Física do calor

F.S. Navarra

navarra@if.usp.br

edisciplinas.if.usp.br

Capítulo 9

Propriedades dos gases

$$\boxed{pV = nRT}$$

Equação de estado dos gases ideais

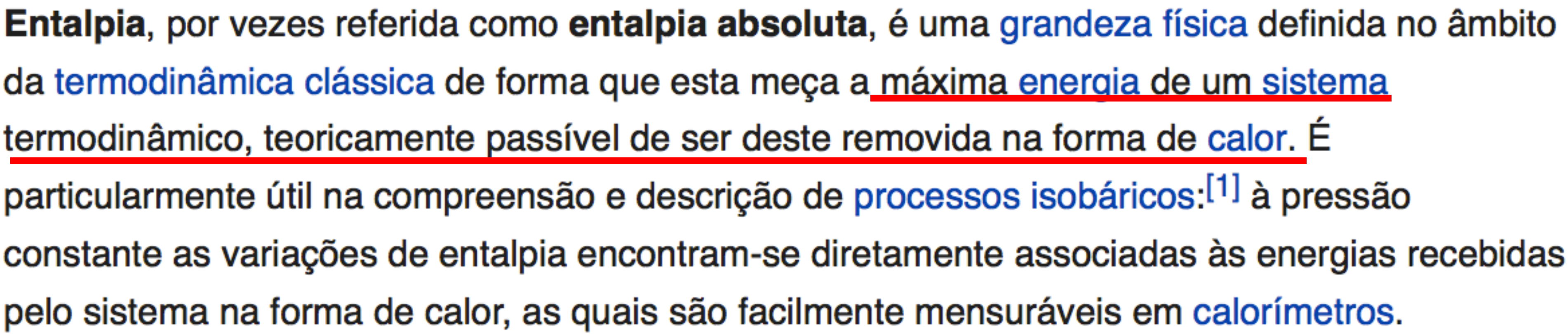
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{n = número de moles do gás} \\ \text{R = constante universal dos gases} \end{array} \right.$$

$$R = 8,314 \frac{J}{mol\,K} = 1,98 \frac{cal}{mol\,K}$$

$$\boxed{U = U(T) \qquad \text{(gás ideal)}}$$

U só depende da temperatura !!!

Entalpia



Entalpia, por vezes referida como **entalpia absoluta**, é uma grandeza física definida no âmbito da termodinâmica clássica de forma que esta meça a máxima energia de um sistema termodinâmico, teoricamente passível de ser deste removida na forma de calor. É particularmente útil na compreensão e descrição de processos isobáricos:[1] à pressão constante as variações de entalpia encontram-se diretamente associadas às energias recebidas pelo sistema na forma de calor, as quais são facilmente mensuráveis em calorímetros.

do grego “thalpos”

Entalpia

$\Delta U = -W$ (processo adiabático)

Entalpia

$$\Delta U = -W$$ (processo adiabático)

$$U_f - U_i = -(p_f V_f - p_i V_i)$$ (processos isobáricos)

Entalpia

$$\Delta U = -W$$ (processo adiabático)

$$U_f - U_i = -(p_f V_f - p_i V_i)$$ (processos isobáricos)

$$U_f + p_f V_f = U_i + p_i V_i = constante$$

Entalpia

$$\Delta U = -W$$ (processo adiabático)

$$U_f - U_i = -(p_f V_f - p_i V_i)$$ (processos isobáricos)

$$U_f + p_f V_f = U_i + p_i V_i = constante$$

$$H = U + p V$$ Entalpia do sistema

Entalpia do gás é uma variável de estado !

Primeira Lei e Entalpia

$$H = U + pV$$

Primeira Lei e Entalpia

$$H = U + pV$$

$$dH = dU + p\,dV + dp\,V$$

Primeira Lei e Entalpia

$$H = U + p\,V$$

$$dH = \underbrace{dU + p\,dV}_{} + dp\,V$$

$$dQ = dU + pdV$$

Primeira Lei e Entalpia

$$H = U + pV$$

$$dH = \underbrace{dU + p\,dV}_{dQ = dU + pdV} + dp\,V$$

$$dH = dQ + dp\,V$$

Primeira Lei e Entalpia

$$H = U + pV$$

$$dH = \underbrace{dU + p\,dV}_{dQ = dU + pdV} + dp\,V$$

$$dH = dQ + dp\,V$$

Processo isobárico: dp =0

$$\boxed{dH = dQ}$$

Fórmula de Mayer

Capacidades Térmicas Molares

$$\Delta Q = m\,c\,\Delta T = C\,\Delta T$$

Para um mol de um gás C é a capacidade térmica molar

$$dQ = C\,dT$$

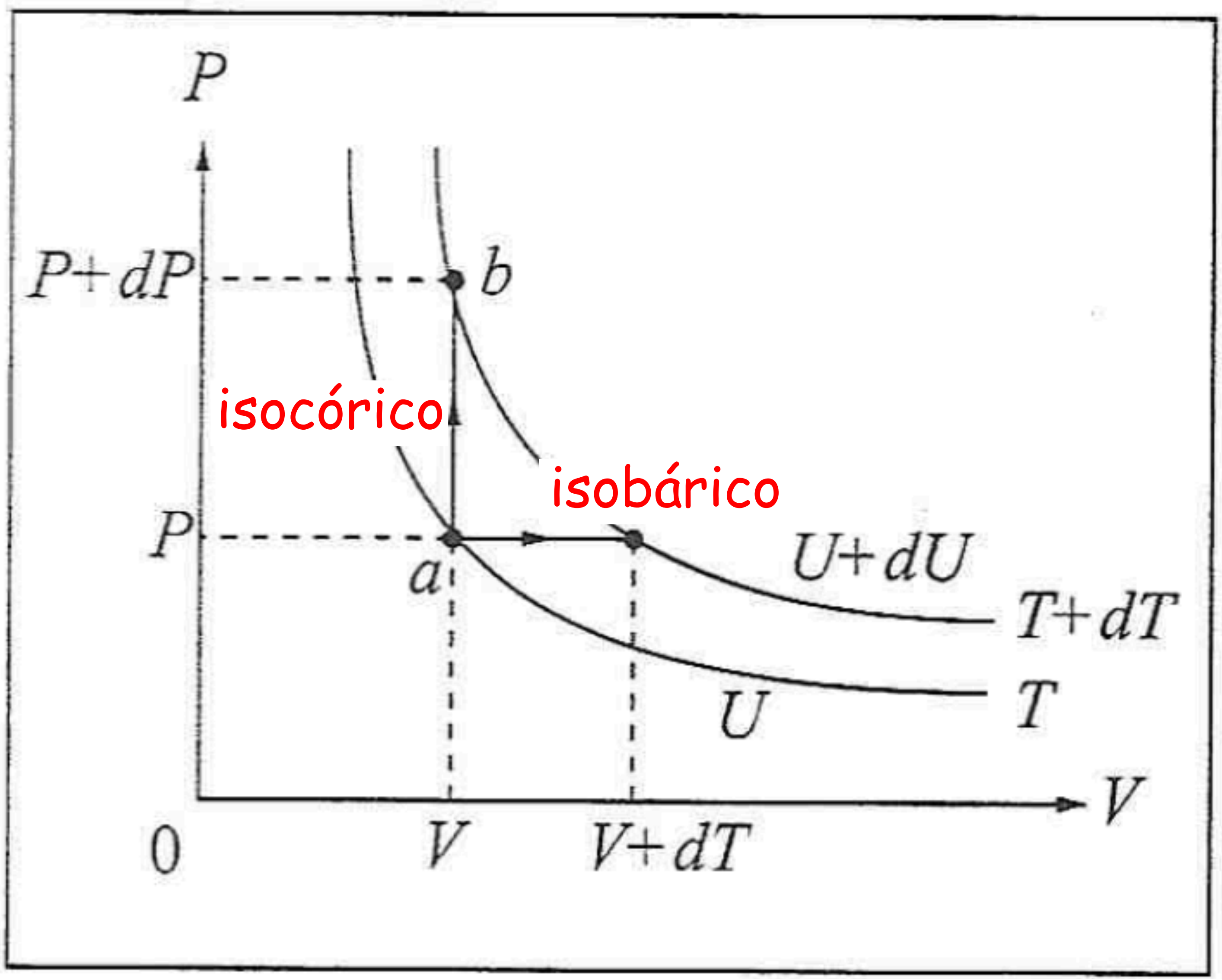
$$\boxed{dQ_p = C_p\,dT}$$

Pressão constante

$$\boxed{dQ_V = C_V\,dT}$$

Volume constante

Capacidades Térmicas Molares



$$dQ = dU + pdV$$

$$dQ = dU + pdV \longrightarrow dU = dQ - pdV$$

$$dQ = dU + pdV \longrightarrow dU = dQ - pdV$$

Processo isocórico: $\left\{ \begin{array}{l} dV = 0 \\ \\ \end{array} \right.$

$$dQ = dU + pdV \longrightarrow dU = dQ - pdV$$

Processo isocórico: $$\begin{cases} dV = 0 \\ dQ = dQ_V = C_V dT \end{cases}$$

$$dQ = dU + pdV \longrightarrow dU = dQ - pdV$$

Processo isocórico: $\begin{cases} dV = 0 \\ dQ = dQ_V = C_V dT \end{cases}$

$$\boxed{dU = C_V dT}$$

$$dQ = dU + pdV \longrightarrow dU = dQ - pdV$$

Processo isocórico: $$\begin{cases} dV = 0 \\ dQ = dQ_V = C_V dT \end{cases}$$

$$\boxed{dU = C_V dT}$$

Processo isobárico: $$\begin{cases} dW = pdV \\ \end{cases}$$

$$dQ = dU + pdV \longrightarrow dU = dQ - pdV$$

Processo isocórico: $\begin{cases} dV = 0 \\ dQ = dQ_V = C_V dT \end{cases}$

$$\boxed{dU = C_V dT}$$

Processo isobárico: $\begin{cases} dW = pdV \\ dQ = dQ_P = C_P dT \end{cases}$

$$dQ = dU + pdV \longrightarrow dU = dQ - pdV$$

Processo isocórico: $\begin{cases} dV = 0 \\ dQ = dQ_V = C_V dT \end{cases}$

$$\boxed{dU = C_V dT}$$

Processo isobárico: $\begin{cases} dW = pdV \\ dQ = dQ_P = C_P dT \end{cases}$

$$\boxed{dU = C_P dT - pdV}$$

$$dQ = dU + pdV \longrightarrow dU = dQ - pdV$$

Processo isocórico:
$$\begin{cases} dV = 0 \\ dQ = dQ_V = C_V dT \end{cases}$$

$$\boxed{dU = C_V dT}$$

Processo isobárico:
$$\begin{cases} dW = pdV \\ dQ = dQ_P = C_P dT \end{cases}$$

$$\boxed{dU = C_P dT - pdV}$$

$$\longrightarrow \quad C_V dT = C_P dT - pdV$$

Para 1 mol: $\left\{ \quad pV = RT \right.$

Para 1 mol: $\left\{ \quad pV = RT \right.$

$$dpV + pdV = RdT$$

Para 1 mol: $$\left\{ \quad pV = RT \right.$$

$$dpV + pdV = RdT$$

Processo isobárico: $$\left\{ \; dp = 0 \right.$$

Para 1 mol: $\left\{ \quad pV = RT \right.$

$$dpV + pdV = RdT$$

Processo isobárico: $\left\{ \quad dp = 0 \right.$

$$\longrightarrow \qquad pdV = RdT$$

Para 1 mol: $\left\{ \quad pV = RT \right.$

$$dpV + pdV = RdT$$

Processo isobárico: $\left\{ \quad dp = 0 \right.$

$$\longrightarrow \qquad pdV = RdT$$

$$C_V dT = C_P dT - RdT$$

Para 1 mol: $\left\{ \quad pV = RT \right.$

$$dpV + pdV = RdT$$

Processo isobárico: $\left\{ \quad dp = 0 \right.$

→ $$pdV = RdT$$

$$C_V dT = C_P dT - RdT$$

$$C_V = C_P - R$$

Para 1 mol: $\left\{ \quad pV = RT \right.$

$$dpV + pdV = RdT$$

Processo isobárico: $\left\{ \; dp = 0 \right.$

$$\longrightarrow \qquad pdV = RdT$$

$$C_V dT = C_P dT - RdT$$

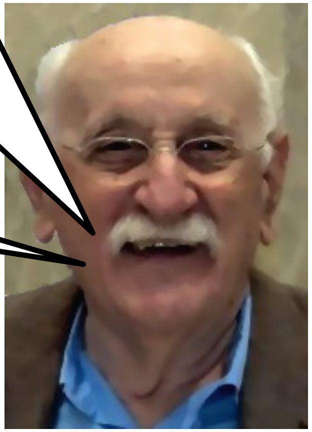
$$C_V = C_P - R$$

$$\boxed{C_P - C_V = 2\,\frac{cal}{molK}}$$

Fórmula de Mayer

A energia interna cresce linearmente com a temperatura !

Quer ver ?



Energia Interna do Gás Ideal

$$dU = C_V\, dT$$ (para 1 mol)

$$dU = n\, C_V\, dT$$ (para n moles)

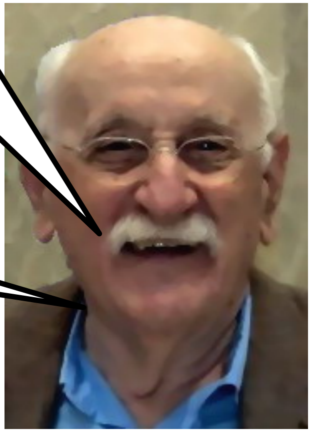
$$\int_{T_0}^{T} U(T')\, dT' = n \int_{T_0}^{T} C_V\, dT'$$

Para um gás ideal C_V é constante !

$$\boxed{U = U_0 + n\, C_V\, T}$$

$$pV^{\gamma} = constante$$

Quer ver ?



Processos Adiabáticos num Gás Ideal

$$dQ = dU + p\,dV$$

Processos Adiabáticos num Gás Ideal

$$dQ = dU + p\,dV$$

$$dQ = 0$$

Processos Adiabáticos num Gás Ideal

$$dQ = dU + p\,dV$$

$$dQ = 0$$

$$\begin{cases} dU = -p\,dV \\ dU = n\,C_V\,dT \end{cases}$$

Processos Adiabáticos num Gás Ideal

$$dQ = dU + p\,dV$$

$$dQ = 0$$

$$\left\{ \begin{aligned} dU &= -p\,dV \\ dU &= n\,C_V\,dT \end{aligned} \right. \longrightarrow \quad -p\,dV = n\,C_V\,dT$$

Processos Adiabáticos num Gás Ideal

$$dQ = dU + p\,dV$$

$$dQ = 0$$

$$\left\{ \begin{aligned} dU &= -\,p\,dV \\ dU &= n\,C_V\,dT \end{aligned} \right. \quad \longrightarrow \quad -\,p\,dV = n\,C_V\,dT$$

$$p\,V = n\,R\,T$$

Processos Adiabáticos num Gás Ideal

$$dQ = dU + p\,dV$$

$$dQ = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} dU = -p\,dV \\[2em] dU = n\,C_V\,dT \end{array} \right. \longrightarrow \quad -p\,dV = n\,C_V\,dT$$

$$p\,V = n\,R\,T$$

$$dp\,V + p\,dV = n\,R\,dT$$

Processos Adiabáticos num Gás Ideal

$$dQ = dU + p\,dV$$

$$dQ = 0$$

$$\left\{ \begin{aligned} dU &= -p\,dV \\ dU &= n\,C_V\,dT \end{aligned} \right. \longrightarrow \quad -p\,dV = n\,C_V\,dT$$

$$p\,V = n\,R\,T$$

$$dp\,V + p\,dV = n\,R\,dT$$

$$dp\,V = -p\,dV + n\,R\,dT$$

Processos Adiabáticos num Gás Ideal

$$dQ = dU + p\,dV$$

$$dQ = 0$$

$$\left\{ \begin{aligned} dU &= -p\,dV \\ dU &= n\,C_V\,dT \end{aligned} \right. \longrightarrow \quad -p\,dV = n\,C_V\,dT$$

$$p\,V = n\,R\,T$$

$$dp\,V + p\,dV = n\,R\,dT$$

$$dp\,V = -p\,dV + n\,R\,dT = +n\,C_V\,dT + n\,R\,dT$$

$$dp\,V = n\,(\,C_V + R\,)\,dT$$

$$dp\,V = n\,(C_V + R)\,dT$$

$$\begin{cases} dp\,V = n\,(C_P)\,dT \\ -p\,dV = n\,C_V\,dT \end{cases}$$

$$dp\,V = n\,(\,C_V + R\,)\,dT$$

$$\left\{\begin{array}{l} dp\,V = n\,(\,C_P\,)\,dT \\[2em] -\,p\,dV = n\,C_V\,dT \end{array}\right. \quad\longrightarrow\quad -\,\frac{dp\,V}{p\,dV} = \frac{C_P}{C_V}$$

$$dp\,V = n\,(C_V + R)\,dT$$

$$\begin{cases} dp\,V = n\,(C_P)\,dT \\ -\,p\,dV = n\,C_V\,dT \end{cases} \Longrightarrow \quad -\frac{dp\,V}{p\,dV} = \frac{C_P}{C_V}$$

$$\frac{dp}{p} = -\gamma\,\frac{dV}{V} \qquad\qquad \gamma = \frac{C_P}{C_V}$$

$$dp\,V = n\,(\,C_V + R\,)\,dT$$

$$\begin{cases} dp\,V = n\,(\,C_P\,)\,dT \\ -\,p\,dV = n\,C_V\,dT \end{cases} \Longrightarrow -\,\frac{dp\,V}{p\,dV} = \frac{C_P}{C_V}$$

$$\frac{dp}{p} = -\,\gamma\,\frac{dV}{V} \qquad \gamma = \frac{C_P}{C_V}$$

$$\int_{p_0}^{p} \frac{dp'}{p'} = -\,\gamma \int_{V_0}^{V} \frac{dV}{V}$$

$$dp\,V = n\,(\,C_V + R\,)\,dT$$

$$\begin{cases} dp\,V = n\,(\,C_P\,)\,dT \\ -\,p\,dV = n\,C_V\,dT \end{cases} \longrightarrow \quad -\,\frac{dp\,V}{p\,dV} = \frac{C_P}{C_V}$$

$$\frac{dp}{p} = -\,\gamma\,\frac{dV}{V} \qquad\qquad \gamma = \frac{C_P}{C_V}$$

$$\int_{p_0}^{p} \frac{dp'}{p'} = -\,\gamma \int_{V_0}^{V} \frac{dV}{V}$$

$$ln(\frac{p}{p_0}) = -\,\gamma\,ln(\frac{V}{V_0})$$

$$dp\,V = n\,(C_V + R)\,dT$$

$$\begin{cases} dp\,V = n\,(C_P)\,dT \\ -p\,dV = n\,C_V\,dT \end{cases} \longrightarrow \quad -\frac{dp\,V}{p\,dV} = \frac{C_P}{C_V}$$

$$\frac{dp}{p} = -\gamma\,\frac{dV}{V} \qquad \gamma = \frac{C_P}{C_V}$$

$$\int_{p_0}^{p}\frac{dp'}{p'} = -\gamma\int_{V_0}^{V}\frac{dV}{V}$$

$$ln(\frac{p}{p_0}) = -\gamma\,ln(\frac{V}{V_0}) \longrightarrow \quad \frac{p}{p_0} = (\frac{V_0}{V})^{\gamma}$$

$$\boxed{PV^{\gamma} = P_0 V_0^{\gamma} = \text{constante}}$$

gás ideal, processo adiabático

$$\boxed{p = \frac{p_0 V_0^{\gamma}}{V^{\gamma}}}$$ adiabático

$$\boxed{p = \frac{const}{V}}$$ isotérmico

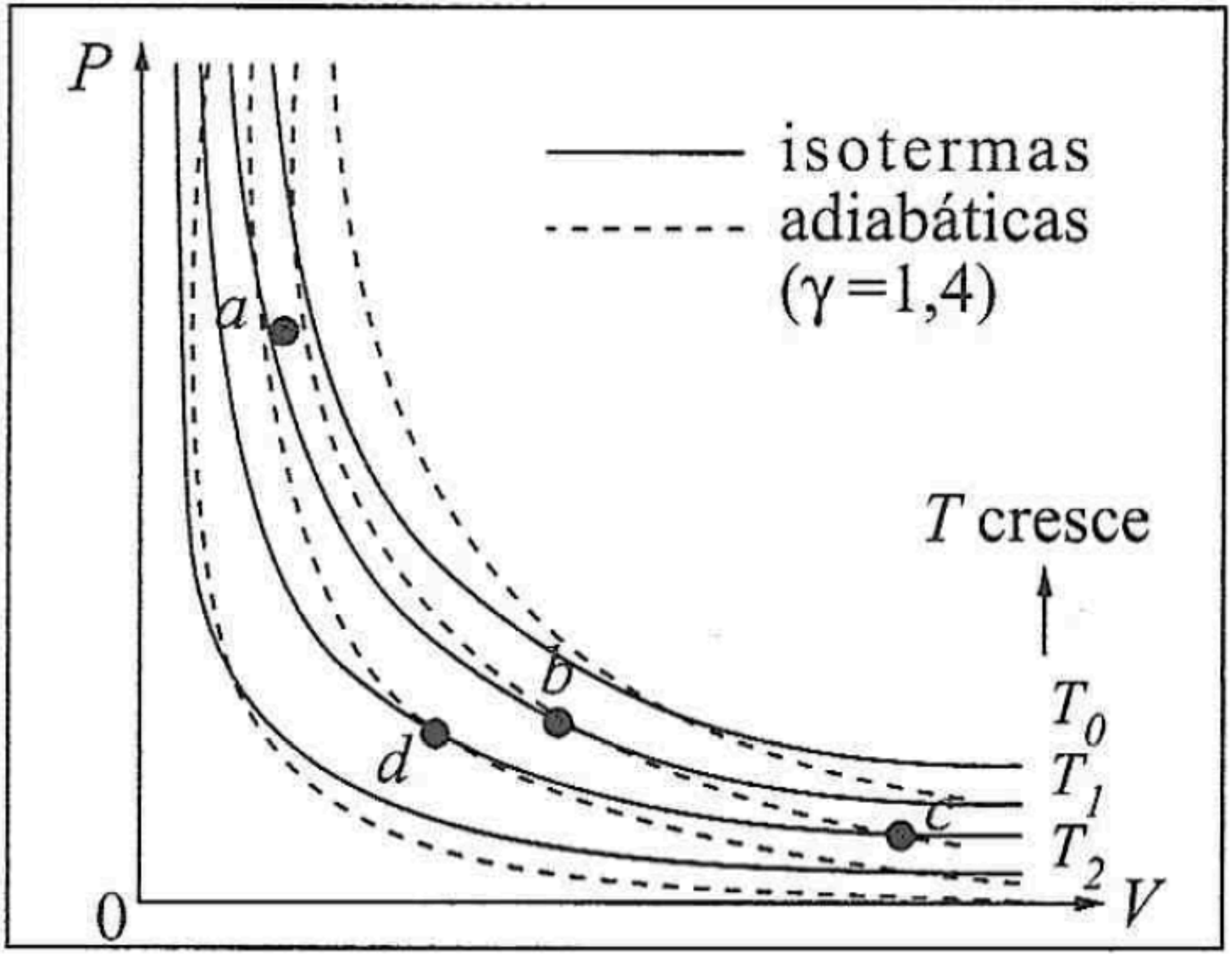


Figura 9.8 — Isotermas e adiabáticas

A mesma coisa
de outra forma !

$$p\,V^{\gamma} = p_0\,V_0^{\gamma} = constante$$

$$p\,V^{\gamma} = p_0\,V_0^{\gamma} = constante$$

$$p\,V = n\,R\,T$$

$$p\,V^{\gamma} = p_0\,V_0^{\gamma} = constante$$

$$p\,V = n\,R\,T \longrightarrow p = \frac{n\,R\,T}{V}$$

$$p\,V^{\gamma} = p_0\,V_0^{\gamma} = constante$$

$$p\,V = n\,R\,T \quad \longrightarrow \quad p = \frac{n\,R\,T}{V}$$

$$\frac{n\,R\,T}{V}\,V^{\gamma} = constante$$

$$pV^{\gamma} = p_0 V_0^{\gamma} = constante$$

$$pV = nRT \qquad \longrightarrow \qquad p = \frac{nRT}{V}$$

$$\frac{nRT}{V} V^{\gamma} = constante$$

$$\boxed{TV^{\gamma-1} = constante}$$

$$p\,V^{\gamma} = p_0\,V_0^{\gamma} = constante$$

$$p\,V = n\,R\,T \quad \longrightarrow \quad p = \frac{n\,R\,T}{V}$$

$$\frac{n\,R\,T}{V}\,V^{\gamma} = constante$$

$$\boxed{T\,V^{\gamma-1} = constante}$$

$$p\,V = n\,R\,T$$

$$p\,V^{\gamma} = p_0\,V_0^{\gamma} = constante$$

$$p\,V = n\,R\,T \longrightarrow p = \frac{n\,R\,T}{V}$$

$$\frac{n\,R\,T}{V}\,V^{\gamma} = constante$$

$$\boxed{T\,V^{\gamma-1} = constante}$$

$$p\,V = n\,R\,T \longrightarrow V = \frac{n\,R\,T}{p}$$

$$p\,V^{\gamma} = p_0\,V_0^{\gamma} = constante$$

$$p\,V = n\,R\,T \quad \longrightarrow \quad p = \frac{n\,R\,T}{V}$$

$$\frac{n\,R\,T}{V}\,V^{\gamma} = constante$$

$$\boxed{T\,V^{\gamma-1} = constante}$$

$$p\,V = n\,R\,T \quad \longrightarrow \quad V = \frac{n\,R\,T}{p}$$

$$T^{\gamma}\,p^{1-\gamma} = constante$$

$$p\,V^{\gamma} = p_0\,V_0^{\gamma} = constante$$

$$p\,V = n\,R\,T \quad \longrightarrow \quad p = \frac{n\,R\,T}{V}$$

$$\frac{n\,R\,T}{V}\,V^{\gamma} = constante$$

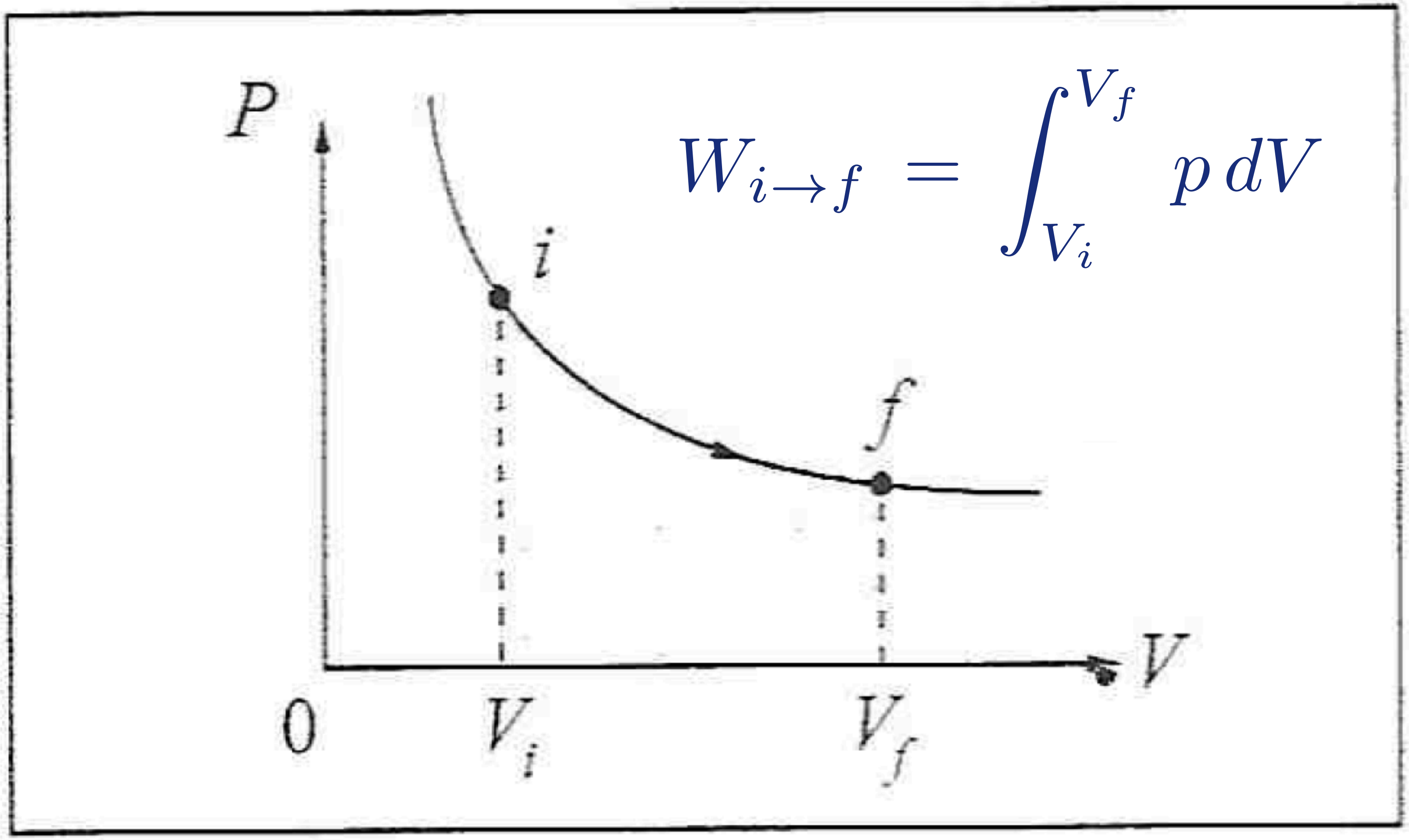
$$\boxed{T\,V^{\gamma-1} = constante}$$

$$p\,V = n\,R\,T \quad \longrightarrow \quad V = \frac{n\,R\,T}{p}$$

$$T^{\gamma}\,p^{1-\gamma} = constante \quad \longrightarrow \quad \boxed{T = const. \times p^{(\gamma-1)/\gamma}}$$

Exercício

Trabalho na expansão adiabática do gás ideal



$$W_{i \to f} = \int_{V_i}^{V_f} p\, dV$$

$$W_{i \to f} = \int_{V_i}^{V_f} p \, dV$$

$$W_{i \to f} = \int_{V_i}^{V_f} p \, dV$$

$$p = \frac{A}{V^\gamma}$$

$$W_{i\to f} = \int_{V_i}^{V_f} p\,dV$$

$$p = \frac{A}{V^\gamma}$$

$$W_{i\to f} = \int_{V_i}^{V_f} \frac{A}{V^\gamma}\,dV \quad = A\int_{V_i}^{V_f} \frac{1}{V^\gamma}\,dV$$

$$W_{i\to f} = \int_{V_i}^{V_f} p\, dV$$

$$p = \frac{A}{V^\gamma}$$

$$W_{i\to f} = \int_{V_i}^{V_f} \frac{A}{V^\gamma}\, dV \quad = A \int_{V_i}^{V_f} \frac{1}{V^\gamma}\, dV$$

$$= A \left[\frac{V^{1-\gamma}}{1-\gamma}\right]_{V_i}^{V_f}$$

$$W_{i\to f} = \int_{V_i}^{V_f} p\,dV$$

$$p = \frac{A}{V^\gamma}$$

$$W_{i\to f} = \int_{V_i}^{V_f} \frac{A}{V^\gamma}\,dV \quad = A\int_{V_i}^{V_f} \frac{1}{V^\gamma}\,dV$$

$$= A\left[\frac{V^{1-\gamma}}{1-\gamma}\right]_{V_i}^{V_f}$$

$$= \frac{A}{1-\gamma}\left[V_f^{1-\gamma} - V_i^{1-\gamma}\right]$$

$$= \frac{A}{1-\gamma}\left[V_f^{1-\gamma} - V_i^{1-\gamma}\right]$$

$$A = p_i\,V_i^{\gamma} = p_f\,V_F^{\gamma}$$

$$\boxed{W = -\frac{(p_f\,V_f - p_i\,V_i)}{\gamma - 1}}$$

Fim

H. Moysés Nussenzveig

Fluidos

2 Oscilações e Ondas

Calor

CURSO DE FÍSICA BÁSICA