PME 3230

Estática dos Fluidos

Alberto Hernandez Neto

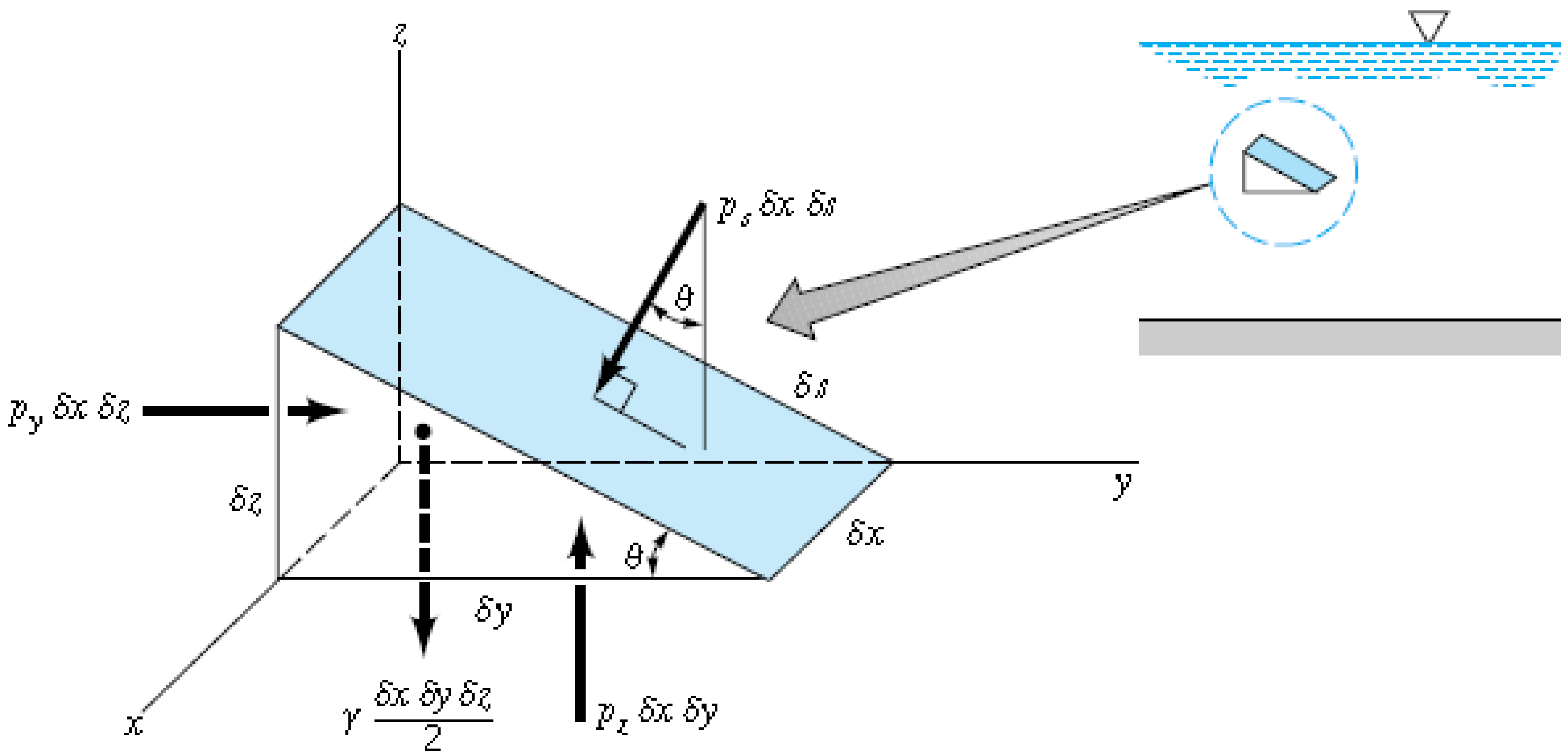
Processos com fluido estático:

- Tensões de cisalhamento são nulas
- Forças de superfície: apenas forças de pressão

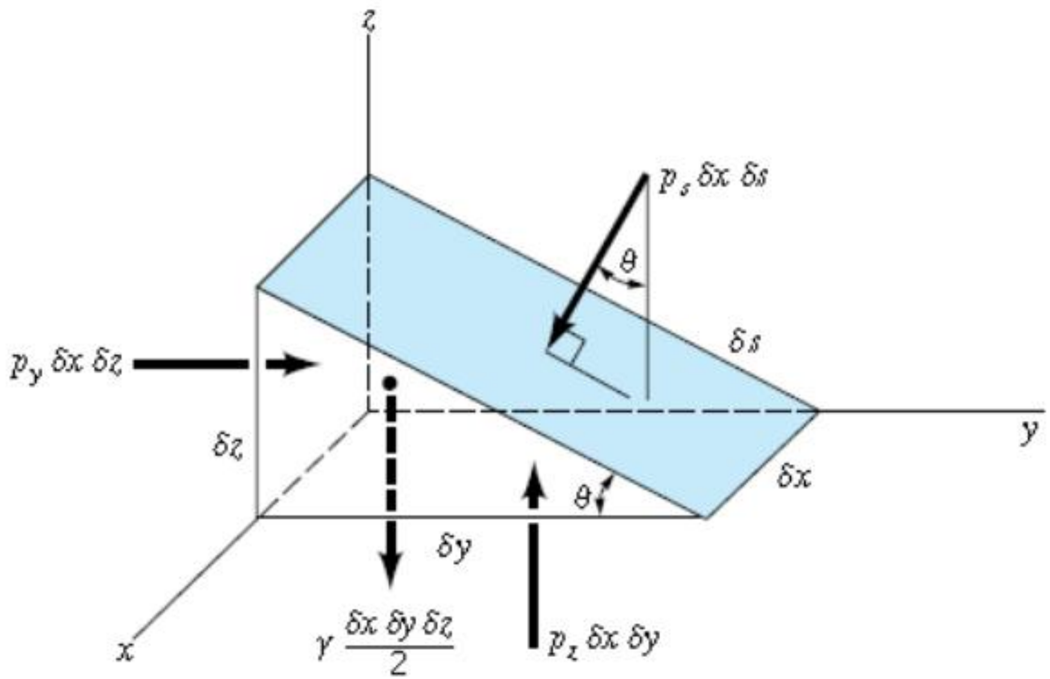
Estudo da pressão: sua variação no meio fluido e seu efeito sobre superfícies imersas

Pressão: força normal por unidade que atua sobre um ponto fluido em um dado plano

Considerando um elemento fluido na forma de cunha, com profundidade δx e peso específico ϒ:



Realizando o balanço de forças na direção y e z tem-se:



$$\sum F_y = p_y \delta x \delta z - p_s \delta x \delta s en\theta = \rho \frac{\delta x \delta y \delta z}{2} a_y$$

$$\sum F_z = p_z \delta x \delta y - p_s \delta x \delta s \cos\theta - \gamma \frac{\delta x \delta y \delta z}{2} = \rho \frac{\delta x \delta y \delta z}{2} a_z$$

Sendo que: $\delta_y = \delta s \cos\theta$ $\delta_z = \delta s sen\theta$

Tem-se que: $p_y - p_s = \rho \dfrac{\delta y}{2} a_y$ $p_z - p_s = (\gamma + \rho a_z)\dfrac{\delta z}{2}$

Para um ponto: $\delta x \to 0, \delta y \to 0, \delta z \to 0$

$$\therefore p_y = p_s; p_z = p_s$$

Como θ é arbitrário, tem-se que:

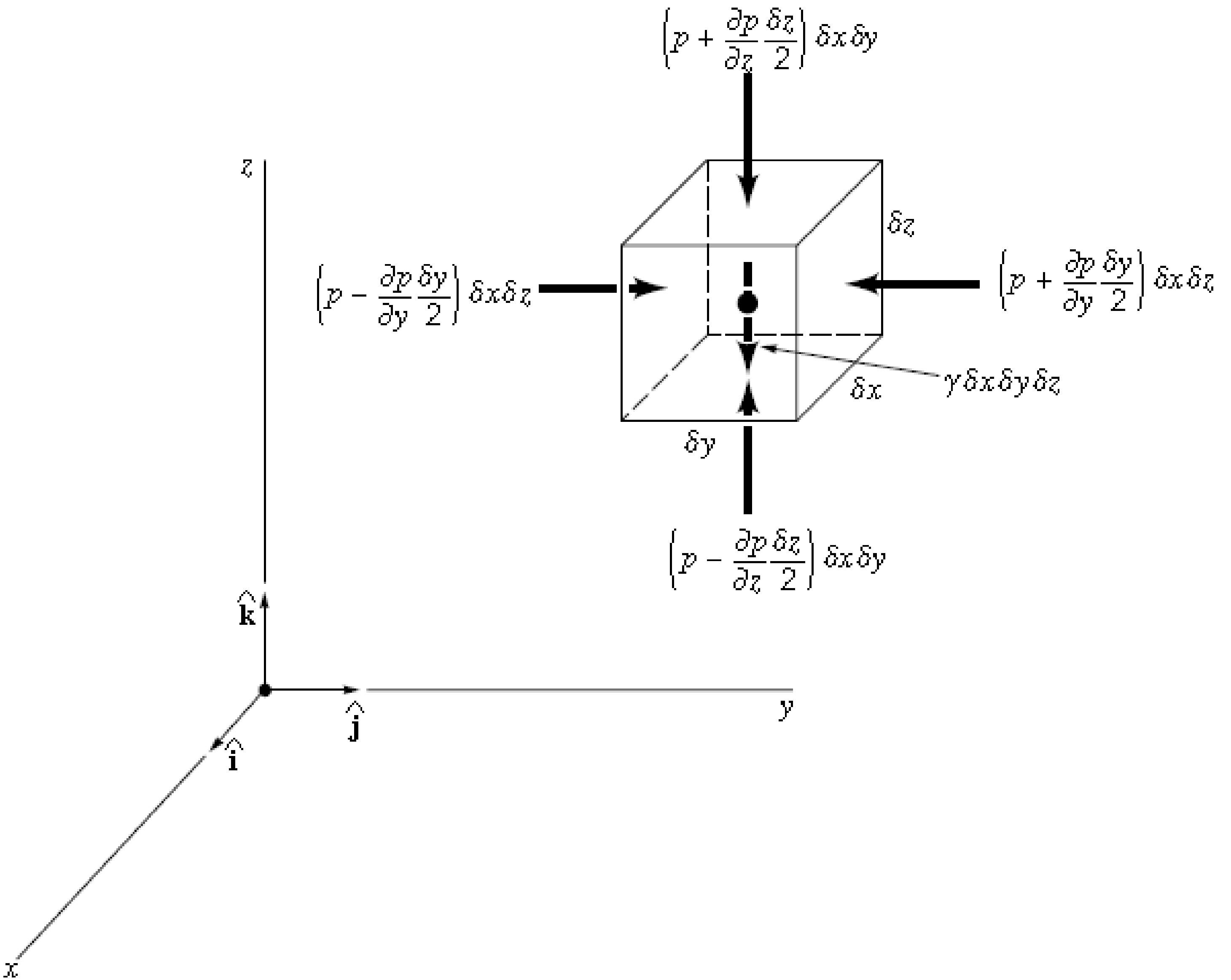
Quando τ=0 (sem tensão de cisalhamento) ➡ O valor da pressão em um ponto do fluido independe da direção

Equação básica do campo de pressão

Definindo-se um elemento hexaédrico em um fluido qualquer onde:

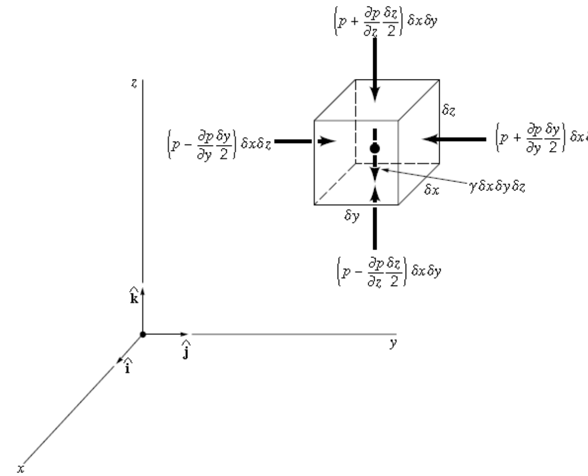
- Dimensões elementares δx, δy e δz;
- Pressão no seu centro geométrico igual a p;
- Propriedades fixas e iguais a
  - ρ = massa específica;
  - $\Upsilon = \rho g$ = peso específico;
  - Variações da pressão no elemento aproximada por séries de Taylor de ordem 1

Equação básica do campo de pressão



Equação básica do campo de pressão

Balanço de forças



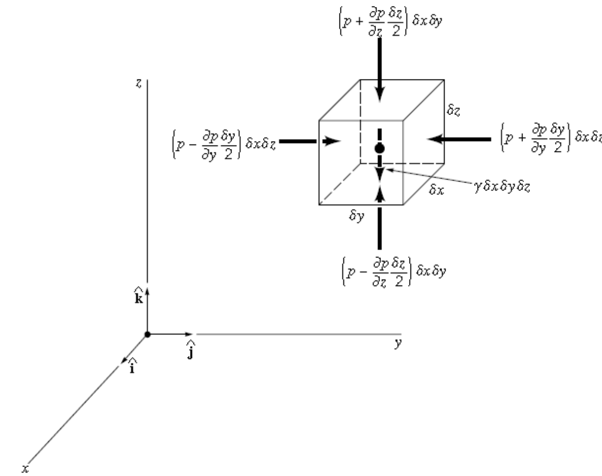
Direção x:

$$\delta F_y = \left(p - \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial y}{2} \right) \delta x \delta z - \left(p + \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial y}{2} \right) \delta x \delta = - \frac{\partial p}{\partial y} \delta x \delta y \delta z \quad (1)$$

$$\delta F_x = - \frac{\partial p}{\partial x} \delta x \delta y \delta z \quad (2)$$

$$\delta F_z = - \frac{\partial p}{\partial z} \delta x \delta y \delta z \quad (3)$$

Equação básica do campo de pressão



Na forma vetorial:

$$\delta\vec{F}_S = \delta F_x\hat{i} + \delta F_y\hat{j} + \delta F_z\hat{k} \qquad (4)$$

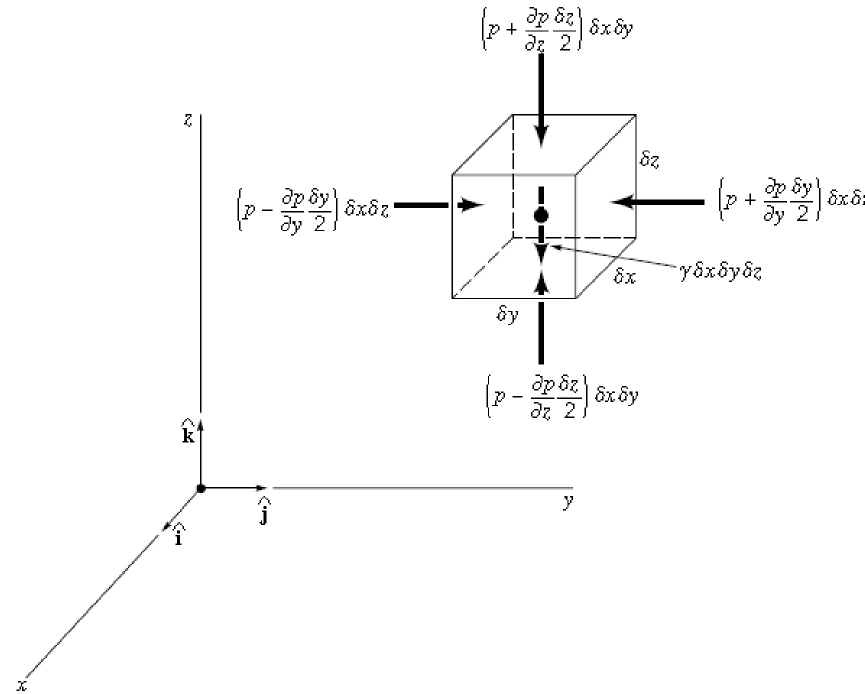
Substituindo as equações (1), (2) e (3) na equação (4) tem-se:

$$\delta\vec{F}_S = -\left(\frac{\partial p}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial p}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial p}{\partial z}\hat{k}\right)\delta x\delta y\delta z$$

Equação básica do campo de pressão

$$\delta \vec{F}_S = \underbrace{-\left(\frac{\partial p}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial p}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial p}{\partial z} \hat{k} \right)}_{\nabla p} \delta x \delta y \delta z$$

$$\frac{\delta \vec{F}_S}{\delta x \delta y \delta z} = \nabla p$$



Pode-se descrever as forças de campos gravitacionais (a influência dos demais campos é desprezada) como :

$$\delta \vec{F}_B = \rho \delta x \delta y \delta z \vec{g}$$

Pela segunda lei de Newton tem-se que:

$$\sum \delta \vec{F} = \delta m \vec{a}$$

$$\delta \vec{F}_S + \delta \vec{F}_B = \delta m \vec{a}$$

$$-\nabla p \delta x \delta y \delta z + \rho \delta x \delta y \delta z \vec{g} = \rho \delta x \delta y \delta z \vec{a}$$

Dividindo por δx δy δz:

$$-\nabla p + \rho \vec{g} = \rho \vec{a}$$ Equação básica do campo de pressão

Adotando as seguintes simplificações:

(1) Se: $\vec{g} = -g\hat{k} \rightarrow -\nabla p + \gamma\hat{k} = \rho\vec{a}$

(2) Se o fluido está em repouso: $\vec{a} = 0 \rightarrow -\nabla p + \gamma\hat{k} = 0$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

(3) Se: $\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \rightarrow p = p(z) \rightarrow \frac{dp}{dz} = -\gamma$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\gamma$$

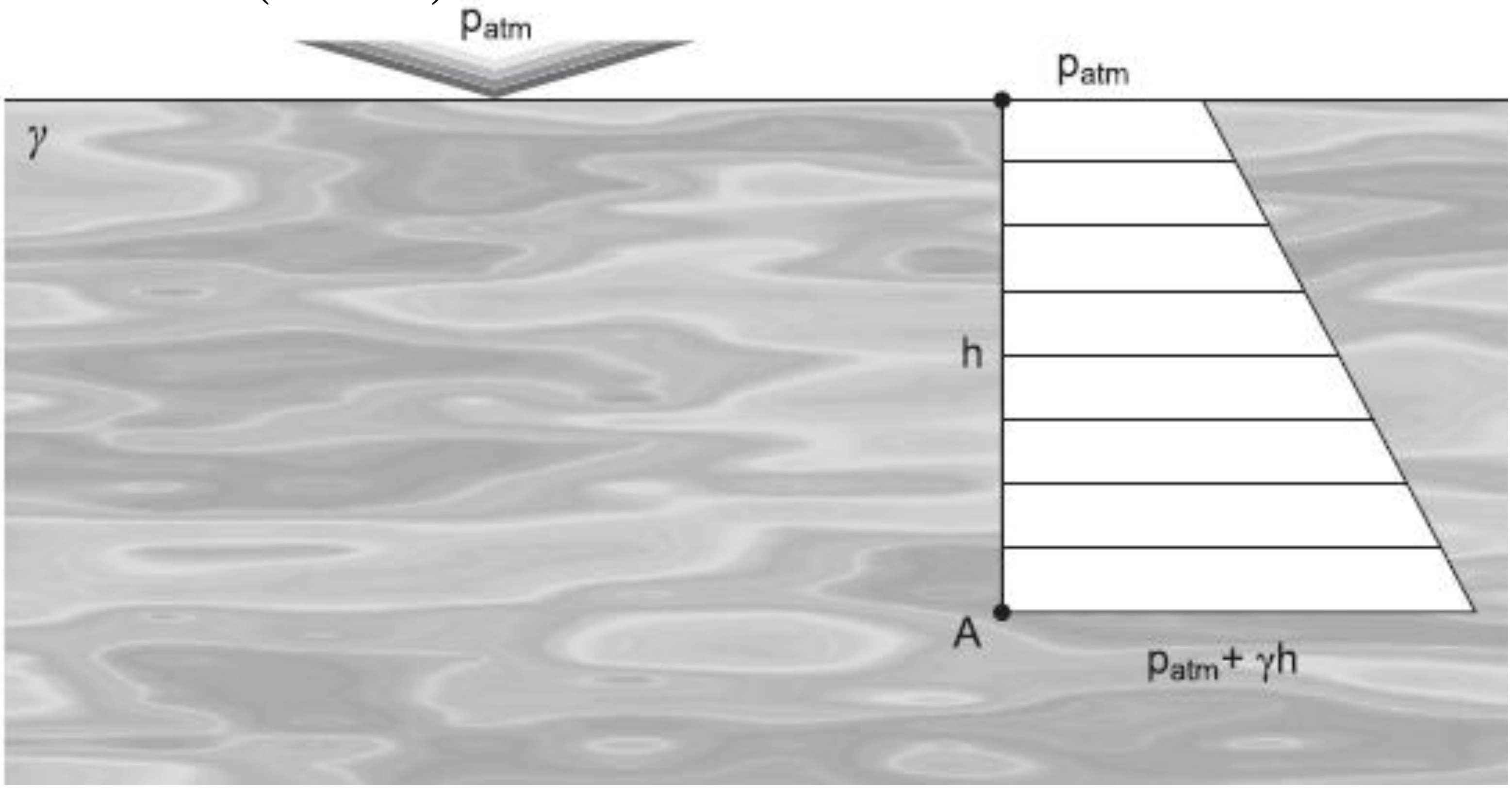
(4) Se o fluido for incompressível (ρ constante) e g constante:

$$\int_{p_1}^{p_2} dp = -\gamma \int_{z_1}^{z_2} dz$$

Sendo: $h = \left(z_2 - z_1\right)$

$$p_2 - p_1 = \gamma\left(z_2 - z_1\right)$$

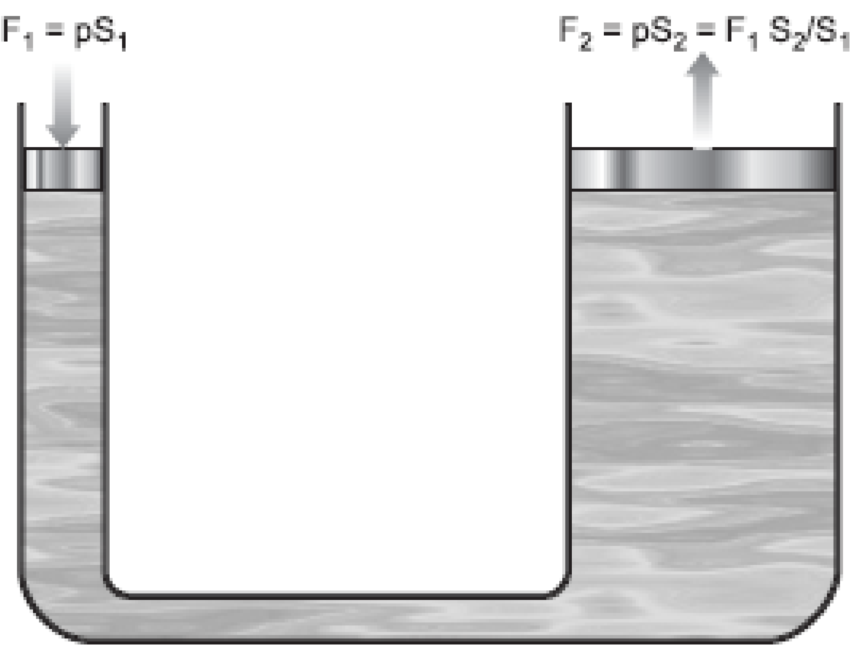
$p_1 = p_2 + \gamma h$ Lei de Stevin



Pressão em um fluido estático:

- Variação linear com h
- Dependência com p_1, h e ϒ
- Independência com a forma do recipiente

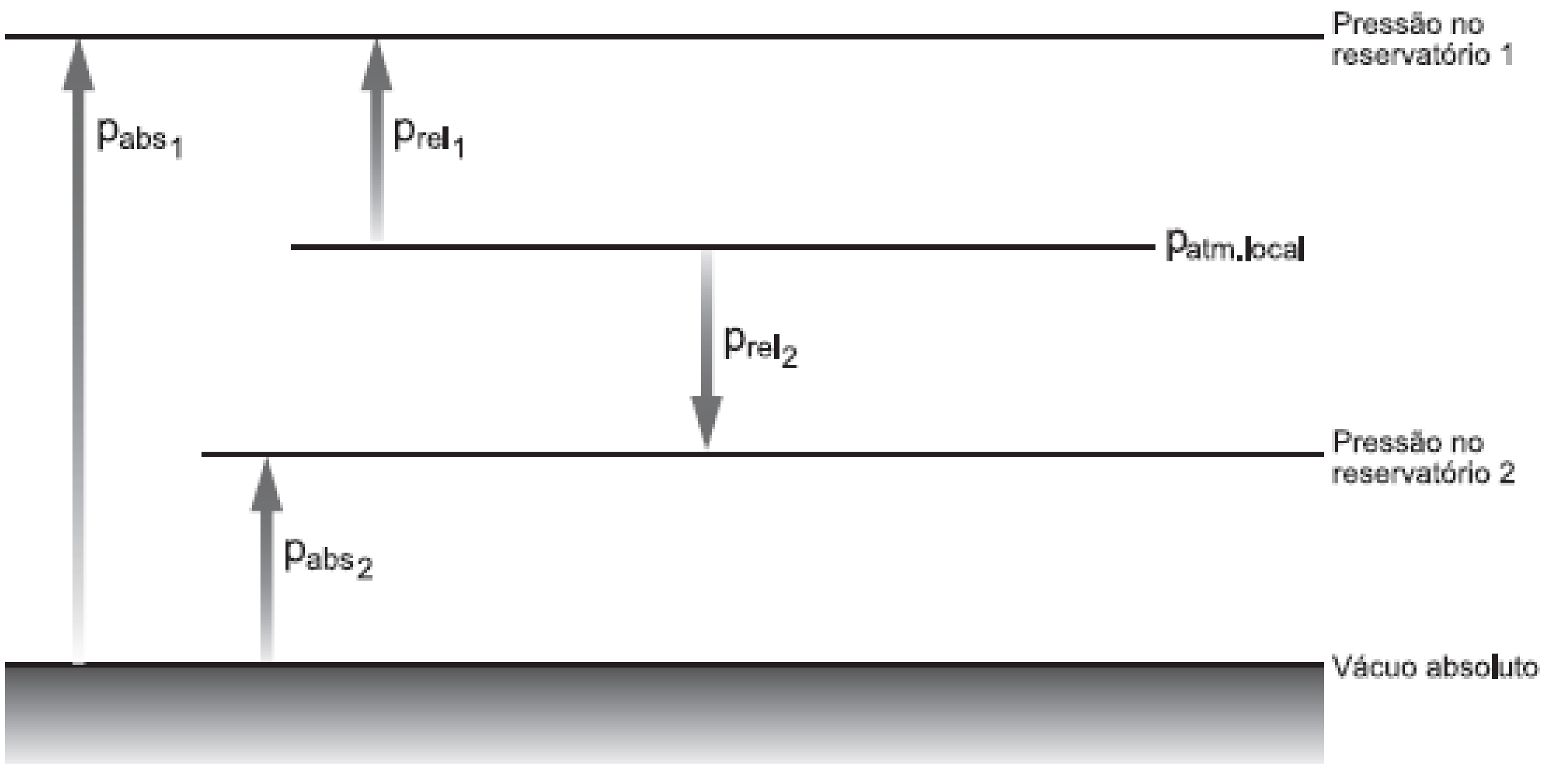
Uso: multiplicação de forças em dispositivos hidráulicos



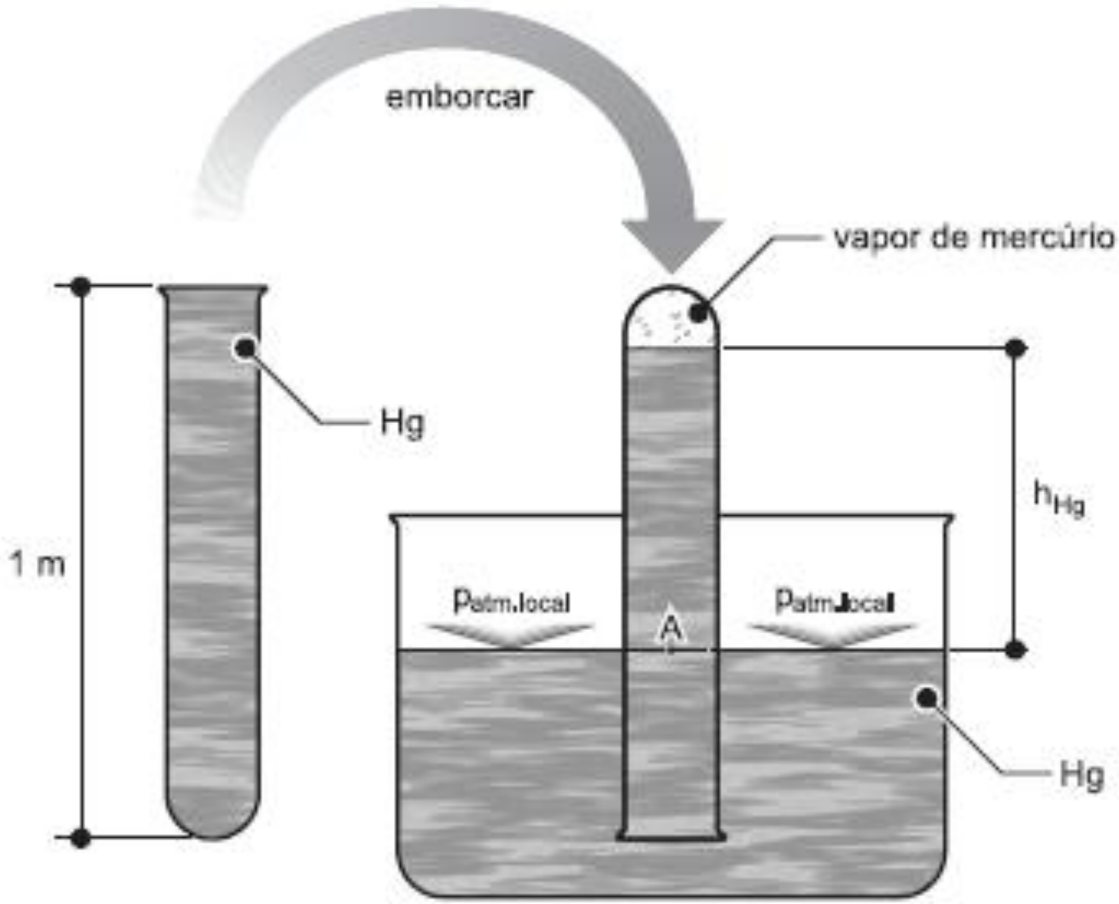
Medição de pressão:

Valores estabelecidos em relação a um nível de referência

Unidades: Pa = N/m2 (SI), psi, bar, altura de coluna de líquido (m.c.a., mmHg), etc.



Medição da pressão atmosférica – barômetro de Mercúrio



$$p_{atm} = \underbrace{p_{vapor}}_{desprezível} + \gamma_{Hg} h$$

$$p_{atm} = \gamma_{Hg} h$$

Ao nível do mar: p_{atm}=760 mmHg=10,36 m.c.a

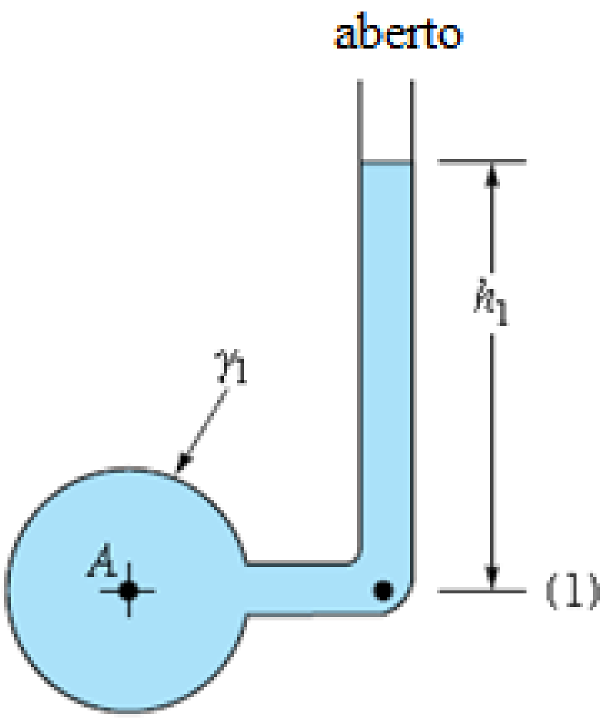
Manometria

Manômetro: medição de pressão relativa

Tubo piezométrico

$$p_A = p_O + \gamma_1 h_1 \left(\text{pressão absoluta}\right)$$

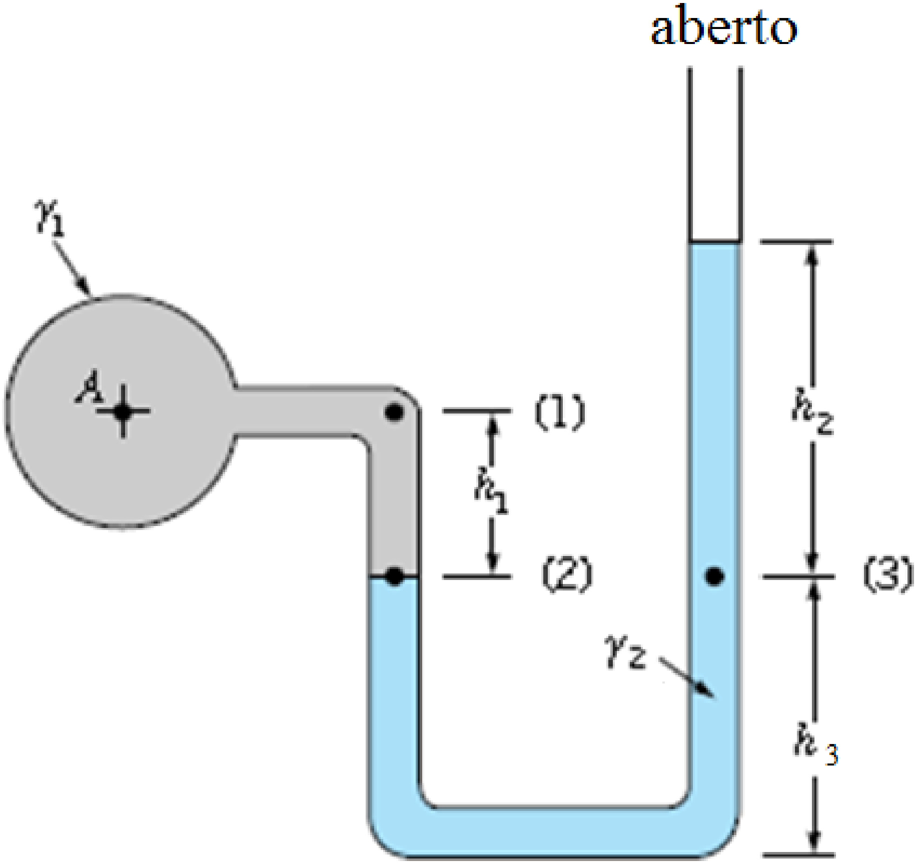
$$p_A = \gamma_1 h_1 \left(\text{pressão relativa}\right)$$



Restrições:

- $p_A > p_{atm}$
- p_A não pode ser muito grande
- Fluido do recipiente tem que ser líquido

Manômetro com tubo em U



$$p_A = p_1$$

$$p_1 = p_2 - \gamma_1 h_1$$

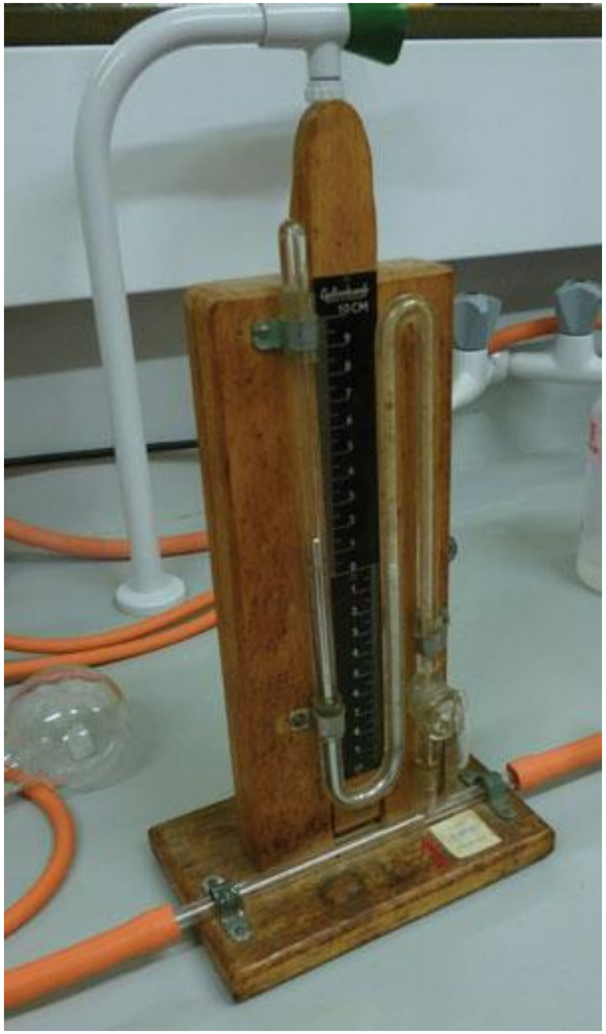
$$p_2 = p_3$$

$$p_3 = p_{atm} + \gamma_2 h_2$$

$$p_A = -\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + p_{atm}$$

- Fluido manométrico pode ser diferente do fluido do recipiente
- Se o fluido do recipiente for um gás, o seu peso específico pode ser desprezado

Manômetro com tubo em U



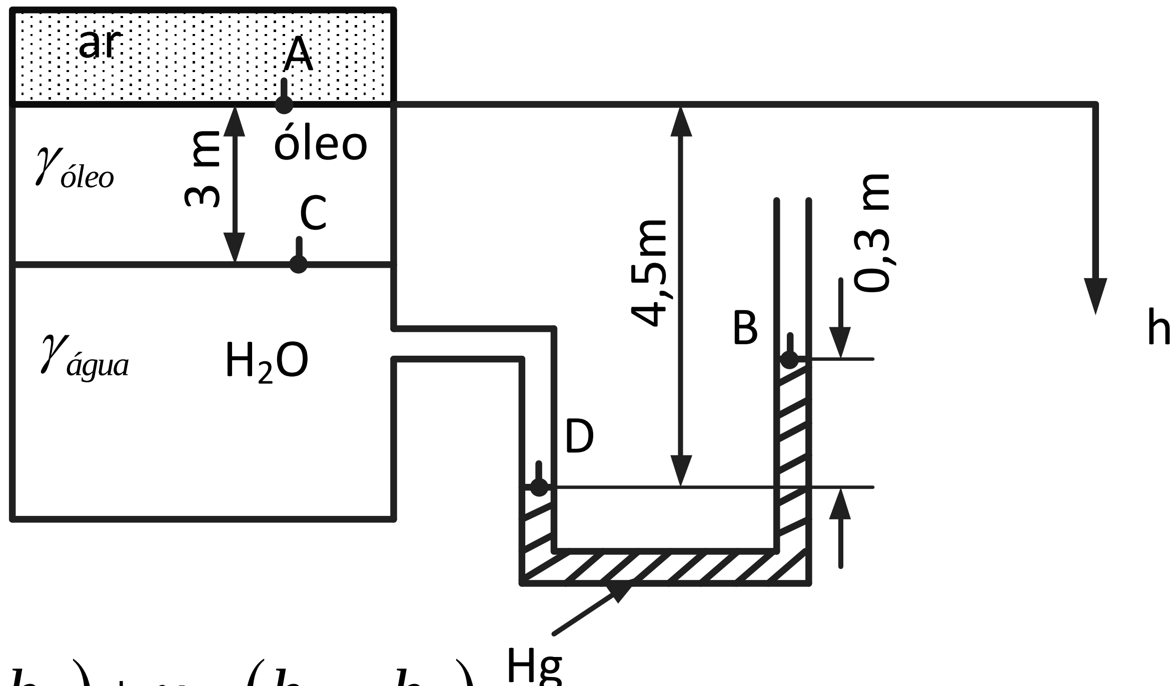
Exercício 1

Calcular a pressão efetiva em A, kgf/cm²

$$\gamma_{óleo} = 800\, kgf/m^3$$

$$\gamma_{água} = 1.000\, kgf/m^3$$

$$\gamma_{Hg} = 13.600\, kgf/m^3$$



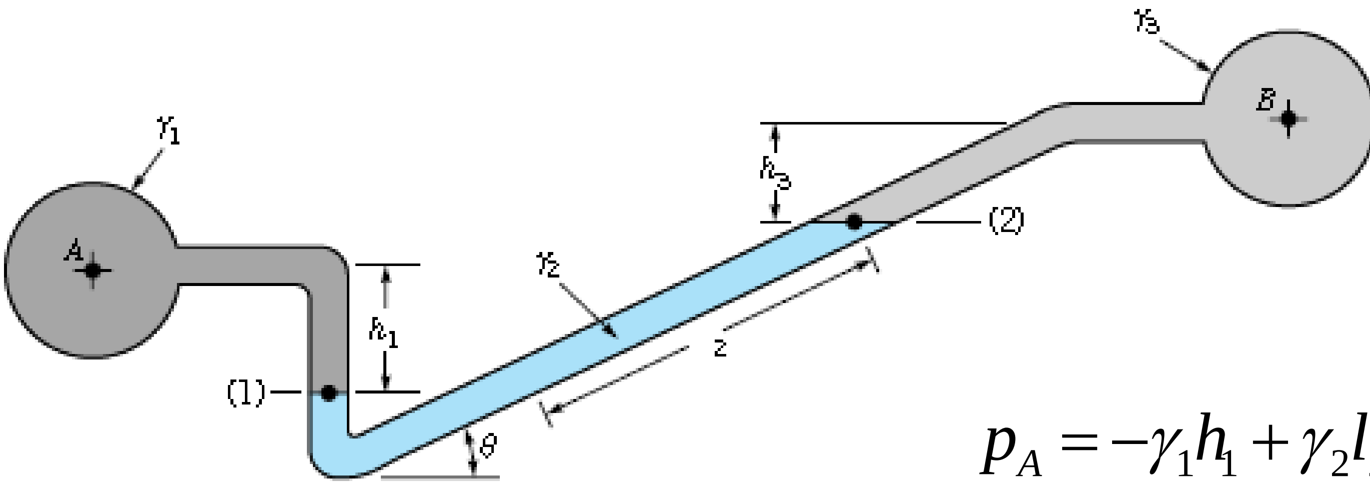
$$p_A = -\gamma_{óleo} h_C - \gamma_{água}\left(h_D - h_C\right) + \gamma_{Hg}\left(h_D - h_B\right)$$

$$p_A = -800x3 - 1.000\left(4,5-3\right) + 13.600\left(0,3\right) = 180\, kgf/m^2$$

$$p_A = 0,018\, kgf/cm^2$$

Exercício 2

Avaliação da pressão em manômetro inclinado



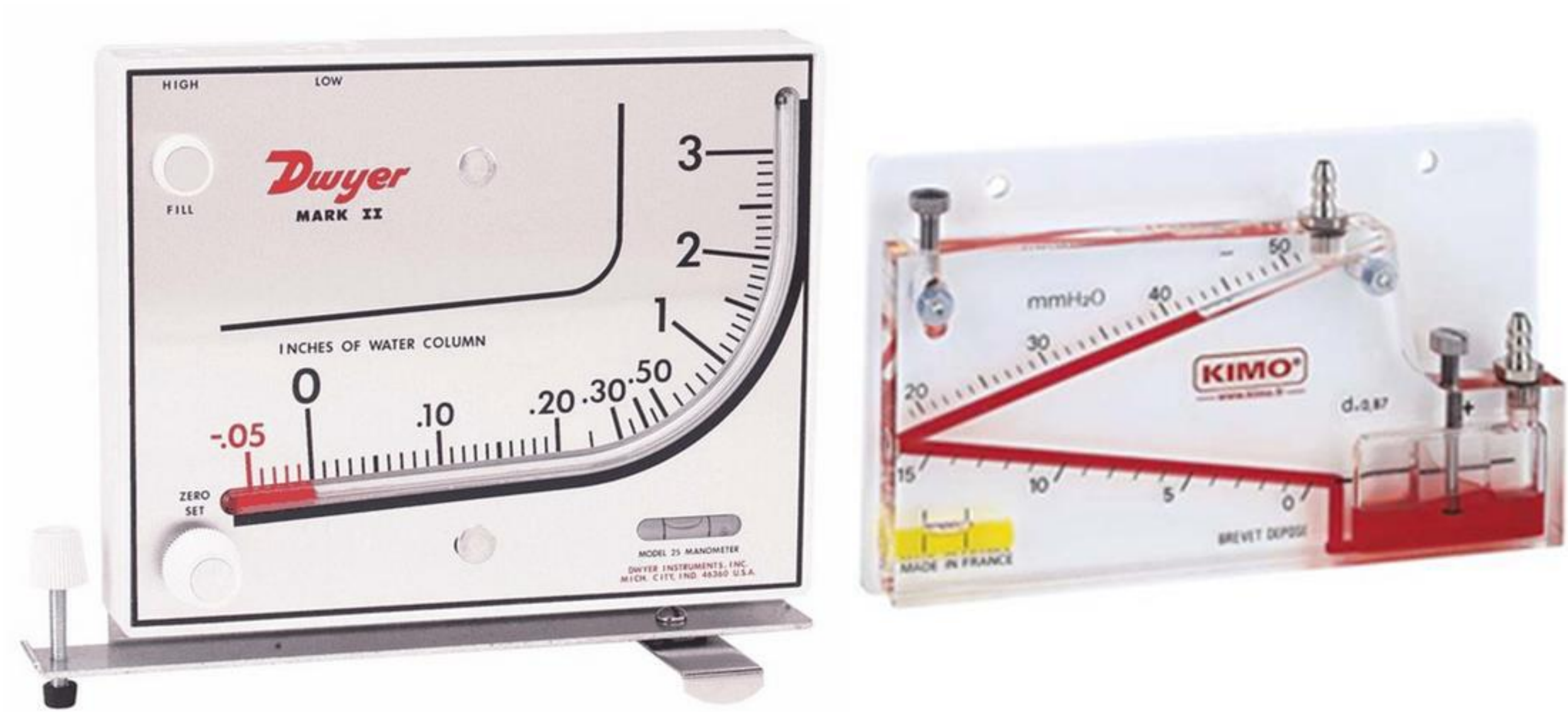
$$p_A = -\gamma_1 h_1 + \gamma_2 l_2 sen\theta + \gamma_3 h_3 + p_B$$

$$p_A - p_B = \gamma_2 l_2 sen\theta - \gamma_1 h_1 + \gamma_3 h_3$$

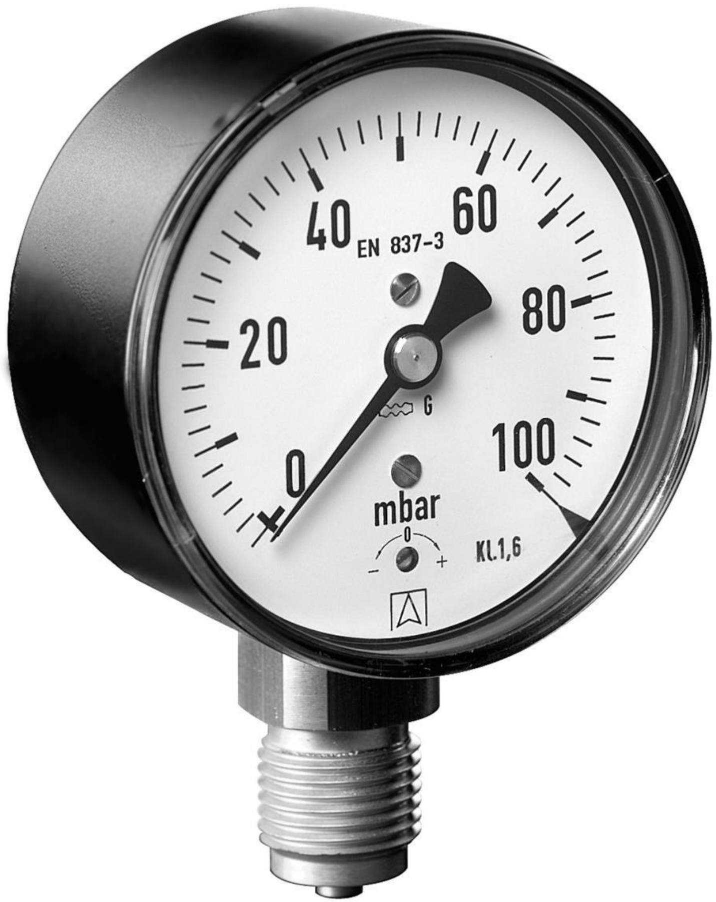
Se os fluidos em 1 e 3 forem gases: $\gamma_1 h_1 = \gamma_3 h_3 = 0$

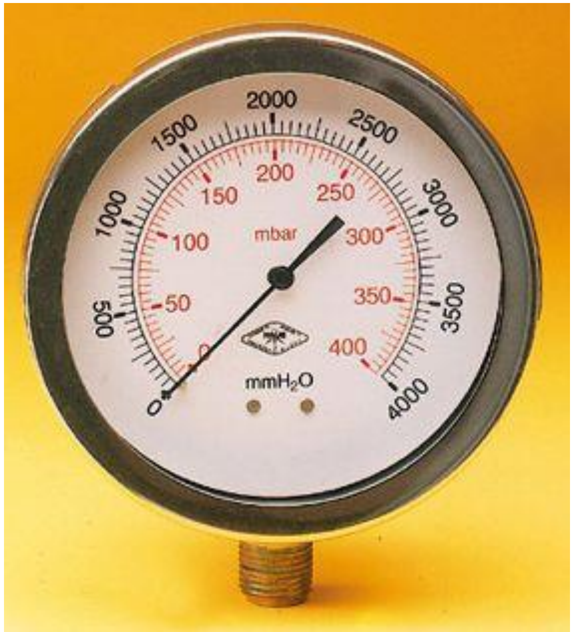
$$p_A - p_B = \gamma_2 l_2 sen\theta \Rightarrow l_2 = \frac{p_A - p_B}{\gamma_2 sen\theta}$$

Manômetro inclinado

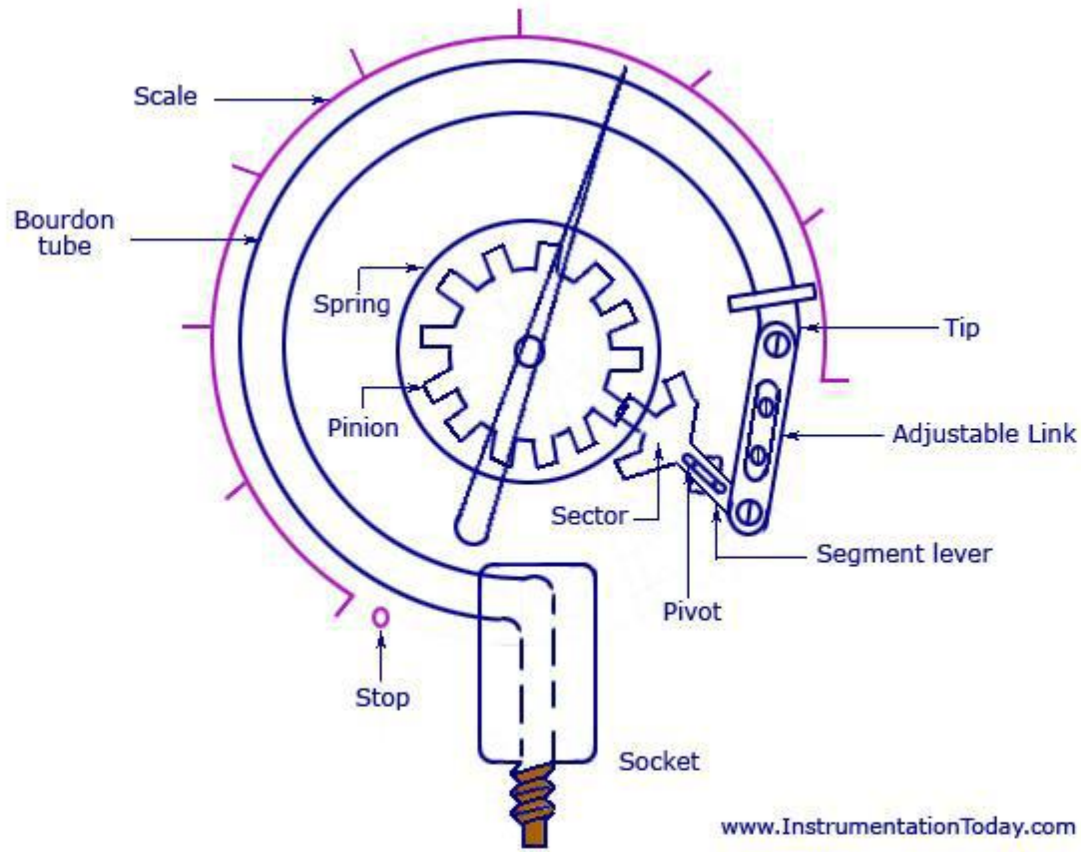


Manômetro de Bourdon





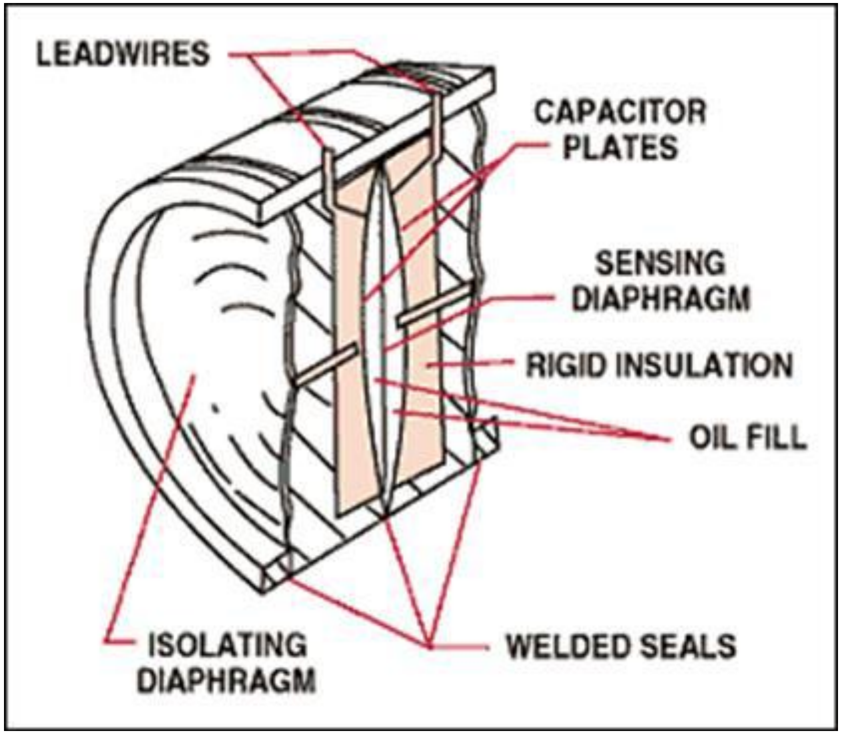
Manômetro de Bourdon



Bourdon Tube Pressure Gauge

Manômetro digitais

Manômetro digitais



Transdutores de pressão