# PSI.3211 – CIRCUITOS ELÉTRICOS I

## 3ª Prova Semestral – 25/06/18

**GABARITO**

**<u>1ª Questão:</u> ( 4,0 pontos )**

Considere o circuito da Figura 1.

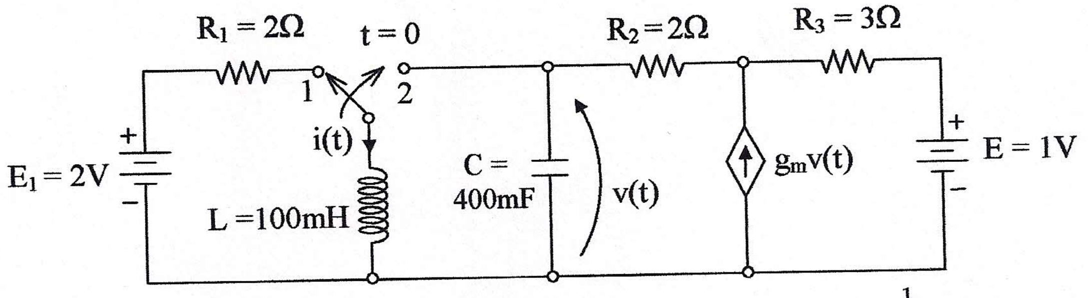



**Figura 1**

$g_m = \frac{1}{4} S$

A chave do tipo "make-before-break", está há muito tempo na posição 1 alternando para a posição 2 no instante $t = 0$.

Pede-se:

(1,2) **a)** Calcule as condições iniciais $i(0_-)$ e $v(0_-)$ em $t = 0_-$

(0,8) **b)** Determine as condições iniciais $i(0_+)$, $\left.\frac{d\,i(t)}{dt}\right|_{t=0_+}$, $v(0_+)$ e $\left.\frac{d\,v(t)}{dt}\right|_{t=0_+}$ em $t = 0_+$

(0,8) **c)** Com a chave em 2, calcule o gerador equivalente de Norton (Figura 3) "visto" pela associação do capacitor com o indutor conforme Figura 2.
**OBS.:** Use os valores dos parâmetros conforme Figura 1.

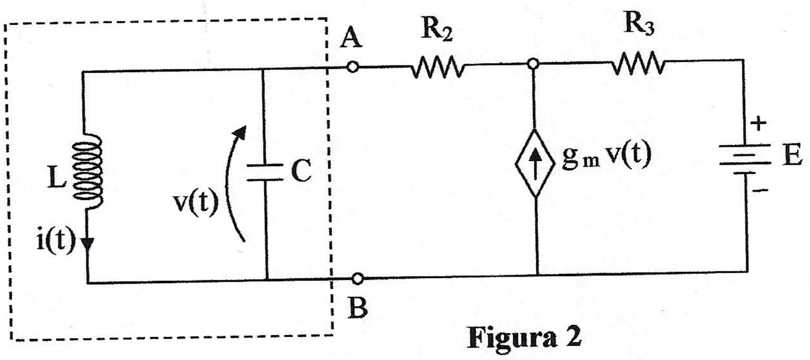



**Figura 2**

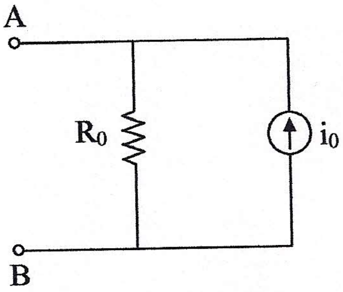



**Figura 3**

Com o auxílio do equivalente de Norton (Figura 3), calcule as frequências complexas próprias (raízes da equação característica) do circuito.

(1,2) **d)** Considerando agora que $i(0_+) = 2A$ e $v(0_+) = 5V$ no circuito da Figura 2. Determine a resposta completa para $v(t)$, $t > 0$.

# Gabarito

**1ª Questão:** a) Os subcircuitos da esquerda e da direita são independentes para $t<0$ e estão em regimes permanentes de corrente contínua em $t=0_-$. Assim, temos

i) Subcircuito da esquerda

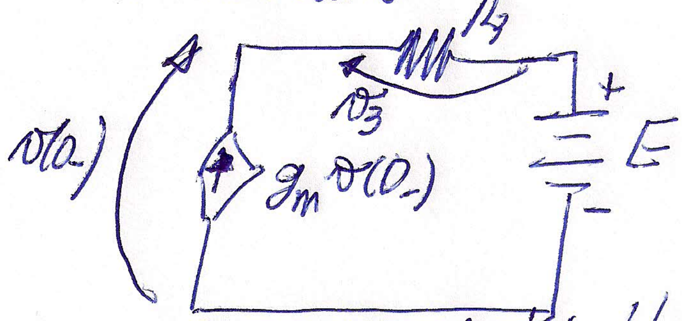
A tensão sobre o indutor é $v_L(0_-)=0$. Assim, obtemos a corrente através dele como

$$i(0_-) = \frac{E_1}{R_1}$$

$$= \frac{2V}{2\Omega} \longrightarrow i(0_-) = 1A.$$

ii) Subcircuito da direita

Com $v(t)$ constante, a corrente através do capacitor é $i_c(0_-)=0$. Assim, sobre a fonte vinculada cai a mesma tensão $v(0_-)$, bastando analisar a parte abaixo do subcircuito




e obtemos, pela 2ª Lei de Kirchhoff,

$$-v(0_-) + v_3 + E = 0$$

Ainda, usando a Lei de Ohm, podemos escrever

$$-v(0_-) + g_m R_3 v(0_-) + E = 0$$

ou

$$v(0_-) = \frac{1}{1-g_m R_3} E$$

ou ainda

$$v(0_-) = \frac{G_3}{G_3 - g_m} E$$

Substituindo valores, obtemos

$$v(0_-) = V_p = \frac{\frac{1}{3}\times 1}{\cancel{4}\times\frac{1}{3}-\frac{1}{4}}\,V$$

$$= \frac{1/3}{\frac{\cancel{6}\,\cancel{4}\,4-3}{12}}\,V \longrightarrow \boxed{v(0_-) = 4\,V}$$

b) Como temos as integrais abaixo de $t=0_-$ a $t=0_+$ para as relações constitutivas do indutor e do capacitor, respectivamente,

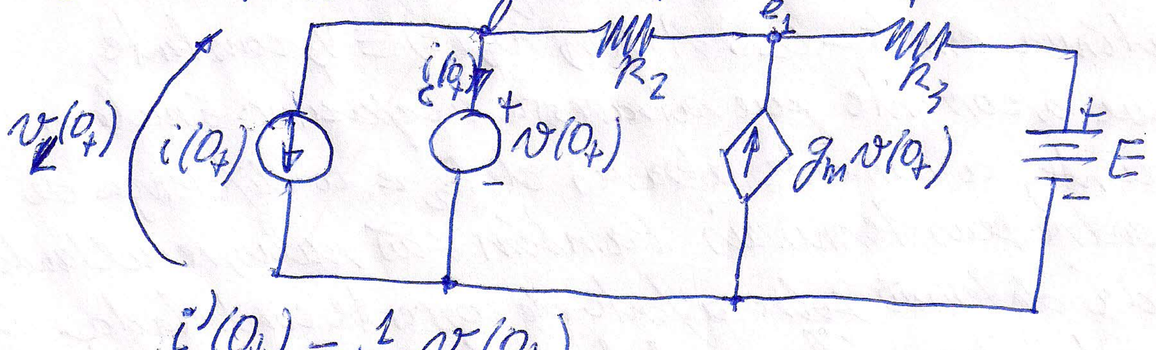
$$i(0_+) - i(0_-) = \frac{1}{L}\int_{0_-}^{0_+} v_L(t)\,dt$$

$$v(0_+) - v(0_-) = \frac{1}{C}\int_{0_-}^{0_+} i_C(t)\,dt,$$

sendo $v_L(t)$ a tensão sobre o indutor e $i_C(t)$ a corrente através do capacitor, os degraus de tensão em $v_L(t)$ e de corrente em $i_C(t)$ são absorvidos, respectivamente, pelo indutor e pelo capacitor porque suas integrais de $t=0_-$ a $t=0_+$ são nulas, isto é,

$$\begin{cases} i(0_+) - i(0_-) = 0 \longrightarrow \boxed{i(0_+) = 1\,A} \\ v(0_+) - v(0_-) = 0 \longrightarrow \boxed{v(0_+) = 4\,V} \end{cases}$$

Para determinar os valores $i'(0)$ e $v'(0)$ das derivadas primeiras da ~~tensão~~ corrente no indutor e da tensão no capacitor, resolvemos o circuito instantâneo equivalente em $t=0_+$




$$i'(0_+) = \frac{1}{L}v_p(0_+)$$

$$= \frac{1}{L}v(0_+) \longrightarrow \boxed{i'(0_+) = 40\,A/s}$$

Como o capacitor já estava em regime permanente de corrente contínua em $t=0_-$ e (foi capaz de manter sua tensão $v(0_+)=v(0_-)$) concluímos que o degrau de corrente em $i_C(t)$ de $t=0_-$ a $t=0_+$ tem que absorver a corrente $i(0_+)$ do indutor. Além disso, como $i_C(0_-)=0$, temos que ter

$$i_C(0_+) + \underbrace{i_L(0_+)}_{i(0_+)} = 0 \rightarrow i_C(0_+) = -\underbrace{i_L(0_+)}_{i(0_+)}$$

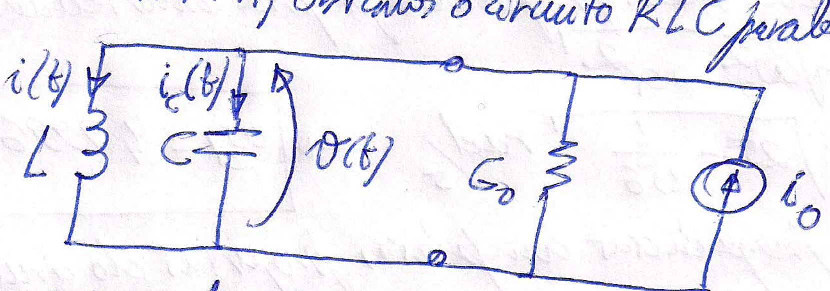
ou

$$i_C(0_+) = -1A$$

E, ainda, através da relação constitutiva do capacitor, temos que

$$v'(0_+) = \frac{1}{C}\, i_C(0_+) \rightarrow \boxed{v'(0_+) = -2{,}5\ V/s}$$

c) Notamos que, representando o circuito à direita de C pelo seu equivalente de Norton, obtemos o circuito RLC paralelo como




Para obter a corrente de curto-circuito, notamos que $v(t)$ se reduz a zero, efetivamente deixando em aberto o ramo da fonte vinculada. Assim, obtemos $i_0$ da malha resultante como

$$i_0 = \frac{E}{R_2+R_3}$$

$$= \frac{1}{2+3}A \rightarrow \boxed{i_0 = \frac{1}{5}A}$$

Como o circuito da direita em aberto para calcular a tensão $e_0$ de Thévenin, temos corrente nula em $R_2$, efetivamente fazendo $e_1 = e_0$. Fazendo análise nodal nesse nó superior à direita, obtemos

$$G_3 e_0 = g_m e_0 + G_3 E$$

ou

$$e_0 = \frac{G_3}{G_3 - g_m} E$$

$$= \frac{1/3}{1/3 - 1/4} \cdot 1\,V = \frac{1/3}{\frac{4-3}{12}} V \rightarrow \boxed{e_0 = 4V}$$

De $i_0$ e $e_0$, obtemos a condutância de Norton

$$G_0 = \frac{i_0}{e_0} \longrightarrow \boxed{G_0 = \frac{1}{20}\, S}$$

Assim, o circuito apresenta coeficiente de amortecimento

$$\alpha = \frac{G_0}{2C}$$

$$= \frac{1/20}{2 \times 0{,}4}\, s^{-1} \longrightarrow \boxed{\alpha = \frac{1}{16}\, s^{-1}}$$

e frequência própria não-amortecida

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{0{,}1 \times 0{,}4}}\, \frac{rad}{s} \longrightarrow \boxed{\omega_0 = 5\, rad/s}$$

de forma que sua frequência própria amortecida é

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$$

$$= \sqrt{25 - \frac{1}{256}}\, rad/s \longrightarrow \boxed{\omega_d = 4{,}9996\, rad/s}.$$

Assim, as frequências complexas próprias do circuito são

$$s_1 = -\alpha + j\omega_d \longrightarrow s_1 = -\frac{1}{16} + 4{,}9996j = -0{,}0625 + 4{,}9996j$$

$$s_2 = -\alpha - j\omega_d \longrightarrow s_2 = -\frac{1}{16} - 4{,}9996j = -0{,}0625 - 4{,}9996j$$

d) A solução completa tem a forma

$$v(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t} + v_p(t)$$

em que $v_p(t)$ é a solução permanente. A solução permanente ocorre em regime permanente de corrente contínua com $i_p(t) = I_p$ constante e

$$\cancel{i_p(t) \equiv 0}$$

$$\cancel{v_p(t) \equiv 0} \qquad v_p(t) \equiv 0$$

Assim, a solução geral reduz-se a

$$v(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$$

com derivada primeira

$$\dot{v}(t) = s_1 A_1 e^{s_1 t} + s_2 A_2 e^{s_2 t}$$

Com as condições iniciais em $t=0_+$ e a solução permanente, calculamos os coeficientes

$$\begin{cases} a = v(0_+) - v_p(0_+) \\ b = \dot{v}(0_+) - \dot{v}_p(0_+) \end{cases}$$

As condições iniciais dadas são $\begin{cases} i(0_+) = 2A \\ v(0_+) = 5V \end{cases}$

Do circuito com equivalente de Norton, temos a equação de 1ª lei de Kirchhoff

$$i_C(0_+) = i_0 - i(0_+) - G_0 v(0_+)$$

ou

$$\dot{v}(0_+) = \frac{i_0 - i(0_+) - G_0 v(0_+)}{C}$$

$$= \frac{1/5 - 2 - \frac{1}{20}\times 5}{0,4} \frac{V}{s} = \frac{-2{,}05}{0,4} \frac{V}{s}$$

$$\dot{v}(0_+) = -5{,}125 \, V/s$$

Assim, os coeficientes $a$ e $b$ são

$$\begin{cases} a = 5 \, V \\ b = -5{,}125 \, V/s \end{cases}$$

Obtemos os resíduos

$$A_1 = \frac{(-\alpha - j\omega_d)a - b}{-2j\omega_d}$$

$$A_1 = \frac{a}{2} - \frac{\alpha a + b}{2\omega_d} j \longrightarrow A_1 = 2{,}5 + 0{,}4813j$$

$$A_2 = A_1^* \longrightarrow A_2 = 2{,}5 - 0{,}4813j$$

e amplitude

$$A = 2|A_1|$$

$$= \sqrt{a^2 + \left(\frac{\alpha a + b}{\omega_d}\right)^2} \longrightarrow A = 5{,}0918$$

com fase inicial

$$\psi = \arg(V_1)$$

$$= \operatorname{atan2}\left(-\frac{\alpha a + b}{\omega_d}, a\right) \longrightarrow \psi = 10{,}897^\circ$$

Portanto, a solução do PVI é

$$v(t) = 5{,}0918 \, e^{-t/16} \cos(4{,}9996t + 10{,}897^\circ), \, (V, s), \, t \geq 0.$$

**Atenção: Preencher a folha ótica com seu nome, número USP e opções escolhidas para cada teste.**

Considere o circuito da Figura 4 para os **testes de 1 a 3** com condição inicial $v(0_-) = 2V$.

1 – Determine a constante de tempo $\tau$ do circuito (em s):

a) 0,8

b) 0,5

c) 12

d) 1

e) 2

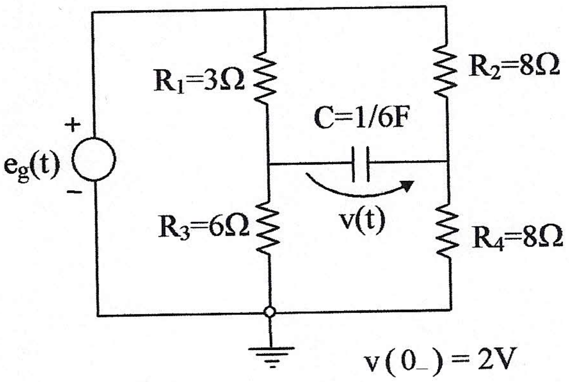



**Figura 4**

2 – Sabendo-se que $e_g(t) = 12\cos(6t + 45°)$, (V, s) a expressão de v(t) para $t \geq 0$ em função da constante de tempo $\tau$ é dada por (em (V,s)):

a) $-5{,}3444\, e^{-t/\tau} + 0{,}2676\cos(6t + 44{,}12°)$

b) $2{,}2676\, e^{-t/\tau} + 0{,}3288\cos(6t + 144{,}46°)$

c) $-3{,}3456\, e^{-t/\tau} + 0{,}3626\cos(6t - 46{,}15°)$

d) $2{,}9135\, e^{-t/\tau} + 0{,}8150\cos(6t + 46{,}70°)$

e) $2{,}9731\, e^{-t/\tau} + 0{,}7707\cos(6t + 44{,}16°)$

3 – Supondo que $e_g(t) = 24\,\delta(t)$ [ S. I. ] o valor aproximado do tempo para que v(t) atinja – 1V em função de $\tau$ vale:

a) $\tau\,\ell n 2$

b) $\tau\,\ell n 3$

c) $\tau\,\ell n 4$

d) $\tau\,\ell n 5$

e) $\tau\,\ell n 6$

4 – A tensão $e_g(t)$ da Figura 5 é aplicada a um capacitor de 0,5 F.

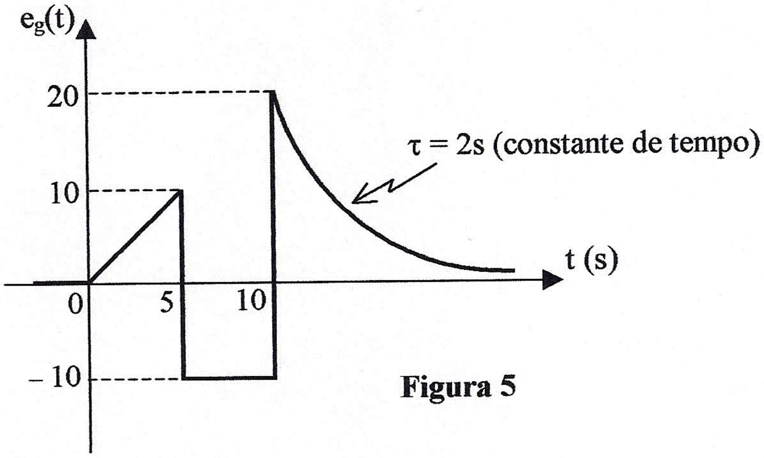



**Figura 5**

A expressão da corrente desse capacitor na convenção do receptor é ( em (A,s) ):

a) $H(t) - H(t-5) + 10\delta(t-5) - 20\delta(t-10) - \dfrac{1}{4}\,e^{-(t-10)/2}$

b) $H(t-5) - 20\delta(t-5) + 30\delta(t-10) + 10e^{-(t-10)/2}$

c) $2\left[H(t) - H(t-5)\right] - 20\delta(t-5) + 30\delta(t-10) + 20e^{-(t-10)/2}$

d) $2\left[H(t) - H(t-5)\right] - 10\delta(t-5) - 15\delta(t-10) - 10e^{+(t-10)/2}$

e) $H(t) - H(t-5) - 10\delta(t-5) + 15\delta(t-10) - 5e^{-(t-10)/2}$

**PSI3211 – Gabarito dos Testes 1 a 4 da P3 – 2018**

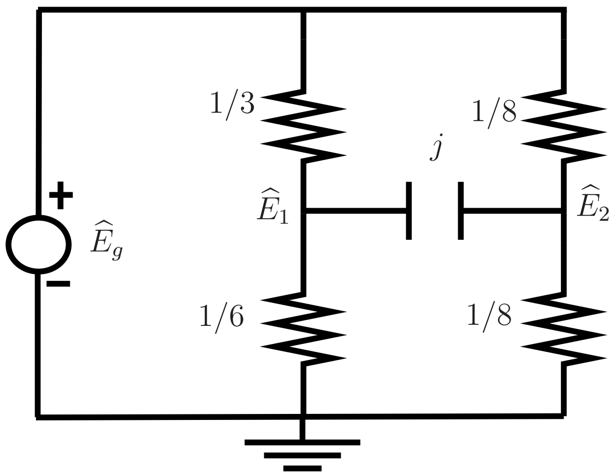
1) Primeiramente, devemos calcular a resistência "vista" pelo capacitor. Inativando o gerador de tensão, temos que

$$R_{\text{vista}} = R_1//R_3 + R_2//R_4 = 2 + 4 = 6\Omega.$$

A constante de tempo do circuito vale então

$$\boxed{\tau = R_{\text{vista}}C = 6\frac{1}{6} = 1 \text{ s.}}$$

2) Vamos calcular a tensão $v(t)$ em RPS. Em RPS, considerando as admintâncias dos componentes, o circuito se reduz a




A equação matricial de A.N. é dada por

$$\begin{bmatrix} 0,5 + j & -j \\ -j & 0,25 + j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widehat{E}_1 \\ \widehat{E}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4e^{j45^{\text{o}}} \\ 1,5e^{j45^{\text{o}}} \end{bmatrix}$$

o que leva a

$$\widehat{E}_1 = 7,3521e^{j44,15^{\text{o}}} \qquad \text{e} \qquad \widehat{E}_2 = 7,3005e^{j46,69^{\text{o}}}.$$

Como isso, obtemos a tensão em RPS

$$\widehat{V}_p = \widehat{E}_2 - \widehat{E}_1 = 0,3288e^{j144,46^{\text{o}}} \Rightarrow v_p(t) = 0,3288\cos(6t + 144,46^{\text{o}}).$$

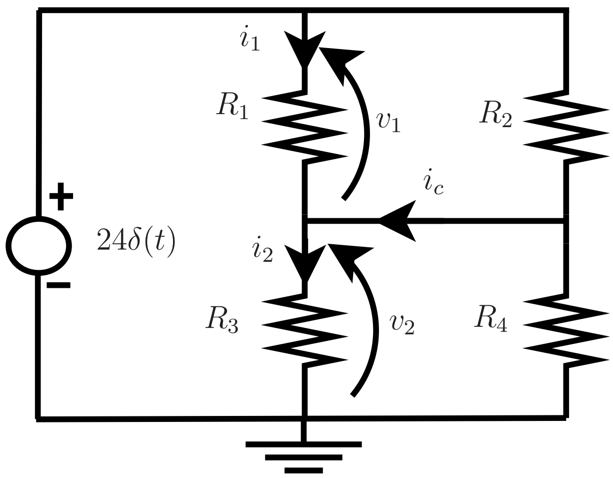
A expressão da tensão $v(t)$ é dada por

$$v(t) = Ae^{-t/\tau} + v_p(t).$$

Impondo a condição inicial, obtemos $A = 2 - 0,3288\cos(144,46^o) = 2,2676$. Finalmente, para $t > 0$ temos

$$\boxed{v(t) = 2,2676e^{-t/\tau} + 0,3288\cos(6t + 144,46^o), \quad \text{(V,s)}.}$$

3) Pelo "método caipira", podemos calcular $v(0_+)$, supondo inicialmente que o capacitor é um curto e calcular a corrente $i_c$ como na figura abaixo.




Como $R_1//R_2$ e $R_3//R_4$ podemos associar esses resistores para calcular $v_1$ e $v_2$ e em seguida, obtemos $i_1$ e $i_2$, ou seja,

$$i_1 = \frac{1}{3}\left[24\frac{3//8}{3//8 + 6//8}\right]\delta(t) = 3,1112\delta(t)$$

$$i_2 = \frac{1}{6}\left[24\frac{6//8}{3//8 + 6//8}\right]\delta(t) = 2,4444\delta(t).$$

Assim,

$$i_c = i_2 - i_1 = -0,6668\delta(t)$$

Usando a relação constitutiva do capacitor e integrando de $t = 0_-$ a $t = 0_+$, chega-se a

$$v(0_+) = v(0_-) - 6(0,6668) \approx -2 \text{ V}.$$

Assim

$$v(t) \approx -2e^{-t/\tau}.$$

Deseja-se calcular o tempo $t_1$ para que $v(t_1) = -1$ V. Da expressão, obtém-se

$$-t_1/\tau = \ln(1/2),$$

Portanto,

$$\boxed{t_1 = \tau\ln(2).}$$

4) Basta derivar a expressão de $e_g(t)$ e multiplicar pelo valor do capacitor. Fazendo isso, obtém-se a seguinte expressão no sistema internacional de unidades

$$\boxed{i_c(t) = H(t) - H(t-5) - 10\delta(t-5) + 15\delta(t-10) - 5e^{-(t-10)/2}.}$$

5 – Considere o circuito RC livre com R = 1 kΩ e C = 1 mF da Figura 6. Com condição v(0) = 100 V quando a chave é fechada. O tempo necessário para uma energia de 1 J ser dissipada no resistor é (em s ):

a) 0,25
b) $11{,}2.10^{-3}$
c) 0,112
d) $0{,}4.10^{-3}$
e) 0,394

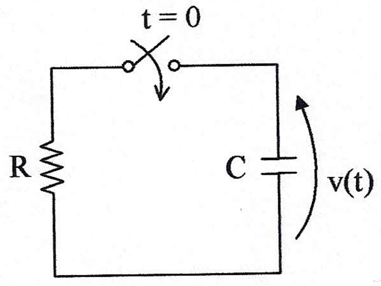


**Figura 6**

6 – Considere o circuito da Figura 7 com i(0) = 10A. O tempo necessário para que a corrente no indutor caia a 10/e é (em s):

a) 1
b) 2
c) 3
d) 1,5
e) Como i aumenta com o tempo o valor de 10/e nunca é atingido.

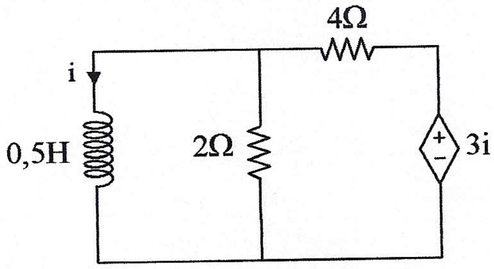


**Figura 7**

7 – No circuito da Figura 8 a chave está aberta há muito tempo e fecha em t = 0. A "amplitude" do impulso de corrente no capacitor quando a chave fecha é (em mC):

a) 50
b) −30
c) 25
d) −25
e) −60

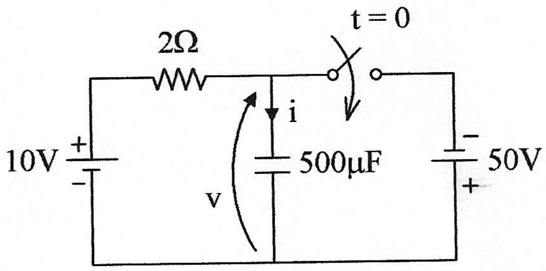


**Figura 8**

8 – Para o circuito da Figura 9 calcule o valor da tensão de saída $e_0(t)$ para $t = 0{,}1s$ (em mV):
**OBS.:** Considere a chave aberta há muito tempo e que ela fecha em $t = 0$.

a) −40

b) −32,74

c) −12,35

d) −17,48

e) −25,28

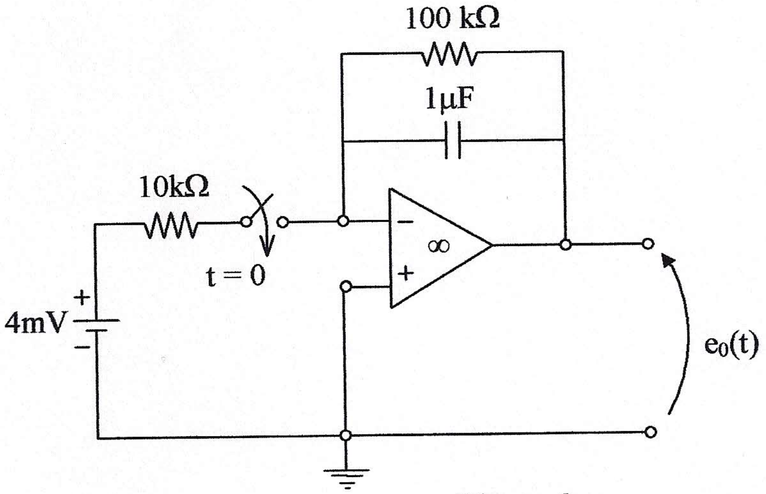



**Figura 9**

Teste 5

$$\tau = RC = 1$$

$$v(t) = v_0 e^{-t/\tau} \qquad i_R(t) = \frac{v_0}{R} e^{-t/\tau} \text{ (conv. receptor)}$$

$$P(t) = v \cdot i_R = \frac{v_0^2}{R} e^{-2t/\tau}$$

A energia dissipada no resistor no intervalo $[0, t]$ é

$$w_R(t) = \int_0^t p(\lambda)d\lambda = \frac{v_0^2}{R}\int_0^t e^{-2\lambda/\tau} d\lambda = -\frac{\tau}{2}\frac{v_0^2}{R} e^{-2\lambda/\tau}\Big|_0^t$$

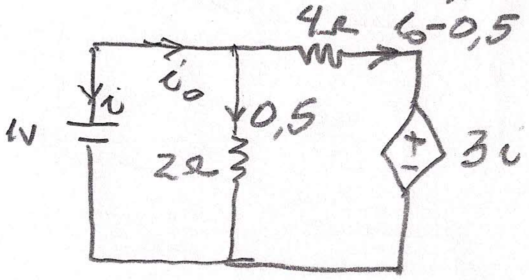
$$= \frac{1}{2}Cv_0^2(1 - e^{-2t/\tau})$$

Sendo $\frac{1}{2}Cv_0^2 = \frac{1}{2}(10^{-3})(10^2)^2 = 5J$

$$1 = 5(1 - e^{-2t/\tau}) \Rightarrow t \cong 0{,}112\ s$$

## Teste 6

O tempo pedido é a própria constante de tempo do circuito. Para obtê-la devemos calcular a resistência vista pelo indutor




$$-3i_o + 4(i_o - 0,5) = 1$$

$$i_o - 2 = 1$$

$$i_o = 3\,A$$

$$R_v = \frac{1}{3}\,\Omega$$

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{3}{2} = 1,5\,s$$

## Teste 7

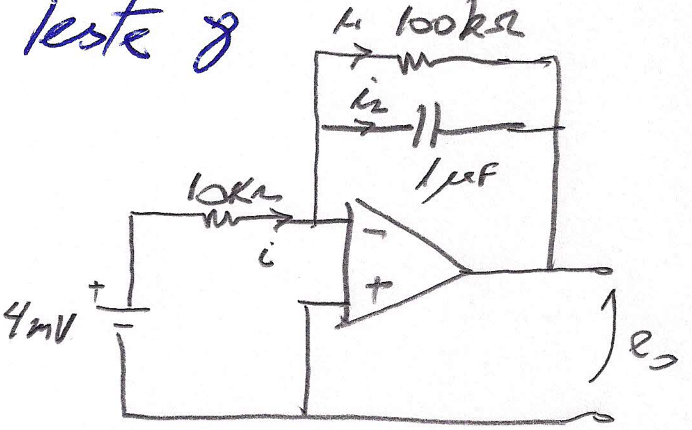
$v(0_-) = 10V$ $\qquad$ $v(0_+) = -50V$

$$v(t) = \frac{1}{C}\int_{0_-}^{t} i(\lambda)\,d\lambda + v(0_-)$$

$$v(0_+) - v(0_-) = \frac{1}{C}\int_{0_-}^{0_+} K\delta(\lambda)\,d\lambda$$

$$-60 = \frac{K}{5 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow \underline{K = -30\,mA}$$

# Teste 8




$$i = i_1 + i_2 \quad ①$$

$$i = \frac{4.10^{-3}}{10^4} = 4.10^{-7} A$$

$$-e_o = 10^5 i_1 = 10^6 \int i_2 \, dt \quad ②$$

Substituindo ① em ② vem:

$$i_1 = 10 \int_0^t (4.10^{-7} - i_1) dt$$

Derivando e reorganizando:

$$\frac{di_1}{dt} + 10 i_1 = 4.10^{-6} \qquad i_1(0_+) = 0$$

$$i_1(t \to \infty) = 4.10^{-7}$$

$$i_1(t) = 4.10^{-7}(1 - e^{-10t})$$

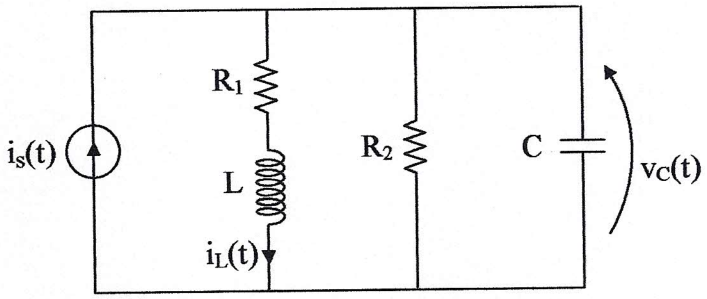
$$e_o = 4.10^{-2}(e^{-10t} - 1) \; (V, s) = 40 (e^{-10t} - 1) \; (mV, s)$$

para $t = 0,1 s$ vem

$$\underline{e_o = -25,28 \; mV}$$

Considere o circuito da Figura 10 para os **testes de 9 a 12** com condições iniciais nulas: $v_C(0_-) = 0$, $i_L(0_-) = 0$

9 – Pode-se afirmar que $v_C(0_+)$ e $i_L(0_+)$ valem, respectivamente:




$i_s(t) = I + A\,\delta(t)$

**Figura 10**

a) $A/C$ ; $0$

b) $A$ ; $IR_2/R_1$

d) $I + A/C$ , $0$

d) $A/C$ ; $A/LC$

e) $A/C$ ; $I$

10 – A corrente permanente $i_{Lp}(t)$ é dada por

a) $\dfrac{I.R_1}{R_1+R_2}$

b) $I$

c) $0$

d) $\dfrac{I.R_2}{R_1+R_2}$

e) $\dfrac{I}{L} + \dfrac{A}{C}$

11 – Os parâmetros $\alpha$ e $\omega_0$ do circuito são dados respectivamente por

a) $\dfrac{R_1}{2L} + \dfrac{R_2}{LC}$ ; $\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

b) $\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{R_1}{L} + \dfrac{1}{R_2 C}\right)$ ; $\sqrt{\dfrac{1}{LC} + \dfrac{R_1}{R_2 LC}}$

c) $\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{R_1}{L} + \dfrac{1}{R_2 C}\right)$ ; $\sqrt{\dfrac{1}{LC}\left(1 + \dfrac{2R_2}{R_1}\right)}$

d) $\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{R_1}{L} + \dfrac{2}{R_2 C}\right)$ ; $\sqrt{\left(1 + \dfrac{R_1}{R_2}\right)\dfrac{1}{LC}}$

e) $\dfrac{R_1+R_2}{2L}$ ; $\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

12 – Se você acertou os testes de 9 a 11, tem quase todos os elementos para calcular uma resposta completa (por exemplo $i_L(t)$ para $t > 0$ ). Falta determinar $\left.\dfrac{d i_L(t)}{dt}\right|_{t=0_+}$ e $\left.\dfrac{d i_{Lp}(t)}{dt}\right|_{t=0_+}$. Quais são respectivamente, seus valores?

a) $v_C(0_+) + R_1 i_L(0_+)$ ; $\dfrac{I.R_2}{R_1+R_2}$

b) $\dfrac{C v_C(0_+) - v_C(0_+)/R_2}{R_1}$ ; $I$

c) $\dfrac{v_C(0_+) - R_1 i_L(0_+)}{L}$ ; $0$

d) $I + v_C(0_+)/R_2$ ; $\dfrac{I.R_1}{R_1+R_2}$

e) $\dfrac{v_C(0_+) - R_1 i_L(0_+)}{L} + I$ ; $0$

Gab:

9) A corrente impulsiva vai para o capacitor (substitua o C por curto e o L por aberto). Assim sendo $i_C(t) = A\delta(t) \rightarrow v_C(0_+) = \underbrace{v_C(0_-)}_{0} + \frac{A}{C} = \frac{A}{C}$

---

10) No R.P. o $C \rightarrow$ aberto; $L \rightarrow$ curto $\Rightarrow$ I se divide
Usando o div. de corrente $i_{Lp}(t) = \frac{I \cdot R_2}{R_1 + R_2}$

---

11) Inativando o gerador de ~~tensão~~ corrente

$$C v_C' + \frac{v_C}{R_2} + i_L = 0 \quad (\mathrm{I})$$

$$R_1 i_L + L i_L' = v_C \quad (\mathrm{II})$$

I em II: $R_1\left(-Cv_C' - \frac{v_C}{R_2}\right) + L\left(-Cv_C' - \frac{v_C}{R_2}\right)' - v_C = 0$ ou

$$-R_1 C v_C' - \frac{R_1}{R_2} v_C - LC v_C'' - \frac{L}{R_2} v_C' - v_C = 0$$

$\div$ por $-LC \Rightarrow v_C'' + \underbrace{\left(\frac{R_1}{L} + \frac{1}{R_2 C}\right)}_{2\alpha} v_C' + \underbrace{\left(\frac{1}{LC} + \frac{R_1}{R_2 L C}\right)}_{\omega_0^2} v_C = 0$

---

12) $L i_L'(0_+) = v_C(0_+) - R_1 i_L(0_+) \rightarrow i_L'(0_+) = \frac{v_C(0_+) - R_1 i_L(0_+)}{L}$

$i_{Lp}'(0_+) = 0$ pois $i_p(t) = $ cte.