

Escola Politécnica da  
Universidade de São Paulo



**PME 3344**

# **Termodinâmica Aplicada**

6) Primeira Lei da Termodinâmica  
para volume de controle



Os princípios básicos que nos são importantes estão escritos para um sistema. Assim, temos as expressões a seguir para a conservação da massa e da energia:

$$m = \text{constante}$$

$$\frac{dm}{dt} = 0$$

$$E_2 - E_1 = Q_{1-2} - W_{1-2}$$

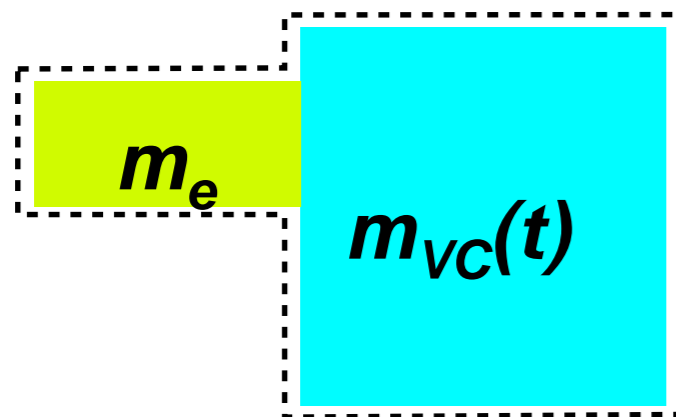
$$\frac{dE}{dt} = \dot{Q} - \dot{W}$$



Vamos escrever expressões equivalentes para um volume de controle.

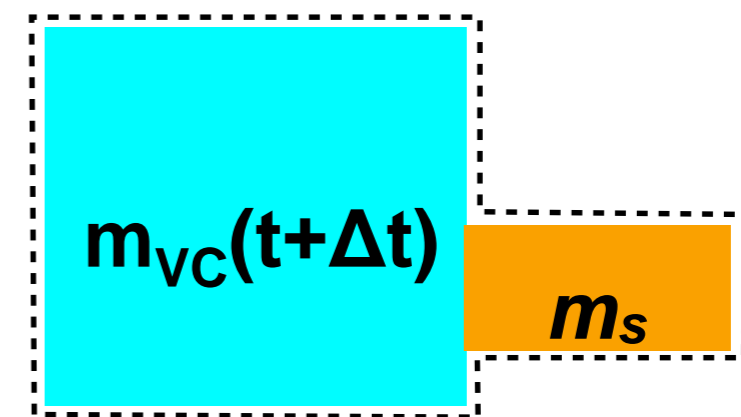
Podemos fazer isso considerando um sistema com fronteira móvel:

*No instante  $t$*



$$\text{sistema} \equiv m(t) = m_{vc}(t) + m_e$$

*No instante  $t + \Delta t$*



$$\text{sistema} \equiv m(t + \Delta t) = m_{vc}(t + \Delta t) + m_s$$

$$m_{vc}(t) + m_e = m_{vc}(t + \Delta t) + m_s$$



Agrupando os termos e dividindo por  $\Delta t$ :

$$\frac{m_{vc}(t+\Delta t) - m_{vc}(t)}{\Delta t} = m_e - m_s \quad \xrightarrow{\Delta t \rightarrow 0} \quad \frac{dm_{vc}}{dt} = \dot{m}_e - \dot{m}_s$$

vazão mássica (massa/tempo)

Generalizando para várias  
entradas e saídas:

$$\frac{dm_{vc}}{dt} = \sum_e \dot{m}_e - \sum_s \dot{m}_s$$



Deduzimos:

$$\frac{dm_{vc}}{dt} = \sum_e \dot{m}_e - \sum_s \dot{m}_s$$

De fato fizemos a seguinte conta:

Taxa de variação da  
massa contida no  
VC no instante  $t$

=

Taxa com que  
massa entra no  
VC

-

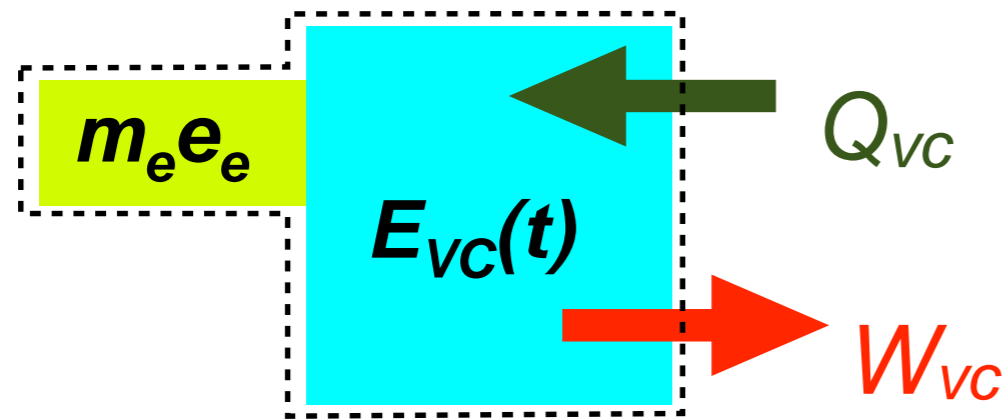
Taxa com que  
massa sai do VC



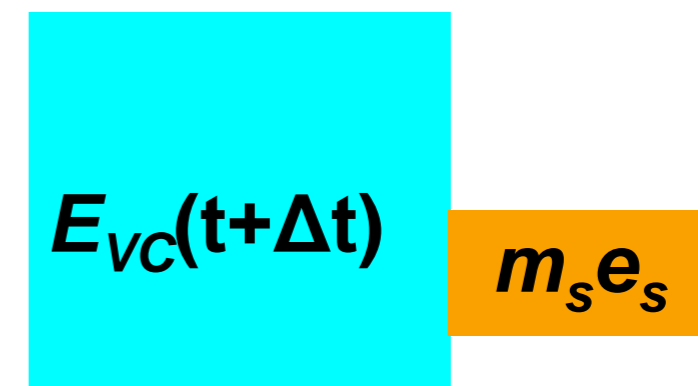
# Conservação da energia

De forma análoga podemos deduzir a expressão da conservação da energia para um volume de controle:

No instante  $t$



No instante  $t+\Delta t$



$$E = E_{vc}(t) + m_e \left( u_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e \right)$$

$$E = E_{vc}(t + \Delta t) + m_s \left( u_s + \frac{V_s^2}{2} + gz_s \right)$$

$$E_{vc}(t) + m_e \left( u_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e \right) + Q_{vc} - W = E_{vc}(t + \Delta t) + m_s \left( u_s + \frac{V_s^2}{2} + gz_s \right)$$



Agrupando os termos:

$$E_{vc}(t + \Delta t) - E_{vc}(t) = m_e \left( u_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e \right) - m_s \left( u_s + \frac{V_s^2}{2} + gz_s \right) + Q_{vc} - W$$

Dividindo por  $\Delta t$  e aplicando o limite ( $\Delta t \rightarrow 0$ ):

$$\frac{dE_{vc}}{dt} = \dot{m}_e \left( u_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e \right) - \dot{m}_s \left( u_s + \frac{V_s^2}{2} + gz_s \right) + \dot{Q} - \dot{W}$$

**A potência pode ser dividida em dois componentes:**

$$\dot{W} = \dot{W}_{vc} + \dot{W}_{fluxo}$$

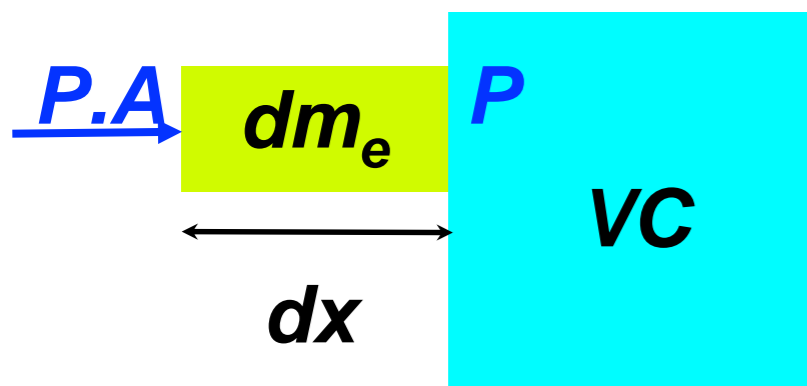
**O que é essa tal de potência de fluxo?**



# Trabalho de fluxo

Para entender o porque da divisão e a introdução do trabalho de fluxo, considere as figuras a seguir:

*No instante  $t$*



O trabalho realizado pela vizinhança para que  $dm_e$  entre no sistema é:  $P.A.dx$

Por sua vez a potência é dada:  $P.A.V$

$V$  é a velocidade média com  $dm_e$  entre no sistema.

Analogamente poderíamos repetir a análise para uma saída. Dessa forma, chegamos na expressão da potência de fluxo:

$$\dot{W} = p_s A_s V_s - p_e A_e V_e = \dot{m}_s p_s v_s - \dot{m}_e p_e v_e$$

Por que o sinal negativo associado à entrada?





# 1ª Lei da Termodinâmica

## Expressão para volume de controle

**Substituindo o resultado anterior na expressão da 1ª Lei:**

$$\frac{dE_{vc}}{dt} = \dot{m}_e \left( u_e + p_e v_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e \right) - \dot{m}_s \left( u_s + p_s v_s + \frac{V_s^2}{2} + gz_s \right) + \dot{Q}_{vc} - \dot{W}_{vc}$$

**Lembrando da definição de entalpia e generalizando para várias entradas e saídas:**

$$\frac{dE_{vc}}{dt} = \sum_e \dot{m}_e \left( h_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e \right) - \sum_s \dot{m}_s \left( h_s + \frac{V_s^2}{2} + gz_s \right) + \dot{Q}_{vc} - \dot{W}_{vc}$$

## Princípios de conservação para volume de controle:

### Conservação da massa

$$\frac{dm_{vc}}{dt} = \sum_e \dot{m}_e - \sum_s \dot{m}_s$$

### Conservação da energia

$$\frac{dE_{vc}}{dt} = \sum_e \dot{m}_e \left( h_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e \right) - \sum_s \dot{m}_s \left( h_s + \frac{V_s^2}{2} + gz_s \right) + \dot{Q}_{vc} - \dot{W}_{vc}$$



## Regime permanente:

- ★ O VC não se move em relação ao sistema de coordenadas;
- ★ O estado da massa em cada ponto do VC não varia com o tempo;
- ★ O fluxo e o estado da massa em cada área discreta de escoamento na superfície de controle não variam com o tempo;
- ★ As taxas nas quais o calor e o trabalho cruzam a superfície de controle permanecem constantes.



## Regime permanente:

★ O VC não se move em relação ao sistema de coordenadas;

As velocidades do fluido nas entradas e saídas são velocidades relativas ao VC, portanto, nesse caso, absolutas

★ O estado da massa em cada ponto do VC não varia com o tempo;

$$\frac{dm_{vc}}{dt} = 0$$

$$\frac{dE_{vc}}{dt} = 0$$



# Regime permanente

## Resumos das equações com uma entrada e uma saída:

$$\cancel{\frac{dm_{vc}}{dt}} = \cancel{\sum_e \dot{m}_e} - \cancel{\sum_s \dot{m}_s} \quad \Rightarrow \dot{m} = \dot{m}_e = \dot{m}_s$$

$$\cancel{\frac{dE_{vc}}{dt}} = \cancel{\sum_e \dot{m}_e} \left( h_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e \right) - \cancel{\sum_s \dot{m}_s} \left( h_s + \frac{V_s^2}{2} + gz_s \right) + \dot{Q}_{vc} - \dot{W}_{vc}$$

Combinando com  
a conservação da  
massa

$$\dot{m} \left( h_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e \right) - \dot{m} \left( h_s + \frac{V_s^2}{2} + gz_s \right) + \dot{Q}_{vc} - \dot{W}_{vc} = 0$$

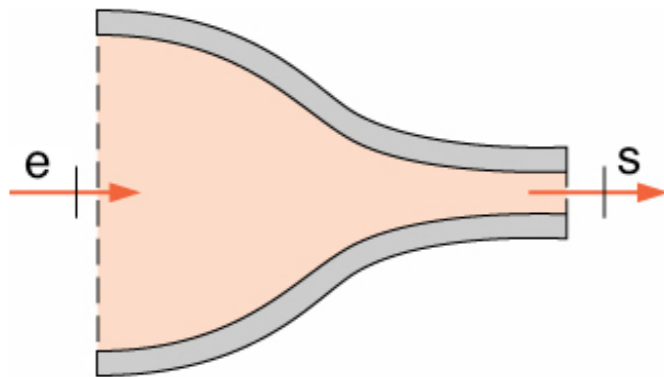
Dividindo pela  
vazão mássica

$$h_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e + q_{vc} - w_{vc} = h_s + \frac{V_s^2}{2} + gz_s$$

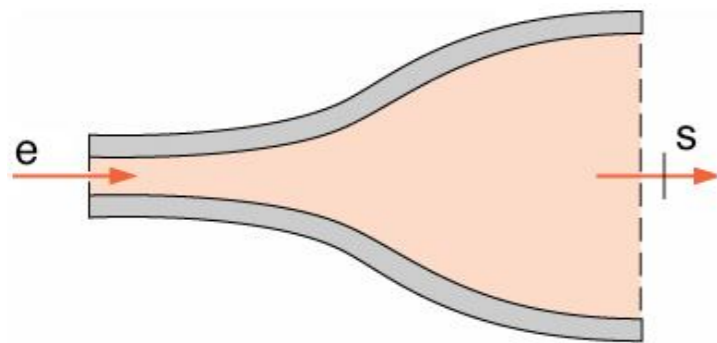


# Exemplos de aplicação

## Bocal / Difusor

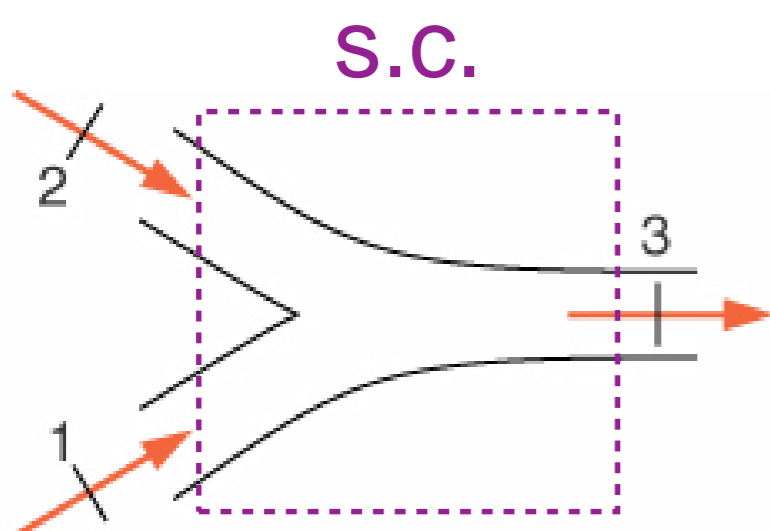


$$h_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e + q_{vc} - w_{vc} = h_s + \frac{V_s^2}{2} + gz_s$$



$$h_e + \frac{V_e^2}{2} = h_s + \frac{V_s^2}{2}$$

## Misturador



$$\sum_e \dot{m}_e h_e - \sum_s \dot{m}_s h_s + \dot{Q}_{vc} - \dot{W}_{vc} = 0$$

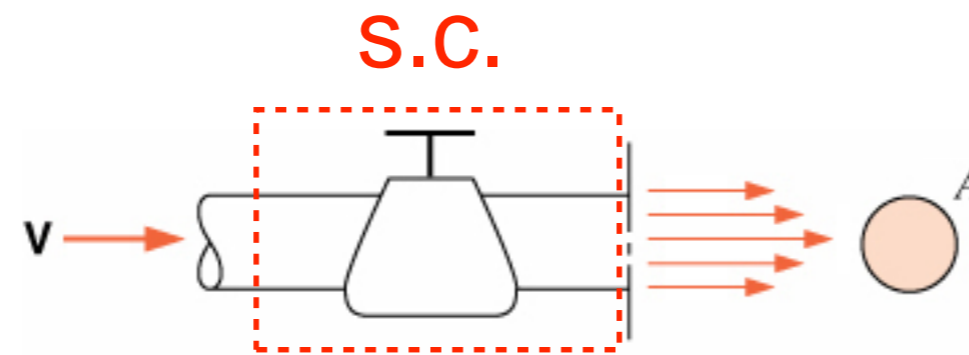
$$\dot{m}_3 h_3 = \dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_2 h_2$$



# Exemplos de aplicação

## Restrições

Exemplos: válvulas e tubos capilares



1ª Lei:

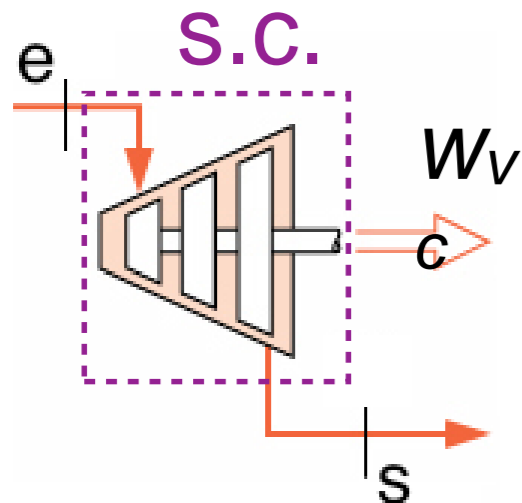
$$h_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e + q_{vc} - w_{vc} = h_s + \frac{V_s^2}{2} + gz_s$$

$$h_e = h_s \rightarrow \text{isentálpica}$$



# Exemplos de aplicação

## Turbina

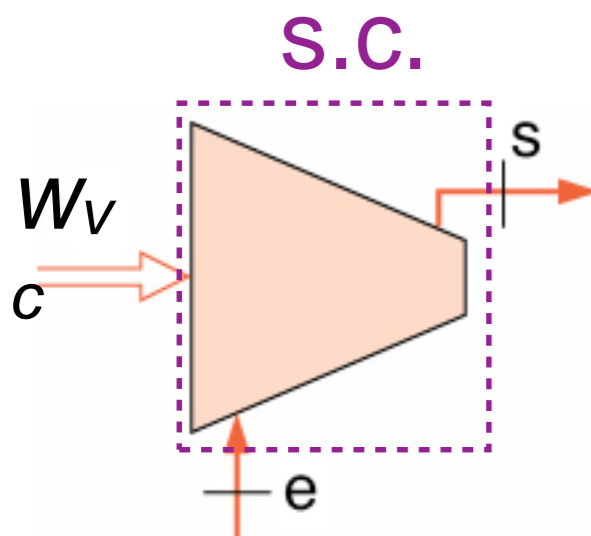


~~$$h_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e + q_{vc} - w_{vc} = h_s + \frac{V_s^2}{2} + gz_s$$~~

$$w_{vc} = h_e - h_s$$

*Note que resulta  $w_{vc} > 0$  e que a vazão mássica define a potência*

## Compressor / Bomba



~~$$h_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e + q_{vc} - w_{vc} = h_s + \frac{V_s^2}{2} + gz_s$$~~

$$w_{vc} = h_e - h_s$$

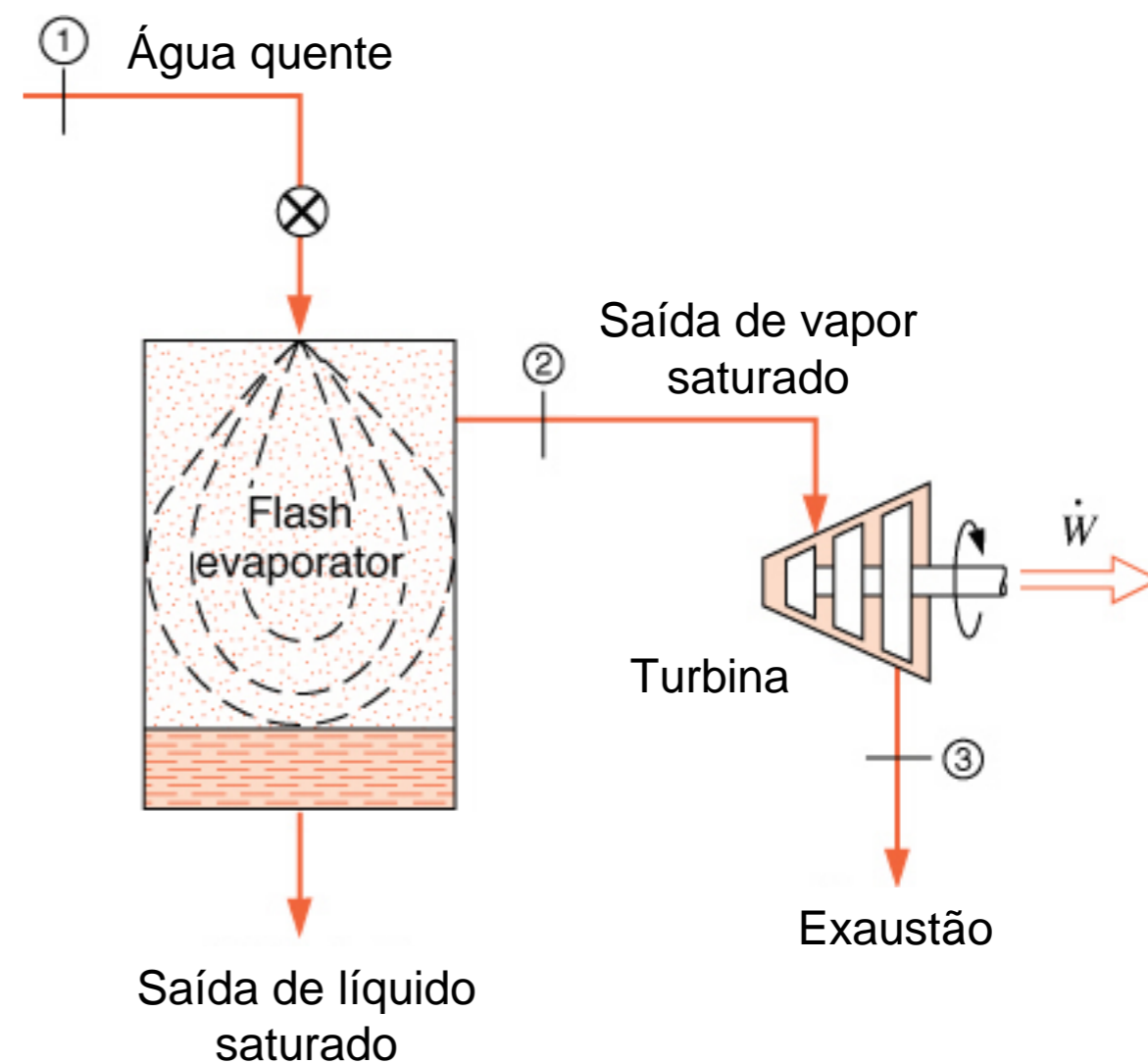
*Note que resulta  $w_{vc} < 0$  e que a vazão mássica define a potência*



# Exercício 1 – “Flash evaporator”



Propõem-se usar um suprimento geotérmico de água quente para acionar uma turbina a vapor d'água utilizando o dispositivo esquematizado na figura. Água a alta pressão, 1,5 MPa e 180 °C, é estrangulada e segue para um evaporador instantâneo (“flash evaporator”) adiabático, de modo a se obter líquido e vapor à pressão de 400 kPa. O líquido sai pela parte inferior do evaporador, enquanto o vapor é retirado para alimentar a turbina. O vapor sai da turbina a 10 kPa e com título igual a 90%. Sabendo que a turbina produz uma potência de 1 MW, qual é a vazão necessária de água quente que deve ser fornecida pela fonte geotérmica.





# Exercício 1

Estado 1: conhecemos P e T

Tabela de saturação a 1500 kPa,  $T_{\text{sat}} = 198,32 \text{ }^\circ\text{C}$ , como  $T_1 < T_{\text{sat}}$ , temos líquido comprimido.

$$v_1 \approx v_l = 0,001154 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$u_1 \approx u_l = 843,14 \text{ kJ/kg}$$

$$h_1 \approx u_1 + P_1 \cdot v_1 = 844,9 \text{ kJ/kg}$$

Estado 2: vapor saturado seco a 400 kPa e  $T_{\text{sat}} = 143,63 \text{ }^\circ\text{C}$

$$h_2 = h_v = 2738,53 \text{ kJ/kg}$$

Estado 3: líquido e vapor saturados a 10 kPa e  $x_3 = 0,9$

$$h_3 = (1 - x_3) \cdot h_l + x_3 \cdot h_v = (1 - 0,9) \cdot 191,81 + 0,9 \cdot 2584,63 = 2345,3 \text{ kJ/kg}$$

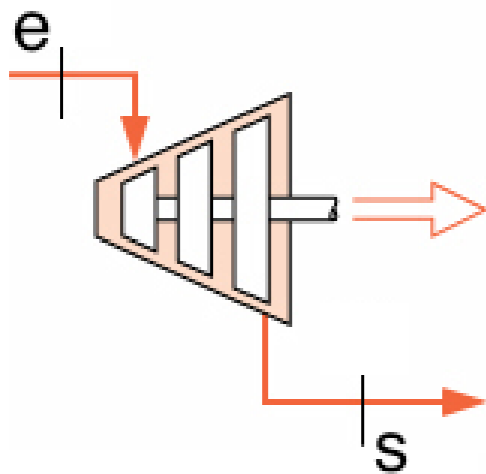


# Exercício 1

VC  $\equiv$  turbina

## Hipóteses:

- 1) Processo adiabático (2 - 3);
- 2) Variações de energia cinética e potencial desprezível;
- 3) Regime permanente



$$w_{vc} = h_e - h_s$$

$$w_t = h_2 - h_3 = 393,23 \text{ kJ/kg}$$

$$\dot{W}_t = w_t \dot{m}_2 \Rightarrow \dot{m}_2 = \frac{\dot{W}_t}{w_t} = \frac{1000}{393,23} = 2,54 \text{ kg/s}$$



# Exercício 1

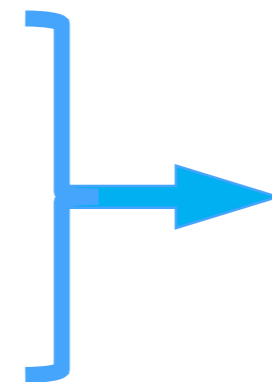
No evaporador temos líquido e vapor saturados com título desconhecido.

Esse título permite determinar a relação entre as vazões mássicas na entrada e saídas do evaporador. Por que?

Podemos determinar o título aplicando a 1ª lei à válvula.

## Hipóteses:

- 1) Válvula adiabática;
- 2) Variações de energia cinética e potencial desprezível.



$$h_e = h_s$$

$$\therefore h_s = h_1 = 763,8 \text{ kJ/kg}$$

$$h_l @ 400 \text{ kPa} = 604,73 \text{ kJ/kg}$$

$$h_v @ 400 \text{ kPa} = 2738,53 \text{ kJ/kg}$$



$$x = 0,07447$$

$$x = \frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_1} \quad \longrightarrow \quad \dot{m}_1 = \frac{\dot{m}_2}{x} = \frac{2,54}{0,07447} = 34,11 \text{ kg/s}$$