ZEB1036-Economia Aplicada à Engenharia de Biossistemas

Preço de perpetuidades

1. Definição: perpetuidade é uma classe de títulos que dão direito ao recebimento de um montante fixo em moeda corrente a cada período (anual, semestral, ...), sem data de vencimento ou resgate.

2. Exemplo: Os títulos britânicos emitidos, chamados *consols*, são um grande exemplo de uma perpetuidade. Ao comprar um *consol* do governo britânico, o cotista tem direito a receber os pagamentos de juros anuais para sempre. Ha também títulos do governo do Reino Unido não datadas ou *gilts*, dos que há oito emissões em circulação, algumas datadas do século XIX. A maior dessas emissões atualmente é o empréstimo da guerra, com um volume de £ 1,9 bilhões e uma taxa de 3,5% sobre o valor nominal, que foi emitido no início do século XX.

3. Valor Presente Líquido do Fluxo de Caixa:

$$VPL = -p + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{R}{(1+i)^n} = -p + R \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^n}$$

em que VPL é o valor presente descontado do fluxo de caixa associado ao título, p é o preço pago pelo título, R é o valor em £ pago por período, e i é a taxa de juros.

Para o VPL ser definido, é preciso que a soma dos recebimentos descontados convirja para uma grandeza finita. Em outros termos, é preciso que o fator de desconto cresça mais rapidamente que os recebimentos acumulados. Ou ainda que $(1 + i)^{-n}$ tenda a zero, a medida que n cresce.

O fluxo de recebimentos descontados é a soma de uma progressão geométrica cujo primeiro termo é R, e a razão é $(1+i)^{-1}$. Designando tanto o primeiro termo da PG quanto a razão por q, soma dos n primeiros termos da PG é dada por

$$S_n = q \frac{1-q^n}{1-q}$$

Com $0 < q < 1$, a soma converge, pois

$$\lim_{n\to\infty} q^n = 0 \ ; \ S_\infty = q \frac{1-0}{1-q} = \frac{q}{1-q}$$

$$S_\infty = \frac{\frac{1}{1+i}}{1-\frac{1}{1+i}} = \frac{\frac{1}{1+i}}{\frac{i}{1+i}} = \frac{1}{i}$$

4. Mercado secundário: em equilíbrio, o rendimento da perpetuidade deve ser equivalente ao de outros investimentos com o mesmo nível de risco, como outros títulos do governo. Se o mercado for competitivo, a TIR obtida com a compra da perpetuidade deve ser igual à taxa de juros de mercado. Nesse caso,

$$0 = -p + R\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(1+i)^n} \qquad p = R\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(1+i)^n} = \frac{R}{i}$$

5. Preço da perpetuidade: supondo que a perpetuidade pague anualmente £ 1, e a taxa de juros de mercado seja 3,5% a.a. o preço do título será

$$p = \frac{R}{i} = \frac{1}{0{,}035} = 28{,}57$$

Se a taxa de juros de mercado subir para 4% ao ano, o preço da perpetuidade passará a £ 25 libras. Quem tinha o título antes do aumento da taxa de juros teve uma perda de capital de 28,57 – 25 = 3,57. Inversamente, se a taxa de juros caísse para, digamos, 3% ao ano, o preço da perpetuidade subiria para £ 33,33, e o feliz proprietário teria um ganho de capital de £ 4,76.

6. Outros contextos: observe que o preço do título não tem relação alguma, ou tem muito pouca relação, com o custo de produção desse título (papel, tinta, serviço de impressão, escrituração, guarda, etc.). Vamos transpor esse raciocínio para outros ativos que podem gerar para seu proprietário um fluxo de rendas futuras.

Uma casa pode ser alugada por $ 1.500. Suponha que a vida útil da casa seja infinita, e que não haja risco de inadimplência, nem custo de manutenção arcado pelo proprietário (depois podemos relaxar esses pressupostos). Com uma taxa de juros de 1% ao mês, o preço dessa casa seria de $ 1.500 / 0,01 = $ 150.000.

O preço do aluguel é determinado no mercado de serviços de habitação, formado pela oferta de residências e pela demanda das pessoas que estão dispostas a pagar para utilizar os serviços das residências ofertadas.

O custo de produção de uma casa é determinado nos mercados de terrenos, de materiais de construção civil, de mão de obra, etc.

Em um mercado competitivo (em que não há barreiras à realocação de recursos), nas condições de aluguel e juros descritas anteriormente, **o que você esperaria que acontecesse se o custo de construir uma casa fosse de $ 100.000 ? E se fosse $ 200.000 ?**

Pense agora no que aconteceria se a demanda por moradia aumentasse. O que aconteceria com o valor do aluguel? Como isso afetaria o valor das casas? Como os investidores reagiriam?

Introduzindo a depreciação: imagine que a casa referida no exercício demandasse um investimento em manutenção de $ 100 por mês para que ela se mantivesse nas mesmas condições do mês anterior. O preço da casa seria igual a (1.500 – 100) / 0,01 = 140.000. Poderíamos estender o raciocínio incluindo a perda esperada com inadimplência, etc ., adicionando variáveis ao modelo.

Horizonte temporal do Projeto de Investimento

Pra definir o horizonte temporal do projeto, há pelo menos três possibilidades: (1) ajustar o horizonte à vida útil dos principais ativos envolvidos no projeto; (2) escolher um período arbitrário, suficiente para a recuperação do investimento; (3) assumir um horizonte infinito, supondo que os ativos podem ser reparados ou substituídos.

(1) Alguns ativos tem sua vida útil determinada pela natureza do processo produtivo. Por exemplo, um pomar de laranjas começa a produzir no quarto ano após o plantio e pode ser produtivo até o décimo oitavo ano; uma usina de açúcar e álcool dura em torno de dez anos. Não é possível fazer uma boa análise da pecuária de corte com as entradas e saídas de caixa de apenas um ano, quando o boi leva pelo menos dois para ficar pronto.

(2) Respeitada a natureza do projeto, pode-se escolher determinado horizonte para a análise econômica do investimento. Uma regra de bolso é de dez anos. Claro que para um porto, uma ferrovia, ou uma usina hidroelétrica essa regra não faz sentido. É preciso usar o bom senso.

(3) Podemos assumir que o projeto tenha um horizonte infinito, fazendo periodicamente investimentos em manutenção, de modo que os ativos fiquem preservados ao longo do tempo. Se transformarmos o fluxo de caixa original em um fluxo com entradas constantes, podemos calcular o VPL do projeto de horizonte infinito usando o mesmo raciocínio subjacente à precificação das perpetuidades.

Exemplo: Aposentado, José decide trabalhar como motorista de táxi. Adquire um veículo no valor de $ 50.000, que usará por 5 anos e depois venderá, por $ 15.000. Descontado o combustível, José espera ter uma retirada mensal de $ 2.000. A cada 6 meses fará revisões periódicas ao custo de $ 500 cada. A cada 18 meses, os pneus serão substituídos, ao custo de $ 1.200.

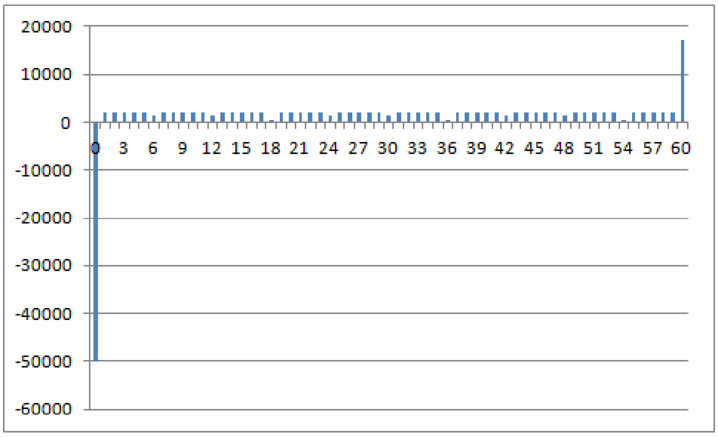

Gráfico 1 - Fluxo de caixa do negócio "Táxi" do Sr. José

A taxa de retorno do negócio (remuneração do trabalho + capital) é a TIR do fluxo de caixa com duração de 60 meses, calculada em 3,37% ao mês.

Suponha agora que o Sr. José não pretenda parar após os cinco anos, ou, de forma mais geral, que o negócio não tem um horizonte temporal delimitado. Poderíamos pensar no negócio como uma perpetuidade (*consol*).

Método 1. Encontre um fluxo de caixa equivalente ao original, mas com entradas de caixa iguais. Use a função PGTO do Excel (ou calculadora financeira ...) para encontrar esse valor. O valor obtido foi de $ 1.952,52. Suponha que a Taxa Mínima de Atratividade do Sr. José seja de 1,5% ao mês (por menos não valeria a pena o esforço). O valor da soma dos retornos esperados (S) é de

$$S = \frac{R}{i} = \frac{1958,05}{0,015} = 130.536,54$$

Como foi necessário o investimento de $ 50.000, o VPL (calculado com a taxa de 2% a.m.) será de $ 80.536,54. Viável, portanto para o Sr. José.

A Taxa Interna de Retorno (i*) do projeto é

$$0 = -p + \frac{R}{i^*} \rightarrow i^* = \frac{R}{p} \rightarrow i = \frac{1952,52}{50000} = 3,9\%\ a.m.$$

Método 2. O Sr. José analisará ciclos quinquenais sucessivos.

Cada ciclo tem 60 meses. Ao final de cada ciclo o veículo será substituído e haverá a recuperação de seu valor residual ($15.000).

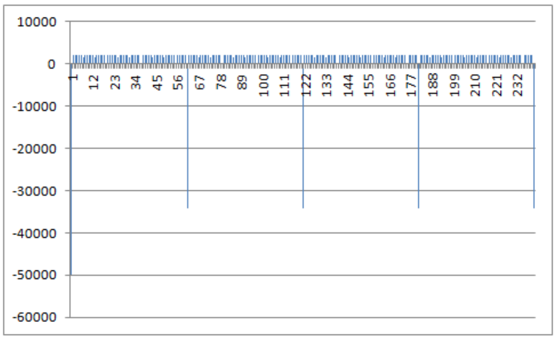

Gráfico 2 - Fluxo de caixa do negócio "Táxi" do Sr. José – 240 meses

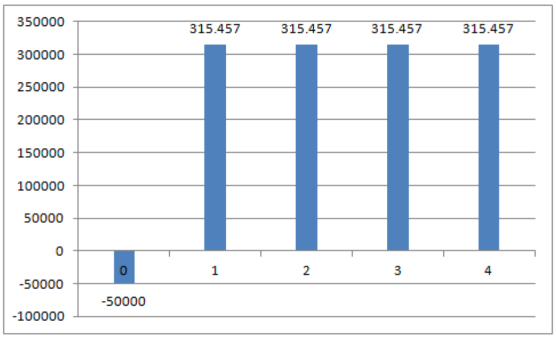

Gráfico 3 - Fluxo de caixa do negócio "Táxi" do Sr. José – 4 ciclos

O valor da entrada líquida de cada ciclo corresponde ao valor futuro das entradas mensais capitalizadas pela TIR observada no ciclo. Esse fluxo pode ser interpretado como uma perpetuidade que paga $ 315.457 por quinquênio. Se a perpetuidade custa $ 50.000, a taxa de juros implícita é de 315.457 / 50.000 = 631% ao quinquênio ≅ 3,12% ao mês.