

EXPERIÊNCIA 4

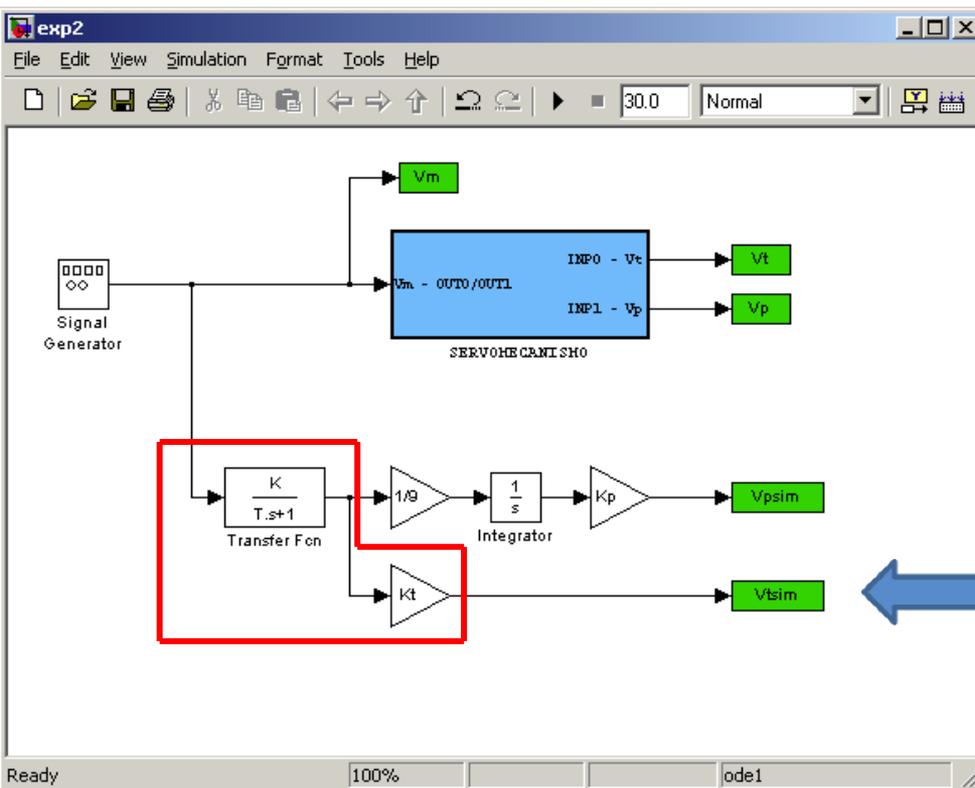
Um modelo não linear para a planta

PTC 3312 – Laboratório de Controle
2º semestre de 2018
Bruno Angélico

Laboratório de Automação e Controle
Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Relembrando a Experiência 2

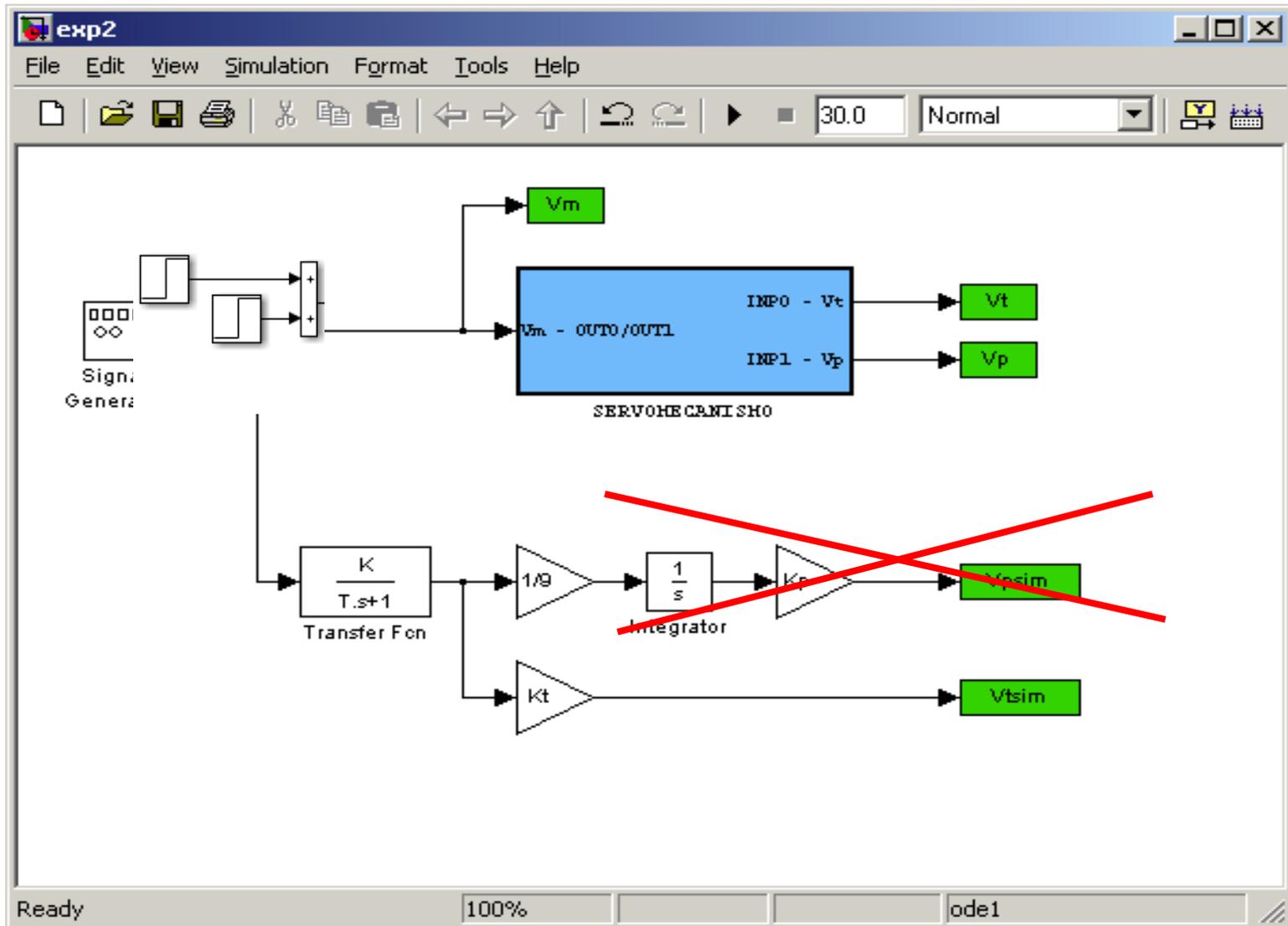
Modelo de velocidade



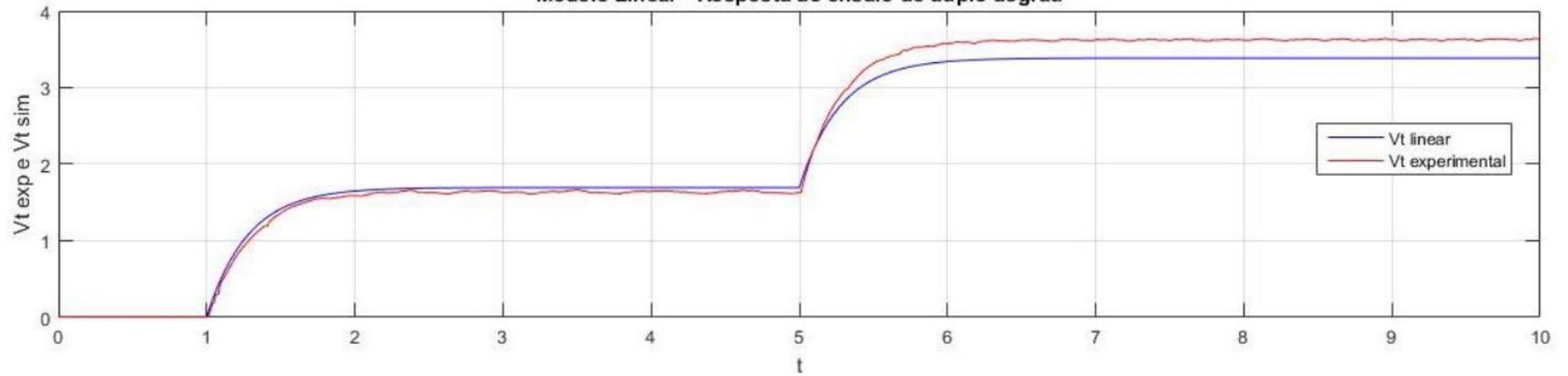
K, T e K_t são validados pela resposta ao degrau da velocidade

$$G_{V_t/V_m}(s) = \frac{V_t(s)}{V_m(s)} = \frac{K \cdot K_t}{1 + sT}$$

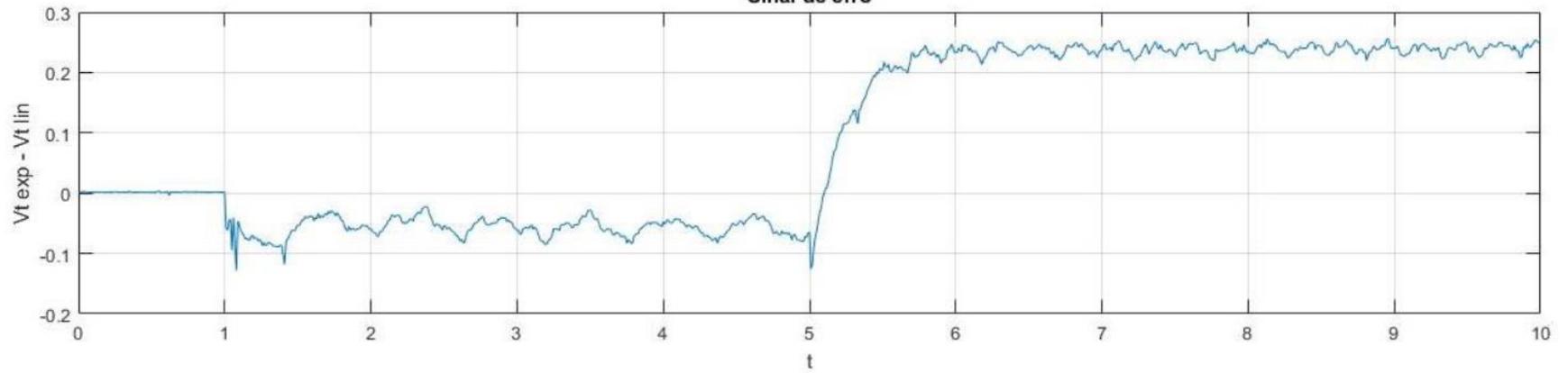
Monte e execute o teste a seguir



Modelo Linear - Resposta ao ensaio de duplo degrau



Sinal de erro



Objetivo

- Esta experiência visa obter um modelo não linear para a planta.

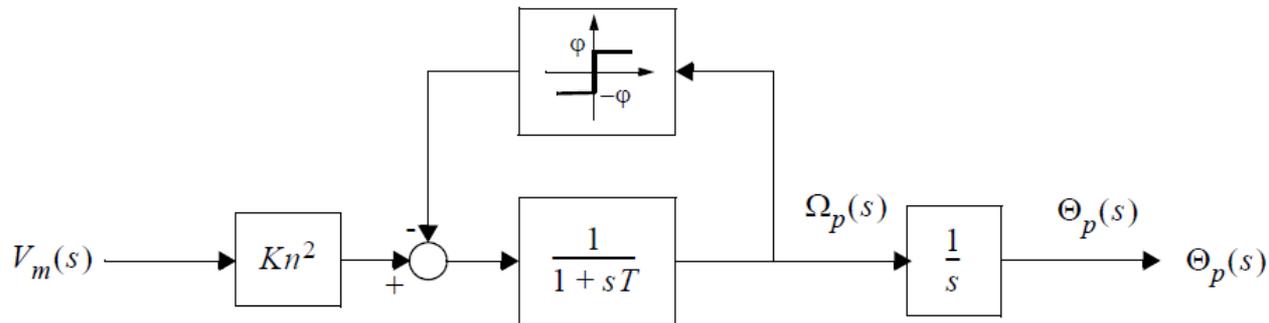
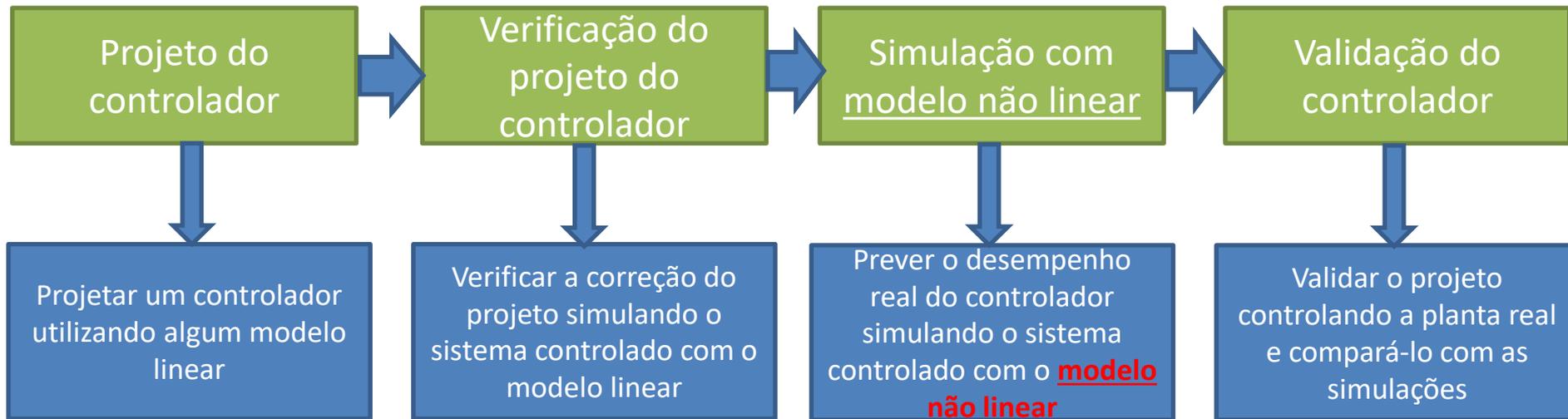


Figura 4.2 Diagrama de blocos do servomecanismo com atrito de Coulomb (a variável de Laplace s aparece por abuso de notação, já que o sistema resultante é não-linear).

Introdução

- Para se obter modelos mais consistentes com o comportamento real se faz necessário considerar não linearidades.
- Mais especificamente, apenas o **atrito de Coulomb** será considerado aqui.
- **IMPORTANTE:** o modelo não linear não se presta para o projeto de controladores lineares com a teoria de controle clássico utilizada neste curso!!! Porém é uma ferramenta útil para verificação e validação de controladores projetados a partir de modelos lineares como os obtidos nas experiências anteriores.

O modelo não linear no contexto desse laboratório



- O modelo não linear deverá ser utilizado em todas as experiências futuras.

Um modelo não linear

- Sempre que superfícies mecânicas escorregam umas sobre as outras há o aparecimento de forças de atrito, podendo ser classificadas dentre os três tipos abaixo:
 - i. **atrito viscoso linear**, proporcional à velocidade relativa entre as superfícies;
 - ii. **atrito de Coulomb**, composto por uma força constante, sempre se opondo ao movimento relativo entre as superfícies e;
 - iii. **atrito de destaque** (ou atrito de Coulomb de destaque), que é uma força de oposição que só aparece ao se iniciar o movimento.

Um modelo não linear

- No modelo linear do servomecanismo apresentado na Experiência 1, o torque total do sistema, em regime estacionário, resume-se ao torque de atrito (medido no eixo do potenciômetro) e dado por:

$$T_{at_p} = B\omega_p$$

- onde B é o coeficiente de atrito viscoso e ω_p é a velocidade angular em regime estacionário do eixo do potenciômetro.

Um modelo não linear

- Assumindo-se que tanto a força de atrito viscoso como a força de atrito de Coulomb sejam significativas, obtém-se a curva característica de torque contra velocidade de regime da figura ao lado (referidos, tanto o torque como a velocidade de regime ao eixo do potenciômetro).
- Neste caso, o torque total do sistema seria dado por

$$T_{at_p} = B\omega_p + C\text{sgn}(\omega_p)$$

Onde B e C (torque de atrito de Coulomb) estão indicados na figura

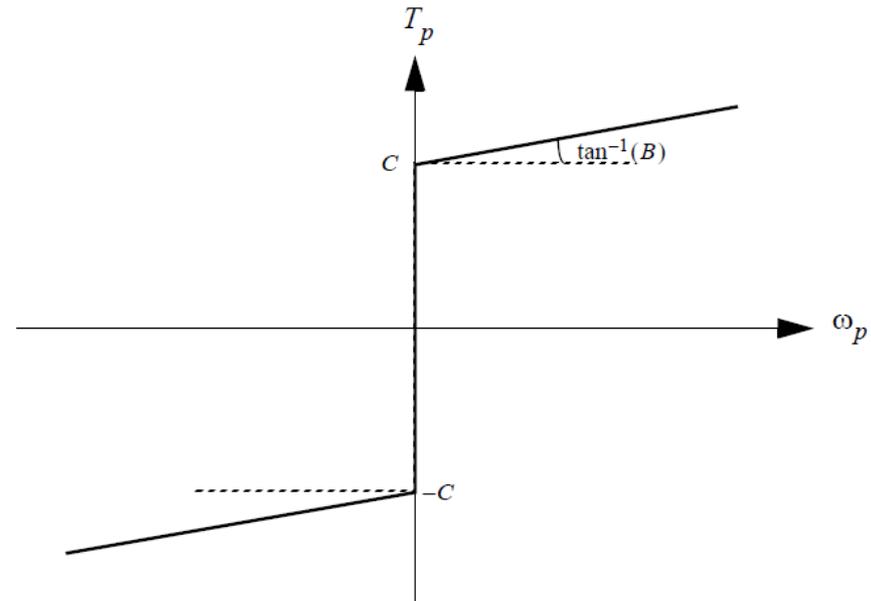


Figura 4.1 Característica Torque X Velocidade

Um modelo não linear

Sem o atrito de Coulomb, a expressão de torque do motor referido ao eixo do potenciômetro vale:

$$T_p(t) = J\ddot{\theta}_p(t) + B\dot{\theta}_p(t)$$

Com base na teoria vista na experiência 1, a função de transferência associada é:

$$G_{\Theta_p/V_m}(s) = \frac{\Theta_p(s)}{V_m(s)} = \frac{Kn^2}{s(1 + sT)}$$



Equação diferencial associada

$$\ddot{\theta}_p(t) + \frac{\dot{\theta}_p(t)}{T} = \frac{Kn^2}{T} V_m(t)$$

Incluindo o atrito de Coulomb

$$T_p(t) = J\ddot{\theta}_p(t) + B\dot{\theta}_p(t) + C \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_p(t))$$



Por analogia com a FT ao lado

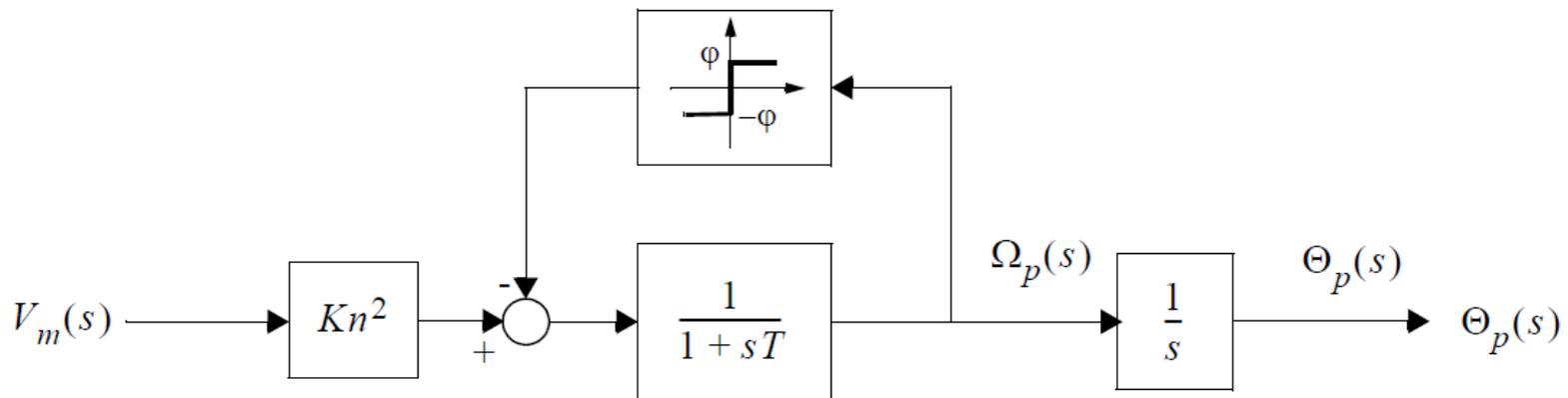
$$\ddot{\theta}_p(t) + \frac{\dot{\theta}_p(t)}{T} + \frac{\varphi}{T} \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_p(t)) = \frac{Kn^2}{T} V_m(t)$$

- J representa uma associação de momentos de inércia referidos ao eixo do potenciômetro.
- φ é uma constante proporcional a C

Um modelo não linear

$$\ddot{\Theta}_p(t) + \frac{\dot{\Theta}_p(t)}{T} + \frac{\phi}{T} \text{sgn}(\dot{\Theta}_p(t)) = \frac{Kn^2}{T} V_m(t)$$

- Esse termo adicional leva ao diagrama de blocos modificado abaixo:



Por abuso de notação, transformadas de Laplace e funções de transferência são utilizadas junto do bloco de atrito não linear.

Um modelo não linear

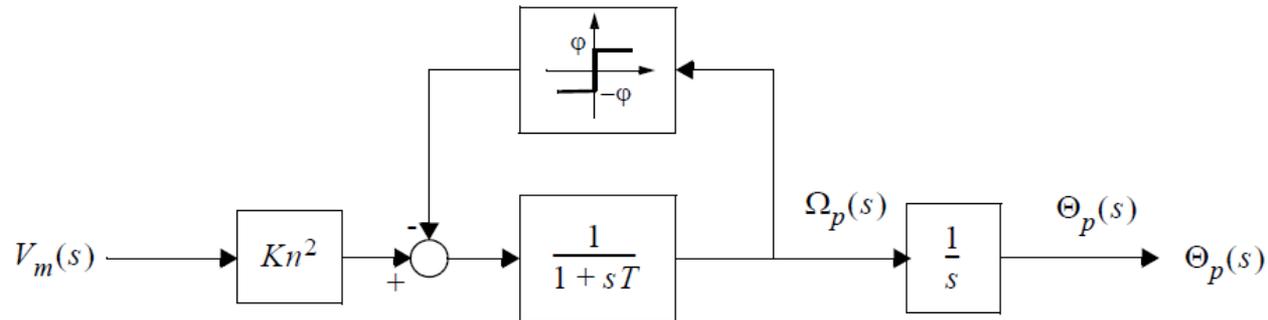


Figura 4.2 Diagrama de blocos do servomecanismo com atrito de Coulomb (a variável de Laplace s aparece por abuso de notação, já que o sistema resultante é não-linear).

- O modelo acima é capaz de descrever o comportamento do sistema com bastante acurácia dentro de limites de validade bem determinados: velocidade não nula, não muito baixa e nem muito alta, e se não mudar de sentido.

Um modelo não linear

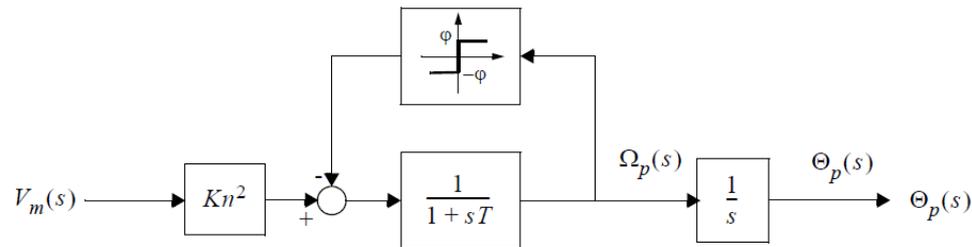


Figura 4.2 Diagrama de blocos do servomecanismo com atrito de Coulomb (a variável de Laplace s aparece por abuso de notação, já que o sistema resultante é não-linear).

- Deve-se impor que $\phi\Omega_p$ não seja maior que $Kn^2V_{m_1}$ nas situações em que tal ocasionaria reversão do movimento.
- O arquivo `nl_template.mdl` (digite `>> nl_template` no prompt do Matlab) contém uma versão adaptada do diagrama da Figura 4.2 sem suas inconsistências físicas.

Identificando modelos com atrito de Coulomb

$$z(t) = \omega_{p1}(t) - \omega_{p2}(t)$$

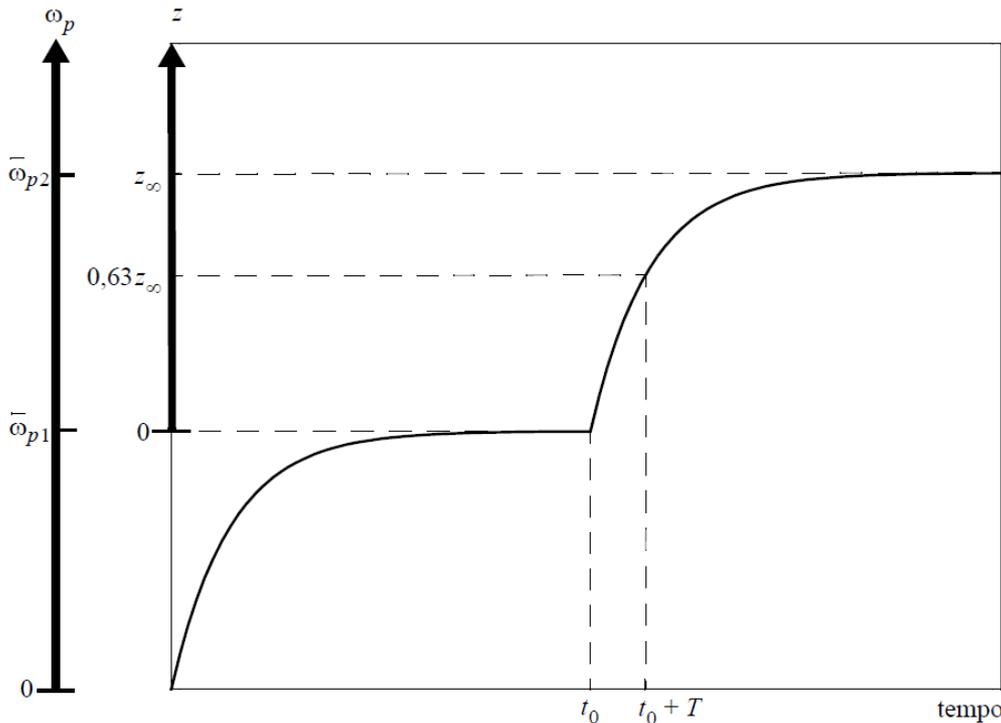
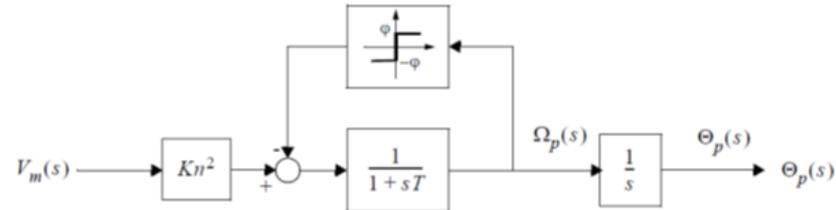


Figura 4.3 Curva para identificação do atrito seco (note que z representa a velocidade angular no eixo do potenciômetro e é similar à ω_p , exceto pela referência - veja o gráfico)

$$\dot{z}(t) + \frac{z(t)}{T} = \frac{Kn^2}{T}(V_{m1}(t) - V_{m2}(t))$$

- A partir dessa curva obtém-se diretamente T e, :

$$K = \frac{z_{\infty}}{n^2 \Delta V_m}$$



$$\varphi = Kn^2 V_{m1} - \bar{\omega}_{p1}$$

(momento em que $Kn^2 V_{m1}$ se iguala ao atrito de Coulomb)

- Da relação entre $\bar{\omega}_p$ e V_t

$$\varphi = Kn^2 V_{m1} - \frac{n^2}{K_t \frac{2\pi}{60}} V_{t1} \left[\frac{rad}{s} \right]$$

Atividades

- a) Obtenha um modelo não linear para o sistema, como sugerido pela Figura 4.3, realizando um ensaio de degrau duplo com o diagrama exp4_template. Obtenha esse modelo por inspeção visual do gráfico, utilizando as relações $K = \frac{z_{\infty}}{n^2 \Delta V_m}$ e $\varphi = Kn^2 V_{m_1} - \bar{\omega}_{p_1}$.

Atividades

- b) Verifique o modelo obtido realizando um ensaio de degrau duplo e comparando as curvas coletadas do servomecanismo real com as produzidas pelo modelo não linear.
- c) Compare os modelos obtidos (nesta experiência e nas anteriores) e comente as diferenças.

Atividades

