PSI.3211 – CIRCUITOS ELÉTRICOS I

2ª Prova Semestral – 21/05/18

1ª Questão: (4,0 pontos) GABARITO

Considere o circuito da Figura 1.

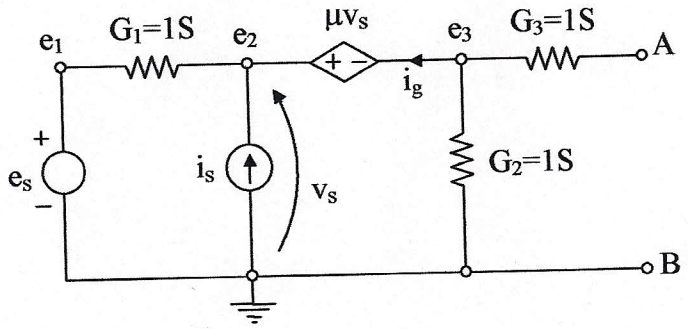


Figura 1

Para os itens **a)** e **b)**, considere $e_s(t) = 5V$ e $i_s(t) = 2A$.

a) Escreva a equação de análise nodal na forma matricial nas variáveis e_2, e_3 e i_g e resolva o sistema para obter a expressão de e_3 em função de μ.

b) Calcule os valores de e_0 e R_0 do gerador equivalente de Thévenin "visto" pelos terminais A e B como esquematizado na Figura 2.

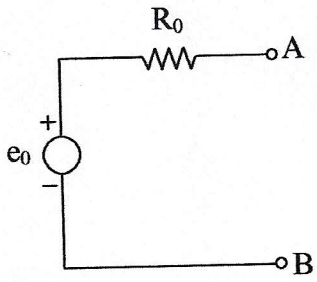


Figura 2

Considere agora $e_s(t) = 0{,}5 \cos 4t$ (V, s), $i_s(t) = 2 \cos 2t$ (A, s), $\mu = 0$ e um capacitor de 0,5F ligado entre A e B. Dessa forma, tem-se o circuito da Figura 3.

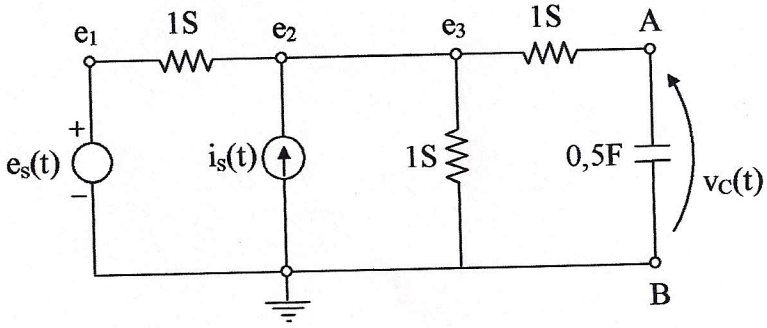


Figura 3

Em regime permanente a expressão de $v_C(t)$ tem a forma

$$v_C(t) = A_1 \cos(2t + \theta_1) + A_2 \cos(4t + \theta_2)$$

c) Determine os valores de A_1 e A_2 em volts e θ_1 e θ_2 em graus.

PSI3211 – Gabarito da Questão da P2 – 2018

a) Sabe-se que $e_1 = e_s$ e portanto não precisamos escrever a 1ª LK para o Nó 1. Entre os Nós 2 e 3 temos um vinculado de tensão controlado pela tensão do gerador de corrente. Neste caso, a corrente desse vinculado deve ser considerada como incógnita. Escrevendo a 1ª LK para o Nó 2, temos

$$-G_1(e_s - e_2) - i_s - i_g = 0,$$

ou ainda

$$\boxed{G_1 e_2 - i_g = G_1 e_s + i_s.}$$

Escrevendo a 1ª LK para o Nó 3, temos

$$+i_g + G_2 e_3 = 0,$$

ou ainda

$$\boxed{G_2 e_3 + i_g = 0.}$$

Note que não deve ser levado em conta G_3 porque não passa corrente por esse resistor. Finalmente, devemos escrever a expressão da tensão sobre o vinculado

$$e_2 - e_3 = \mu v_s = \mu e_2,$$

o que leva a

$$\boxed{(1-\mu)e_2 - e_3 = 0.}$$

Escrevendo na forma matricial com os valores dados, chega-se a

$$\boxed{\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ (1-\mu) & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_2 \\ e_3 \\ i_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.}$$

Resolvendo por Cramer para obter e_3, chega-se a

$$e_3 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 7 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ (1-\mu) & 0 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ (1-\mu) & -1 & 0 \end{vmatrix}},$$

ou seja,

$$\boxed{e_3 = \frac{7(1-\mu)}{2-\mu}}$$

b) A tensão e_0 (diferença de potêncial entre A e B quando em aberto) é igual a e_3 calculada no item anterior, ou seja,

$$\boxed{e_0 = \frac{7(1-\mu)}{2-\mu}.}$$

Para calcular R_0, podemos primeiramente calcular a corrente de A para B quando em curto. Neste caso, podemos usar novamente a matriz de análise nodal obtida no Item a), mas notando que G_3 fica em paralelo com G_2, o que modifica o termo $(2,2)$ da matrix de análise para $G_2 + G_3 = 2$, o que leva a

$$e_3' = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 7 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ (1-\mu) & 0 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ (1-\mu) & -1 & 0 \end{vmatrix}} = \frac{7(1-\mu)}{3-2\mu}.$$

Vamos agora calcular

$$i_0 = G_3 e_3' = \frac{7(1-\mu)}{3-2\mu}.$$

Finalmente, $R_0 = e_0/i_0$, ou seja,

$$\boxed{R_0 = \frac{3-2\mu}{2-\mu}.}$$

c) Vamos determinar a tensão sobre o capacitor usando superposição. O efeito apenas da fonte de corrente (com fonte de tensão inativada) leva a (com $\omega = 2$ rad/s)

$$\widehat{V}_C' = \frac{\dfrac{1}{j\omega C}}{\dfrac{1}{G_{\text{eq}}} + \dfrac{1}{j\omega C}} \frac{\widehat{I}_s}{G_1 + G2}$$

com

$$G_{\text{eq}} = \frac{G_3(G_1+G_2)}{G_1+G_2+G_3}.$$

Substituindo os valores

$$\widehat{V}_C' = \frac{-2j}{3-2j} = 0,5547\text{e}^{-j56,31^{\text{o}}},$$

ou ainda,

$$\boxed{v_C'(t) = 0,5547\cos(2t - 56,31^{\text{o}})}$$

O efeito apenas da fonte de tensão (com fonte de corrente inativada) leva a (com $\omega = 4$ rad/s)

$$\widehat{V}_C'' = \frac{\dfrac{1}{j\omega C}}{\dfrac{1}{G_{\text{eq}}} + \dfrac{1}{j\omega C}} \frac{G_1 \widehat{E}_s}{G_1 + G2}$$

com

$$G_{\text{eq}} = \frac{G_3(G_1 + G_2)}{G_1 + G_2 + G_3}.$$

Substituindo os valores

$$\widehat{V}_C'' = \frac{-j0,5}{1,5 - j0,5}\frac{0,5}{2} = 0,0791\text{e}^{-j71,57^{\text{o}}},$$

ou ainda,

$$\boxed{v_C''(t) = 0,0791\cos(4t - 71,57^{\text{o}}).}$$

Pelo princípio da superposição

$$\boxed{v_C(t) = 0,5547\cos(2t - 56,31^{\text{o}}) + 0,0791\cos(4t - 71,57^{\text{o}}),}$$

ou seja,

$$\boxed{A_1 = 0,5547\ \text{V}, \quad \theta_1 = -56,31^{\text{o}}, \quad A_2 = 0,0791\ \text{V}, \quad \theta_2 = -71,57^{\text{o}}.}$$

Atenção: Preencher a folha ótica com seu nome, número USP e opções escolhidas para cada teste.

1 – Considere o circuito da Figura 4 e **Unidades S.I.**
Qual é o valor de v em função de E ?

a) 0

b) 2E/5

c) – E/5

d) 6E/5

e) – 2E

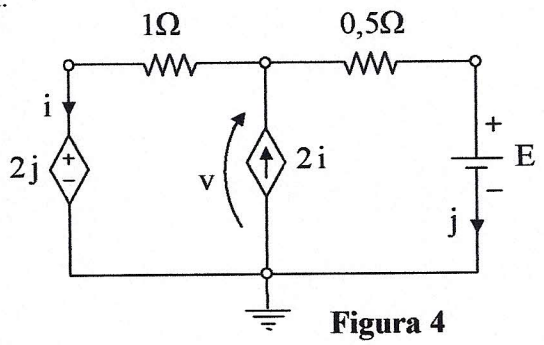


Figura 4

2 – Considere o circuito da Figura 5. O valor de i em função de E é:

a) E/4

b) 2E/3

c) E/3

d) E/2

e) 0

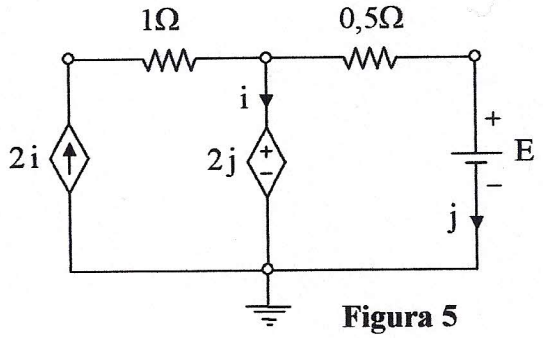


Figura 5

3 – Assinale a opção que contém a expressão que relaciona e_s com v_0 no circuito da Figura 6 com amp-op ideal.

a) $v_0 = e_s + RC\,de_s/dt$

b) $v_0 = -\dfrac{1}{RC}\int_0^t e_s(\tau)\,d\tau + e_s$

c) $e_s = v_0/2$

d) $v_0 = \dfrac{1}{RC}\int_0^t e_s(\tau)\,d\tau + v_0(0)$

e) $e_s = \dfrac{RC}{2}\dfrac{dv_0}{dt}$

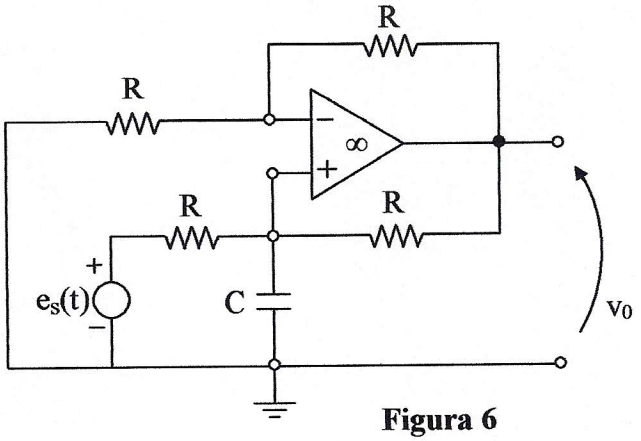


Figura 6

4 – Um circuito linear possui três geradores independentes (dois de tensão: E_{s1} e E_{s2} e um de corrente: I_s). Considere as três medidas seguintes: (Unidades S.I.)

1) Quando $E_{s1} = 1$, $E_{s2} = 2$ e $I_s = 0$, e a tensão V_I no gerador de corrente vale $V_I = 1$
2) Quando $E_{s1} = 2$, $E_{s2} = 1$ e $I_s = 0$ tem-se $V_I = 4$
3) Quando $E_{s1} = 3$, $E_{s2} = 3$ e $I_s = 5$ tem-se $V_I = 20$

Então, se $E_{s1} = 0$, $E_{s2} = 0$, $I_s = 2$, teremos V_I igual a **(Unidades S.I.)**

a) 4

b) 2

c) 6

d) 1

e) 10

Gabarito

1)

e_1 $\quad i + (2j - e_2) = 0$

e_2 $\quad (e_2 - 2j) + \dfrac{(e_2 - E)}{0{,}5} - 2i = 0$

E $\quad j + \dfrac{(E - e_2)}{0{,}5} = 0$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 3 & -2 & -2 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_2 \\ i \\ j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2E \\ -2E \end{bmatrix}$$

$$\det = 2 + 4 + 0 - (8 + 0 + 3) = -5$$

$$e_2 = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2E & -2 & -2 \\ -2E & 0 & 1 \end{vmatrix}}{\det} = \frac{+4E - 8E - 2E}{\det} = \frac{-6E}{-5} = \frac{6}{5}E$$

2) e_2 $\quad \underbrace{-2i + i}_{\text{injetando direto}} + \dfrac{2j - E}{0{,}5} = 0$

e_3 $\quad j + \dfrac{E - 2j}{0{,}5} = 0 \rightarrow 2E = 3j \rightarrow j = \dfrac{2E}{3}$

$$i = \frac{2j - E}{0{,}5} = \frac{2E}{3}$$

3)

$$\frac{v_-}{R} = \frac{v_0 - v_-}{R} \longrightarrow v_- = \frac{v_0}{2}$$

$$\frac{v_0/2 - v_0}{R} + \frac{v_0/2 - e_s}{R} + C\frac{dv_o}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{-v_0}{2} + \frac{v_0}{2} - e_s = \frac{-RC\,dv_o}{2\,dt}$$

$$e_s = \frac{RC\,dv_o}{2\,dt}$$

4) $\alpha 1 + \beta 2 = 1$ (I)

$\alpha 2 + \beta 1 = 4$ (II)

$\alpha 3 + \beta 3 + \gamma 5 = 20$ (III)

III $-$ (I + II) $\Rightarrow \gamma 5 = 15 \Rightarrow \gamma = 3$

$\therefore V_I = 6$

5 – O valor da resistência equivalente Req "vista" à direita dos terminais ab como mostra o circuito da Figura 7 em ohms é:

a) 5/2

b) 3/4

c) 7/4

d) 11/4

e) 2

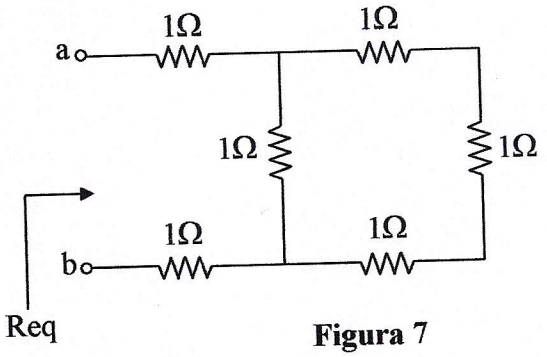


Figura 7

6 – O valor em ohms da resistência equivalente Req "vista" pelos terminais ab à direita no circuito da Figura 8 é:

a) 9

b) 7

c) 3

d) 2

e) 1

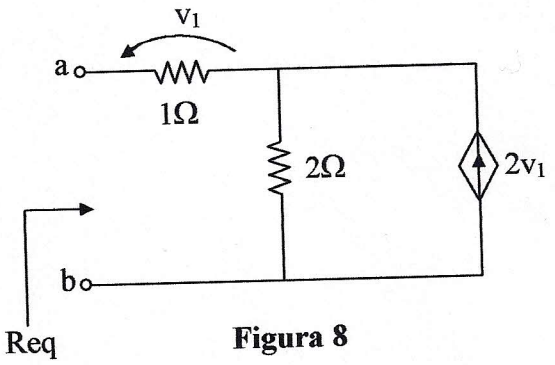


Figura 8

7 – O valor em ampéres da corrente i no circuito da Figura 9 é:

a) 10/11

b) 5/2

c) 3/2

d) 3/4

e) 2

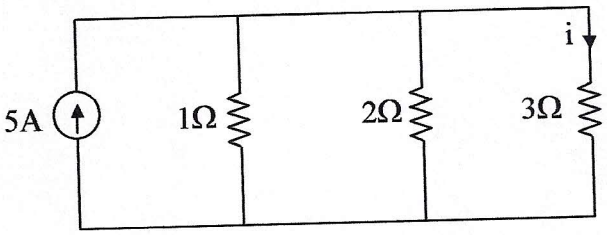


Figura 9

8 – O valor em ampéres da corrente i no circuito da Figura 10 é:

a) 1/4

b) 8/33

c) – 1/8

d) – 1/4

e) – 8/33

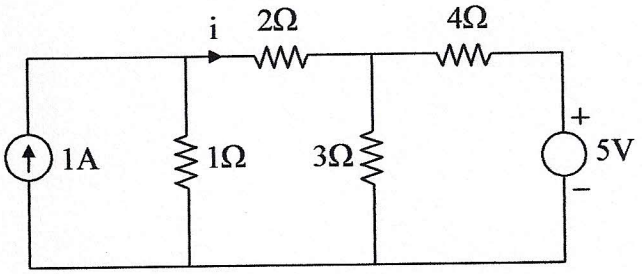
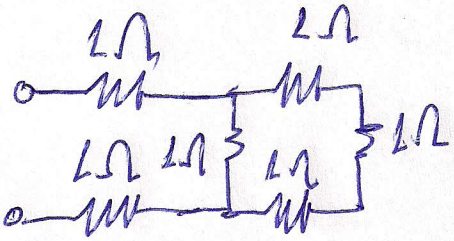
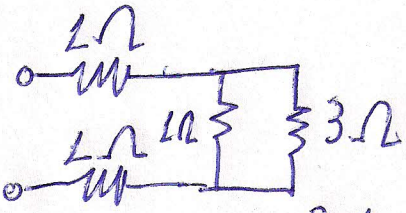


Figura 10

T5)

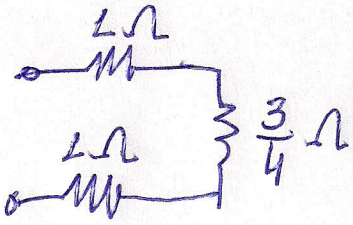


eq.

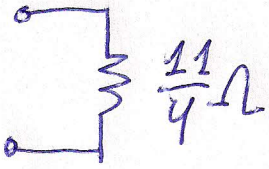


$$\frac{3+1}{3+1} = \frac{3}{4}$$

eq.

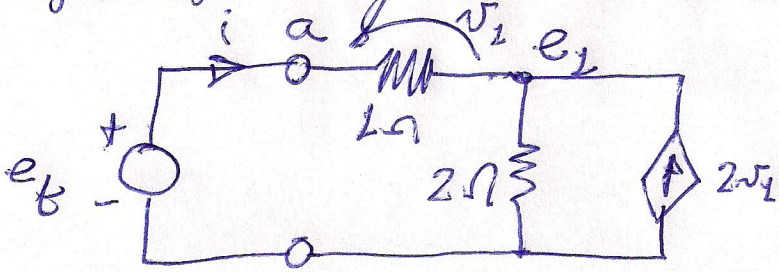


eq



$$1+1+\frac{3}{4} = \frac{11}{4}$$

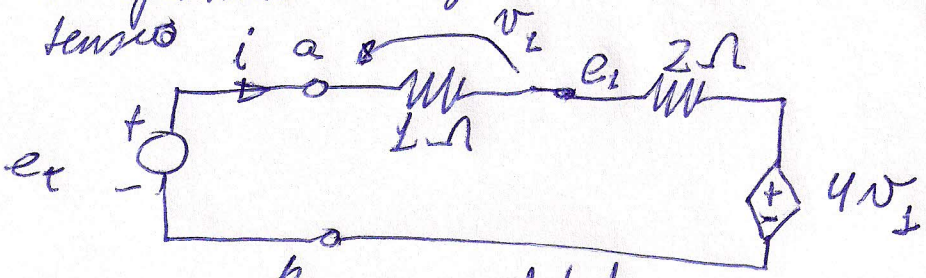
T6) Usamos uma fonte de tensão de teste em ab:



Obteremos $R_{eq} = \frac{e_t}{i}$

Devemos obter i antes.

Transformamos a fonte de corrente à direita em fonte de tensão



Temos a relação constitutiva

$$v_1 = 1 \cdot i \qquad (V, \Omega, A)$$

e a 2ª Lei de Kirchhoff

$$-e_t + 3i + 4v_1 = 0$$

ou

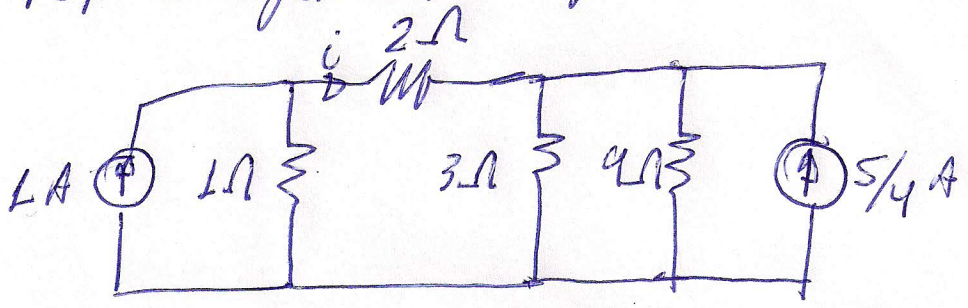
$$7i = e_t \rightarrow R_{eq} = 7\Omega$$

T7) Por divisão de corrente, temos

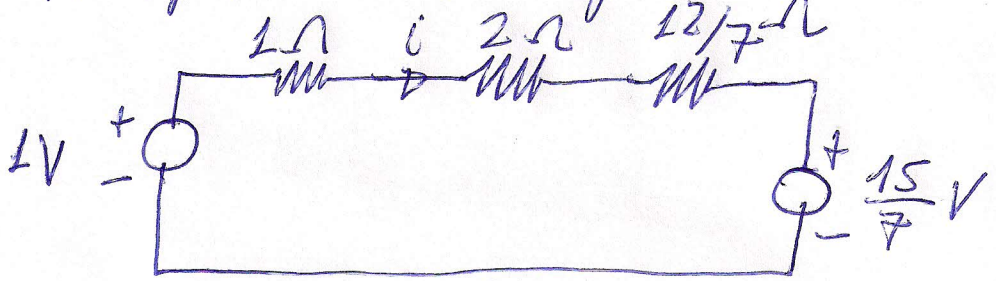
$$i = \frac{1/3}{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}} \times 5A$$

$$= \frac{1/3}{11/6} \times 5A \longrightarrow i = \frac{10}{11} A$$

T8) Por transformação da fonte de tensão à direita, obtemos



Transformamos as duas fontes de corrente em fontes de tensão



$$\frac{5}{\cancel{4}} A \times \frac{\cancel{12}^{3}}{7} \Omega = \frac{15}{7} V$$

$$i = \frac{1}{3 + \frac{12}{7}} \left(1 - \frac{15}{7}\right) A$$

$$= \frac{1}{\frac{33}{7}} \left(-\frac{8}{7}\right) A \longrightarrow i = -\frac{8}{33} A$$

9 – Considere o circuito da Figura 11. A corrente do gerador equivalente de Norton visto nos pontos a e b é expressa por:

a) $\dfrac{E R_1 g_m}{R_1 + R_2}$

b) $\dfrac{E}{1 + g_m R_1}$

c) $\dfrac{E(1 + R_1 g_m)}{R_1 + R_2 + R_1 R_2 g_m}$

d) $\dfrac{E(1 + R_1 g_m)}{R_1(1 + R_2 g_m)}$

e) $\dfrac{E(1 - R_1 g_m)}{R_1 + R_1 R_2 g_m}$

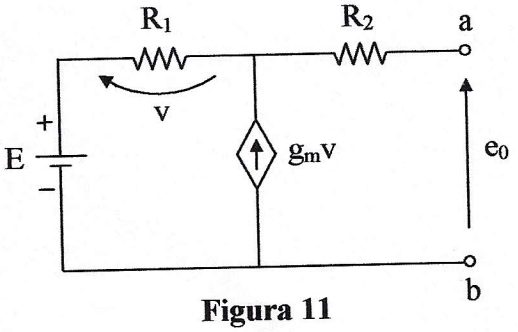


Figura 11

10 – A condição para que o circuito da Figura 11 não tenha um gerador equivalente de Thévenin (isto é, $R_{Th} = \infty$) é:

a) $g_m = -1/R_2$

b) $g_m = \dfrac{-(R_1 + R_2)}{R_1 R_2}$

c) $g_m = \dfrac{(R_2 - R_1)}{R_1 R_2}$

d) $g_m = -1/R_1$

e) $g_m = \dfrac{-R_1^2}{R_2}$

11 – O valor de i (em mA) no circuito da Figura 12 com amp-op ideal é:

a) 1

b) 2

c) −1

d) −3

e) −0,5

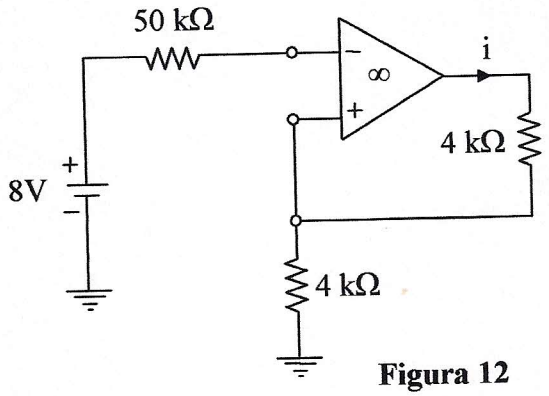


Figura 12

12 – No circuito da Figura 13 qual é a porcentagem da potência fornecida pelo gerador de tensão que é recebida pelo resistor R_L quando esse é ajustado na condição de máxima transferência de potência?

a) 50 %

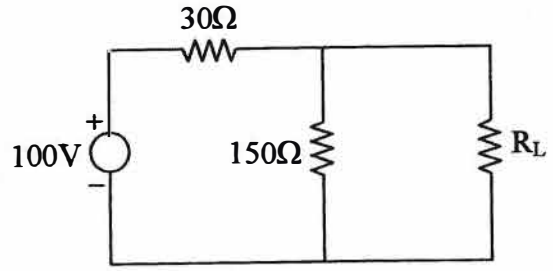
b) 75 %

c) 27 %

d) 18 %

e) 31 %

Teste anulado



Gabarito

9) Aplicando um curto circuito entre a e b e chamando de i_o a corrente de curto —

$$E - v = R_2 i_o \Rightarrow v = E - R_2 i_o \quad (1)$$

$$\frac{v}{R_1} = i_o - g_m v \Rightarrow v\left(\frac{1}{R_1} + g_m\right) = i_o$$

$$\Rightarrow v = \frac{R_1 i_o}{1 + R_1 g_m} \quad (2)$$

Subst (2) em (1)

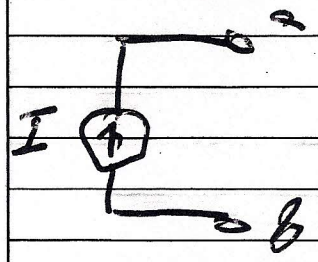
$$\frac{R_1 i_o}{1 + R_1 g_m} = E - R_2 i_o$$

$$i_o\left[\frac{R_1}{1 + R_1 g_m} + R_2\right] = E$$

$$\boxed{i_o = \frac{E(1 + R_1 g_m)}{R_1 + R_2 + R_1 R_2 g_m}}$$

Gabarito 10

Para não ter um gerador equivalente de Thévenin o circuito deve ser equivalente a:



Ou seja, a resistência "vista" entre os pontos a e b deve tender a infinito

O modo mais fácil de obter a resistência vista é calcular a tensão em aberto

$e_o = E + R_1 g_m v$

$v = E - e_o$

Logo $e_o = E + R_1 g_m (E - e_o)$

$e_o(1 + R_1 g_m) = E(1 + R_1 g_m)$

$e_o = \frac{E(1 + R_1 g_m)}{(1 + R_1 g_m)}$

Comparando com o teste' segue

$R_{vista} = \frac{R_1 + R_2 + R_1 R_2 g_m}{1 + R_1 g_m}$

Logo a condição é $g_m = -1/R_1$

Gabarito 11

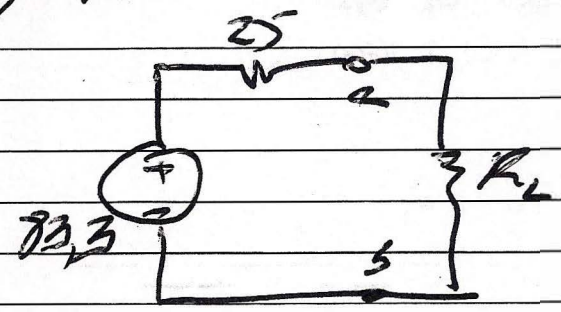
A tensão no terminal positivo deve ser 8 V, logo a corrente i é

$i = \frac{8}{4}$ (unidades AF) $= 2\,mA$

Gabarito 12

$V_{TH} = \frac{150}{180}(100) = 83,3V$

$R_{TH} = 25\Omega = R_L$



$V_{ab} = \frac{83,3}{50} \cdot 25 = 41,6V$

$i_s = \frac{83,3}{50} = 1,66A$

$P_{fonte} = -1,66 \cdot 83,3 = -138,78W$

$P_L = \left(\frac{83,3}{50}\right)^2 (25) = 69,3W$

$\eta_{ger} = \frac{69,3}{138,78} = 0,5$

Como foi pedido o rendimento em relação ao gerador de 100 V (e não em relação ao gerador de Thévenin), a resposta é 35,8% e o teste foi ANULADO.

Utilizando os cálculos realizados a partir do gerador de Thévenin, obtemos:

$i_{R30} = i_{RL} + i_{R150} = 1,66 + 41,6/150 = 1,937\ A$

$P_{ger100} = 100 \times 1,937 = 193,7\ W$

$F_{ger100} = 69,3/193,7 \approx 35,8\%$