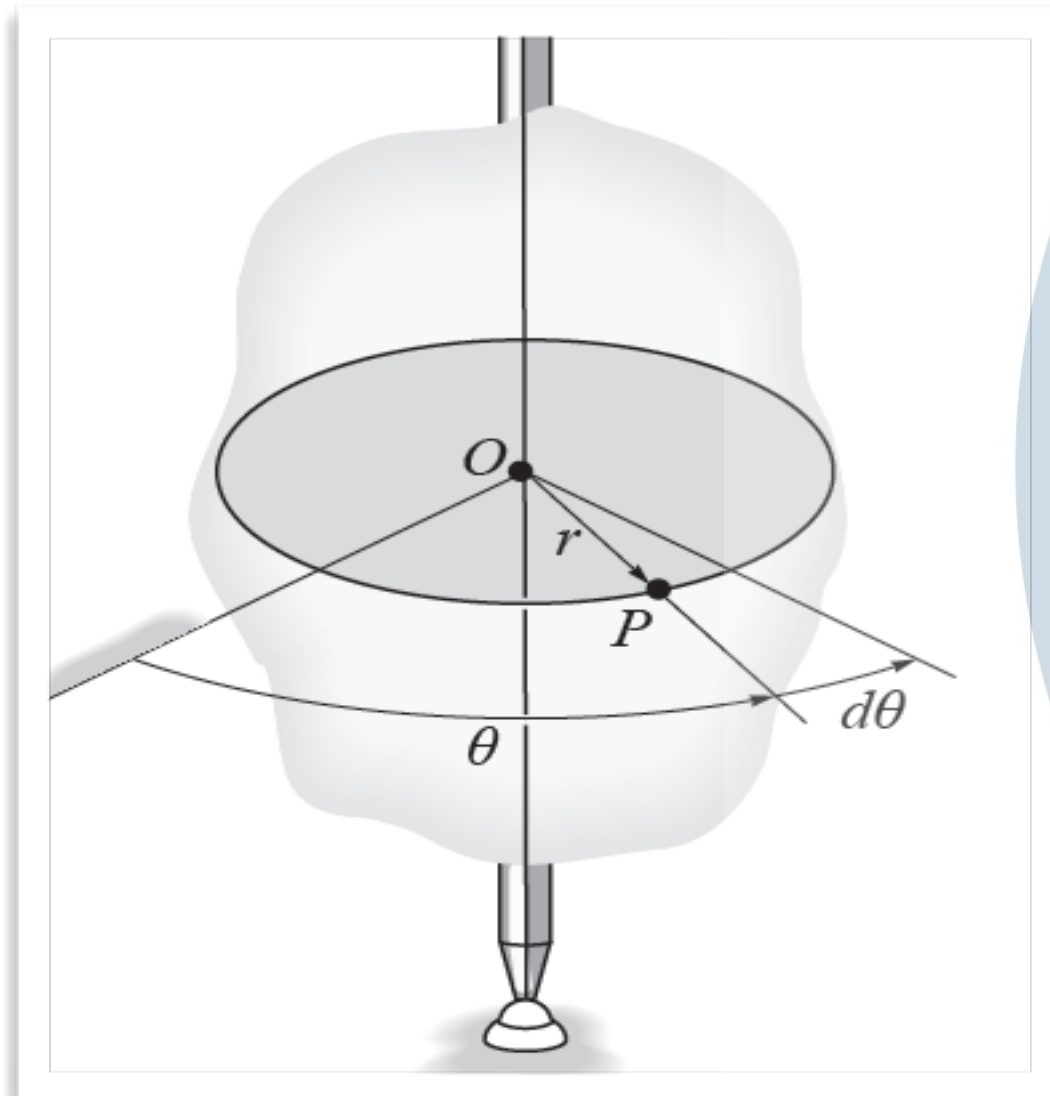


Velocidade angular

Introdução

Rotação

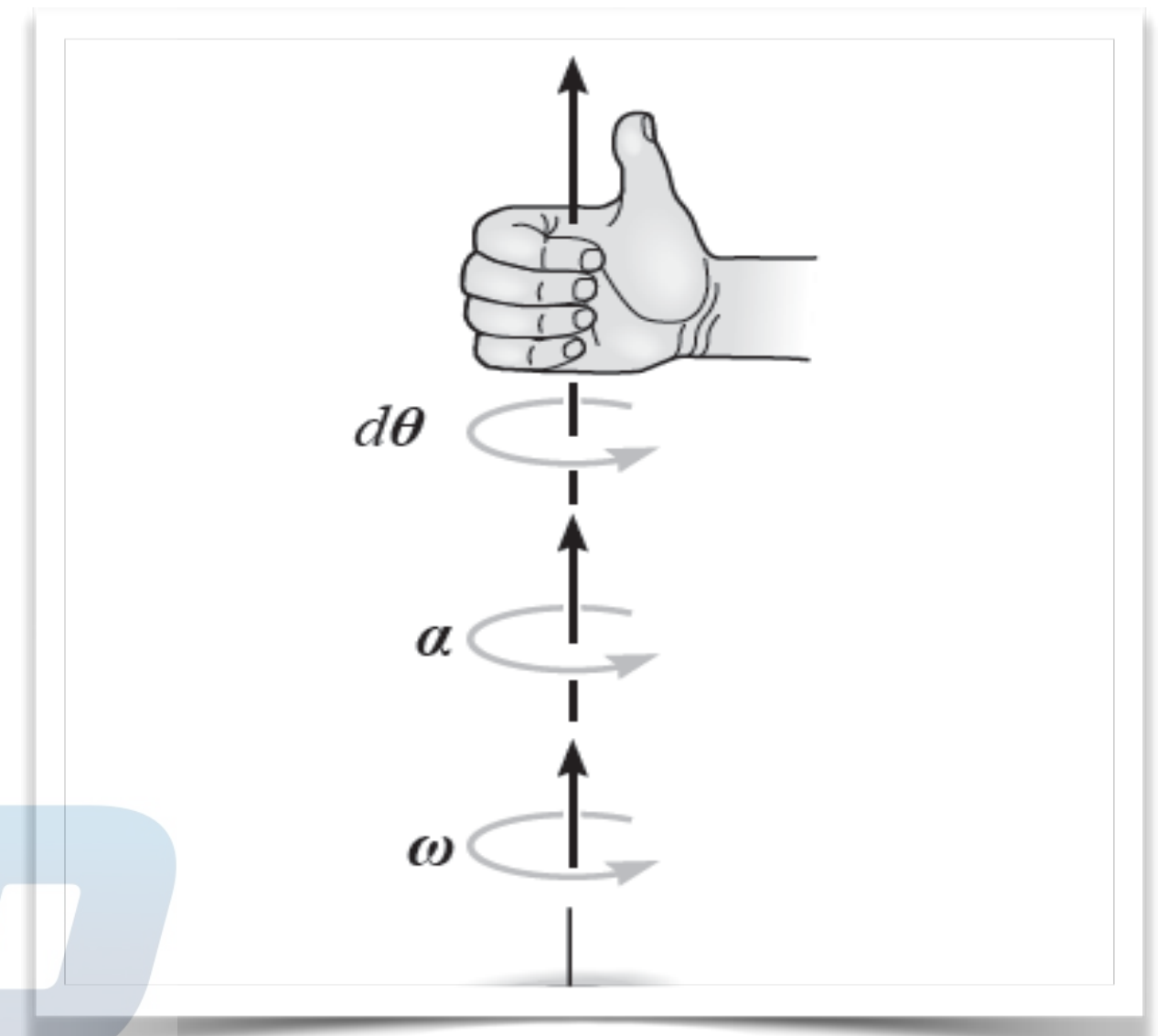
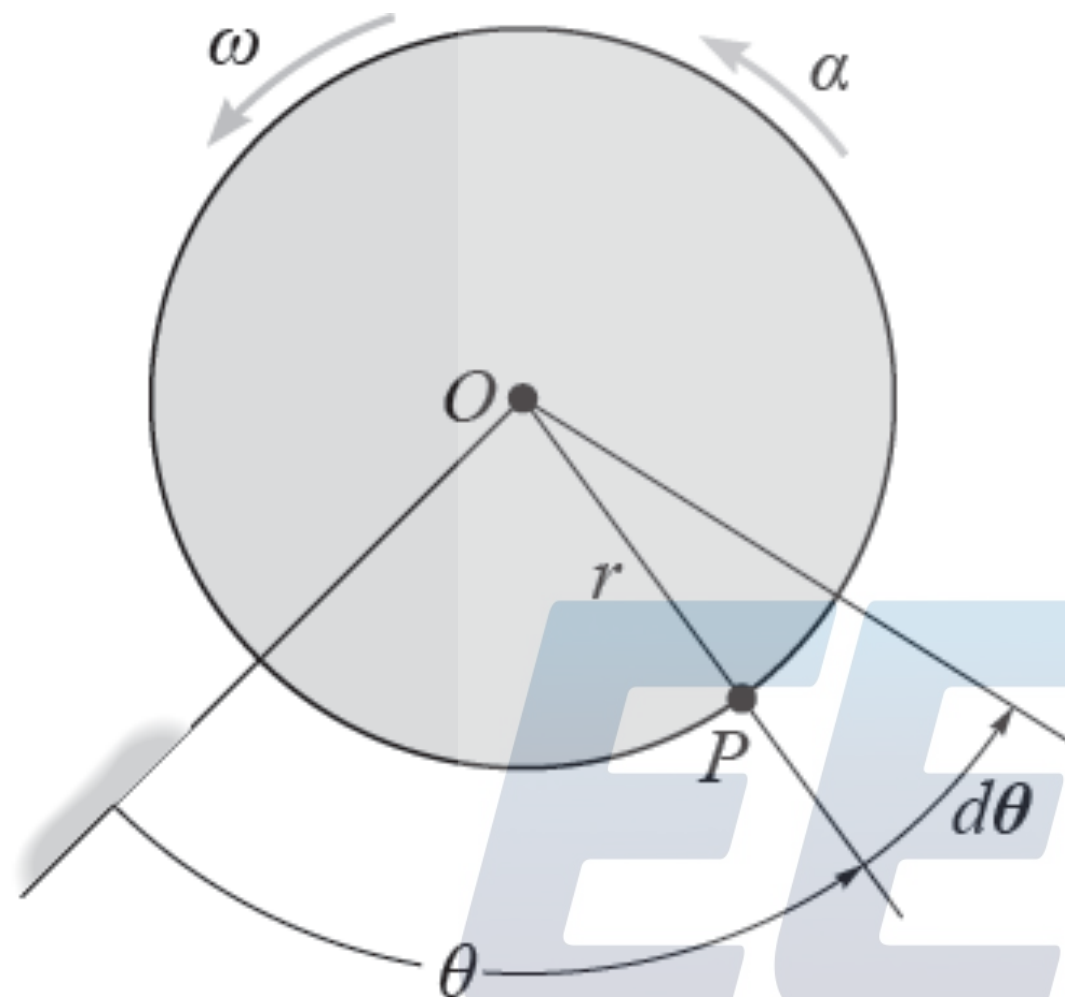
Conclusão



ω

$$|\omega| = \omega = \frac{d\theta}{dt}$$

**direção: regra
da mão direita**

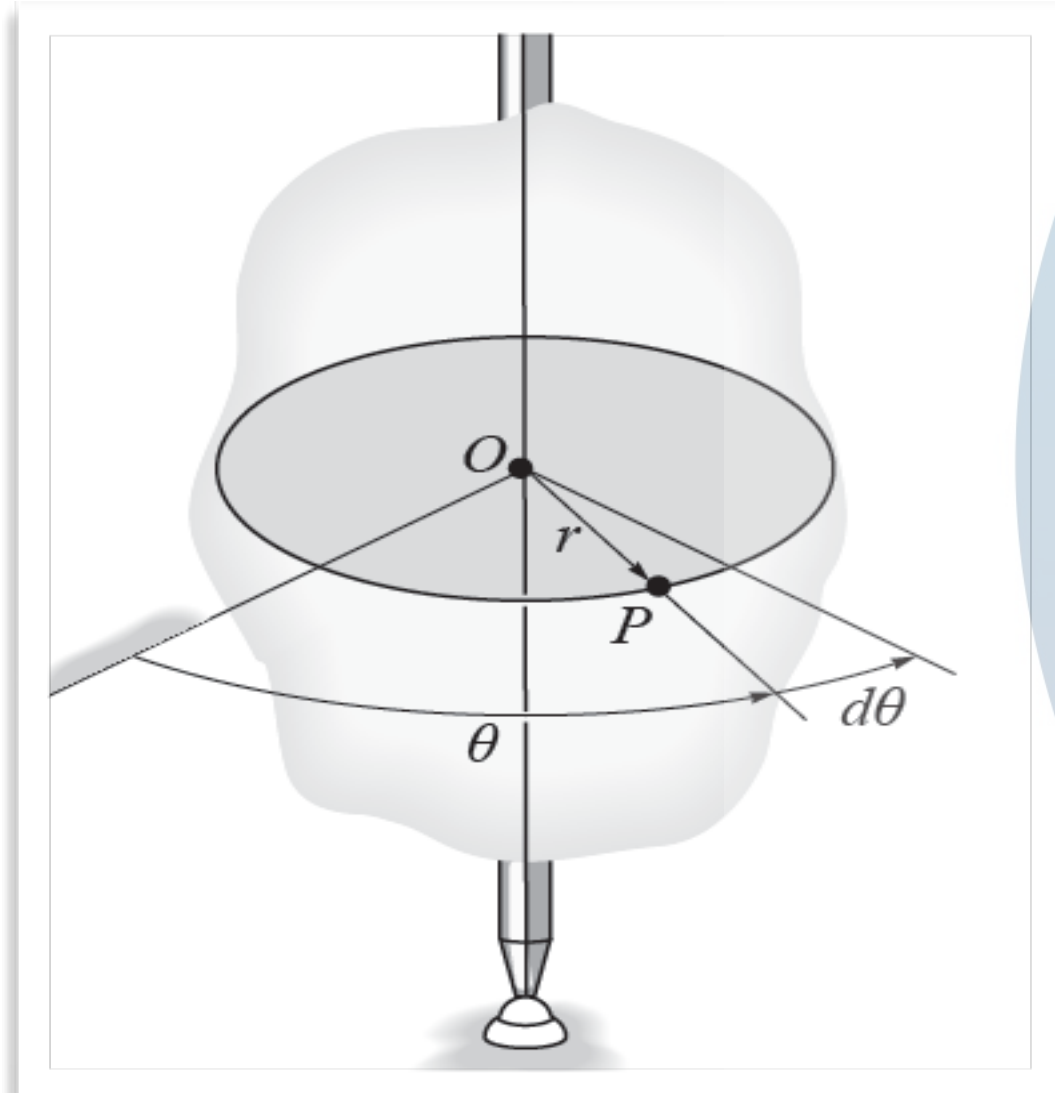


Aceleração angular

Introdução

Rotação

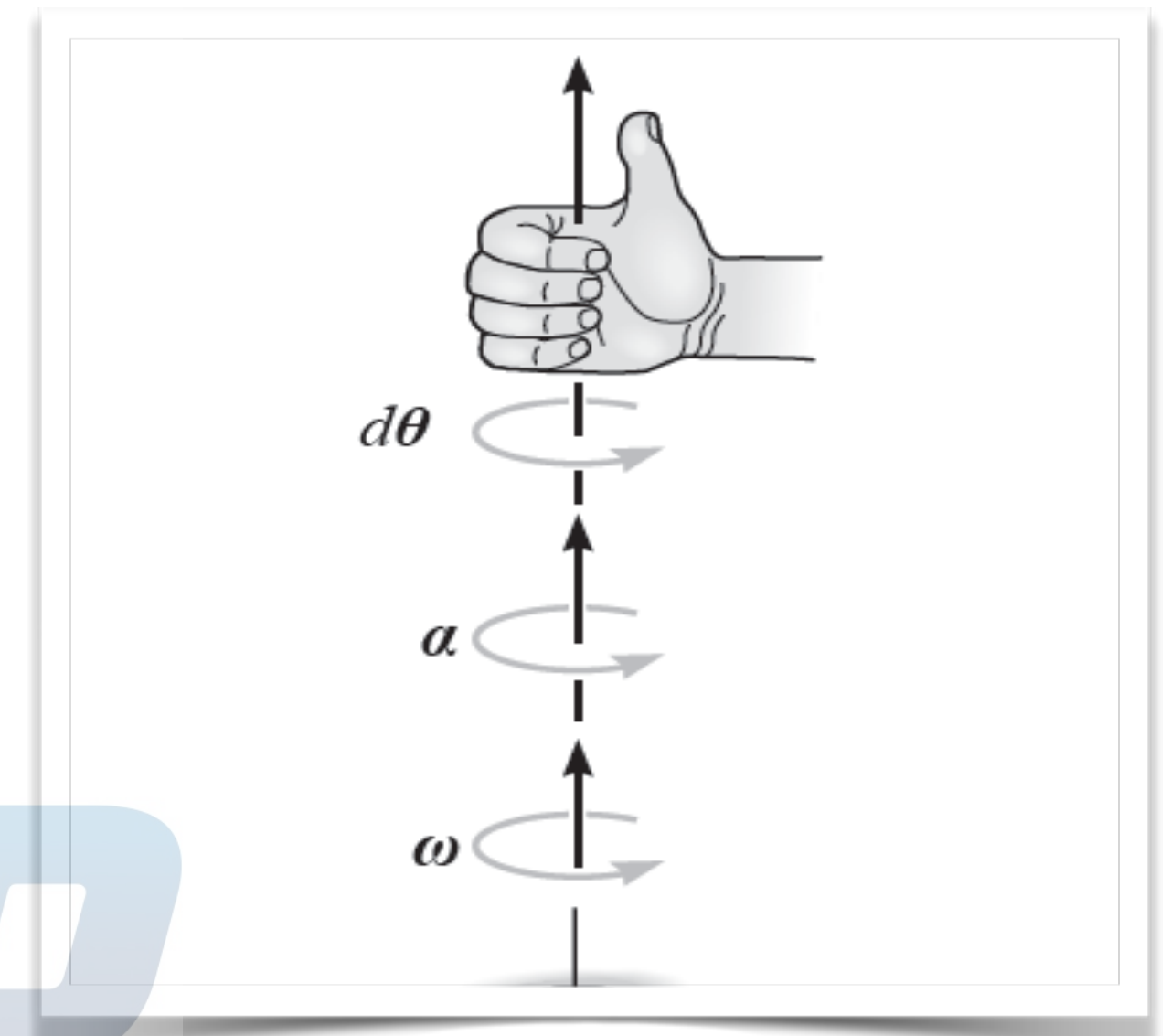
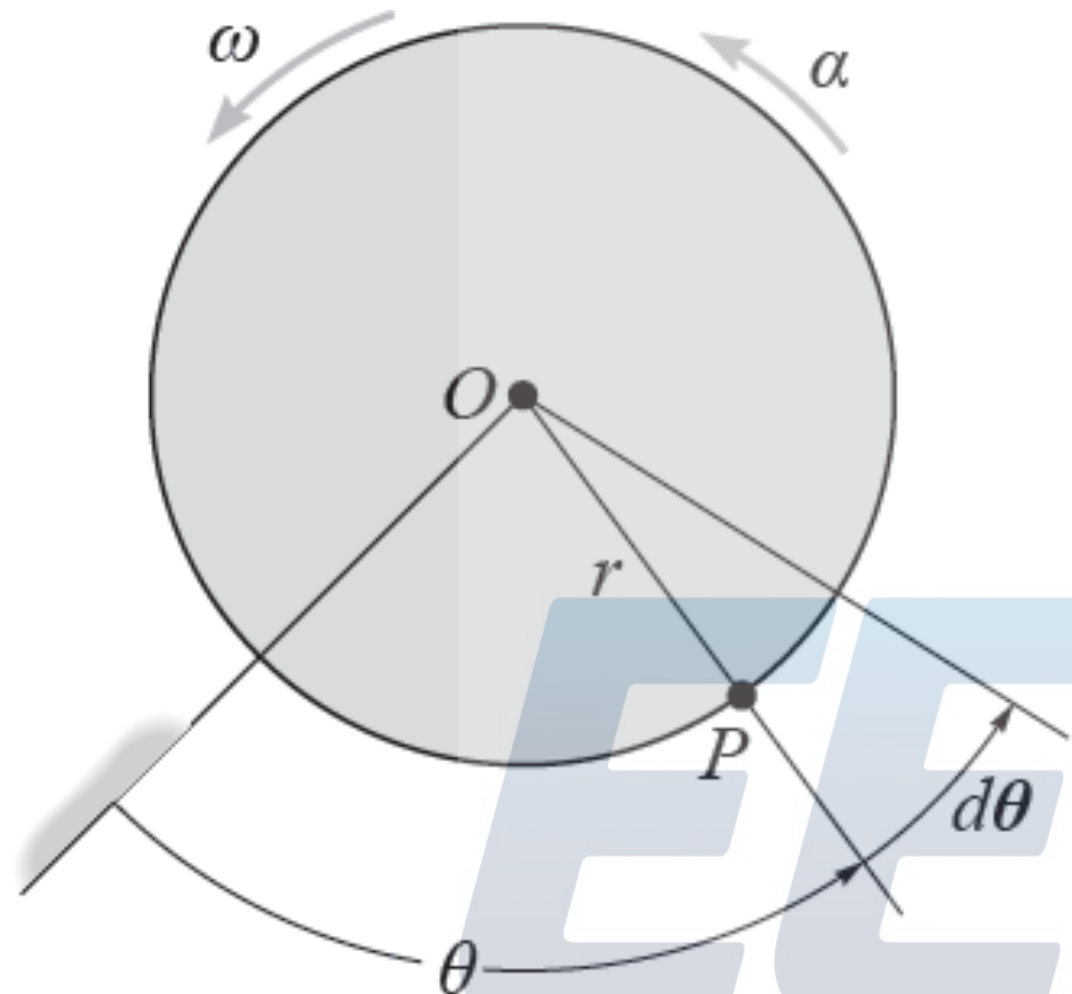
Conclusão



α

$$|\alpha| = \alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

**direção: regra
da mão direita**



Movimento angular

Introdução

 $d\theta$ ω α

Rotação

$$|\omega| = \omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$|\alpha| = \alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

Conclusão

 ds

$$v = \frac{ds}{dt}$$

$$a = \frac{dv}{dt}$$

Movimento angular

Introdução

Rotação

Conclusão

$$a \, ds = v \, dv$$

$$\alpha d\theta = \omega d\omega$$

Movimento angular

Introdução

Rotação

Conclusão

$$|\omega| = \omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$|\alpha| = \alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

$$\alpha d\theta = \omega d\omega$$

Movimento angular com aceleração constante

Introdução

Rotação

Conclusão

$$\omega = \omega_0 + \alpha_c t$$

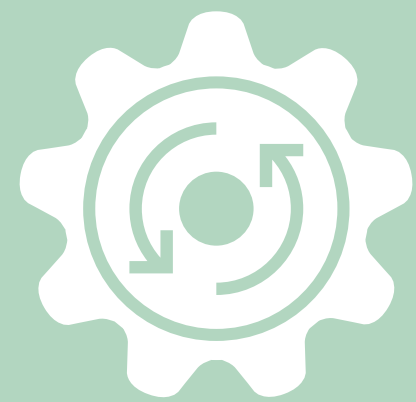
$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha_c t^2$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha_c(\theta - \theta_0)$$

Aceleração angular constante

Conteúdo

Introdução



- Em torno de um eixo fixo
- **Movimento de um ponto P**
- Exemplo

Rotação

Conclusão

Posição e deslocamento

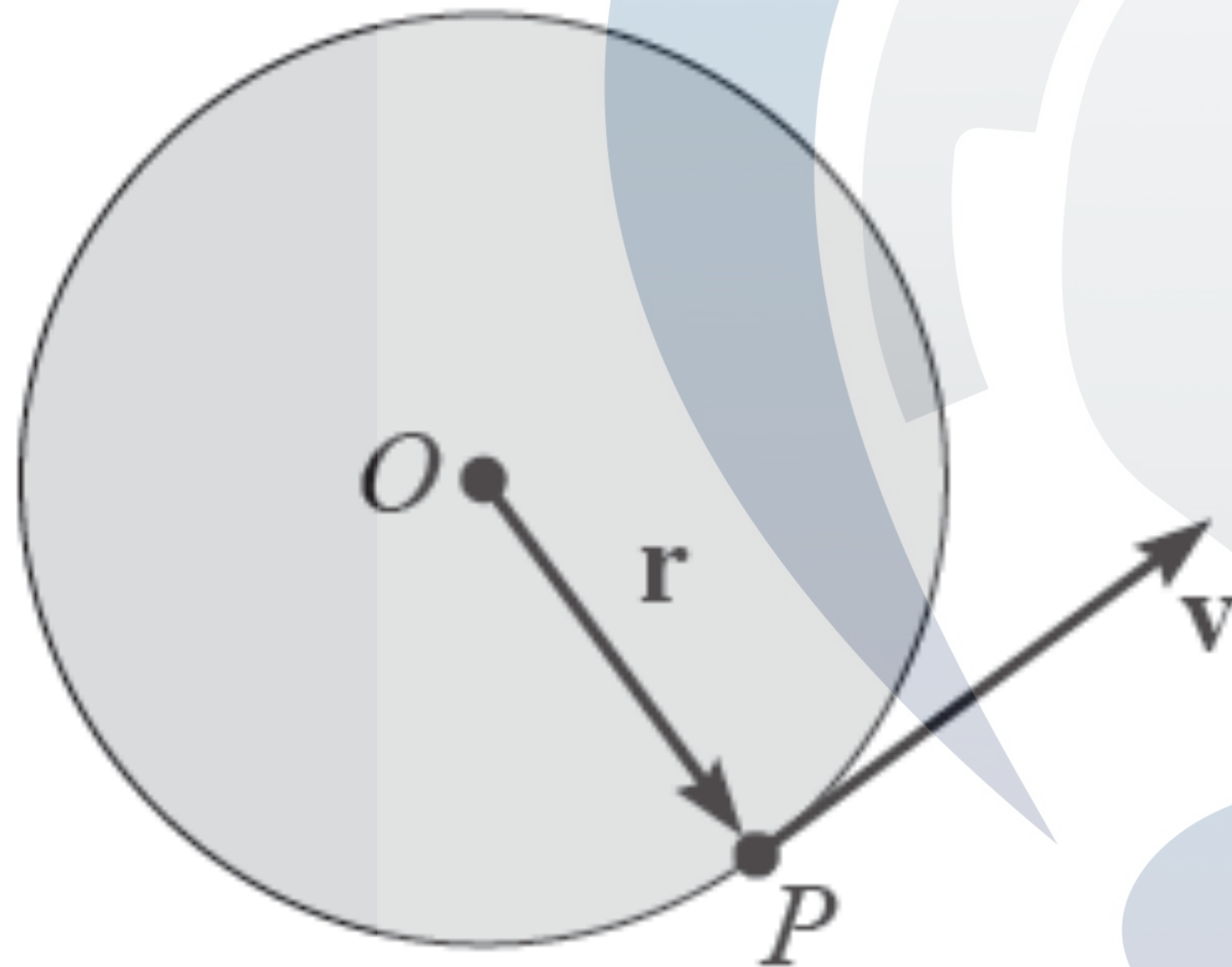
Introdução

Rotação

Conclusão

Posição:

$\mathbf{r}$



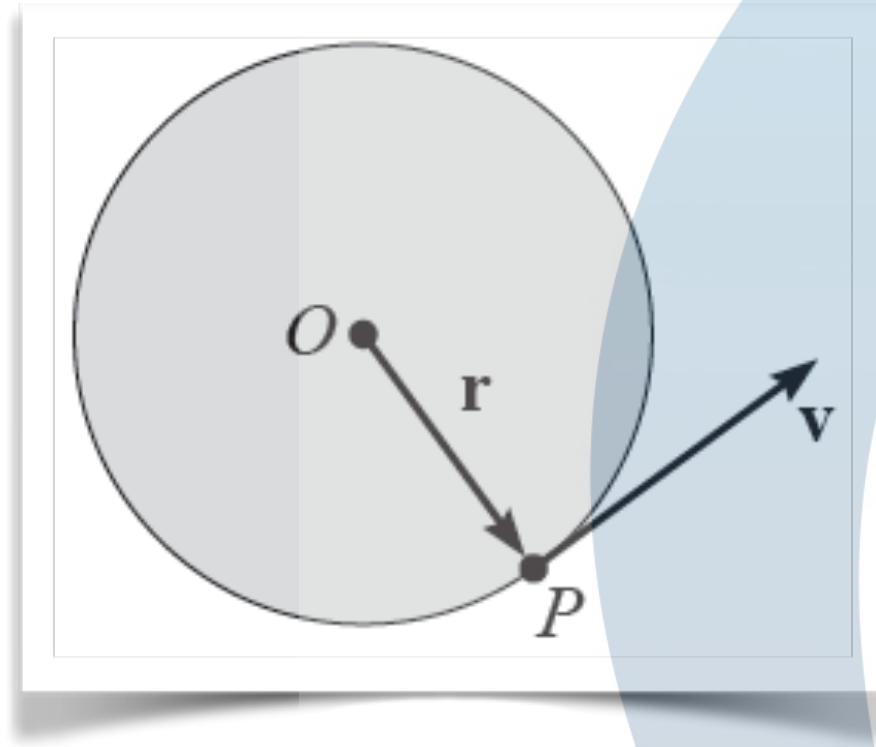
EESC • USP

Posição e deslocamento

Introdução

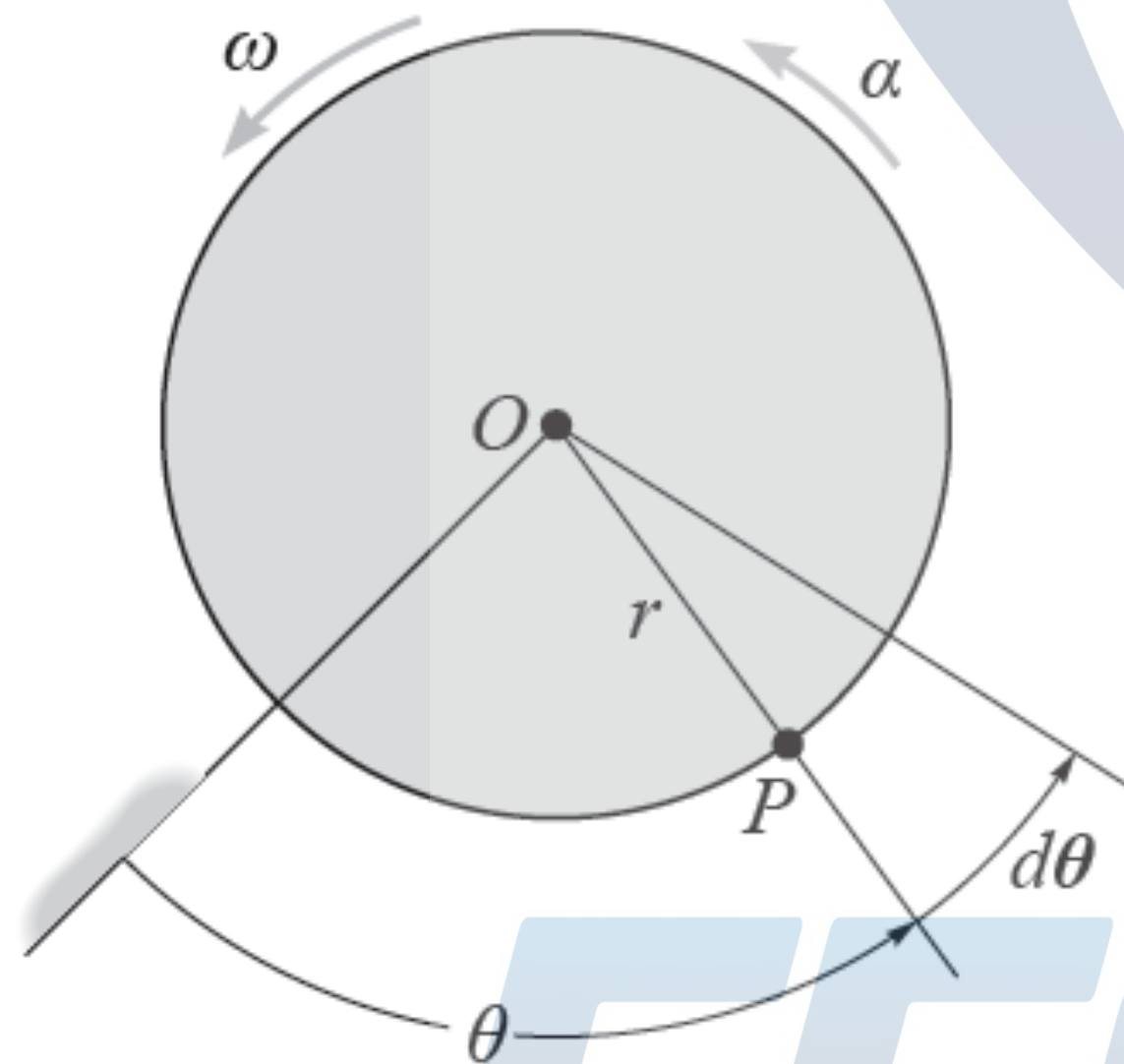
Rotação

Conclusão



Posição:

$\mathbf{r}$



Deslocamento:

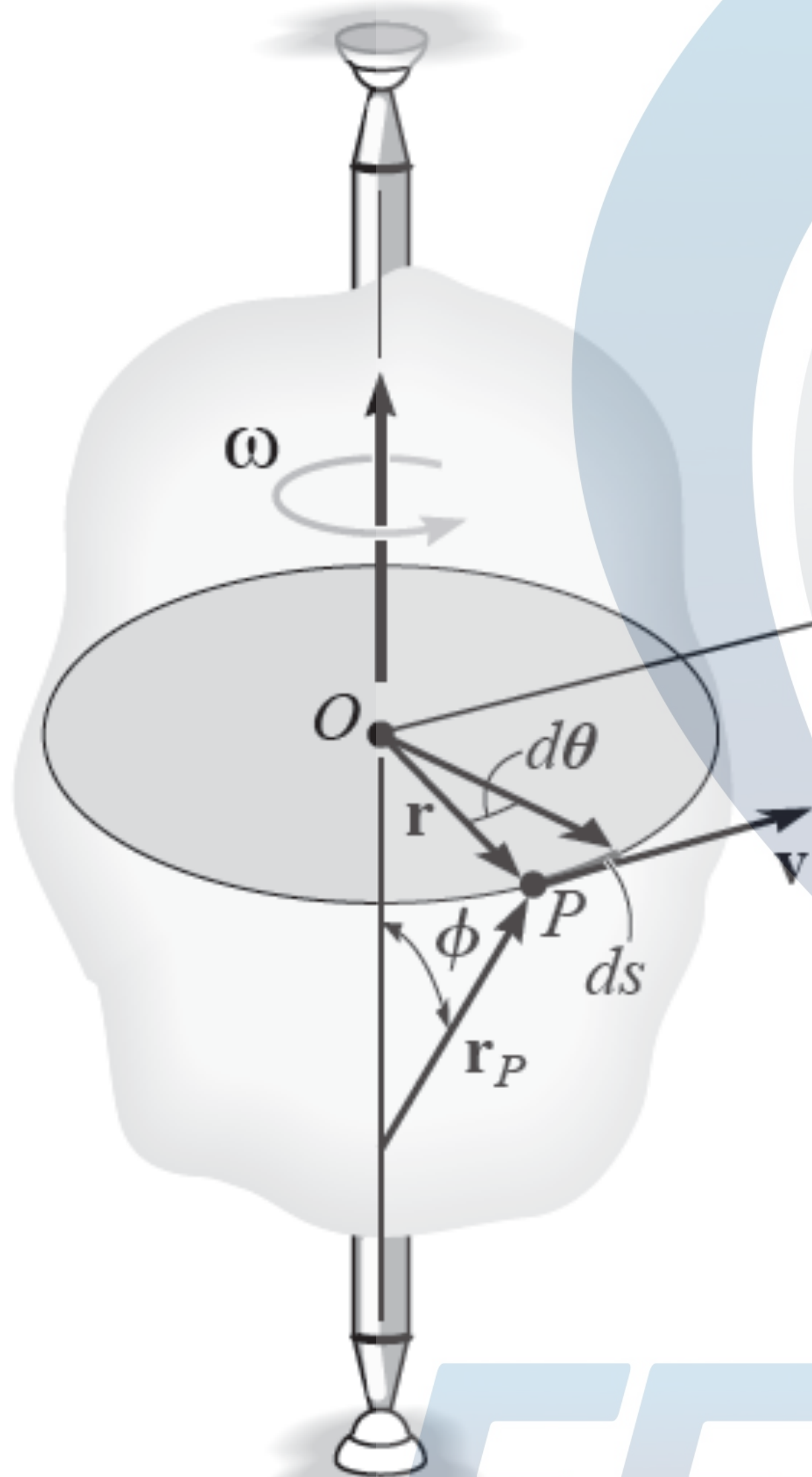
$$ds = r d\theta$$

Velocidade

Introdução

Rotação

Conclusão



$$ds = r d\theta$$

$$\frac{ds}{dt} = r \frac{d\theta}{dt}$$

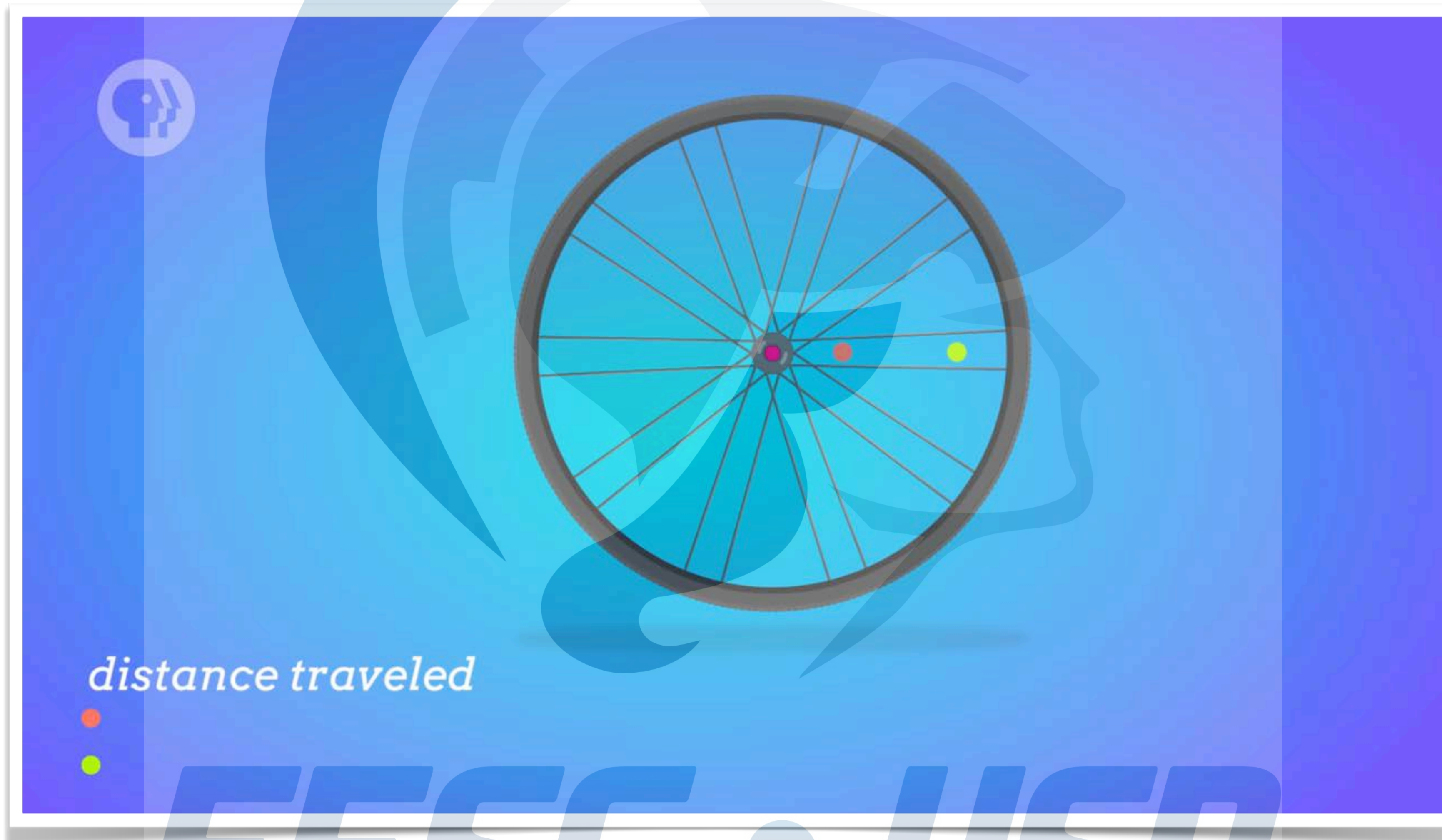
$$v = \omega r$$

Velocidade

Introdução

Rotação

Conclusão

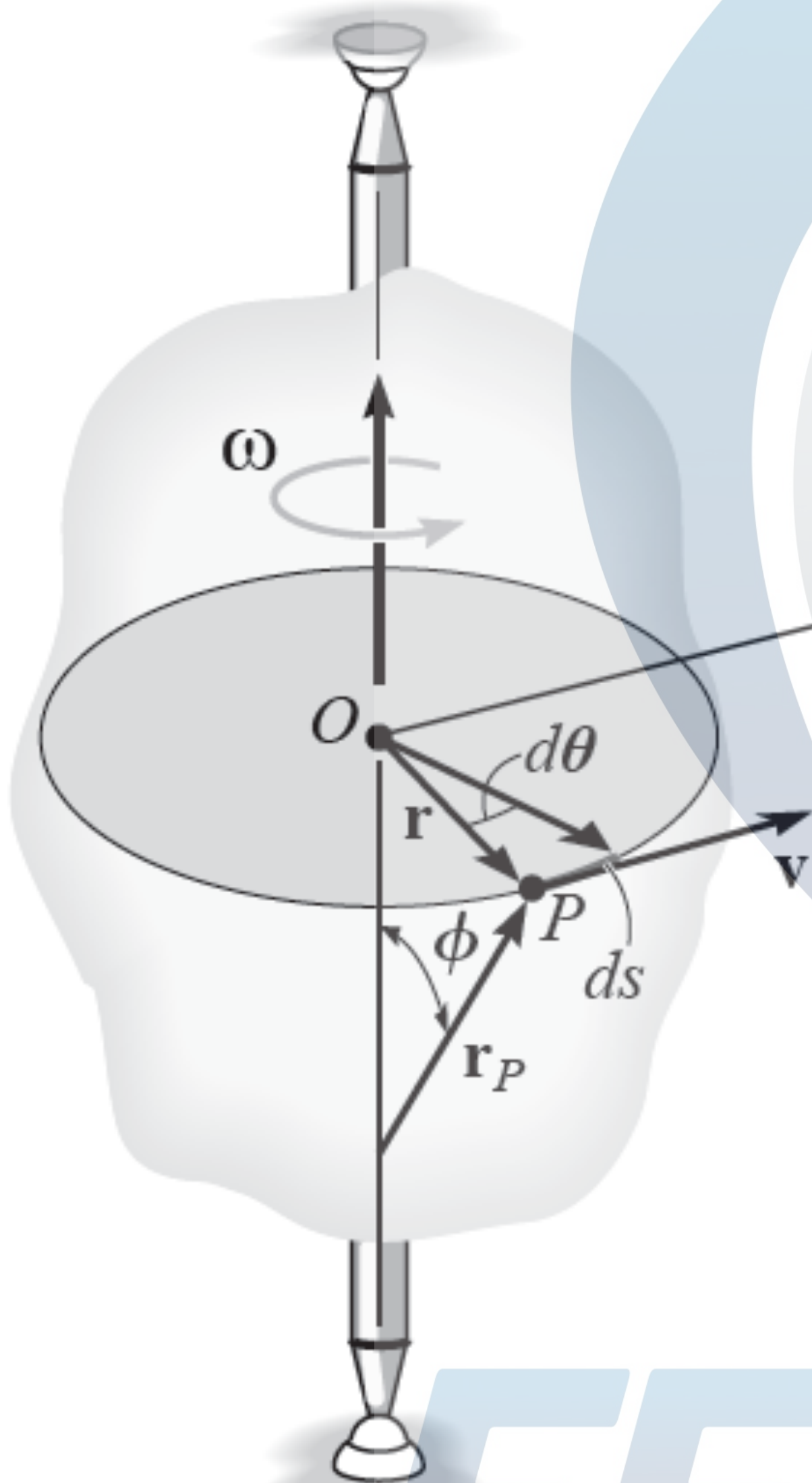


Velocidade

Introdução

Rotação

Conclusão



$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_P$$

$$v = \omega r_P \sin(\phi)$$

$$r = r_P \sin(\phi)$$

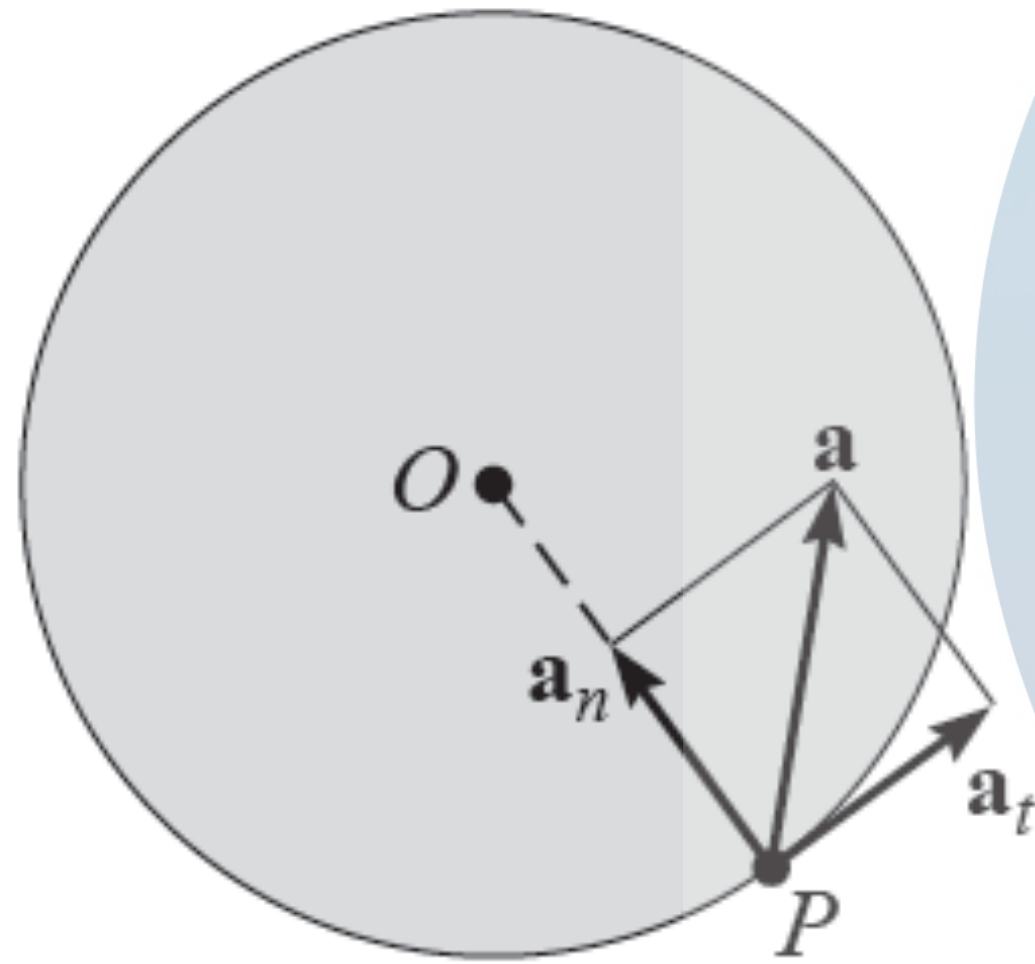
$$v = \omega r$$

Aceleração

Introdução

Rotação

Conclusão



$$\mathbf{a} = a_t \mathbf{u}_t + a_n \mathbf{u}_n$$

$$a_t = \dot{v}$$

$$a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

$$\rho = r$$

$$v = \omega r$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

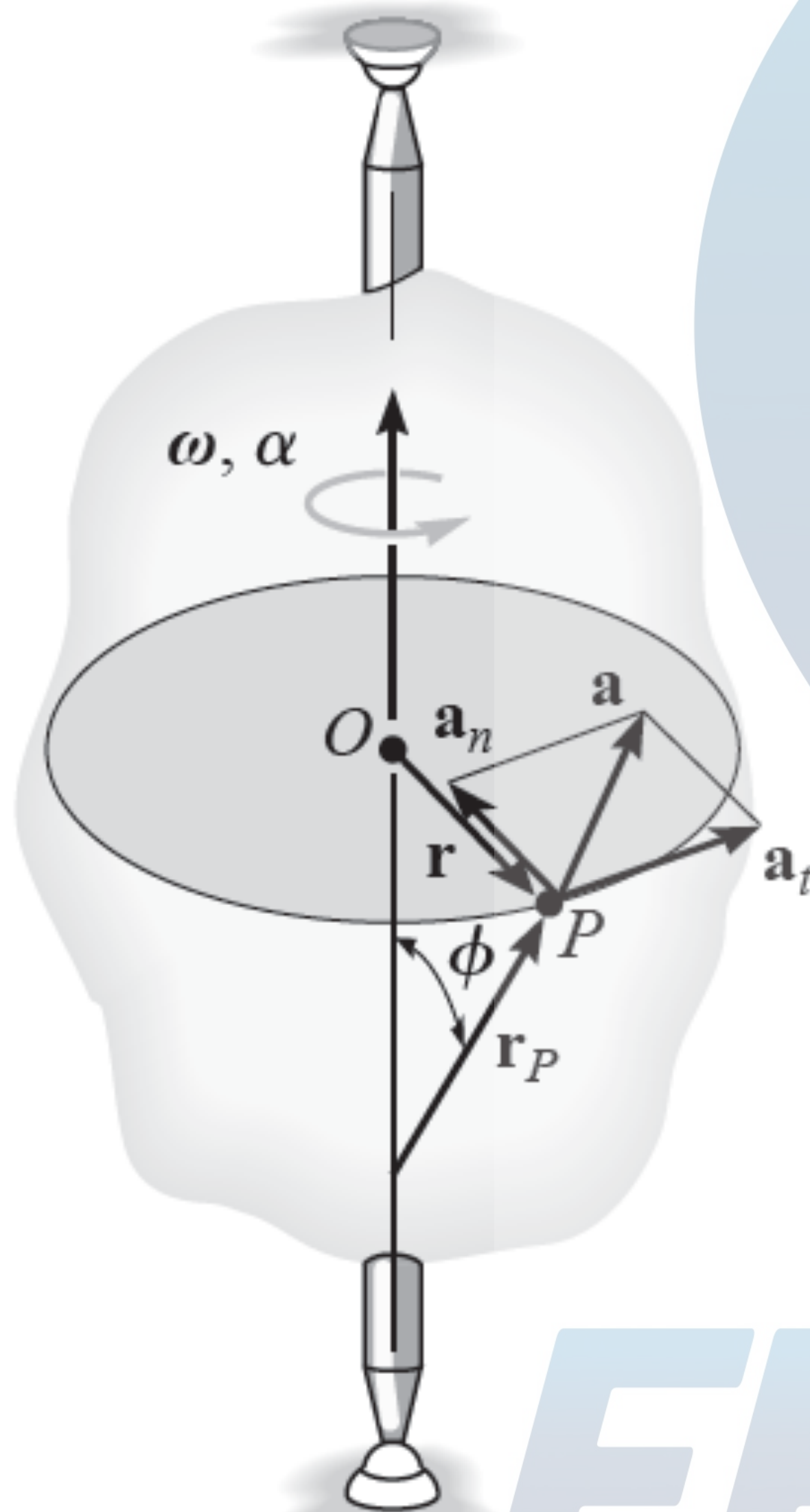
$$a_t = \alpha r \qquad a_n = \omega^2 r$$

Aceleração

Introdução

Rotação

Conclusão



$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_P$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

$$\frac{d\mathbf{r}_P}{dt} = \mathbf{v}$$

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d\omega}{dt} \times \mathbf{r}_P + \boldsymbol{\omega} \times \frac{d\mathbf{r}_P}{dt}$$

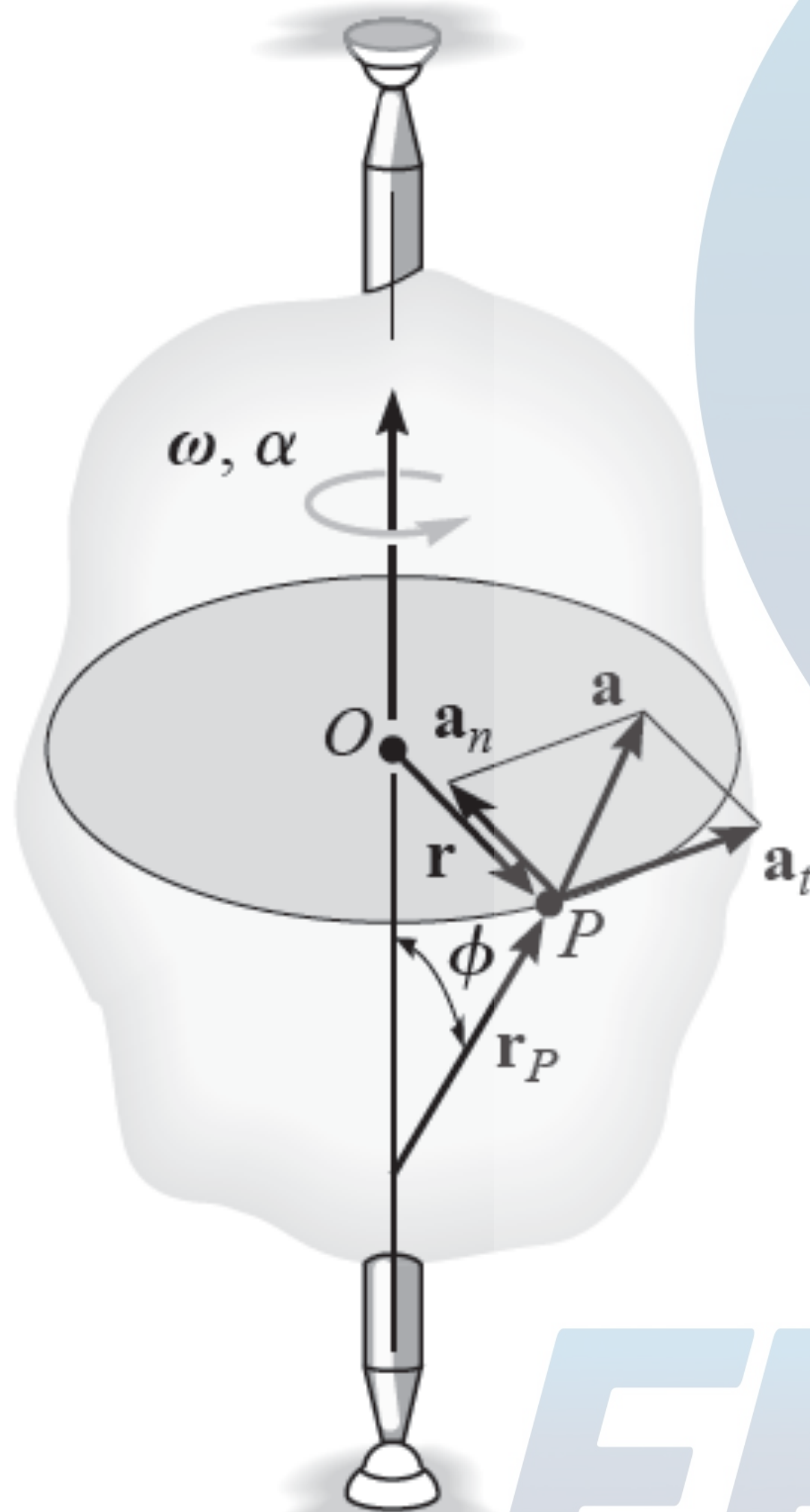
$$\mathbf{a} = \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r}_P + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_P)$$

Aceleração

Introdução

Rotação

Conclusão



$$\mathbf{a} = \alpha \times \mathbf{r}_P + \omega \times (\omega \times \mathbf{r}_P)$$

$$\alpha r_P \sin(\phi)$$

$$\omega^2 r_P \sin(\phi)$$

$$a_t = \alpha r$$

$\mathbf{a}_t$

$$a_n = \omega^2 r$$

$\mathbf{a}_n$

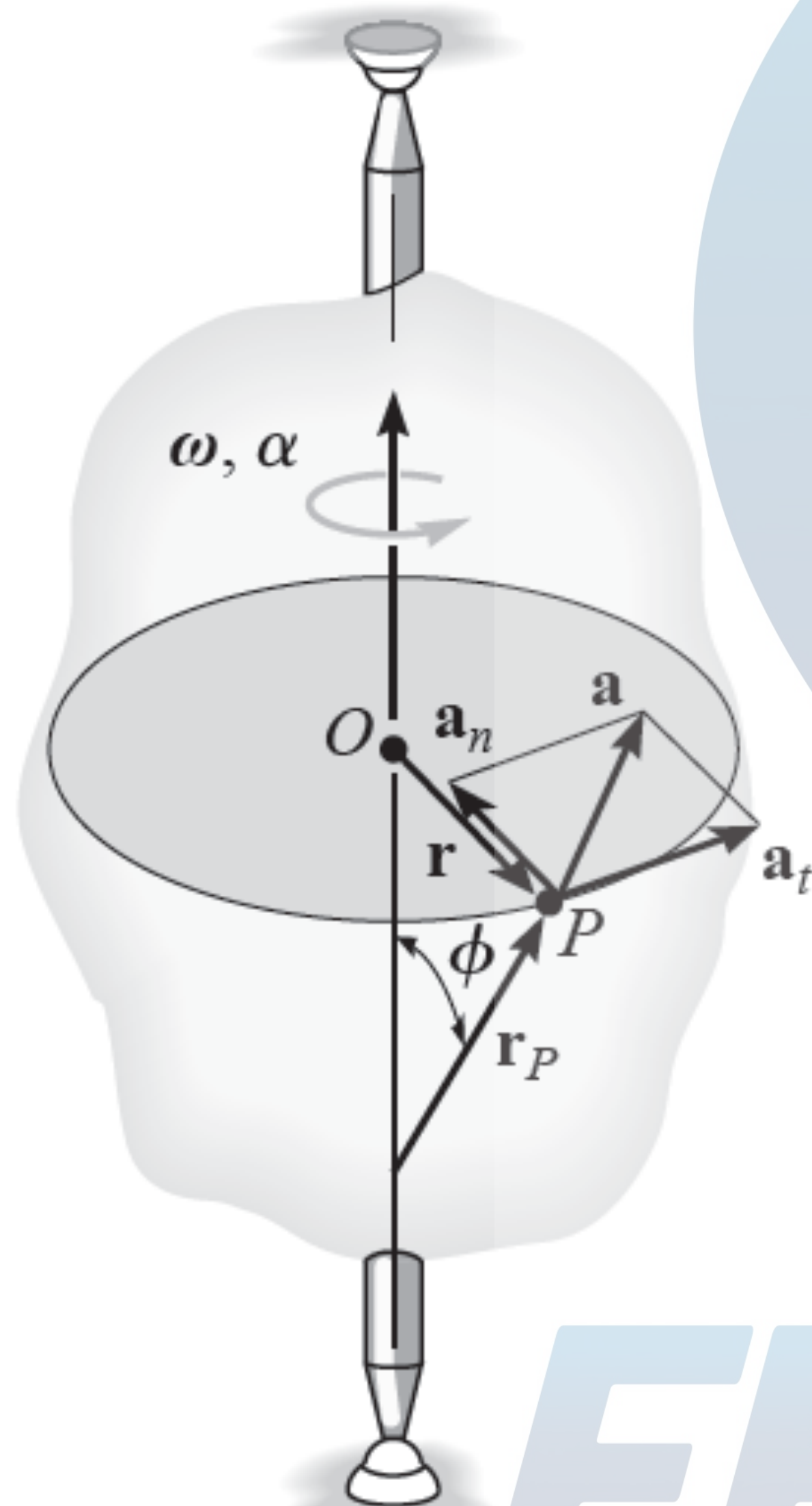
$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_t + \mathbf{a}_n$$

Aceleração

Introdução

Rotação

Conclusão



$$\mathbf{a} = \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r}_P + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_P)$$

$\mathbf{a}_t$

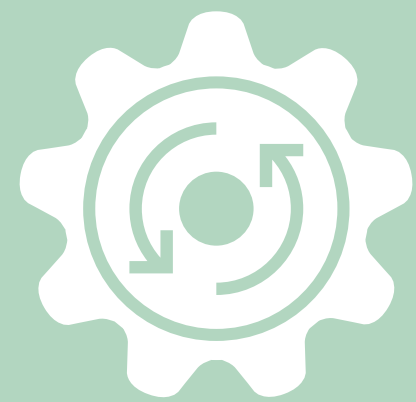
$\mathbf{a}_n$

$$a_n = \omega^2 r$$

$$\mathbf{a} = \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r} - \omega^2 \mathbf{r}$$

Conteúdo

Introdução



- Em torno de um eixo fixo
- Movimento de um ponto P
- Exemplo

Rotação

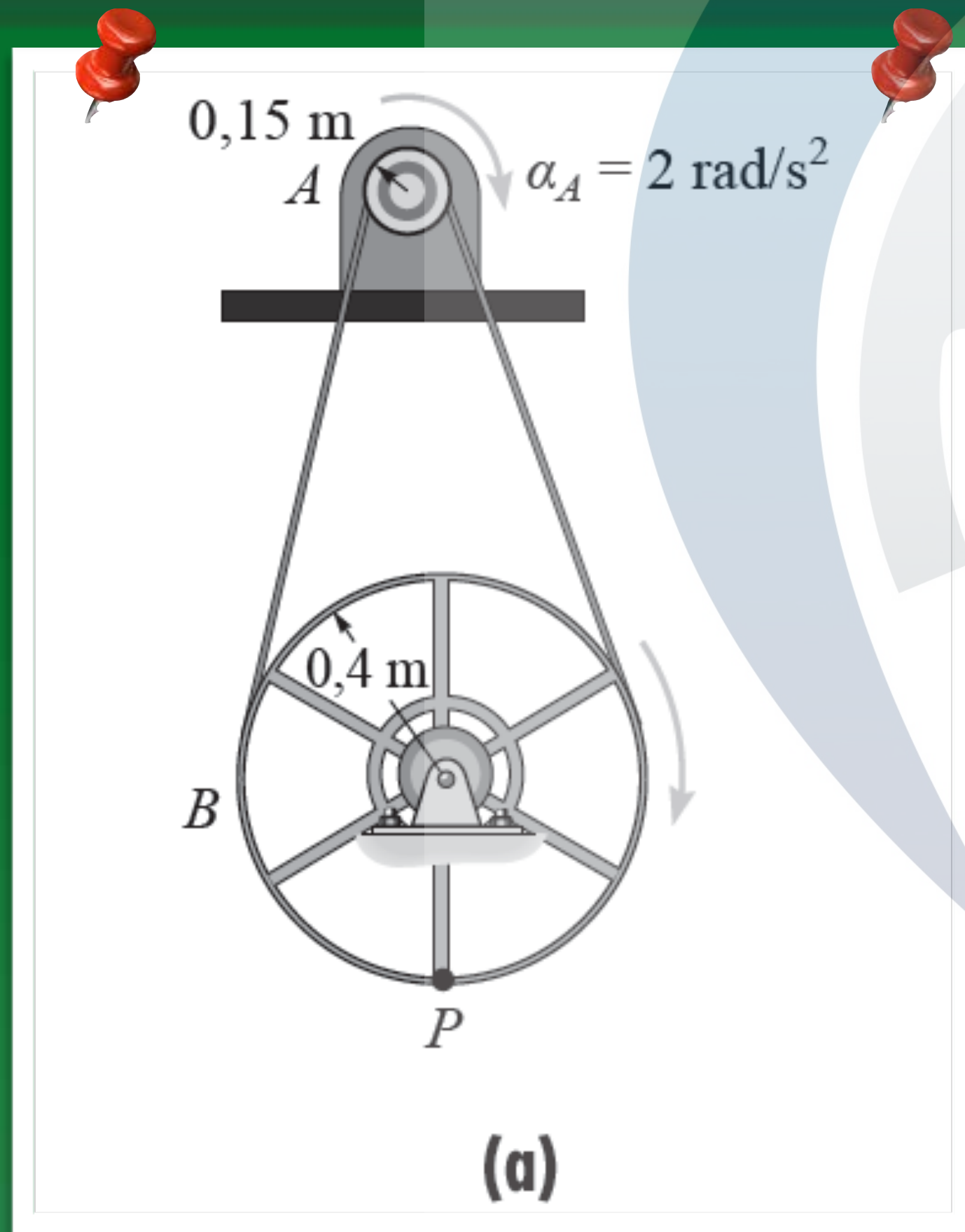
Conclusão

Exemplo 16.2

Introdução

Rotação

Conclusão



$$\alpha_A = 2 \text{ rad/s}^2$$

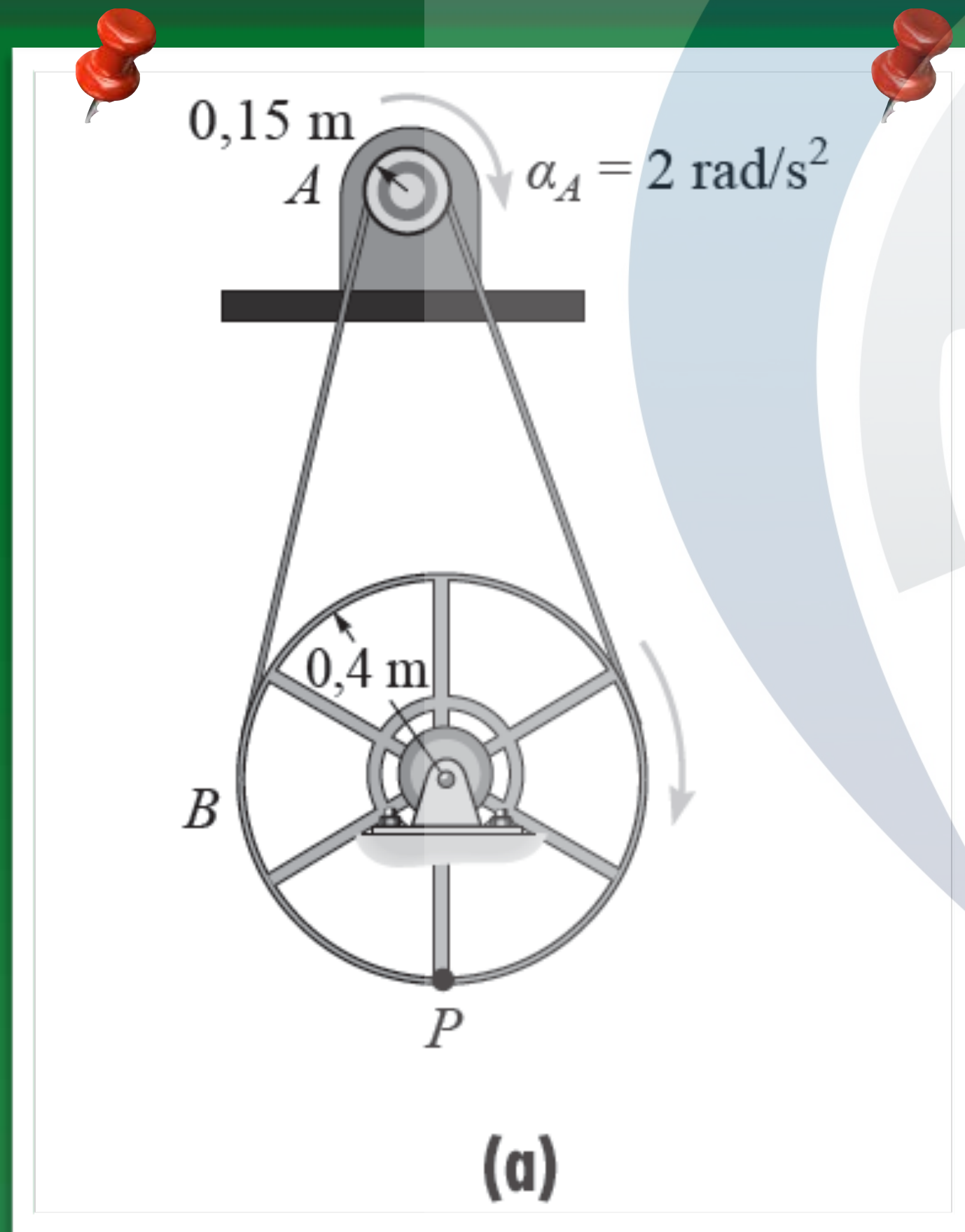
$$|\mathbf{v}_P| = ? \quad |\mathbf{a}_P| = ?$$

Exemplo 16.2

Introdução

Rotação

Conclusão



$$|\mathbf{a}_P| = 2,84 \text{ m/s}^2$$

$$|\mathbf{v}_P| = 1,06 \text{ m/s}$$

Conteúdo

Introdução

Rotação



– “Take-home messages”

Conclusão

“Take-home messages”

Introdução

Rotação

Conclusão



Trajetória de translação retilínea

(a)



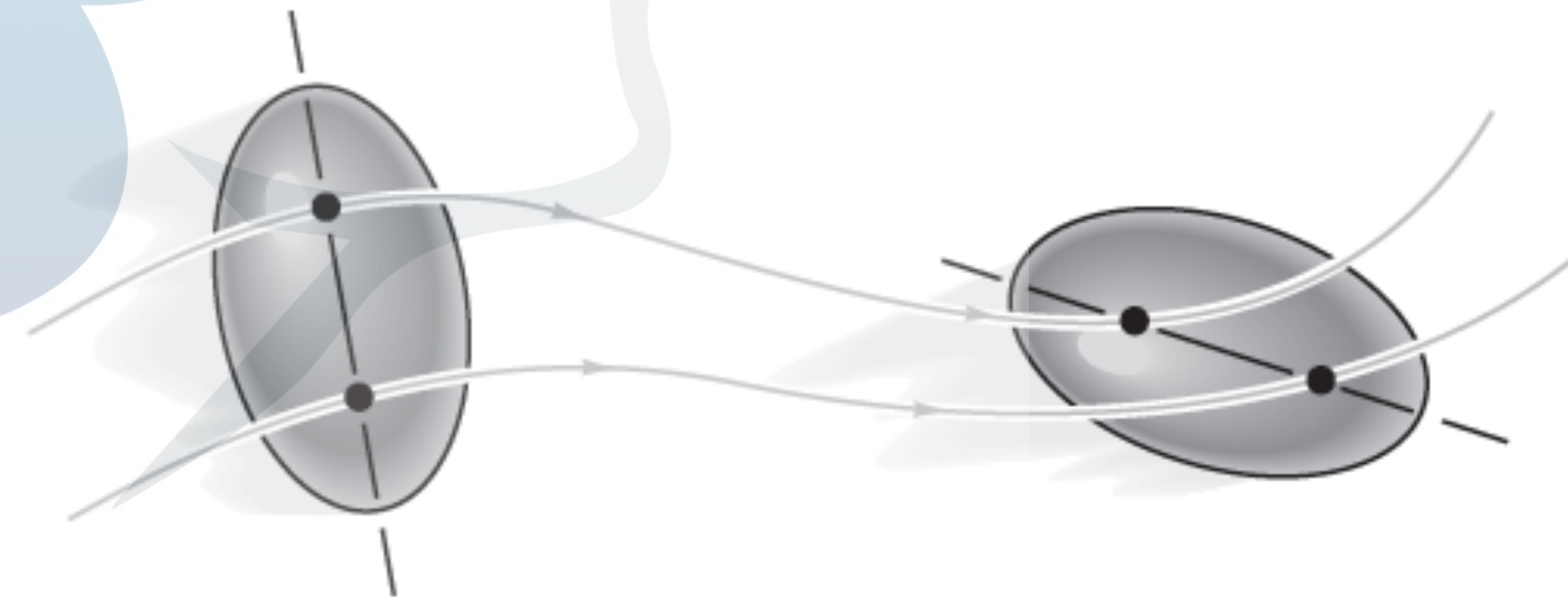
Trajetória de translação curvilínea

(b)



Rotação em torno de um eixo fixo

(c)



Movimento plano geral

(d)

“Take-home messages”

Introdução

Rotação

Conclusão



Rotação em torno de um eixo fixo

$$\omega = d\theta/dt$$

$$\alpha = d\omega/dt$$

$$\alpha d\theta = \omega d\omega$$

ou

$$\omega = \omega_0 + \alpha_c t$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha_c t^2$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha_c(\theta - \theta_0)$$

α_c Constante

$$v = \omega r$$

$$a_t = \alpha r, a_n = \omega^2 r$$

Lista de exercícios para próxima aula...

Introdução

Rotação

Conclusão

16.1, 16.21, 16.18, 16.31, 16.36

EESC • USP



That's all Folks!

EEESC • USP