

2ª Lista de Exercícios Para dia 19
Introdução - a Teoria dos Números
Resolva 5

1) Se a e b são inteiros distintos, então existe um n° infinito de inteiros n tais que $a+n$ e $b+n$ são primos entre si

2) Para todo $n > 1$ a soma $\sum_{j=1}^n \frac{1}{j}$ não é inteiro.

3) 1) Para que valores de m , $\phi(m)$ é ímpar?

2) Para que valores de m , $\phi(m)$ divide?

3) mostre se $0 < m, n$ e $m|n$ então $\phi(m) | \phi(n)$.

4) mostre que existem infinitos m para os quais $\phi(m)$ é quadrado perfeito.

5) mostrar que se n é um inteiro positivo

$$\phi(2n) = \begin{cases} \phi(n) & \text{se } n \text{ é ímpar} \\ 2\phi(n) & \text{se } n \text{ é par} \end{cases}$$

6) Sejam $F_1 = 1, F_2 = 1$ e $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, n \geq 3$ mostre que

1) $F_1 + F_3 + F_5 + \dots + F_{2n-1} = F_{2n}$

5) $\text{mdc}(F_n, F_{n+1}) = 1$

2) $F_2 + F_4 + \dots + F_{2n} = F_{2n+1} - 1$

6) $\text{mdc}(F_n, F_{n+3}) \leq 2$

3) $F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_n = F_{n+2} - 1$

4) $F_1 F_2 + F_2 F_3 + \dots + F_{2n} F_{2n+1} = F_{2n+1}^2 - 1$