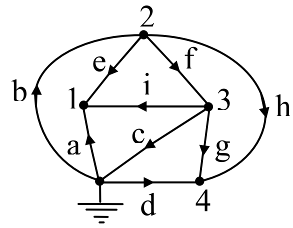
PSI3211 – CIRCUITOS ELÉTRICOS I

Solução da Lista 3: Grafos, Leis de Kirchhoff e Resposta em Frequência

Grafos e Leis de Kirchhoff

1 – Cortes Fundamentais: { $\underline{a}$, b, c, d } { $\underline{e}$, i, b, c, d } { $\underline{h}$, i, f, c, d } { $\underline{g}$, c, f, i }
Laços Fundamentais: { $\underline{b}$, e, a } { $\underline{c}$, a, e, h, g } { $\underline{d}$, h, e, a } { $\underline{f}$, h, g }
{ $\underline{i}$, e, g, h }

2 – a) Sim, pois pode ser desenhado em um plano, sem cruzamento de ramos (ver figura ao lado).
(ou não contém nenhum dos subgráficos de Kuratovsky).



b) Nó 1 $\rightarrow$ $-i_a - i_e - i_i = 0$ $\rightarrow$ $i_e = -5$
Nó 2 $\rightarrow$ $i_e - i_b + i_h + i_f = 0$ $\rightarrow$ $i_h = i_b - i_e - i_f = 2 + 5 - 3 = 4$ A

c) $v_c = 5$ $v_f = -4$ $v_g = +2$

$-v_c + v_g - v_d = 0$ $\rightarrow$ $v_d = -5 + 2 = -3$ V
$v_b + v_f + v_c = 0$ $\rightarrow$ $v_b = 4 - 5 = -1$ V
$v_h - v_g - v_f = 0$ $\rightarrow$ $v_h = 2 - 4 = -2$ V
v_a , v_e e v_i não podem ser determinados.

3 – $v_a = - e_1$ $v_d = - e_4$ $v_g = e_3 - e_4$
$v_b = - e_2$ $v_e = e_2 - e_1$ $v_h = e_2 - e_4$
$v_c = e_3$ $v_f = e_2 - e_3$ $v_i = e_3 - e_1$

4 – $\hat{V}_a = 10 \underline{/0^\circ}$ $\hat{V}_b = 5 \underline{/30^\circ}$ $\hat{V}_c = 2 \underline{/-120^\circ}$ $\hat{V}_d = 3 \underline{/90^\circ}$

$$\hat{V}_h - \hat{V}_d + \hat{V}_b = 0 \rightarrow$$

$$\hat{V}_h = \hat{V}_d - \hat{V}_b = 3 \underline{/90^\circ} - 5 \underline{/30^\circ} = 4{,}36 \underline{/173{,}41^\circ}$$

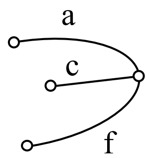
No ramo indutivo:

$$\hat{V}_h = j\omega L \hat{I}_h$$

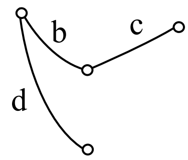
$$\hat{I}_h = \frac{\hat{V}_h}{j\omega L} = \frac{4{,}36 \underline{/173{,}41^\circ}}{10 \underline{/90^\circ}} = 0{,}436 \underline{/83{,}41^\circ}$$

Portanto $i_h = 0{,}436 \cos (5t + 83{,}41^o)$ (A, s)

5 – a) Como b, e, d aparecem mais de 1 vez $\Rightarrow$ ramos de ligação $\Rightarrow$ sobram a, c, f que constituem a árvore



b) b, d, c aparecem mais de 1 vez $\Rightarrow$ ramos da árvore



c) Corte determinado por b na árvore { a, b, d } é { b, c, e }
Equação da 1ª lei de Kirchhoff $i_b - i_C + i_e = 0 \Rightarrow$
$\Rightarrow \hat{I}_C = \hat{I}_b + \hat{I}_E = 20\,\underline{/-45^o} + 20\,\underline{/45^o} \Rightarrow \hat{I}_C = 20\sqrt{2}\,\underline{/0^o}$ ou
$i_C(t) = 20\sqrt{2}\cos(10\,t)$

6 – a) nº de árvores: $n_t^{(n_t - 2)} = 4^2 = 16$

{ a, b, d }	{ d, f, c }
{ b, e, c }	{ d, f. b }
{ d, e, f }	{ b, c, f }
{ a, c, f }	{ b, c, d }
{ a, c, e }	{ a, d, e }
{ a, b, e }	{ a, f, e }
{ d, e, c }	{ a, c, d }
{ b, e, f }	{ a, b, f }

b) Cortes fundamentais:
{ a̲ , b, d } $\rightarrow$ $i_a + i_b - i_d = 0$ 1
{ c̲ , b, e } $\rightarrow$ $i_c - i_b - i_e = 0$ 2
{ f̲ , e, d } $\rightarrow$ $i_f + i_e + i_d = 0$ 3

c) $-i_a - i_b + i_d = 0$ 4
$-i_d - i_e - i_f = 0$ 5
$i_a + i_c + i_f = 0$ 6
$i_b + i_e - i_c = 0$ 7

1 e 4 , 2 e 7, 3 e 5 são as mesmas equações, a menos do sinal.

d) Laços fundamentais:
{ b̲ , a, c } $\rightarrow$ $v_b - v_a + v_c = 0$
{ d̲ , a, f } $\rightarrow$ $v_d - v_f + v_a = 0$
{ e̲ , c, f } $\rightarrow$ $v_e - v_f + v_c = 0$

e) Malhas $\rightarrow$
{ a, b, c } $\rightarrow$ $v_a - v_b - v_c = 0$
{ b, d, e } $\rightarrow$ $v_b + v_d - v_e = 0$
{ c, e, f } $\rightarrow$ $v_c + v_e - v_f = 0$
{ a, d, f } $\rightarrow$ $v_a + v_d - v_f = 0$

f) As equações obtidas nos itens b) e d) são LI, pois os cortes fundamentais e os laços fundamentais diferem entre si pelo menos por um ramo.

As equações obtidas nos itens c) e e) são LD. Para que os conjuntos sejam LI, devem ser retiradas a equação de um dos nós (item c)) e a equação de uma das malhas (item e)).

g) Utilizando as 2 Leis de Kirchhoff deve-se obter:

$$p = 22 \cdot 6{,}0333 = 132{,}7333 \text{ W} \quad \text{fornecidos}$$

<u>Regime Permanente Senoidal e Resposta em Frequência</u>

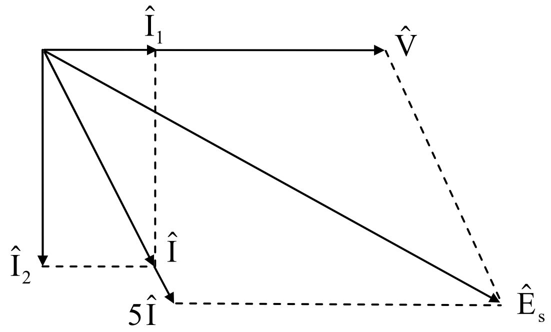
1 – $\hat{V}$ será o fasor de referência, isto é, $\hat{V} = \left|\hat{V}\right| \angle 0°$

$$\hat{I}_1 = \frac{\hat{V}}{10} = 2\sqrt{2} \text{ A} \quad \rightarrow \quad \hat{V} = 20\sqrt{2} \text{ V}$$

$$\hat{I}_2 = \frac{\hat{V}}{j4} = 5\sqrt{2} \angle -90° \text{ A}$$

$$\hat{I} = \hat{I}_1 + \hat{I}_2 = 2\sqrt{2} - j\,5\sqrt{2} = 7{,}62 \angle -68{,}2°$$

$$\hat{E}_s = 5\,\hat{I} + \hat{V} = 30\sqrt{2} - j\,25\sqrt{2} = 55{,}23 \angle -39{,}81°$$



<u>NOTA</u>: Foram usadas escalas diferentes para tensões e correntes.

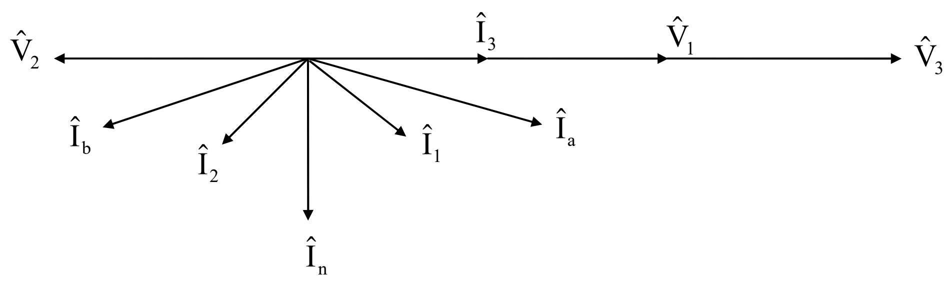
2 – a) $\hat{V}_3 = \hat{V}_1 - \hat{V}_2 = 220 \angle 0°$ Vef $\qquad I_3 = \dfrac{\hat{V}_3}{5} = 44 \angle 0°$ Aef

$$\hat{I}_1 = \frac{\hat{V}_1}{Z_1} = \frac{110 \angle 0°}{4 + j3} = 22 \angle -36{,}9°$$

$$\hat{I}_2 = \frac{\hat{V}_2}{Z_2} = \frac{-110}{4 - j3} = 22 \angle 216{,}9°$$

$\hat{I}_a = \hat{I}_1 + \hat{I}_3 = 63 \angle -12{,}1° \qquad \hat{I}_n = \hat{I}_1 + \hat{I}_2 = 26{,}4 \angle -90°$

$$\hat{I}_b = \hat{I}_2 - \hat{I}_3 = 53{,}7 \angle -145°$$



b) Para termos $\hat{I}_n = 0$ deve ser $\hat{I}_1 = -\hat{I}_2$

Como $\hat{V}_1 = -\hat{V}_2$

e $\hat{I}_1 = \dfrac{\hat{V}_1}{Z_1}$ e $\hat{I}_2 = \dfrac{\hat{V}_2}{Z_2}$ $\rightarrow$ $\hat{I}_1 = -\hat{I}_2$ se for $Z_1 = Z_2$

e, portanto, $\hat{I}_n = 0$

3 – b) Observando o módulo da resposta em frequência, percebe-se que esse circuito elimina a frequência $\omega = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ e pode ser usado por exemplo, para eliminar interferências nessa frequência.