MAT1514 – MEB – A Matemática na Educação Básica - 2017

Lista de Exercícios 2

Sistema de Numeração Posicional

Num sistema de numeração posicional de base b, há b símbolos (algarismos) para representar os números $0, 1, 2, \ldots, b-1$. A sequência de dígitos $a_n \ldots a_2 a_1 a_0$ significa

$$a_n \ldots a_2 a_1 a_0 = a_n \times b^n + \ldots + a_2 \times b^2 + a_1 \times b^1 + a_0 \times b^0.$$

Por exemplo, no sistema indo-arábico, temos: $2506 = 2 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 6 \times 10^0$.

No sistema de numeração hexadecimal são usados os símbolos $0, 1, 2, 3, \ldots, 9, A, B, C, D, E, F$, nessa ordem, para representar os números de 1 a 15. O número $171\mathrm{B} = 1 \times 16^3 + 7 \times 16^2 + 1 \times 16^1 + \mathrm{B} \times 16^0$ representa a mesma quantidade que $4096 + 1792 + 16 + 11 = 5915$ no sistema de numeração decimal.

Exercício 1 *Efetue os cálculos abaixo sem sair do sistema hexadecimal:*

a) $3 \times \mathrm{A0F}$

b) $4 \times \mathrm{82C}$

c) $\mathrm{20AC} + \mathrm{ED85}$

d) $\mathrm{100E3} - \mathrm{20F3}$

e) $\mathrm{D85} \div 5$

Agora, converta os números para a base 10 e confira os resultados.

Números racionais e irracionais

Exercício 2 *Determine a representação decimal de* $\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \ldots, \frac{6}{7}$.

Exercício 3 *Determine a representação decimal de* $\frac{7}{11}, \frac{9}{11}, \frac{10}{11}$.

Exercício 4 *O número* $\frac{5}{17}$ *tem representação decimal finita, infinita periódica ou infinita e não periódica? Por quê?*

Exercício 5 *Sem efetuar divisão, verifique se* $\frac{763459763502179 86}{512}$ *é decimal exato ou dízima periódica.*

Exercício 6 *Em cada caso, encontre uma fração cuja representação decimal é a dízima periódica dada:*

a) $0,\overline{4}$

b) $0,\overline{250}$

c) $3,\overline{04}$

d) $0,2\overline{21}$

e) $4,001\overline{67}$

Exercício 7 *Prove que* $\sqrt{2} + \sqrt{6}$ *é irracional. Idem para* $\sqrt{2} + \sqrt{3}$.

Exercício 8 *Sejam* n *e* m *números naturais tais que* $\sqrt{n \cdot m}$ *não é racional. Prove que* $\sqrt{n} + \sqrt{m}$ *não é racional.*

Exercício 9 *Diga se é verdadeiro ou falso. Justifique.*

a) A soma de dois números racionais é sempre um número racional.

b) O produto de dois números racionais é sempre um número racional.

c) A soma de dois números irracionais é sempre um número irracional.

d) O produto de dois números irracionais é sempre um número irracional.

e) A soma de um número racional com um número irracional é irracional.

f) O produto de um número racional por um número irracional é irracional.

g) O inverso de um número irracional é irracional.

Exercício 10 *Se* p *é um número primo e* n *é número natural maior que 2, sabemos que* $\sqrt[n]{p}$ *não é racional. Por quê?*

Exercício 11 *Decida de cada afirmação dada é verdadeira ou falsa. Se for verdadeira, prove. Se for falsa, mostre um contra-exemplo.*

a) Uma fração irredutível cujo denominador é um número primo tem representação decimal infinita e periódica.

b) Se p *e* q *são números primos distintos então* $\sqrt{pq}$ *não é racional.*

Exercício 12 *a) Determine um número irracional entre 10 e 11.*

b) Mostre que existem infinitos números racionais entre 0 e 1.

c) Mostre que existem infinitos números racionais entre 0,9 e 1.

d) Mostre que existem infinitos números irracionais entre 0 e 1.

e) Mostre que entre dois racionais distintos sempre existe um irracional.

f) Entre os números π *e* $\pi + 10^{-10}$ *existe um racional? Dê um exemplo.*

g) Mostre que entre dois números reais distintos sempre existe um racional.