

Muitos estudos de análise de música pós-tonal adotam a teoria dos conjuntos como procedimento metodológico para a compreensão de certos procedimentos harmônicos. Apesar de concebida para a análise de música dodecafônica – onde se trabalha com conjuntos ordenados – a técnica pode ser empregada satisfatoriamente na análise de música tendo por base apenas o sistema de afinação temperada. E pode até mesmo ser usada na organização do material composicional, como ferramenta criativa.

A mera utilização de conjuntos de notas não garante a qualidade dos resultados da análise. É necessário compreender o funcionamento desse sistema analítico para entender como esses dados se processam de maneira significativamente musical. A teoria dos conjuntos oferece uma série de operadores que são uma alternativa lógica à ausência das hierarquias tradicionais do sistema tonal (fundamentado sobre as noções de tríade, campo harmônico, modulação, consonância e dissonância). Considerando que a noção de *intervalo* permaneceu importante para boa parte da produção musical do século XX, é importante conhecer e organizar as formas possíveis de combinação entre os intervalos.² A teoria dos conjuntos é um procedimento simples e eficaz para analisar essas combinações, ou ao menos para oferecer um esquema organizado delas.

De início são apresentadas as bases desse método: a numeração de 0 a 11 das notas da escala cromática e a equivalência entre as oitavas, gerando a noção de *classe de altura* [*pitch class*, ou *pc*], onde as notas são consideradas como entidades discretas dentro do conjunto da escala temperada (Dó = 0, Dó# = 1, ..., Si = 11). Como consequência, tem-se a noção das *classes de intervalos* [*interval classes*, ou *ic*] que representam os intervalos pela distância em semitons. Assim, uma 3ª Maior, classificação oriunda da teoria tonal, passa a ser considerada como uma classe de intervalo |4| (quatro semitons).

¹ Apostila elaborada como material de apoio para a disciplina Contraponto III (ECA/USP).

² Outra noção retida da teoria tradicional é a de escala, embora por vezes esse termo seja substituído por coleção. Na música da primeira metade do século XX, diversas escalas - além dos conhecidos modos Maior e menor - foram empregadas na organização harmônica de diversas obras significativas, tornando esse conceito uma consideração teórica importante. Assim como a noção de “modo” ou “escala”, em suas aplicações composicionais, não têm uma ordenação dos elementos como no serialismo), a noção de “conjunto” ou “coleção” se torna ainda mais precisa por prescindir da hierarquia ou centralidade típicas dos sistemas Tonal e Modal. Pode-se ainda optar por conjuntos ordenados ou não-ordenados.

De modo a compreender as possibilidades mais finitas do universo cromático, os subconjuntos possíveis são reduzidos à sua *ordem normal* [*normal order*] ou em sua *forma primária* [*prime form*]. Assim é obtida uma representação numérica de quaisquer subconjuntos da escala cromática, dispostos em uma tabela ordenada que permite uma referência rápida. Considerando de tricordes a nonacordes, Forte estabeleceu uma tabela com 220 formas primárias, às quais atribuiu um número de classificação, o FN (*Forte number*). Robert Morris (1987) considera também conjuntos com duas e dez classes de altura, o que eleva o número de formas primárias para 232; tais conjuntos de classes de altura (CCA) serão designados como MN (*Morris number*).³

Cada forma primária é agrupada de acordo com seu número cardinal, ou seja, pela quantidade de elementos de cada conjunto. O conjunto 3-1 é a primeira forma (cromática) do cardinal 3, ou seja, contém as classes de altura 0,1,2. A forma normal expressa assim a menor relação intervalar possível entre os elementos de um conjunto, sendo encontrada por meio da ordenação e permutação desses elementos. Já a forma primária é encontrada quando uma forma normal é ajustada para que seu elemento inicial, à esquerda, seja o “0”.

Uma boa forma de exercitar a compreensão sobre a numeração e ordenação dos conjuntos é tomar estruturas bem conhecidas como a escala diatônica (7-35) ou as tríades maior e menor (3-11) para uma avaliação de suas propriedades intervalares (WILLIAMS, 1997, pp. 168-178).

A terminologia empregada é tomada de empréstimo da matemática. Assim, um termo consagrado pela teoria musical como *som comum* será renomeado como *invariância*,⁴ etc. As aludidas manipulações com os intervalos são chamadas de *operadores*, dos quais os principais são: transposição (T), inversão (I) e multiplicação (M).⁵

³ Cf. Forte (1973, pp. 179-181). A tabela de Forte é adotada aqui como referência. Oliveira (1998) e Straus (2013) apresentam também versões expandidas, onde estão incluídas as transposições da forma primária. John Rahn, Larry Solomon e Dmitri Tymoczko utilizam algoritmos que resultam em coleções com 1, 2, 10 e 11 classes de altura, as quais também apresentam propriedades relevantes. O algoritmo de Rahn (1980) resulta em seis CCA com forma primária diferente da de Forte: 5-20, 6-z29, 6-31, 7-20 e 8-26. Straus e Williams (1997) adotam o algoritmo de Rahn.

⁴ Straus (2013) mantém a nomenclatura original, neste caso, tratando as invariâncias como *sons comuns* às coleções.

⁵ O operador de multiplicação é apresentado em maiores detalhes por Oliveira (1998, pp. 30-34). Destaca-se a transformação da escala cromática em ciclos de quintas e de quartas, através dos operadores M7 e M5, respectivamente. Os operadores de transposição e inversão são mais comumente investigados nos tratados de Forte (1973), Straus (2013), Williams (1997) e do próprio Oliveira.

Uma vez expostas essas noções básicas, passa-se a abordar as operações possíveis entre os diversos conjuntos.⁶

COMPLEMENTARIDADE

Todo conjunto tem seu equivalente complementar. Por complementaridade entende-se a quantidade de classes de altura que completa o todo cromático. Um conjunto qualquer com sete classes de altura (septacorde) tem como complemento um pentacorde. A numeração da tabela de Forte alinha os pares complementares, por exemplo: o septacorde 7-35 (coleção diatônica) é complementar ao pentacorde 5-35 (coleção pentatônica).

Nas séries dodecafônicas pode-se observar a consequência natural dessa propriedade: divididas em dois hexacordes (H1 e H2), vê-se que H2 é obrigatoriamente o complemento de H1. Os hexacordes podem estar relacionados por uma entre três possibilidades: transposição, inversão ou relação “Z”. O conhecimento dessas relações é essencial para a exploração de potencialidades da série na geração de estruturas composicionais a partir do método dodecafônico.

TRANSPOSIÇÃO

Esta operação é análoga à noção de transposição da teoria musical tradicional, ou seja, por meio de um fator intervalar se eleva ou abaixa todo um agrupamento de notas. Se o tricorde “cromático” Dó-Dó#-Ré (012), FN 3-1, é transposto por 1 semitom ($t=1$), então temos: [1,2,3]; se $t=5$ o resultado será: [5,6,7]. Percebe-se que no primeiro caso ($t=1$) o conjunto resultante apresentou 2 invariâncias em relação ao original; no segundo caso ($t=5$) não houve invariâncias. De qualquer forma, ambos conjuntos resultantes são versões transpostas de 3-1, denominadas T_1 e T_5 . A versão inicial, por coincidir com a forma primária, é denominada T_0 .

INVERSÃO

O conceito de inversão também é análogo ao da teoria musical tradicional. Como se opera em módulo 12, a soma das inversões sempre será 12. Esse mesmo critério estabelece o fator (ou eixo) de inversão. Frequentemente uma forma normal é encontrada em relação de inversão.

⁶ Doravante, os subconjuntos da escala cromática serão chamados de conjuntos, para serem tratados autonomamente e em relação a seus eventuais subconjuntos.

Se na representação dos conjuntos em forma primária o “0” está à esquerda, a forma normal de um conjunto em inversão posiciona o “0” à direita. Por exemplo, tome-se o tetracorde 4-3, cuja forma primária (T_0) é: (0134); sua inversão (T_0I) é: [8,9,11,0]. Comparando as tríades maior e menor, que correspondem ao tricorde 3-11 (037), pode-se verificar isso: T_0 [0,3,7] (tríade menor); T_0I [7,4,0] (tríade maior). As figuras a seguir mostram as operações sequenciadas de inversão e transposição que mapeiam Dó maior em Dó menor (Fig. 1 e 2).

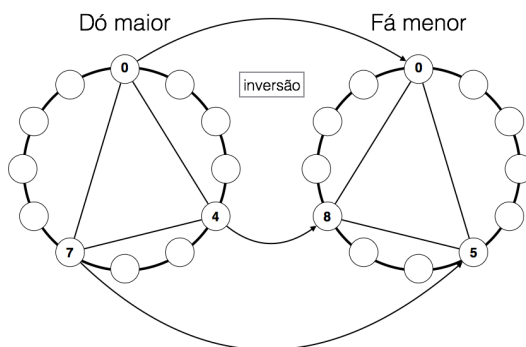


Fig. 1: inversão da tríade de Dó maior, resultando em Fá menor (T_0I).

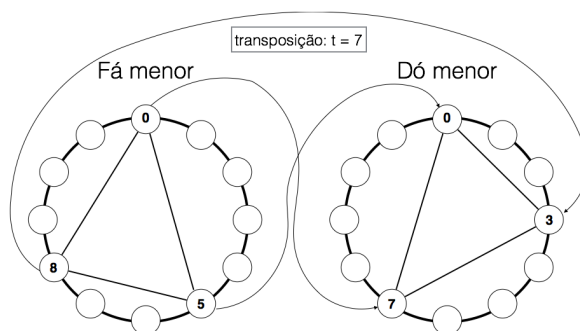


Fig. 2: transposição de Fá menor para Dó menor (T_7^I).

Vemos então que as operações combinadas e sequenciais de inversão e transposição mostram que de Dó maior para Dó menor ocorre a operação T_7I , que transforma um no outro. Dada a relevância dessa transformação e da distinção entre versões relacionadas por inversão, há autores que nomeiam 3-11A (tríade menor) e 3-11B (tríade maior), recurso que pode ser aplicado sempre que for necessário distinguir entre conformações de um conjunto de classes de altura (CCA).

CONJUNTOS DE RELAÇÃO Z

As relações de complementaridade entre conjuntos se dão mediante os conceitos de transposição, inversão ou mesmo de inclusão. Mas há CCA cujo único traço comum é compartilhar do mesmo vetor intervalar, já que ambos não apresentam relação de transposição ou inversão, como por exemplo os tetracordes 4-z15 e 4-z29, cujo vetor é <111111>. Tal relação é chamada de *relação Z*. Há um par de tetracordes, três pares de pentacordes e quinze pares de hexacordes sob essa relação (STRAUS, 2013, p. 98-100).

A relação Z foi provavelmente identificada no contexto da música dodecafônica; uma série tem dois hexacordes (H1 e H2), logo H1 é complementar a H2. Consultando a tabela de Forte (ver ao final), vê-se que há hexacordes que são complementares a si mesmos, logo, numa série dodecafônica isso implica que nesse caso H2 é transposição de H1. Mas há outros hexacordes complementares que não se relacionam por transposição (e nem por inversão). O único fator que os relaciona é a propriedade Z, ou seja, o compartilhamento do mesmo vetor intervalar.

VETOR INTERVALAR

Como mencionado acima, o vetor intervalar é uma tabela que expressa todas as *classes de intervalo* (IC) presentes em um determinado conjunto. Tome-se o tricorde Dó-Ré-Mi (024), FN 3-6, por exemplo:

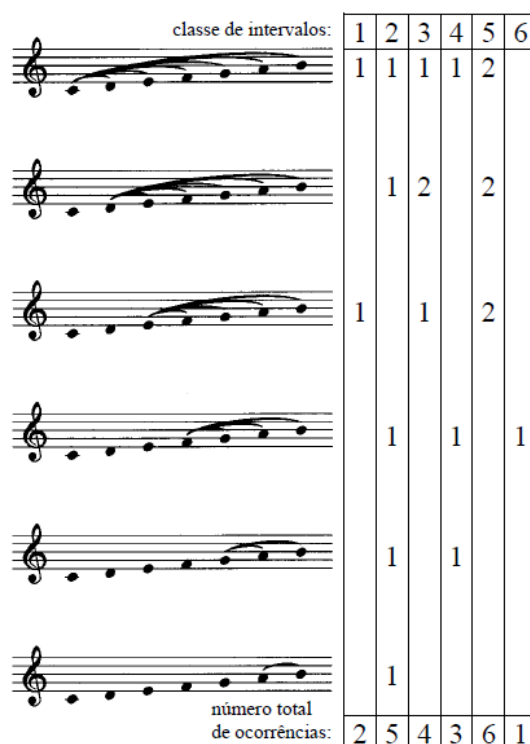
PC1	PC2	Intervalo	IC
0	2	-2 ou 10	2
0	4	-4 ou 8	4
2	4	-2 ou 10	2

Como somente as classes de intervalo contam, a averiguação irá fazer o censo das ICs entre 1 e 6, posto que os intervalos entre 7 e 12 são inversões. No exemplo dado, vimos que há duas IC 2 e uma IC 4, portanto o vetor intervalar do tricorde 3-6 é expresso da seguinte forma:

IC	1	2	3	4	5	6
Ocorrências	0	2	0	1	0	0

Como não há ocorrência de intervalos de classes 1, 3, 5 e 6, essas são expressas com zeros, assim, o vetor de 3-6 é representado como: <020100>.

Straus (2013, p. 15) demonstra o cálculo do vetor intervalar da coleção diatônica (7-35) por meio de um quadro:



Assim o vetor intervalar de 7-35 é: <254361>. Nota-se a predominância das quintas (IC5) com 6 ocorrências, denotando a estrutura dessa coleção. A classe de intervalo 6 (trítone) apresenta resultado diferente, pois o trítone é sua própria inversão.

7-35	Forma normal	Transposição
T ₁₁ ("dó maior")	[11,0,2,4,5,7,9]	t=6; 11+6=17=5
T ₅ ("fá# maior")	[5,6,8,10,11,1,3]	

A transposição $t=6$ aplicada a 7-35 resulta em *duas* invariâncias, ou seja, o dobro do indicado na tabela de vetor intervalar para essa classe de intervalo.

CÁLCULO DAS INVARIÂNCIAS

Na música tonal as invariâncias (sons comuns) são significativas na ordenação das escalas maiores por meio do ciclo de quintas. Os chamados tons vizinhos são aqueles que apresentam seis sons comuns entre si, em um universo de sete. A intersecção entre dois tons vizinhos de quinta representa as invariâncias entre as duas escalas/tonalidades (Fig. 3). Esse dado é importante para a composição tonal, que baseia suas relações composicionais e articulações formais por meio das modulações reguladas pelo ciclo de quintas. A ideia de tom vizinho baseia-se na distância entre as

transposições pelo ciclo das quintas, e da correspondência de modo (maior X menor), que pode ser vagamente associada à ideia de inversão (tom relativo).⁷

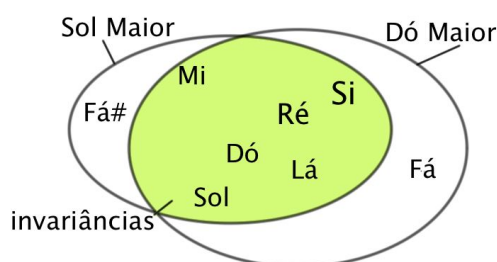


Fig. 3: Intersecção entre os conjuntos “Sol Maior” e “Dó Maior”.

Para a música pós-tonal – incluindo o dodecafonismo – também são significativas as a ausência ou ocorrência de invariâncias (sons comuns) resultantes de transposição ou inversão. Isso pode determinar a homogeneidade ou heterogeneidade do conteúdo harmônico, por meio de maior ou menor contraste em relação às classes de altura. Na música dodecafônica isso é essencial para o estabelecimento de estratégias composicionais, desde a segmentação da série em hexacordes ou unidades menores (tetracordes, tricordes, díades).⁸

O número de invariâncias pode ser calculado de duas formas, de acordo com o método ao qual o conjunto de classes de alturas for submetido, ou seja, por transposição e inversão. Quando um conjunto mapeia a si próprio completamente, por T ou I, significa que as classes de altura/intervalo que resultam em invariância completa são também os *eixos de simetria* desse conjunto.

INVARIÂNCIAS POR TRANSPOSIÇÃO: SUBTRAÇÃO

O vetor intervalar informa facilmente as invariâncias obtidas por transposição. O tetracorde 4-27 (0258) por exemplo, tem vetor <012111>. Além de informar quanto às IC presentes, o vetor nos informa que, se transposto por 1 semitom não haverá invariância: $T_1 = [1,3,6,9]$. Já em T_2 temos uma invariância: $T_2 = [2,4,7,10]$ e T_3 tem duas: $[3,5,8,11]$. Como a classe de intervalo 6 (o trítone) é a única cujo complementar é ela mesma ($6+6=12$), então nesse caso teremos duas invariâncias: $T_6 = [6,8,11,2]$.

⁷ A analogia é válida se lembrarmos que as tríades maior e menor são relacionadas entre si por inversão.

⁸ Ver Babbitt (1960).

Quando a transposição resulta em *invariância total*, então significa que a *subtração* entre os componentes de um conjunto é da mesma ordem, o que resulta em eixo(s) de simetria. Por exemplo o tricorde aumentado (048): $8-4=4-0=0-8$. Seu vetor intervalar é $\langle 000300 \rangle$, indicando que IC4 resulta em 3 invariâncias.

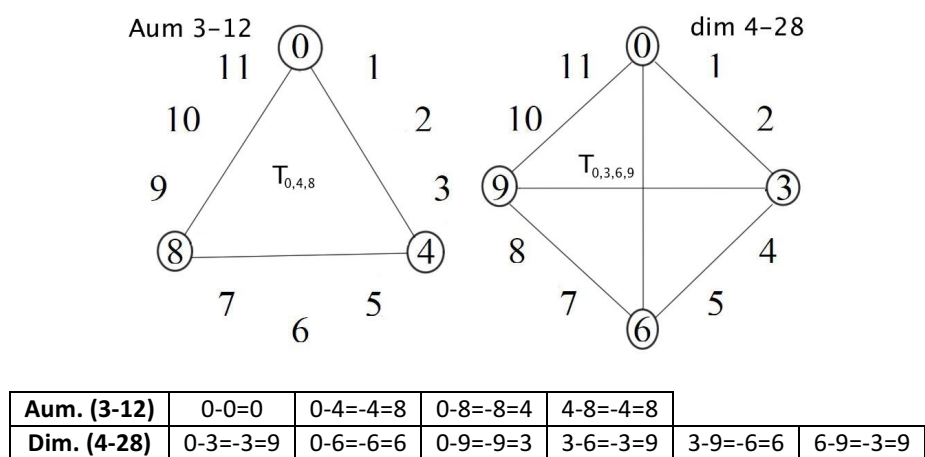
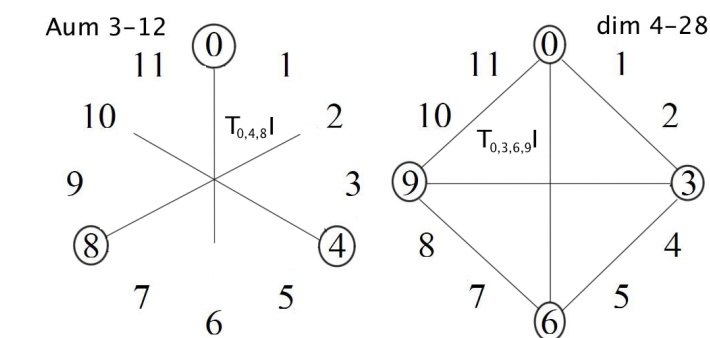


Fig. 4: eixo de simetria por transposição (subtração) na tríade aumentada e na téttrade diminuta.

INVARIÂNCIAS POR INVERSÃO: SOMA

O cálculo das invariâncias obtidas por inversão é feito por meio da *soma* dos componentes do conjunto. Se houver combinação por pares de elementos cuja soma resulte em *eixos de simetria*, há *invariância completa*. Ou seja, se o conjunto for simétrico, então há um fator de transposição associado à inversão que resulta em invariância total. É o que ocorre por exemplo com as tríades aumentadas (FN 3-12) ou téttrade diminutas (FN 4-28). Esses conjuntos resultam em invariâncias tanto por transposição quanto por inversão. A representação circular no “mostrador de relógio” (*clockface*) demonstra rapidamente a ocorrência dos eixos de simetria e sua consequente invariância total.



Aum. (3-12)	0+0=0	0+4=4	0+8=8	4+8=0		
Dim. (4-28)	0+3=3	0+6=6	0+9=9	3+6=9	3+9=0	6+9=3

Fig. 5: eixo de simetria por inversão (soma) na tríade aumentada e na tétrade diminuta.

A simetria fica expressa porque a soma dos elementos resulta nos próprios elementos constituintes dos conjuntos. Quando não há eixo simétrico, pode-se deduzir a *invariância máxima* obtida pela maior resultante decorrente da soma de pares.⁹

Straus (2013, pp. 89-93) apresenta uma tabela de adição para facilitar o cálculo das invariâncias sob inversão. No exemplo o tetracorde 4-23 (0257) é posicionado na horizontal e na vertical de modo que o cruzamento entre essas coordenadas irá somar todos os componentes do conjunto entre si. Como a classe de altura 7 ocorre quatro vezes, então são quatro as invariâncias em T_7I ; a classe de altura 10 ocorre apenas uma vez, portanto em $T_{10}I$ o conjunto 4-23 apresenta apenas uma invariância, [3,5,8,10].

	0	2	5	7
0	0	2	5	7
2	2	4	7	9
5	5	7	10	0
7	7	9	0	2

Por exemplo, se tomarmos o tetracorde 4-27 (0258) podemos apreciar a operação de inversão sem resultar em invariância completa:

	0	2	5	8
0	0	2	5	8
2	2	4	7	10
5	5	7	10	1
8	8	10	1	4

Nesse caso temos que se destacam com $T_{10}I$ ocorrem três invariâncias.

Conjunto original	Inversão	Transposição	Conjunto resultante	Total de invariâncias
0,2,5,8	0,10,7,4	t=10: 10,8,5,2	[2,5,8,10]	3

⁹ Ver Forte, 1973, pp. 38-46.

O tetracorde 4-27 em forma primária (0258) corresponde à téttrade tonal “ré meio-diminuto”, enquanto sua inversão com invariância máxima (3 notas no caso) corresponde ao acorde de “sib com sétima menor” (dominante com sétima).

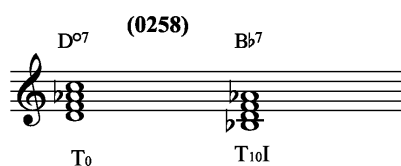


Fig. 6: duas versões com invariância máxima do tetracorde 4-27.

Richard Wagner explorou parcialmente as invariâncias (apenas duas das três possíveis) entre acordes do mesmo tipo no início do prelúdio de *Tristão e Isolde*, passagem conhecida como “acorde de Tristão”.

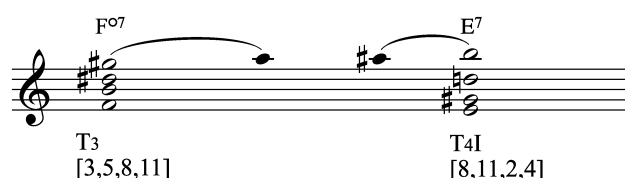


Fig. 7: Início do Prelúdio de *Tristão e Isolde*.

Alguns conjuntos apresentam diferenças significativas quanto às invariâncias obtidas (ou ausentes) por transposição e por inversão mais transposição. Forte observa que o vetor de 4-z29 (0137) é $\langle 111111 \rangle$, ou seja, qualquer valor de t resultaria em uma invariância por transposição. Mas a inversão desse conjunto – 0,11,9,5 – ao ser transposta por um valor não encontrado nas somas dos elementos do conjunto original (por exemplo, $t=5$) resulta em não-invariância completa: $T_5I = [10,2,4,5]$.¹⁰

Há casos em que a operação de inversão pode resultar em número maior de invariâncias que a transposição simples, como no conjunto 4-4 (FORTE, 1973, p. 42).

4-4 (0125) <211110>					
Inversão: 0,11,10,7		0	1	2	5
t=2: 2,1,0,9	0	0	1	2	5
T ₂ l: [9,0,1,2]	1	1	2	3	6
	2	2	3	4	7
	5	5	6	7	10
Invariâncias	3, número maior que o valor obtido por transposição (comparar com o vetor intervalar).				

¹⁰ Forte (1973, p. 40) remete a um exemplo dado à p. 10 (trecho de *The Unanswered Question*), onde duas versões de 4-z29: T_2I [7,11,1,2] e T_9 [9,10,0,4] não apresentam invariância.

MULTIPLICAÇÃO

Operador não discutido por Forte, a multiplicação merece maior atenção por parte de Oliveira (1998).¹¹ A aplicação do operador *multiplicação* sobre as classes de altura da escala diatônica (FN 7-35) resulta em algumas entidades harmônicas significativas para a música do Ocidente. Neste caso, os índices de multiplicação (M₁, M₂, etc.) se organizam simetricamente em torno do trítono (M₆), indo da escala diatônica até os dois septacordes cromáticos complementares.¹²

Conjuntos (sets)	Número de FORTE (FN)	Classes de altura (<i>pitch classes</i>)							
M1: escala diatônica	7-35	0	1	3	5	6	8	10	
M2: tons inteiros	6-35	0	2	6	10	0	4	8	
M3: tétrade diminuta	4-28	0	3	9	3	6	0	6	
M4: tríade aumentada	3-12	0	4	0	8	0	8	4	
M5: escala cromática: heptacorde 1	7-1	0	5	3	1	6	4	2	
M6: trítono	2-6	0	6	6	6	0	0	0	
M7: escala cromática: heptacorde 2	7-10	0	7	9	11	6	8	10	
M8: tríade aumentada	3-12	0	8	0	4	0	4	8	
M9: tétrade diminuta	4-28	0	9	3	9	6	0	6	
M10: tons inteiros	6-35	0	10	8	2	0	8	4	
M11: escala diatônica (inversão)	7-35	0	11	9	7	6	4	2	

Tabela 1: Mapeamentos do operador M (multiplicação) sobre a coleção diatônica (7-35).

O operador M₁₁ é um operador de inversão, de acordo com a delimitação do universo cromático em módulo 12 (OLIVEIRA, 1998, p. 31). Vê-se assim que a escala diatônica é mapeada para si própria em um conjunto invertido de classes de altura, ao ser multiplicada por esse fator. A escala diatônica é uma entidade harmônica simétrica, se observarmos a constituição de seus tetracordes: [0,1,3,5] e [5,6,8,10], cujas distâncias intervalares têm o mesmo padrão: 1-2-2.¹³ A simetria resultante dos fatores de multiplicação acima apenas reproduz e amplifica a simetria inicial latente da própria escala. Da mesma forma, as entidades harmônicas resultantes (escala de tons inteiros, acordes diminuto e aumentado, trítono e escala cromática) são estruturas com simetria interna.

¹¹ Straus discute a multiplicação – segundo Pierre Boulez – nas edições mais recentes de seu livro (STRAUS, 2013, pp. 255-260).

¹² Complementares no sentido em que ambos septacordes se complementam para formar a escala cromática. O septacorde 7-1 tem papel importante no início da *Sonata para dois pianos e percussão* de Bartók (STRAUS, 2013, pp. 151-2).

¹³ FORTE (1973) chama essa maneira de categorizar a disposição intervalar de *padrão intervalar básico*, ou *bip* (*basic interval pattern*).

SUBCONJUNTOS

As operações com subconjuntos são importantes para o estabelecimento de relações entre conjuntos aparentemente disparatados. No prelúdio *La Cathédrale engloutie* (Livro I, nº 10), Debussy explora a interação entre conjuntos de tricordes, tetracordes, pentacordes, hexacordes e septacordes por meio desse tipo de relação (Tabela 2).

Perspectiva triádica/tonal	Conjunto	Forma normal	Compasso	
G, c. 1-7	5-35	[7,9,11,2,4]	1-2	1ª saída da coleção das “teclas brancas”, Dó#.
	7-35	[11,0,2,4,5,7,9]	3-4	
C#m, E, c. 8-13	5-35	[7,9,11,2,4]	5-6	
	5-29	[8,10,1,3,4]	7-10	
C7M, c. 14-15	6-25	[8,10,11,1,3,4]	11-13	Textura coral, em Dó DIA (c. 28-41).
	7-35	[11,0,2,4,5,7,9]	14-15	
B, c. 16-18	5-35	[11,1,3,6,8]	16-18	
	Eb, c. 19-21	6-32	[10,0,2,3,5,7]	
G, c. 22-27	4-23	[7,9,0,2]	22	Enarmonia (c. 46-47): Lá♭ = Sol#; c. 45, CDAb (3-8), sub do c. 70! Trecho com armadura de “Mi maior” (c. 47-71)
	7-35	[11,0,2,4,5,7,9]	23-32	
"Fá maior", c. 33-37	7-35	[4,5,7,9,10,0,2]	33-37	
	"Dó maior", c. 28-32	7-35	[11,0,2,4,5,7,9]	
"Dó maior", c. 38-41	4-22	[7,10,0,2]	42-43	Retorno ao “Dó maior”, por meio do pivô Dó-Ré (2-2) Sons comuns entre DFr e C DIA (c. 71).
	C-Bb-Ab, Ab=G#, c. 42-46	4-16	[7,8,0,2]	
"Mi maior", c. 47-62	5-29	[8,10,1,3,4]	46-54	
	5-29	[1,3,6,8,9]	55-62	
Acordes paralelos de "V7"	4-27	[7,10,1,3] D#7 [5,8,1,11] C#7 [3,6,9,11] B7 [1,4,7,9] A7 [0,3,6,8] G#7	62-67	
	3-8	[6,8,0]	68-69	
"Dó maior", c. 72-76	4-25	[0,2,6,8]	70-71	
	7-35	[11,0,2,4,5,7,9]	72-76	
"Fá maior", c. 77-82	7-35	[4,5,7,9,10,0,2]	77-82	
	7-35	[11,0,2,4,5,7,9]	83	
"Dó maior", c. 87-89	6-32	[7,9,11,0,2,4]	84-89	

Tabela 2: ordenação dos conjuntos em *La Cathédrale Engloutie* de Debussy.

SIMILARIDADE

Outra propriedade associada à noção de complemento é a *similaridade*, a qual é observada tanto em classe de alturas (pc) como classe de intervalos (ic). A similaridade de classe de intervalos é mais significativa e pressupõem uma invariância máxima (4 vetores) que pode ser dos tipos R₁ ou R₂ (FORTE, 1973, pp. 46-60; 80-81).¹⁴

¹⁴ Essa propriedade não é comentada por Straus (2013) ou Oliveira (1998), nem ocorre em outros textos do próprio Forte, dando a entender que essas relações são menos significativas.

SEGMENTAÇÃO

Ao empreender uma análise por meio da teoria dos conjuntos, é importante proceder segundo uma metodologia que resulte em uma segmentação eficaz dos conjuntos escolhidos. Certas estruturas convencionais tais como figurações rítmicas, segmentações naturais (trechos entrecortados por pausas ou unidos por ligadura de expressão, por exemplo), padrões de ostinato e acordes, podem ser designados como segmentos primários. Mas a música atonal não é estruturada apenas no nível mais obviamente superficial, por isso se considera outras possibilidades técnicas de gerar conjuntos, como a imbricação, ou seja, a “extração sistemática de subcomponentes de alguma configuração” (FORTE, 1973, pp. 83-84).¹⁵ A técnica de imbricação gera assim uma interação entre segmentos primários que são chamados de segmentos compostos.

A maneira como Allen Forte procede em suas análises baseia-se na segmentação e classificação dos conjuntos. Os conjuntos são denominados segundo a tabela de cardinais e expressos em sua forma normal, entre colchetes, sendo os integrantes do conjunto separados por vírgulas. Por exemplo: 4-7: [8,9,0,1].¹⁶ A forma primária é usada principalmente para demonstrar as operações, mas não (ou menos frequentemente) em demonstrações analíticas.

COMPLEXOS DE CONJUNTOS

Em artigo de 1964 e na segunda parte de *The Structure of Atonal Music* (1973), Forte desenvolveu a teoria dos *complexos de conjuntos* Kh, os quais envolvem as relações recíprocas de interação entre conjuntos e seus complementos. Relações mais simples, envolvendo inclusão parcial entre conjuntos e complementos, são chamadas de K. A representação dos complexos é feita em função desse tipo de avaliação em seções ou mesmo movimentos inteiros de obras musicais, desvendando as relações de inclusão.

¹⁵ A definição dada ao termo “imbricação” pelo *Dicionário Aurélio* é esclarecedora: “disposição que apresentam certos objetos quando se sobrepõem parcialmente uns aos outros, como as telhas de um telhado ou as escamas do peixe”.

¹⁶ Todavia não há consenso quanto a formatação da análise. Joseph Straus (1990) apresenta as coleções sem vírgulas e entre parênteses, adotando ainda as letras T e E para os números 10 e 11, respectivamente. Por exemplo: 6-35: (02468T). A tabela das classes de conjuntos fornecida por Straus (1990, pp. 180-183) baseia-se livremente na de Forte, alterando a ordem de apresentação dos pares complementares de conjuntos.

GENERA

A classificação dos conjuntos e subconjuntos pode ser feita por meio de “famílias” de *genus* formados segundo critérios de “espécies” de materiais musicais. Forte (1988) oferece uma classificação desse tipo, organizando o sistema temperado a partir de tricordes de diferentes espécies. Os tricordes formam a base desse sistema de classificação, seguidos sucessivamente por tetracordes, pentacordes e hexacordes. As demais formações cardinais são complementares, preservando as mesmas propriedades de seus complementos.¹⁷

A tipologia desenvolvida por Forte apresenta 12 tipos de *genus*, agrupados segundo seu grau de parentesco em *supragenus* (FORTE, 1988, p. 201).

	<i>Genus</i>	Tipo	Progenitor	Contagem Tri/Tetra/Penta/Hexa	TOTAL
SUPRA I	1	Atonal	3-5	1/9/24/29	63
	2	Tons-inteiros	3-8	1/9/24/30	64
	3	Diminuto	3-10	1/5/16/21	43
	4	Aumentado	3-12	1/2/8/9	20
SUPRA II	5	Croma	3-1	2/2/10/15	29
	6	Semicroma	3-2	2/3/16/24	45
	7	Croma-dia	3-2	2/3/15/25	45
SUPRA III	8	Atonal	3-3 e 3-4	2/3/15/21	41
	9	Atonal-atonal	3-3 e 3-11	2/3/15/21	41
	10	Atonal-atonal	3-4 e 3-11	2/3/15/21	41
SUPRA IV	11	Dia	3-7 e 3-9	2/2/10/15	29
	12	Dia-tonal	3-7 e 3-11	2/3/16/24	45

Tabela 3: *genus* e *supragenus* segundo a tipologia de Allen Forte.

Assim como em *The structure of atonal music*, Forte oferece uma relação completa dos conjuntos que integram cada *genus* e *supragenus* no apêndice do artigo (FORTE, 1988, pp. 264-266), possibilitando rápida referência.

*
* *

Apesar de certa resistência ao emprego da teoria dos conjuntos como ferramenta analítica – afinal isso implica na aquisição de uma série de novos códigos e sistemas notacionais – pode-se observar que a análise de obras pós-tonais a partir desses termos é expressa de maneira discreta e objetiva, principalmente quando se abandona uma

¹⁷ As proposições iniciais da teoria dos conjuntos (FORTE, 1973) são consideravelmente refinadas na apresentação dos *genera* (FORTE, 1988), conforme observa Latham (1997). Já em 1985, Forte anunciava uma etapa mais sofisticada, em relação à segmentação analítica da teoria dos conjuntos (LATHAM, 1997, § 11).

nomenclatura híbrida entre os sistemas modal, tonal e suas variantes.¹⁸ A própria noção de um *pandiatonalismo*¹⁹ supõe que a ausência de uma hierarquia entre as coleções escalares requer uma nomenclatura que contemple essa concepção diferenciada do material harmônico.²⁰

A edição mais recente de *Introdução à teoria pós-tonal* de Joseph Straus (2013), incorpora diversos desdobramentos de teorias aplicáveis à música do século XX e XXI, como a teoria dos contornos ou mesmo noções da teoria transformacional (derivada do neo-riemannianismo). As teorias transformacionais agregam importantes contribuições para o entendimento da distância tonal, analisando os processos envolvidos nas transformações harmônicas.

Outro conceito desenvolvido na nova edição de Straus é o de coleções referenciais, ou seja, CCA que têm se revelado importantes no repertório de compositores desde o século XX, seja em sua forma integral ou no manejo de seus subconjuntos. Straus destaca as coleções de tons inteiros (6-35), hexatônica (6-20), octatônica (8-28) e diatônica (7-35); poder-se-ia adicionar a coleção pentatônica (5-35), tão importante em Stravinsky e Villa-Lobos, por exemplo (Salles 2016). Dmitri Tymoczko (2011) investiga formações escalares que se relacionam por parcimônia – isto é, transformam-se umas nas outras por movimentos mínimos, de semitom – que ele denomina escalas “Pressing”: diatônica, acústica (7-34), harmônica maior e harmônica menor (7-32) (TYMOCZKO, 2011, p. 135); o conceito é de certa forma análogo ao de coleções referenciais, pois Tymoczko estabelece uma narrativa analítica em torno dessas transformações. Do mesmo modo, os ciclos intervalares de George Perle (1996) e Elliott Antokoletz (1992 e 1984) e o estudo dos ciclos hexatônicos de Richard Cohn (2012) apontam para o que se pode chamar “novo conceito de tonalidade”.

¹⁸ Apesar de bem aceita pela musicologia americana, a teoria de Forte recebeu críticas de peso, como em Haimo (1996) e Perle (1990).

¹⁹ Williams (1997, pp. 185-186) observa que o *pandiatonalismo* ocorre quando “algumas passagens [...] claramente baseadas em uma coleção diatônica [...] permanecem com tonalidade ambígua porque nenhum grau da escala pode ser identificado como tônica”.

²⁰ Joseph Straus (2013, pp. 143-5) discute a questão da terminologia adequada ao repertório atonal, ao tratar de centralidade.

TABELAS DE FORTE (1973) E MORRIS (1987)

As tabelas de Allen Forte e Robert Morris aqui reproduzidas contém: numeração (FN e MN), forma prima e vetor intervalar. Forte classifica apenas os CCA entre três e nove elementos; Morris amplia essa classificação, considerando CCA com dois e dez elementos. Foram acrescentados campos com nomes tradicionalmente aplicados a algumas coleções mais significativas, muitos deles sugeridos por Larry Solomon (<http://solomonsmusic.net/pcsets.htm>), além dos “modos de transposição limitada” de Olivier Messiaen (1944).

Conjuntos com dois e dez elementos (Morris)

MN	Forma prima	Vetor	Tradicional
2-1	(01)	100000	2m/7M
2-2	(02)	010000	2M/7m
2-3	(03)	001000	3m/6M
2-4	(04)	000100	3M/6m
2-5	(05)	000010	4J/5J
2-6	(06)	000001	4A/5d (trítano)

MN	Forma prima	Vetor	Tradicional
10-1	(0123456789)	988884	
10-2	(012345678A)	898884	
10-3	(012345679A)	889994	
10-4	(012345689A)	888984	
10-5	(012345789A)	888894	Pretas + brancas; ciclo de 5 ^{as}
10-6	(012346789A)	888885	Messiaen, modo 7

Os vetores dos CCA complementares se relacionam de acordo com sua cardinalidade, por exemplo: 2-5 e 10-5; a diferença entre 10 e 2 é 8; o vetor de 2-5 é 000010; as entradas do vetor de 10-5 somam 8 às entradas do vetor de 2-5: 888894 (lembrar que a última entrada do vetor é o trítano, que divide por dois o valor original).

Tricordes e nonacordes

FN	Forma prima	Vetor	Tradicional
3-1	(012)	210000	
3-2	(013)	111000	Frígio ou menor
3-3	(014)	101100	Maior/menor
3-4	(015)	100110	
3-5	(016)	100011	
3-6	(024)	020100	Tons inteiros
3-7	(025)	011010	Acorde m7 incompleto
3-8	(026)	010101	
3-9	(027)	010020	Quartal
3-10	(036)	002001	Diminuta
3-11	(037)	001110	Menor ou maior
3-12	(048)	000300	Aumentada

FN	Forma prima	Vetor	Tradicional
9-1	(012345678)	876663	
9-2	(012345679)	777663	
9-3	(012345689)	767763	
9-4	(012345789)	766773	
9-5	(012346789)	766674	
9-6	(01234568A)	686763	
9-7	(01234578A)	677673	
9-8	(01234678A)	676764	
9-9	(01235678A)	676683	Ciclo de quintas
9-10	(01234678A)	668664	
9-11	(01235679A)	667773	
9-12	(01245689A)	666963	Messiaen, modo 3

A diferença entre os cardinais 9 e 3 é 6. Logo, as entradas dos vetores dos nonacordes somam 6 às entradas dos vetores dos tricordes. Exemplo: 3-1, 210000 → 9-1, 876663.

Tetracordes e octacordes

FN	Forma prima	Vetor	Tradicional
4-1	(0123)	321000	
4-2	(0124)	221100	
4-3	(0134)	212100	
4-4	(0125)	211110	
4-5	(0126)	210111	
4-6	(0127)	210021	
4-7	(0145)	201210	
4-8	(0156)	200121	
4-9	(0167)	200022	
4-10	(0235)	122010	
4-11	(0135)	121110	Maior ou frígio
4-12	(0236)	112101	
4-13	(0136)	112011	
4-14	(0237)	111120	
4-z15*	(0146)	111111	Todos os intervalos
4-16	(0157)	110121	
4-17	(0347)	102210	Maior/menor
4-18	(0147)	102111	
4-19	(0148)	101310	Aum. + 2ªm
4-20	(0158)	101220	Maior c/ 7ªM
4-21	(0246)	030201	Tons inteiros
4-22	(0247)	021120	
4-23	(0257)	021030	Quartal
4-24	(0248)	020301	Aum. + 2M
4-25	(0268)	020202	Tons inteiros
4-26	(0358)	012120	Menor c/ 7ª
4-27	(0258)	012111	V7/º7
4-28	(0369)	004002	Diminuto
4-z29*	(0137)	111111	

FN	Forma prima	Vetor	Tradicional
8-1	(01234567)	765442	
8-2	(01234568)	665542	
8-3	(01234569)	656542	
8-4	(01234578)	655552	
8-5	(01234678)	654553	
8-6	(01235678)	654463	
8-7	(01234589)	645652	
8-8	(01234789)	644563	
8-9	(01236789)	644464	Messiaen, modo 4
8-10	(02345679)	566452	
8-11	(01234579)	565552	
8-12	(01345679)	556543	
8-13	(01234679)	556453	
8-14	(01245679)	555562	
8-z15*	(01234689)	555553	
8-16	(01235789)	554563	
8-17	(01345689)	546652	
8-18	(01235689)	546553	
8-19	(01245689)	545752	
8-20	(01245789)	545662	
8-21	(0123468A)	474643	
8-22	(0123568A)	465562	
8-23	(0123578A)	465472	Óctade diatônica
8-24	(0124568A)	464743	
8-25	(0124678A)	464644	Messiaen, modo 6
8-26	(0124579A)	456562	
8-27	(0124578A)	456553	
8-28	(0134679A)	448444	Octatônica
8-z29*	(01235679)	555553	

São dois pares de tetracordes e octacordes relacionados em Z. A diferença cardinal é 8-4=4; logo as entradas dos vetores dos octacordes somam 4 às entradas dos vetores dos tetracordes. Exemplo: 4-1, 321000 → 8-1, 765442.

Pentacordes e septacordes

FN	Forma prima	Vetor	Tradicional
5-1	(01234)	432100	
5-2	(01235)	332110	
5-3	(01245)	322210	
5-4	(01236)	322111	
5-5	(01237)	321121	
5-6	(01256)	311221	
5-7	(01267)	310132	
5-8	(02346)	232201	
5-9	(01246)	231211	
5-10	(01346)	223111	
5-11	(02347)	222220	
5-z12*	(01356)	222121	
5-13	(01248)	221311	
5-14	(01257)	221131	
5-15	(01268)	220222	
5-16	(01347)	213211	
5-z17**	(01348)	212320	
5-z18***	(01457)	212221	
5-19	(01367)	212122	
5-20	(01378)	211231	
5-21	(01458)	202420	
5-22	(01478)	202331	“Varèsiano maior”
5-23	(02357)	132130	
5-24	(01357)	131221	
5-25	(02358)	123121	
5-26	(02458)	122311	
5-27	(01358)	122230	
5-28	(02368)	122212	
5-29	(01368)	122131	
5-30	(01468)	121321	
5-31	(01369)	114112	
5-32	(01469)	113221	
5-33	(02468)	040402	Sub Tons Inteiros
5-34	(02469)	032221	
5-35	(02479)	032140	PENTA
5-z36*	(01247)	222121	
5-z37**	(03458)	212320	
5-z38***	(01258)	212221	

FN	Forma prima	Vetor	Tradicional
7-1	(0123456)	654321	
7-2	(0123457)	554331	
7-3	(0123458)	544431	
7-4	(0123467)	544332	
7-5	(0123567)	543342	
7-6	(0123478)	533442	
7-7	(0123678)	532353	
7-8	(0234568)	454422	
7-9	(0123468)	453432	
7-10	(0123469)	445332	
7-11	(0134568)	444441	
7-z12*	(0123479)	444342	
7-13	(0124568)	443532	
7-14	(0123578)	443352	
7-15	(0123569)	442443	
7-16	(0123569)	435432	
7-z17**	(0124569)	434541	
7-z18***	(0123589)	434442	
7-19	(0123679)	434343	
7-20	(0124789)	433452	
7-21	(0124589)	424641	
7-22	(0125689)	424542	
7-23	(0234579)	354351	
7-24	(0123579)	353442	
7-25	(0234679)	345342	
7-26	(0134579)	344532	
7-27	(0124579)	344451	
7-28	(0135679)	344433	
7-29	(0124679)	344352	
7-30	(0124689)	343542	
7-31	(0134679)	336333	Sub OCTA
7-32	(0134689)	335442	Menor harmônica
7-33	(012468A)	262623	
7-34	(013468A)	254442	Acústica
7-35	(013568A)	254361	DIATÔNICA
7-z36*	(0123568)	444342	
7-z37**	(0134578)	434541	
7-z38***	(0124578)	434442	

São três pares de pentacordes e septacordes relacionados em Z. A diferença cardinal é $7-5=2$; logo, as entradas vetoriais dos septacordes somam 2 às entradas vetoriais dos pentacordes. Exemplo: 5-35, 032140 $\rightarrow$ 7-35, 254361.

Hexacordes

FN	Forma prima	Vetor	Tradicional
6-1	(012345)	543210	
6-2	(012346)	443211	
6-z3	(012356)	433221	
6-z4	(012456)	432321	
6-5	(012367)	422232	
6-z6	(012567)	421242	
6-7	(012678)	420243	Messiaen, modo 5
6-8	(023457)	343230	
6-9	(012357)	342231	
6-z10	(013457)	333321	
6-z11	(012457)	333231	
6-z12	(012467)	332232	
6-z13	(013467)	324222	
6-14	(013458)	323430	
6-15	(012458)	323421	
6-16	(014568)	322431	
6-z17	(012478)	322332	
6-18	(012578)	322242	
6-z19	(013478)	313431	
6-20	(014589)	303630	Hexatônica
6-21	(023468)	242412	
6-22	(012468)	241422	
6-z23	(023568)	234222	
6-z24	(013468)	233331	
6-z25	(013568)	233241	Sub DIA
6-z26	(013578)	232341	
6-27	(013469)	225222	Sub OCTA
6-z28	(013569)	224322	
6-z29	(013689)	224232	
6-30	(013679)	224223	"Petruchka"
6-31	(013589)	223431	
6-32	(024579)	143250	
6-33	(023579)	143241	Acorde "místico", Scriabin
6-34	(013579)	142422	Ciclo de quintas
6-35	(02468A)	060603	Tons inteiros

FN	Forma prima	Vetor	Tradicional
6-z36	(012347)	433221	
6-z37	(012348)	432321	
6-z38	(012378)	421242	
6-z39	(023458)	333321	
6-z40	(012358)	333231	
6-z41	(012368)	332232	
6-z42	(012369)	324222	
6-z43	(012568)	322332	
6-z44	(012569)	313431	
6-z45	(023469)	234222	
6-z46	(012469)	233331	
6-z47	(012479)	233241	
6-z48	(012579)	232341	
6-z49	(013479)	224322	
6-z50	(014679)	224232	

São 30 hexacordes relacionados em Z (15 pares), os quais são complementares entre si; os demais 20 hexacordes, sem essa relação, são complementares a si mesmos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALBUQUERQUE, Joel. *Simetria Intervalar e Rede de Coleções: Análise Estrutural dos Choros nº4 e Choros nº7 de Heitor Villa-Lobos*. São Paulo: Mestrado, ECA/USP, 2014.
- ANTOKOLETZ, Elliot. *Twentieth-Century Music*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1992.
- _____. *The Music of Béla Bartók: A Study of Tonality and Progression in Twentieth-Century Music*. Berkeley and Los Angeles: University of California Press, 1984.
- COHN, Richard. *Audacious Euphony: Chromaticism and The Triad's Second Nature*. Oxford and London: Oxford University Press, 2012.
- COOK, Nicholas. *A guide to musical analysis*. New York: Norton, 1987.
- FORTE, Allen. A theory of set-complexes for music. In: *Journal of Music Theory*, v. 8, n. 2., 1964.
- _____. *The structure of atonal music*. New Haven: Yale UP, 1973.
- _____. Pitch-class set analysis today. In: *Music analysis*, v. 4, n. 1/2, pp. 29-58, 1985.
- _____. Pitch-class set genera and the origin of the modern harmonic species. In: *Journal of Music Theory*, v. 32, n. 2, pp. 187-270, Fall 1988.
- HAIMO, Ethan. Atonality, Analysis, and the Intentional Fallacy. In: *Music Theory Spectrum* 18.2, pp. 167-199, Fall 1996.
- LATHAM, E. Review of Haimo's article "Atonality, Analysis, and the Intentional Fallacy". In: *Music Theory Online*, v. 3.2, 1997, disponível no endereço eletrônico: <<http://mto.societymusictheory.org/issues/mto.97.3.2/mto.97.3.2.latham.html>>.
- MORRIS, Robert. *Composition with Pitch-Classes: A Theory of Compositional Design*. New Haven: Yale University Press, 1987.
- NERY FILHO, Walter. 2012. *Os Voos do Passarinho de Pano e Análise dos Processos Composicionais na Suíte Prole do Bebê no. 2 de Heitor Villa-Lobos*. São Paulo: Mestrado, ECA/USP, 2012.
- OLIVEIRA, João Pedro. *Teoria analítica da música do século XX*. Lisboa: Calouste Gulbekian, 1998.
- PERLE, George. *Twelve-tone tonality*. Los Angeles: University of California Press, 1996.
- _____. Letter from George Perle. In: *Music Theory Spectrum*, v. 15, n. 2, pp. 300-3, 1993.
- _____. Pitch-class set analysis: an evaluation. In: *Journal of Music Theory*, v. 8, n. 2, pp. 151-172, 1990.
- RAHN, John. *Basic Atonal Theory*. New York: Longman, 1980.
- SALLES, Paulo de Tarso. *Villa-Lobos: processos composicionais*. Campinas: Editora Unicamp, 2009.
- _____. Redes de transformação harmônica na obra de Villa-Lobos: uma abordagem derivada da teoria neo-riemanniana. *Anais do IV SIMPOM – Simpósio de Pós-Graduandos em Música*. Rio de Janeiro: Unirio, 2016.
- SCHUIJER, Michiel. *Analysing Atonal Music: Pitch Class Set Theory and Its Contexts*. Rochester (NY): Rochester University Press, 2008.
- STRAUS, Joseph. *Introdução à teoria pós-tonal*. São Paulo e Salvador: Editora Unesp/Editora UFBA, 2013.
- TYMOCZKO, Dmitri. *A Geometry of Music*. Oxford: Oxford University Press, 2011.
- VISCONTI, Ciro. *Simetria nos Estudos para Violão de Villa-Lobos*. Jundiaí: Paco Editorial, 2016.
- WEYL, H. *Simetria* [1952]. São Paulo: Edusp, 1997.
- WILLIAMS, Kent. *Theories and analyses of twentieth-century music*. Harbor Drive, Orlando (FL): Harcourt Brace, 1997.