PSI3211 – CIRCUITOS ELÉTRICOS I

Solução dos Exercícios Complementares Correspondentes à Matéria da 1ª Prova

1 – a) Período : $T = 2005\mu s$

Em um período :

$$5\times10^{-3}t[H(t)-H(t-2000)]+(-2t+4,01\times10^{3})[H(t-2000)-H(t-2005)]$$

$$\Rightarrow v(t)=\sum_{n=0}^{\infty}5\times10^{-3}(t-nT)[H(t-nT)-H(t-2000-nT)]+$$

$$+(-2(t-nT)+4,01\times10^{3})[H(t-nT-2000)-H(t-nT-2005)]$$

$$\Rightarrow v(t)=\sum_{n=0}^{\infty}5\times10^{-3}(t-nT)H(t-nT)+(-2,005(t-nT)+4010)H(t-2000-nT)+$$

$$+(2(t-nT)-4010)H(t-nT-2005)$$

b) $i = C\dfrac{dv}{dt} = 4\dfrac{dv}{dt}$ varredura : $0,02mA = 4\dfrac{10}{2000}$ "retraço": $-8mA = -4\dfrac{10}{5}$

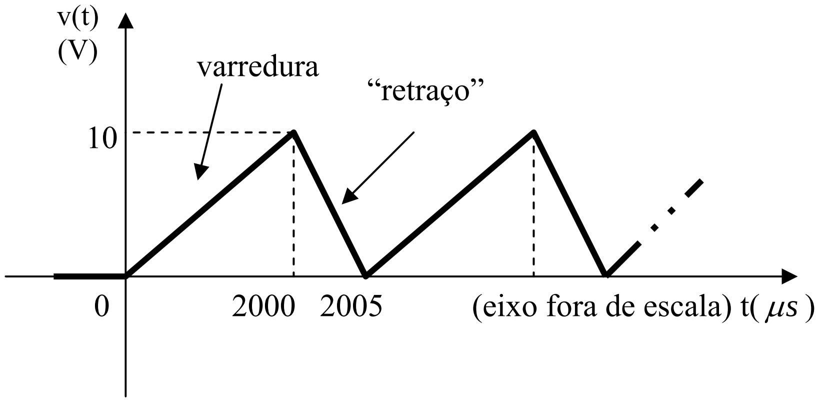
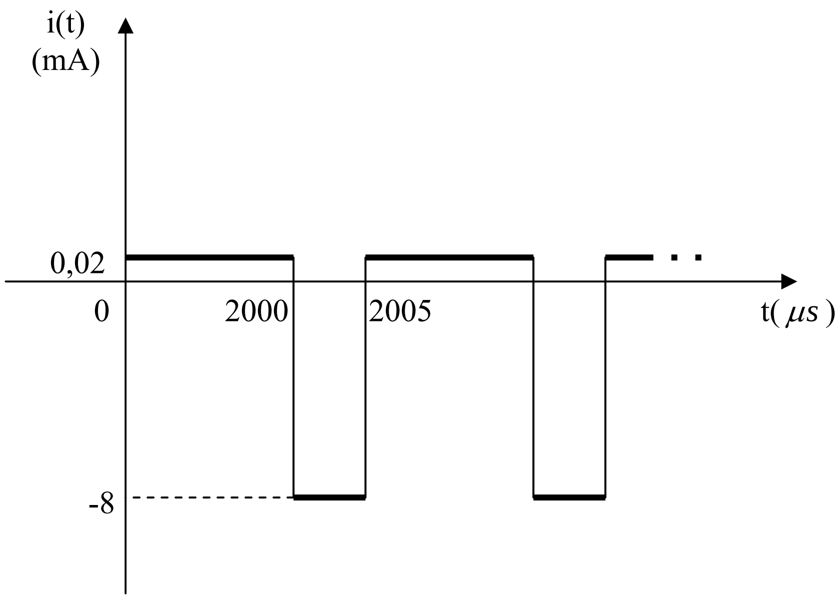
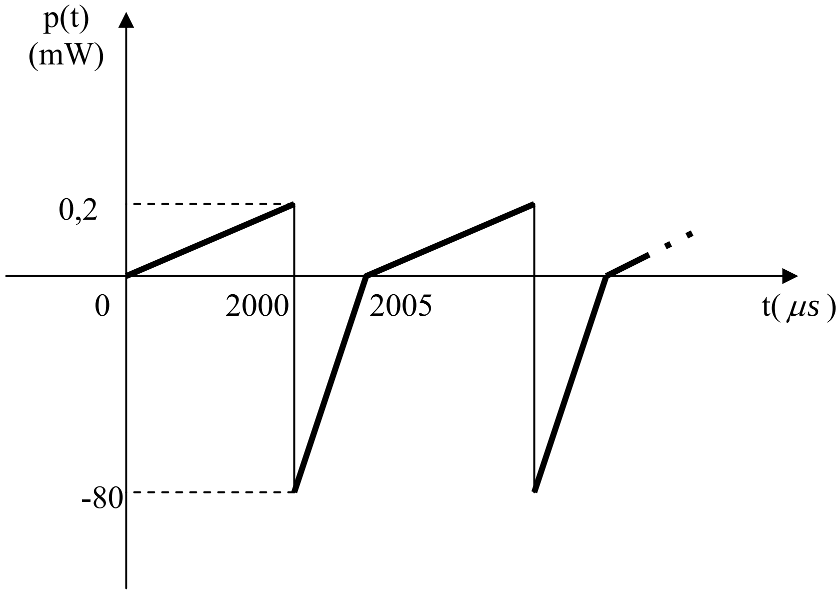


Figura 1



c) p(t) = v(t).i(t)



$$P = \frac{1}{T}\int_0^{2005} p(t)dt = \text{ potência } = \frac{1}{2005}\left(\frac{2000\times 0,2}{2} - \frac{80\times 5}{2}\right) = 0$$

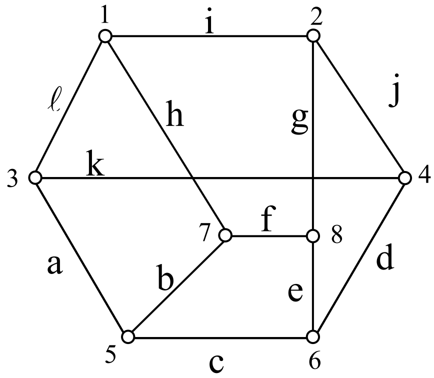
$$\text{Energia (varredura): } W = \int_0^{2000} p(t)dt = \frac{2000\times 0,2}{2} = 200 \text{ nJ}$$

2 – a) Os cortes fundamentais são {b,a,c}, {d,k,j}, {e,c,j,k}, {f,c,a,h}, {g,h,j,k,a}, {i,h,k,a}, { ℓ ,k,a}. Assim a matriz $\mathbf{M_c}$ deve ser preechida como

$$\begin{array}{c} \\ b \\ d \\ e \\ f \\ g \\ i \\ \ell \\ \text{cortes} \end{array}
\begin{array}{c} \begin{array}{cccccccccccc} a & b & c & d & e & f & g & h & i & j & k & \ell \end{array} \quad \text{ramos} \\
\left[\begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c}
1 & 1 & 1 & & & & & & & & & \\ \hline
 & & & 1 & & & & & & 1 & 1 & \\ \hline
 & & 1 & & 1 & & & & & 1 & 1 & \\ \hline
1 & & 1 & & & 1 & & 1 & & & & \\ \hline
1 & & & & & & 1 & 1 & & 1 & 1 & \\ \hline
1 & & & & & & & 1 & 1 & & 1 & \\ \hline
1 & & & & & & & & & & 1 & 1
\end{array}\right] \end{array}$$

b) Os ramos de ligação são {c,d,g,h, ℓ } e a árvore escolhida é {a,b,e,f,i,j,k}.

c) Os ramos estão identificados na figura seguinte.



O desenho precisa de mais um ramo para ser homeomórfico ao segundo gráfico de Kuratovsky. Portando, basta acrescentar um ramo entre 5 e 2 ou entre 6 e 1 para torná-lo não planar.

3 – a)

$$\hat{V}_{C_1} = 10\underline{/30^\circ}$$

$$\hat{I}_{C_1} = j\omega C_1 \hat{V}_{C_1} = e^{j90^\circ}\, 1000 \,.\, 10 \,.\, 10^{-6} .\, 10\, e^{j30^\circ} = 0{,}1 \;\underline{/120^\circ}$$

b) $\hat{I}_{C_1} = \hat{I}_R = \hat{I}_L = 0{,}1\underline{/120^\circ}$

$$\hat{V}_R = R\,\hat{I}_R = 200 . 0{,}1 \quad 120^\circ = 20\underline{/120^\circ}$$

$$\hat{V}_L = j\omega L \hat{I} = e^{j90^\circ}\, 1000 . 0{,}2 . 0{,}1 e^{j120^\circ} = 20\underline{/210^\circ}$$

$$\hat{V}_g = \hat{V}_L + \hat{V}_R + V_{C_1} = 20\underline{/210^\circ} + 20\underline{/120^\circ} + 10\underline{/30^\circ}$$

$$= 20\,(-0{,}866 - j\,0{,}5) + 20\,(-0{,}5 + j\,0{,}866) + 10\,(0{,}866 + j\,0{,}5)$$

$$\hat{V}_g = -18{,}66 + j12{,}32 = 22{,}36\underline{/146{,}57^\circ}$$

c)

$$\hat{I}_g = \hat{I}_1 + \hat{I}_2$$

$$\hat{I}_2 = j\omega C_2 \hat{V}_g = e^{j\,90^\circ}\, 1000 \,.\, 4 \,.\, 10^{-6} .\, 22{,}36\, e^{j146{,}57^\circ}$$

$$\hat{I}_2 = 0{,}08944\,\underline{/236{,}57^\circ}$$

$$\hat{I}_g = 0{,}1\,\underline{/120^\circ} + 0{,}08944\underline{/236{,}57^\circ} =$$

$$= 0{,}1\,(-0{,}5 + j\,0{,}866) + 0{,}08944\,(-0{,}551 - j\,0{,}835)$$

$$= -0{,}05 + j\,0{,}0866 - 0{,}0493 - j\,0{,}07465 = -0{,}0993 + j\,0{,}0119$$

$$\hat{I}_g = 0{,}1\,\underline{/173{,}2^\circ}$$

Testes

1 – Um capacitor variável tem capacitância dada pela expressão $C(t) = 2t$ (F, s). Qual a expressão que relaciona corrente e tensão na convenção do receptor?

a) $i(t) = 2t\dfrac{dv}{dt}$

b) $i(t) = \dfrac{d}{dt}(2t.v)$

c) $i(t) = 2t.v(t)$

d) $i(t) = 0$

e) n.d.a.

Resolução:

$$i(t) = \frac{d}{dt}\left[C(t).v(t)\right] \Rightarrow i(t) = \frac{d}{dt}\left[2t.v(t)\right]$$

2 – Considere o bipolo composto da Figura 5. Se uma corrente $i(t) = a\,t + b$ percorre este bipolo sua tensão vale :

a) $v(t) = a\,t + b$
b) $v(t) = a\,t + b + a$
c) $v(t) = a\,t + 2b$
d) $v(t) = a$
e) n.d.a.

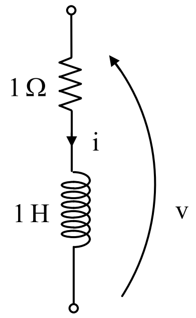


Figura 5

Resolução:

$$v(t) = R\,i + L\,\frac{di}{dt} = \cancel{R}^{\,1}(a\,t + b) + \cancel{L}^{\,1}\frac{d}{dt}(a\,t + b) = a\,t + b + a$$

3 – A integral $x(t) = \int_{-\infty}^{t} 2\,H(\lambda - 5)\,d\lambda$ pode ser avaliada como :

a) $2t\;H(t-5)$
b) $2\,(t-5)\,H(t)$
c) $(t-5)\,[\,H(t) - H(t-5)\,]$
d) $2\,(t-5)\,H(t-5)$
e) n.d.a.

Resolução: $x(t) = \int_{-\infty}^{t} 2H(\lambda - 5)d\lambda = \begin{cases} \int_5^t 2d\lambda = 2(t-5) & ,\lambda > 5 \\ 0 & ,\lambda \le 5 \end{cases}$

$= 2(t-5)H(t-5)$

4 – Qual opção é igual a $\Re e\,[\,10\underline{/45^o}\;e^{j\,2\,t}\,]$?

a) $10\cos(2t + 45^o)$
b) $10\underline{/45^o}$
c) $10\cos(2t) + 10\cos(2t + 45^o)$
d) $10\,\text{sen}\,(2t + \pi/4)$
e) n.d.a.

Resolução: $\Re e[10\angle 45° e^{j2t}] = \Re e[10 e^{j2t+45°}] = 10\cos(2t + 45°)$

5 – Num indutor de 3 H tem-se uma tensão $v(t) = 10\cos(377\,t + 10^o)$ (V, s). Portanto a expressão mais próxima da corrente i(t), em convenção de receptor (em mA) é:

a) $2{,}2\,\text{sen}\,(377\,t + 10^o)$
b) $8{,}8\cos(377\,t + 100^o)$
c) $8{,}8\cos(377\,t - 80^o)$
d) $2{,}2\cos(377\,t + 40^o)$
e) n.d.a.

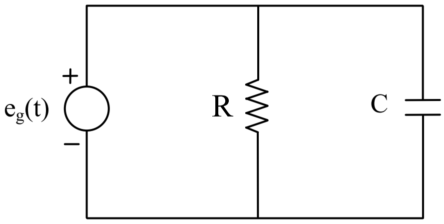
Resolução:

$$\hat{I} = \frac{\hat{V}}{j\omega L} = \frac{10\underline{/10^o}}{j377{,}3} = \frac{10\underline{/10^o}}{1131\underline{/90^o}} = 0{,}0088\underline{/-80^o}$$

$$i(t) = 8{,}8\cos(377\,t - 80^o)\;\;(\text{ mA, s })$$

6 – A energia armazenada no capacitor no instante $t = 3$ s no circuito da Figura 6 vale:

a) 4,5 J
b) 9 J
c) 2,12 J
d) 8,86 J
e) n.d.a.



$e_g(t) = 6\cos(\omega t)$ (V, s)

$R = 2\ \Omega$
$C = ½$ F
Período : $T = 24$ s

Figura 6

Resolução:

$$v_C = e_g(t)\ ; \quad p/\ t = 3\text{ s} \qquad v_C(t) = 6\cos\left(\frac{2\pi}{24}\,.\,3\right) = 6\cos\frac{\pi}{4} = \frac{6}{\sqrt{2}}$$

$$W = \frac{1}{2}\,C\,v_C^2(3) = \frac{1}{2}\,.\,\frac{1}{2}\,.\,\frac{36}{2} = 4{,}5\text{ J}$$

7 – Sabendo que $i_1(t) = \sqrt{2}\cos(6t + 45^o)$ (A, s) e $i_2(t) = \text{sen}(6t)$ (A, s) , a corrente $i_3(t) = i_1(t) + i_2(t)$ vale :

a) 1
b) $\cos(6t)$ (A, s)
c) $1 + 2j$
d) $2{,}236\cos(6t + 26{,}57^o)$ (A, s)
e) n.d.a.

Resolução:

$$\hat{I}_1 = \sqrt{2}\,\underline{/45^o} \qquad \hat{I}_2 = 1\ \underline{/90^o}$$

Em forma retangular: $\hat{I}_1 = 1 + j \qquad \hat{I}_2 = -j \quad \Rightarrow \quad \hat{I}_3 = \hat{I}_1 + \hat{I}_2 = 1$

$$\Rightarrow \ i_3(t) = \cos(6t)\ (\text{A, s})$$

8 – O gráfico da Figura 7 contém quantos cortes fundamentais ?

a) 4
b) 6
c) 5
d) 7
e) n.d.a.

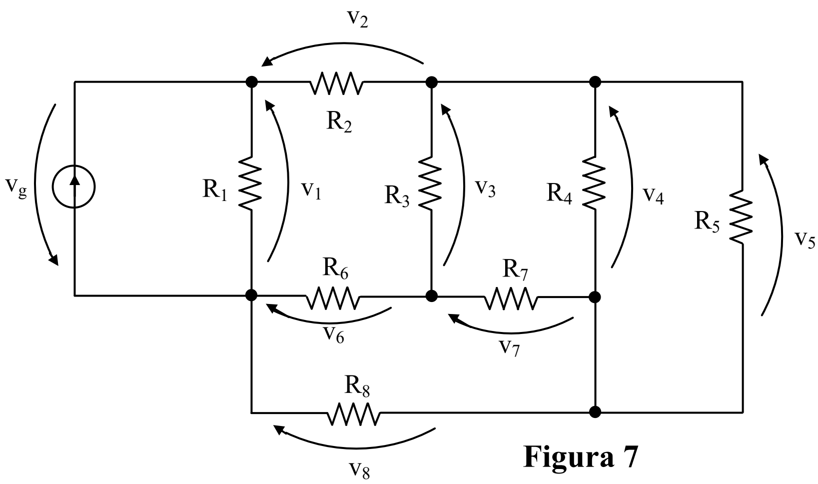


Figura 7

Resolução:
O grafo possui 5 nós $\Rightarrow$ 4 ramos de árvore $\Rightarrow$ 4 cortes fundamentais.

9 – Qual é a expressão analítica da tensão induzida em um indutor de 400 mH de 0 a 8 ms quando a corrente é dada na Figura 8?

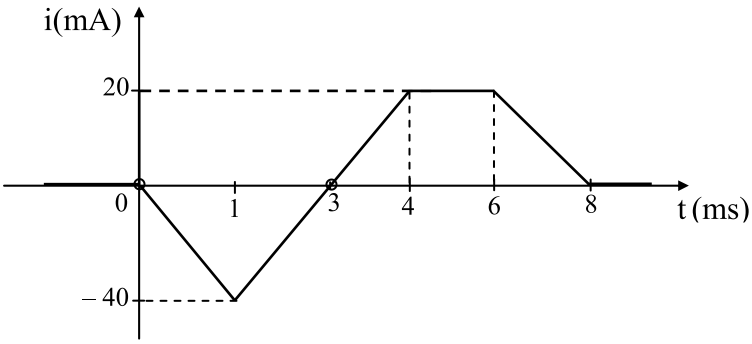


Figura 8

a) $-16[H(t-1)-H(t-2)]+6[H(t-1)-H(t-4)]+8$

b) $-16H(t)+8H(t-1)-4[H(t-6)-H(t-8)]$

c) $-16[H(t)-H(t-1)]+8[H(t-1)-H(t-4)]-4[H(t-6)-H(t-8)]$

d) $-20[H(t)-H(t-1)]+12[H(t-1)-H(t-4)]-8[H(t-6)-H(t-8)]$

e) n.d.a.

<u>Resolução</u>: no indutor temos $v(t)=L\dfrac{di(t)}{dt}$ e

$i(t)=-40t[H(t)-H(t-1)]+(20t-60)[H(t-1)-H(t-4)]$

$+20[H(t-4)-H(t-6)]+(80-10t)[H(t-6)-H(t-8)]=$

$-40tH(t)+(60t-60)H(t-1)+(20t+80)H(t-4)+(-10t+60)H(t-6)+$

$+(10t-80)H(t-8)$

Assim:

$v(t)=0,4[-40H(t)+60H(t-1)-20H(t-4)-10H(t-8)]$

$=-16H(t)+24H(t-1)-8H(t-4)-4[H(t-6)-H(t-8)]$

$=-16[H(t)-H(t-1)]+8[H(t-1)-H(t-4)]-4[H(t-6)-H(t-8)]$

10 – Seja v(t) = 10 cos (10 t) + 10 cos (20 t + 90°), então:

a) $v(t) = 10\sqrt{2}\cos(20t + 45^{o})$

b) $v(t) = 10\sqrt{2}\cos(15t + 45^{o})$

c) v(t) = 10 cos (15 t)

d) v(t) não é senoidal.

e) n.d.a.

<u>Resolução</u>: Como as frequências são diferentes a soma não será senoidal.

11 – A tensão $v(t) = 220\sqrt{2}\cos(377t)$ (V, s) alimenta um chuveiro que consome uma corrente i(t) = 40 cos (377 t) (A, s). Qual é o valor mais próximo da potência média consumida por este chuveiro ?

a) 4000 W
b) 4753 W
c) 3745 W
d) 6223 W
e) n.d.a.

Resolução:

$$P = \frac{1}{T}\int_T v(\tau)\, i(\tau) d\tau = 220\sqrt{2}\ .\ 40 \int_T \cos^2(377\,\tau)\, d\tau$$

mas $\cos^2 a = \dfrac{1 + \cos 2a}{2}$

e $P = 220\sqrt{2}\ 40 \displaystyle\int_T \left[\frac{1}{2} + \frac{\cos(2.377\,\tau)}{2}\right] d\tau = \frac{220\sqrt{2}\ 40}{2} = 6223$ W

12 – A impedância de um capacitor ideal é de (– j 10 Ω) a 100 Hz. Qual é o valor da capacitância e da impedância a 200 Hz ?

a) 1 mF; – j 5 Ω
b) 1 mF; – j 20 Ω
c) 15,92 mF; – j 20 Ω
d) 159,2 μF; – j 5 Ω
e) Nenhuma das anteriores pois a impedância deve ser real e positiva.

Resolução:

$Z_C = \dfrac{1}{j\omega_0 C} = -j10\ \Omega$ a $f_0 = 100$ Hz

a 200 Hz $\omega_1 = 2\,\omega_0 \rightarrow Z_C = \dfrac{1}{2\,j\omega_0 C} = -j5\ \Omega$

$C = (-j^2 .10\,.\,2\pi\,.100\,)^{-1} = 1{,}592\ .10^{-4}$ F $= 159{,}2\ \mu$F

13 – Um circuito é alimentado por 4 fios conforme a Figura 9.
Sendo $i_{F1}(t) = 10\cos(377\,t)$
$i_{F2}(t) = 10\cos(377\,t + 120^o)$
$i_{F3}(t) = 10\cos(377\,t + 240^o)$

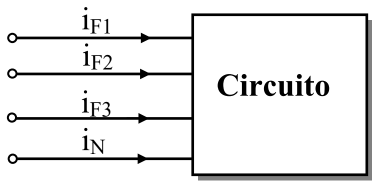


Figura 9

Pode-se afirmar que:

a) $i_N(t) = 30$
b) $i_{F1}(t) + i_{F2}(t) = 20\cos(377\,t + 120^o)$
c) $i_N(t) = 0$
d) $i_N(t) = 30\cos(377\,t)$
e) n.d.a.

Resolução: É um sistema simétrico (fasores de igual amplitude defasados de 120º) de forma que $i_{F1} + i_{F2} + i_{F3} = 0\ \ \forall$ t. Como $i_N = -[\,i_{F1} + i_{F2} + i_{F3}\,]$, pela 1ª Lei de Kirchhoff nos cortes, resulta $i_N(t) \equiv 0$.

14 – Na Figura 10, sabe-se que $e_g(t) = 10\cos(2t)$ (V, ms) e $v_1(t) = 4{,}47\cos(2t - 63{,}4^\circ)$ (V, ms).
A tensão $v_L(t)$ vale :

a) $5{,}53\cos(2t + 63{,}4^\circ)$ (V, ms)
b) $8{,}94\cos(2t + 26{,}57^\circ)$ (V, ms)
c) $8 + j\,4$ V
d) $8\cos(2t + 4\text{ rad})$ (V, ms)
e) n.d.a.

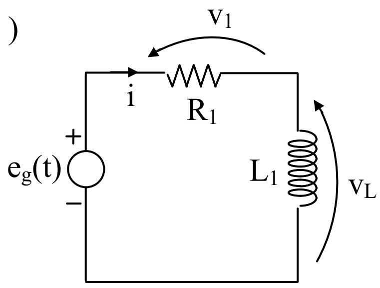


Figura 10

Resolução: $\hat{V}_L + \hat{V}_1 = \hat{E}_g$

$$\Rightarrow \hat{V}_L = 10 - 4{,}47\angle{-63{,}4^\circ} = 8 + j4 = 8{,}94\angle{26{,}6^\circ}$$

$$\Rightarrow v_L(t) = 8{,}94\cos(2t + 26{,}57^\circ)\ (\text{V, ms})$$

Para os **testes 15 e 16** considere que a resposta em frequência entre $e_g(t)$ e $v_1(t)$ em um certo circuito é dada na Figura 11.

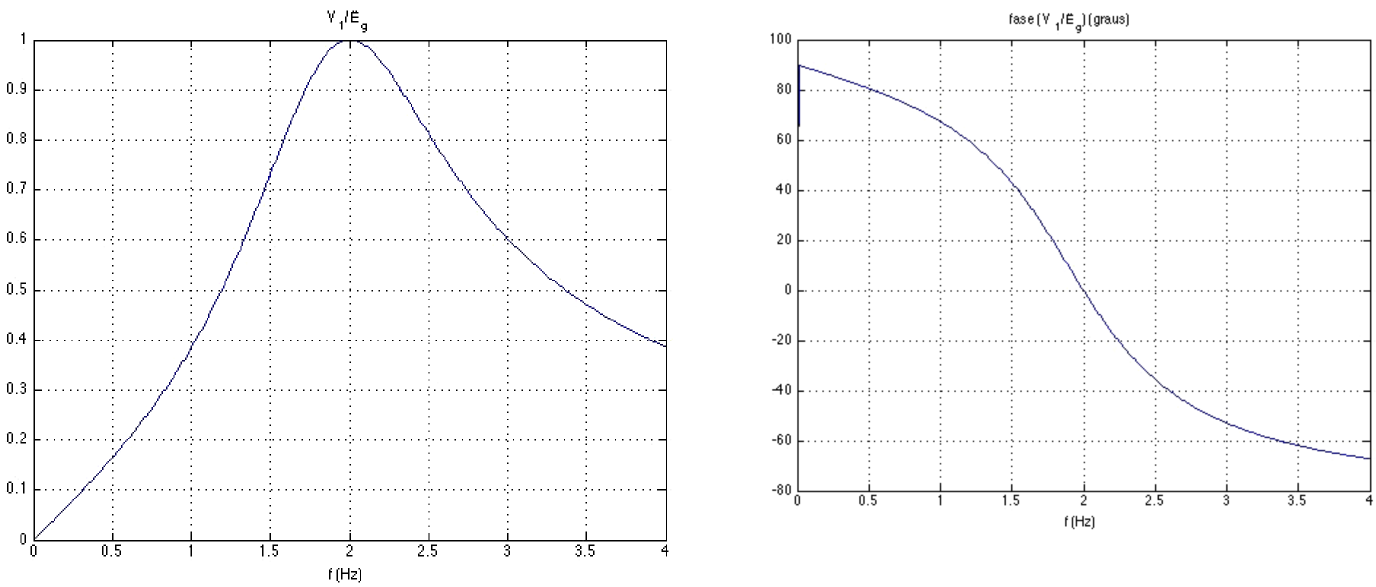


Figura 11

15 – Supondo que $e_g(t) = 2\cos(2\pi.3t + 20^\circ)$ (V,s) , a amplitude da tensão $v_1(t)$ (em V) será de, aproximadamente:

a) 3,3
b) 1,2
c) 2
d) 0,3
e) n.d.a.

Resolução:

Do gráfico, a 3 Hz vale $\dfrac{|\hat{V}_1|}{|\hat{E}_g|} = 0{,}6 \Rightarrow |\hat{V}_1| = 2 \times 0{,}6 = 1{,}2$ V

16 – A fase de $v_1(t)$ será de, aproximadamente:

a) 105°
b) 20°
c) -55°
d) -35°
e) n.d.a.

Resolução:

Para a fase, a 3 Hz vale:

$$\text{fase}\left(\frac{\hat{V}_1}{\hat{E}_g}\right) \cong -55^\circ \Rightarrow \angle\hat{V}_1 \cong -55 + 20 = -35^\circ$$