Física Experimental II

A queda em meio viscoso, a Lei de Stokes

FUNDAMENTOS TEÓRICOS:

As forças atuantes numa esfera em queda num meio viscoso

Quando uma esfera se move verticalmente, com velocidade constante, no interior de um fluido viscoso em repouso, as seguintes forças atuam na esfera, Figura 1.

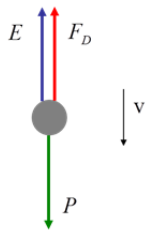

Figura 1 – Diagrama de forças atuando sobre uma esfera em movimento.

P = força peso da esfera
E = força de empuxo
F_D = força resistente (força de arrasto)

onde:

$$P = F_D + E \qquad \text{(I)}$$

A força peso da esfera

O peso P de uma esfera de diâmetro D e densidade d é calculado pela expressão:

$$P = V_{esfera}\, d_{esfera}\, g$$

A força de empuxo atuante sobre uma esfera

De acordo com o princípio de Arquimedes (sobre a flutuação dos corpos), *"uma força de empuxo atua sobre qualquer corpo imerso em um líquido é igual ao peso do volume de um líquido deslocado pelo corpo"*.

O empuxo exercido sobre uma esfera completamente imersa em um líquido é calculado pela expressão:

$$E = \left(\pi D^3/6\right) d_{líquido}\, g$$

A força resistente (força de arrasto) atuante sobre a esfera.

Isaac Newton desenvolveu a equação geral para força resistente, que deve atuar sobre uma esfera que se move através de um gás, enquanto investigava o movimento de uma bala de canhão. Newton estabeleceu teoricamente que a esfera deve empurrar um volume de gás igual à área projetada da esfera multiplicada pela sua velocidade.

$$F_D = C_D(\pi/8)d_{líquido}D^2\mathrm{v}^2 \qquad \text{(II)}$$

F_D = força de arrasto (drag force) sobre a esfera.
C_D = coeficiente de arrasto (drag coefficient).
D = diâmetro da esfera.
v = velocidade relativa entre a esfera e o líquido.

Através da análise das forças no movimento de queda, notamos a influência de grandezas facilmente mensuráveis como:

- Densidade do líquido
- Diâmetro da esfera
- Velocidade da esfera em queda
- Peso da esfera
- Densidade do líquido

Se verificarmos mais especificamente o significado do coeficiente de arrasto C_D, observamos sua dependência com a viscosidade.

O coeficiente de arrasto C_D é uma constante definida de acordo com:

- A forma do corpo
- O número de Reynolds (R_e)

O número de Reynolds

O número de Reynolds é um parâmetro adimensional definido pela expressão:

$$R_e = \frac{\mathrm{v}D}{\nu}$$

v = velocidade do corpo em cm/s;
D = diâmetro da esfera em cm;
ν = viscosidade cinemática em Stokes.

Segundo Reynolds, o coeficiente de arrasto C_D é dependente do número de Reynolds.

Para a esfera esta função é mostrada na Figura 2:

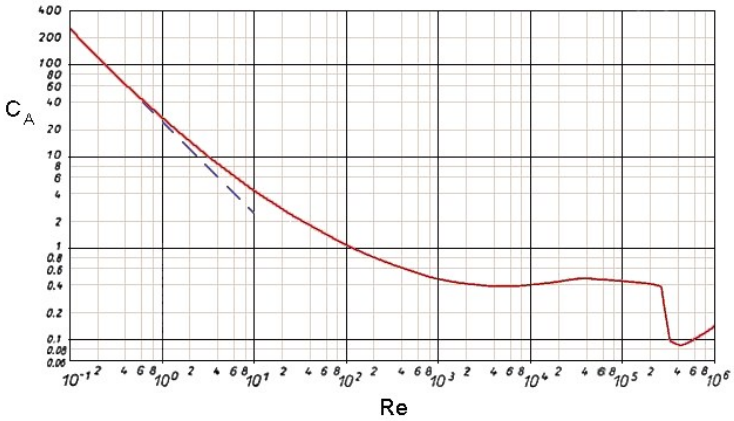

Figura 2 – Dependência do coeficiente de arrasto em função do número de Reynolds.

Pode-se observar uma região de linearidade entre o coeficiente de arrasto e o número de Reynolds, quando $R_e < 1$.

Esta função linear é expressa pela equação:

$$C_D = \frac{24}{R_e} = 24\frac{\nu}{\mathrm{v}D} \qquad \text{(III)}$$

Stokes

Substituindo a equação (III) em (II) podemos calcular a força F_D exercida pelo fluido sobre a esfera em queda.

$$F_D = 3\pi d_{líquido} \nu D \mathrm{v} \qquad \text{(IV)}$$

A equação IV expressa a **lei de Stokes**.

A viscosidade

A viscosidade pode ser encarada como o atrito interno dos líquidos, isto é, o atrito que as várias camadas de um líquido encontram ao escoarem uma sobre as outras.

Viscosidade absoluta (viscosidade dinâmica, η)

Representa a força por unidade de superfície que se estabelece entre duas camadas paralelas de um fluido em movimento laminar, quando uma camada se move em relação à outra com velocidade unitária.

A unidade usual da viscosidade absoluta ou dinâmica é o poise.

poise = $g.cm^{-1}.s^{-1}$

A viscosidade cinemática (*v*)

Representa viscosidade absoluta η de um líquido relacionado à densidade *d* do líquido. É descrita pela equação:

$$v = \eta \ / \ d_{líquido}$$

A unidade da viscosidade cinemática é o stokes (St).

$$\text{stokes} = cm^2.s^{-1}$$

A viscosidade relativa

Representa a viscosidade de um líquido em relação a outro, normalmente a água destilada.

A unidade da viscosidade relativa é o grau Engler.

O simbolismo empregado [unidades CGS]

F_D = força resistente ou força de arrasto [dina]
η = viscosidade absoluta (ou dinâmica) [poise]
v = viscosidade cinemática [stokes]
d = densidade [g/cm³]
P = força peso [dina]
D = diâmetro da esfera [cm]
d_{esfera} = densidade da esfera [g/cm³]
V_{esfera} = volume da esfera [cm³]
g = aceleração da gravidade [cm/s²]
E = força de empuxo [dina]
$d_{líquido}$ = densidade do líquido [g/cm³]
C_D = coeficiente de arrasto [adimensional]
v = velocidade da esfera [cm/s]
Re = número de Reynolds [adimensional]

1 - HABILIDADES E COMPETÊNCIAS:

Ao término desta atividade o aluno deverá ter competência para:

- Determinar experimentalmente o coeficiente de viscosidade de um fluido.
- Calcular, a partir dos dados tabelados, a viscosidade de um fluido.

2 - MATERIAL NECESSÁRIO

- Viscosímetro de Stokes
- Corpo de prova esférico
- Cronômetro microcontrolado
- Paquímetro
- Glicerina

3 - MONTAGEM

3.1. Coloque o sensor mais baixo próximo do final do tubo.
3.2. Posicione os demais sensores distanciados 100 mm um do outro a partir do sensor mais baixo.
3.3. Faça o alinhamento dos sensores.

4 - ANDAMENTO DAS ATIVIDADES

- Anote a massa *m* da esfera.
  m = _____ g

- Anote o diâmetro da esfera.
  D = _____ cm

A determinação da densidade do líquido

- Calcule a densidade do líquido.
  $d_{líquido} = m / V_{líquido}$

  $d_{líquido}$ = _____ g/cm³

O cálculo do volume da esfera

- Calcule o volume da esfera.
  $V_{esfera} = \pi D^3 / 6$ = _____ cm³

O cálculo do peso da esfera

- A partir da massa, calcule o peso *P* da esfera, considerando g = 980 cm s^{-2}

  $P = m\,g$ = _____ g cm s^{-2} [dina]

O cálculo do empuxo atuante sobre a esfera

- Calcule o empuxe E que o líquido exerce sobre a esfera:

$$E = d_{líquido}\, V_{esfera}\, g$$

E = _____ dina

Cálculo da força de arrasto

- Calcule a força de arrasto F_D que o líquido oferece sobre a esfera durante o seu movimento:

$$F_D = P - E$$

F_D = _____ dina

Observe que pela lei de Stokes (II) se pode determinar o coeficiente de viscosidade cinemática ν,

$$F_D = 3\pi d_{líquido} \nu D \mathrm{v}$$

bastando determinar a *velocidade terminal* de queda no líquido.

A determinação da velocidade terminal da esfera num líquido

- Determine o módulo deslocamento que o móvel sofrerá entre os sensores 1 e 2, 2 e 3, 3 e 4 e 4 e 5, preenchendo a Tabela.

	h_1 (cm)	h_2 (cm)	h_3 (cm)	h_4 (cm)
Módulo de deslocamento				

4.1. Prepare o cronômetro.

4.2. Abandone a esfera no interior do líquido e cronometre o tempo.

4.3. Repita a operação de queda por 5 vezes, completando a Tabela.

Medida	Δt_1	Δt_2	Δt_3	Δt_4
1				
2				
3				
4				
5				
Média				

4.4. Para cada intervalo de tempo médio, calcule a velocidade v_m dividindo a distância percorrida do intervalo (espaçamento entre os sensores) pela média do tempo gasto em percorrê-la, completando a Tabela.

Velocidade	v_1	v_2	v_3	v_4

$v_m = h / \Delta t$

v_m = _____

- Monte um gráfico: *velocidade em função do tempo*.

- Verifique se a velocidade dos dois últimos intervalos se manteve constante. Lembre que para ser válida a análise de forças mostrada na Figura 1, a velocidade da esfera deve ser constante (aceleração = 0).

O coeficiente de viscosidade cinemática.

O coeficiente de viscosidade cinemática de um líquido pode ser obtido pela expressão da força de arrasto F_D de Stokes:

$$F_D = 3\pi d_{líquido} \nu D \mathrm{v}$$

$$\nu = \frac{F_D}{3\pi d_{líquido} D \mathrm{v}}$$

ν = _____ stokes

A determinação da viscosidade dinâmica

- Calcule a viscosidade absoluta do líquido em estudo.

$\nu = \eta / d_{líquido}$

$\eta = \nu \cdot d_{líquido}$

η = _____ poise

- Compare o valor obtido experimentalmente com o valor tabelado. Comente os resultados.

O número de Reynolds

- Calcule o número de Reynolds e verifique se o valor de *Re* está no regime de escoamento laminar (*Re* < 1). Comente.