ACH2043
INTRODUÇÃO À TEORIA DA COMPUTAÇÃO

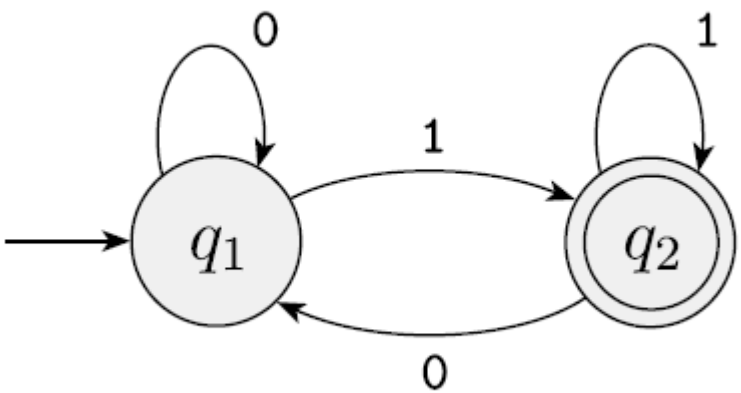
Aula 4
Fechamentos de Linguagens Regulares

Profa. Ariane Machado Lima
ariane.machado@usp.br

Aulas anteriores

Autômatos Finitos Determinísticos (AFD)

- Dado um estado atual e um símbolo de entrada sabemos exatamente para onde ir (está determinado)

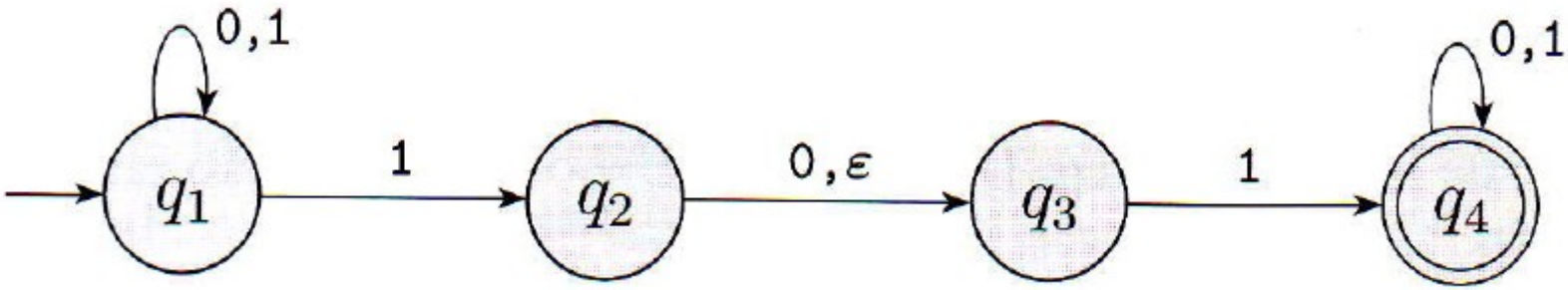


Um ***autômato finito*** é uma 5-upla $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, onde

1. Q é um conjunto finito conhecido como os ***estados***,
2. Σ é um conjunto finito chamado o ***alfabeto***,
3. $\delta : Q \times \Sigma \longrightarrow Q$ é a ***função de transição***,[1]
4. $q_0 \in Q$ é o ***estado inicial***, e
5. $F \subseteq Q$ é o ***conjunto de estados de aceitação***.[2]

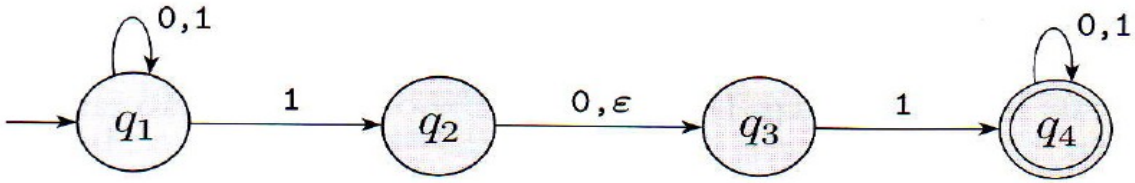
Note que para um AFD deve haver, saindo de cada estado, uma aresta para CADA símbolo do alfabeto

Autômatos Finitos Não Determinísticos (AFN)



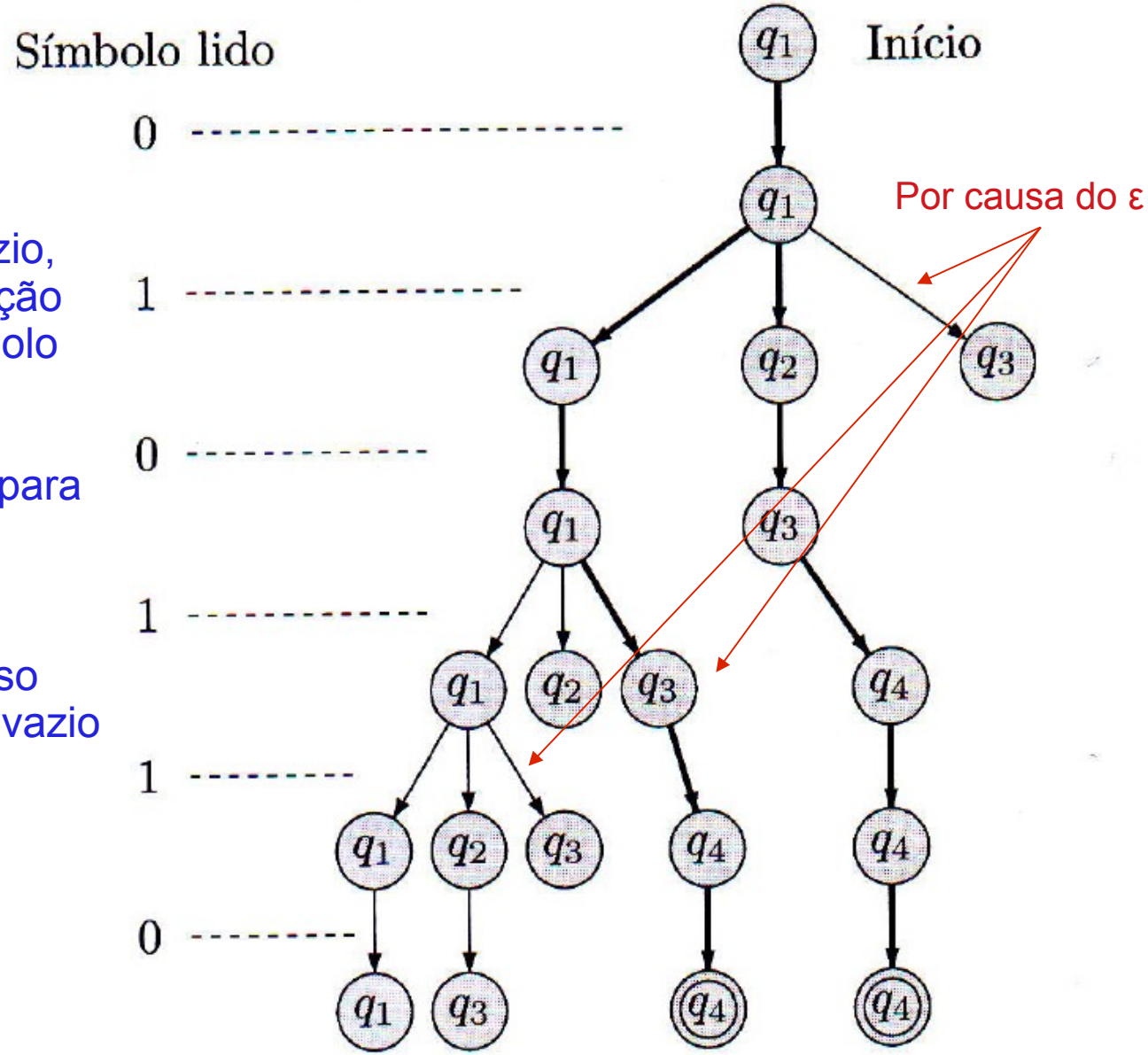
Um ***autômato finito não-determinístico*** é uma 5-upla $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, onde

1. Q é um conjunto finito de estados,
2. Σ é um alfabeto finito,
3. $\delta\colon Q \times \Sigma_\varepsilon \longrightarrow \mathcal{P}(Q)$ é a função de transição,
4. $q_0 \in Q$ é o estado inicial, e
5. $F \subseteq Q$ é o conjunto de estados de aceitação.



Como q2 tem uma transição no vazio, assim que ele é alcançado a transição é feita sem consumir nenhum símbolo da entrada.

Note que é possível sair de q1 e ir para q3, passando por q2, consumindo apenas o símbolo “1” da entrada. Mas, devido à restrição da função de transição δ(q2,1) = Ø, isso só pode ser feito se a transição no vazio sor feita assim que o estado q2 for alcançado (δ(q2,ε) = {q3})



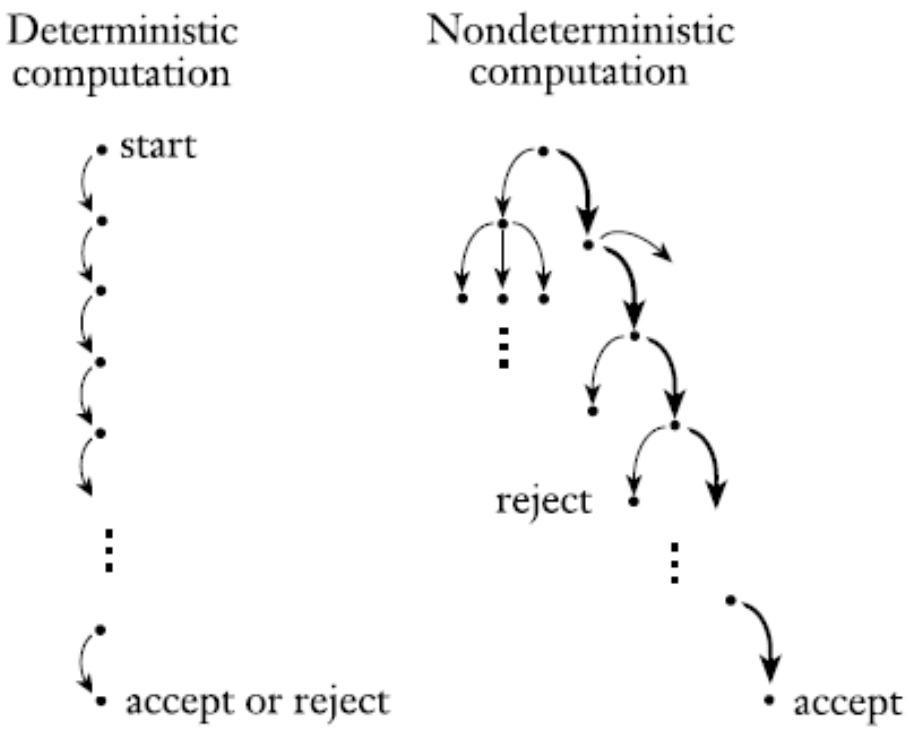


FIGURA **1.28**
Computações determinísticas e não-determinísticas com um ramo de aceitação

AFNs são mais fáceis de implementar mas...

AFD's são bem mais eficientes que AFN's (tempo)

Equivalência entre AFDs e AFNs

- Duas máquinas são equivalentes se elas reconhecem a mesma linguagem

TEOREMA 1.39

Todo autômato finito não-determinístico tem um autômato finito determinístico equivalente.

Linguagens Regulares

DEFINIÇÃO 1.16

Uma linguagem é chamada de uma ***linguagem regular*** se algum autômato finito a reconhece.

COROLÁRIO 1.40

Uma linguagem é regular se e somente se algum autômato finito não-determinístico a reconhece.

Hoje

- Fechamento de linguagens regulares sob as operações de união, intersecção, concatenação e estrela
  - Prova usando AFNs
  - No livro do Sipser há também as provas utilizando AFDs
- Expressões regulares

Linguagem Regular

- Uma linguagem é chamada linguagem regular se algum autômato finito a reconhece

- Vamos ver suas propriedades
  - Saber se uma linguagem é regular ou não é importante para sabermos se podemos ou não implementar um autômato finito que a reconheça

Operações regulares

Sejam A e B linguagens. Definimos as operações regulares ***união***, ***concatenação*** e ***estrela*** da seguinte forma.

- **União**: $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$.
- **Concatenação**: $A \circ B = \{xy \mid x \in A \text{ e } y \in B\}$.
- **Estrela**: $A^* = \{x_1 x_2 \ldots x_k \mid k \geq 0 \text{ e cada } x_i \in A\}$.

Operações regulares

Suponha que o alfabeto Σ seja o alfabeto padrão de 26 letras $\{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \ldots, \mathtt{z}\}$. Se $A = \{\mathtt{legal}, \mathtt{ruim}\}$ e $B = \{\mathtt{garoto}, \mathtt{garota}\}$, então

Operações regulares

Suponha que o alfabeto Σ seja o alfabeto padrão de 26 letras $\{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \ldots, \mathtt{z}\}$. Se $A = \{\mathtt{legal}, \mathtt{ruim}\}$ e $B = \{\mathtt{garoto}, \mathtt{garota}\}$, então

$$A \cup B =$$

Operações regulares

Suponha que o alfabeto Σ seja o alfabeto padrão de 26 letras $\{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \ldots, \mathtt{z}\}$. Se $A = \{\mathtt{legal}, \mathtt{ruim}\}$ e $B = \{\mathtt{garoto}, \mathtt{garota}\}$, então

$$A \cup B = \{\mathtt{legal}, \mathtt{ruim}, \mathtt{garoto}, \mathtt{garota}\}$$

Operações regulares

Suponha que o alfabeto Σ seja o alfabeto padrão de 26 letras $\{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \ldots, \mathtt{z}\}$. Se $A = \{\mathtt{legal}, \mathtt{ruim}\}$ e $B = \{\mathtt{garoto}, \mathtt{garota}\}$, então

$$A \cup B = \{\mathtt{legal}, \mathtt{ruim}, \mathtt{garoto}, \mathtt{garota}\}$$

$$A \circ B =$$

Operações regulares

Suponha que o alfabeto Σ seja o alfabeto padrão de 26 letras $\{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \ldots, \mathtt{z}\}$. Se $A = \{\mathtt{legal}, \mathtt{ruim}\}$ e $B = \{\mathtt{garoto}, \mathtt{garota}\}$, então

$$A \cup B = \{\mathtt{legal}, \mathtt{ruim}, \mathtt{garoto}, \mathtt{garota}\}$$

$$A \circ B = \{\mathtt{legalgaroto}, \mathtt{legalgarota}, \mathtt{ruimgaroto}, \mathtt{ruimgarota}\}$$

Operações regulares

Suponha que o alfabeto Σ seja o alfabeto padrão de 26 letras $\{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \ldots, \mathtt{z}\}$. Se $A = \{\mathtt{legal}, \mathtt{ruim}\}$ e $B = \{\mathtt{garoto}, \mathtt{garota}\}$, então

$$A \cup B = \{\mathtt{legal}, \mathtt{ruim}, \mathtt{garoto}, \mathtt{garota}\}$$

$$A \circ B = \{\mathtt{legalgaroto}, \mathtt{legalgarota}, \mathtt{ruimgaroto}, \mathtt{ruimgarota}\}$$

$$A^* =$$

Operações regulares

Suponha que o alfabeto Σ seja o alfabeto padrão de 26 letras $\{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \ldots, \mathtt{z}\}$. Se $A = \{\mathtt{legal}, \mathtt{ruim}\}$ e $B = \{\mathtt{garoto}, \mathtt{garota}\}$, então

$$A \cup B = \{\mathtt{legal}, \mathtt{ruim}, \mathtt{garoto}, \mathtt{garota}\}$$

$$A \circ B = \{\mathtt{legalgaroto}, \mathtt{legalgarota}, \mathtt{ruimgaroto}, \mathtt{ruimgarota}\}$$

$$A^* = \{\varepsilon, \mathtt{legal}, \mathtt{ruim}, \mathtt{legallegal}, \mathtt{legalruim}, \mathtt{ruimlegal}, \mathtt{ruimruim}, \mathtt{legallegallegal}, \mathtt{legallegalruim}, \mathtt{legalruimlegal}, \mathtt{legalruimruim}, \ldots\}.$$

Fechamento sob união

TEOREMA 1.25

A classe de linguagens regulares é fechada sob a operação de união.

Em outras palavras, se A_1 e A_2 são linguagens regulares, o mesmo acontece com $A_1 \cup A_2$.

Fechamento sob união

- Prova:
  - Sugestões? (usando AFDs)

Fechamento sob união

- Prova:
  - Sugestões? (usando AFDs)
  - construímos um autômato M que simule ao mesmo tempo M1 e M2

Fechamento sob união - Prova

Suponha que M_1 reconheça A_1, onde $M_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$, e que M_2 reconheça A_2, onde $M_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$.

Construa M para reconhecer $A_1 \cup A_2$, onde $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$.

Fechamento sob união - Prova

Suponha que M_1 reconheça A_1, onde $M_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$, e que M_2 reconheça A_2, onde $M_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$.

Construa M para reconhecer $A_1 \cup A_2$, onde $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$.

1. $Q = \{(r_1, r_2) | \, r_1 \in Q_1 \text{ and } r_2 \in Q_2\}$.
Esse conjunto é o ***produto cartesiano*** dos conjuntos Q_1 e Q_2 e é escrito $Q_1 \times Q_2$. Trata-se do conjunto de todos os pares de estados, sendo o primeiro de Q_1 e o segundo de Q_2.

Fechamento sob união - Prova

Suponha que M_1 reconheça A_1, onde $M_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$, e que M_2 reconheça A_2, onde $M_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$.

Construa M para reconhecer $A_1 \cup A_2$, onde $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$.

1. $Q = \{(r_1, r_2) | \, r_1 \in Q_1 \text{ and } r_2 \in Q_2\}$.
Esse conjunto é o ***produto cartesiano*** dos conjuntos Q_1 e Q_2 e é escrito $Q_1 \times Q_2$. Trata-se do conjunto de todos os pares de estados, sendo o primeiro de Q_1 e o segundo de Q_2.

2. Σ, o alfabeto, é o mesmo em M_1 e M_2. Neste teorema e em todos os teoremas similares subseqüentes, assumimos por simplicidade que ambas M_1 e M_2 têm o mesmo alfabeto de entrada Σ. O teorema permanece verdadeiro se elas tiverem alfabetos diferentes, Σ_1 e Σ_2. Aí então modificaríamos a prova para tornar $\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2$.

Fechamento sob união - Prova

3. δ, a função de transição, é definida da seguinte maneira. Para cada $(r_1, r_2) \in Q$ e cada $a \in \Sigma$, faça

$$\delta\big((r_1, r_2), a\big) = \big(\delta_1(r_1, a), \delta_2(r_2, a)\big).$$

Logo, δ obtém um estado de M (que na realidade é um par de estados de M_1 e M_2), juntamente com um símbolo de entrada, e retorna o próximo estado de M.

Fechamento sob união - Prova

3. δ, a função de transição, é definida da seguinte maneira. Para cada $(r_1, r_2) \in Q$ e cada $a \in \Sigma$, faça

$$\delta\big((r_1, r_2), a\big) = \big(\delta_1(r_1, a), \delta_2(r_2, a)\big).$$

Logo, δ obtém um estado de M (que na realidade é um par de estados de M_1 e M_2), juntamente com um símbolo de entrada, e retorna o próximo estado de M.

4. q_0 é o par (q_1, q_2).

Fechamento sob união - Prova

3. δ, a função de transição, é definida da seguinte maneira. Para cada $(r_1, r_2) \in Q$ e cada $a \in \Sigma$, faça

$$\delta\big((r_1, r_2), a\big) = \big(\delta_1(r_1, a), \delta_2(r_2, a)\big).$$

Logo, δ obtém um estado de M (que na realidade é um par de estados de M_1 e M_2), juntamente com um símbolo de entrada, e retorna o próximo estado de M.

4. q_0 é o par (q_1, q_2).

5. F é o conjunto de pares nos quais um dos membros é um estado de aceitação de M_1 ou M_2. Podemos escrevê-lo como

$$F = \{(r_1, r_2) \mid r_1 \in F_1 \text{ ou } r_2 \in F_2\}.$$

Essa expressão é a mesma que $F = (F_1 \times Q_2) \cup (Q_1 \times F_2)$.

Fechamento sob união - Prova

3. δ, a função de transição, é definida da seguinte maneira. Para cada $(r_1, r_2) \in Q$ e cada $a \in \Sigma$, faça

$$\delta\big((r_1, r_2), a\big) = \big(\delta_1(r_1, a), \delta_2(r_2, a)\big).$$

Logo, δ obtém um estado de M (que na realidade é um par de estados de M_1 e M_2), juntamente com um símbolo de entrada, e retorna o próximo estado de M.

E se fosse "e"?

4. q_0 é o par (q_1, q_2).

5. F é o conjunto de pares nos quais um dos membros é um estado de aceitação de M_1 ou M_2. Podemos escrevê-lo como

$$F = \{(r_1, r_2) \mid r_1 \in F_1 \text{ ou } r_2 \in F_2\}.$$

Essa expressão é a mesma que $F = (F_1 \times Q_2) \cup (Q_1 \times F_2)$.

Fechamento sob união - Prova

3. δ, a função de transição, é definida da seguinte maneira. Para cada $(r_1, r_2) \in Q$ e cada $a \in \Sigma$, faça

$$\delta\big((r_1, r_2), a\big) = \big(\delta_1(r_1, a), \delta_2(r_2, a)\big).$$

Logo, δ obtém um estado de M (que na realidade é um par de estados de M_1 e M_2), juntamente com um símbolo de entrada, e retorna o próximo estado de M.

E se fosse "e"? Intersecção!

4. q_0 é o par (q_1, q_2).

5. F é o conjunto de pares nos quais um dos membros é um estado de aceitação de M_1 ou M_2. Podemos escrevê-lo como

$$F = \{(r_1, r_2) \mid r_1 \in F_1 \text{ ou } r_2 \in F_2\}.$$

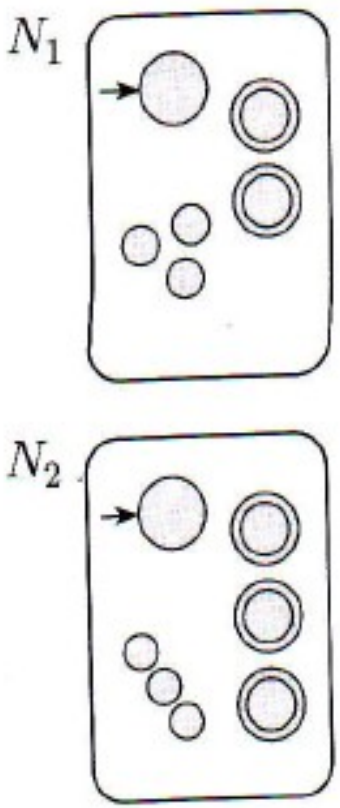
Essa expressão é a mesma que $F = (F_1 \times Q_2) \cup (Q_1 \times F_2)$.

Logo…
Fechamento sob a intersecção

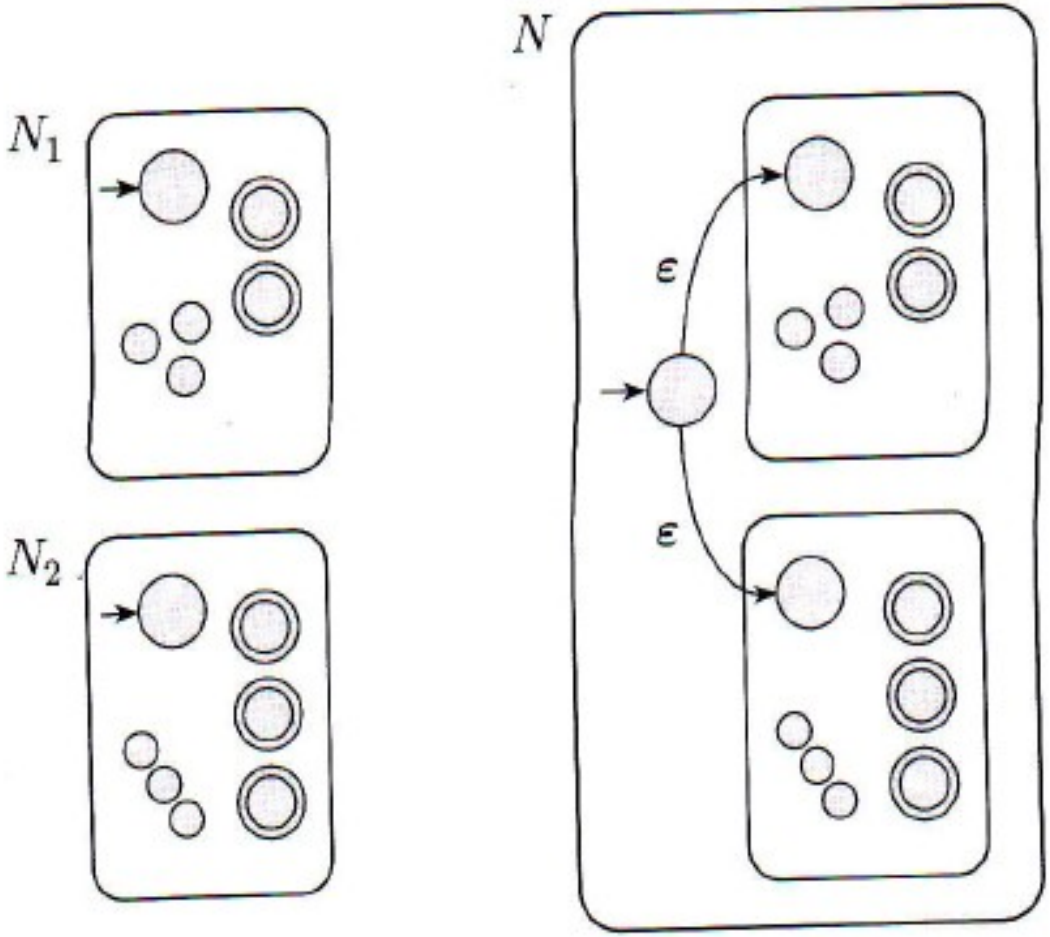
- A classe de linguagens regulares é fechada sob a operação de intersecção

Prova do fechamento em relação à união usando AFNs

- Sugestões?



Prova do fechamento em relação à união usando AFNs



Prova (união) usando AFNs

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1, e que
$N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ reconheça A_2.

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ para reconhecer $A_1 \cup A_2$.

1. $Q =$

Prova (união) usando AFNs

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1, e que
$N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ reconheça A_2.

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ para reconhecer $A_1 \cup A_2$.

1. $Q =$

Prova (união) usando AFNs

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1, e que
$N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ reconheça A_2.

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ para reconhecer $A_1 \cup A_2$.

1. $Q = \{q_0\} \cup Q_1 \cup Q_2$.

Prova (união) usando AFNs

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1, e que
$N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ reconheça A_2.

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ para reconhecer $A_1 \cup A_2$.

1. $Q = \{q_0\} \cup Q_1 \cup Q_2$.

2. O estado q_0 é

Prova (união) usando AFNs

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1, e que
$N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ reconheça A_2.

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ para reconhecer $A_1 \cup A_2$.

1. $Q = \{q_0\} \cup Q_1 \cup Q_2$.

2. O estado q_0 é o estado inicial de N.

Prova (união) usando AFNs

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1, e que
$N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ reconheça A_2.

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ para reconhecer $A_1 \cup A_2$.

1. $Q = \{q_0\} \cup Q_1 \cup Q_2$.
2. O estado q_0 é o estado inicial de N.
3. Os estados de aceitação $F =$

Prova (união) usando AFNs

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1, e que
$N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ reconheça A_2.

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ para reconhecer $A_1 \cup A_2$.

1. $Q = \{q_0\} \cup Q_1 \cup Q_2$.
2. O estado q_0 é o estado inicial de N.
3. Os estados de aceitação $F = F_1 \cup F_2$.

Prova (união) usando AFNs

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1, e que
$N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ reconheça A_2.

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ para reconhecer $A_1 \cup A_2$.

1. $Q = \{q_0\} \cup Q_1 \cup Q_2$.

2. O estado q_0 é o estado inicial de N.

3. Os estados de aceitação $F = \quad F_1 \cup F_2$.

4.

$$\delta(q, a) =$$

Prova (união) usando AFNs

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1, e que
$N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ reconheça A_2.

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ para reconhecer $A_1 \cup A_2$.

1. $Q = \{q_0\} \cup Q_1 \cup Q_2$.

2. O estado q_0 é o estado inicial de N.

3. Os estados de aceitação $F = F_1 \cup F_2$.

4.

$$\delta(q, a) = \begin{cases} \delta_1(q, a) & q \in Q_1 \\ \delta_2(q, a) & q \in Q_2 \\ \{q_1, q_2\} & q = q_0 \text{ e } a = \varepsilon \\ \emptyset & q = q_0 \text{ e } a \neq \varepsilon. \end{cases}$$

Fechamento sob concatenação

TEOREMA 1.26

A classe de linguagens regulares é fechada sob a operação de concatenação.

Em outras palavras, se A_1 e A_2 são linguagens regulares, então o mesmo acontece com $A_1 \circ A_2$.

Concatenação: $A \circ B = \{xy \mid x \in A \text{ e } y \in B\}$

Fechamento sob concatenação

- O que acham?

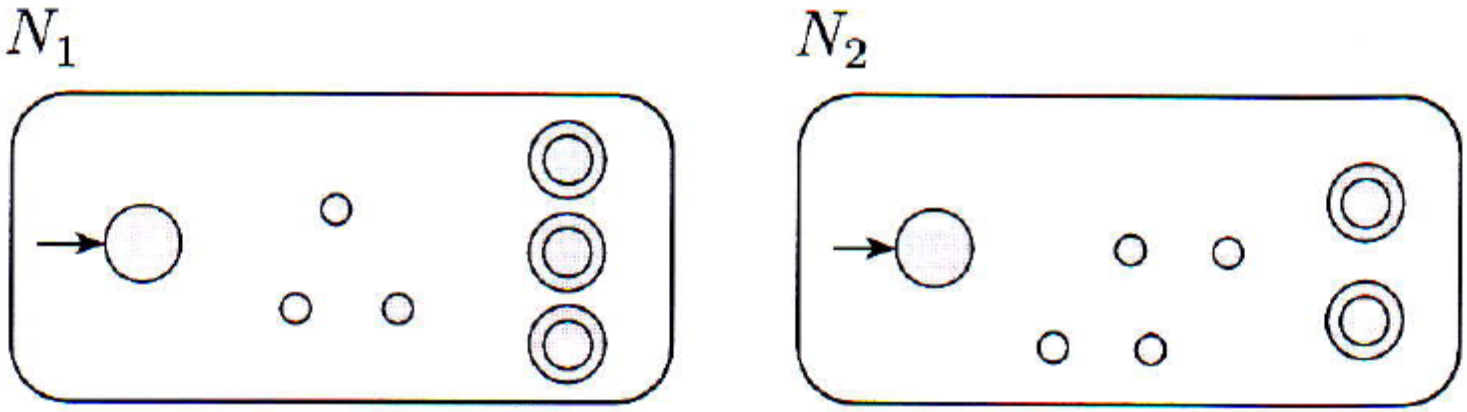
TEOREMA 1.26

A classe de linguagens regulares é fechada sob a operação de concatenação.

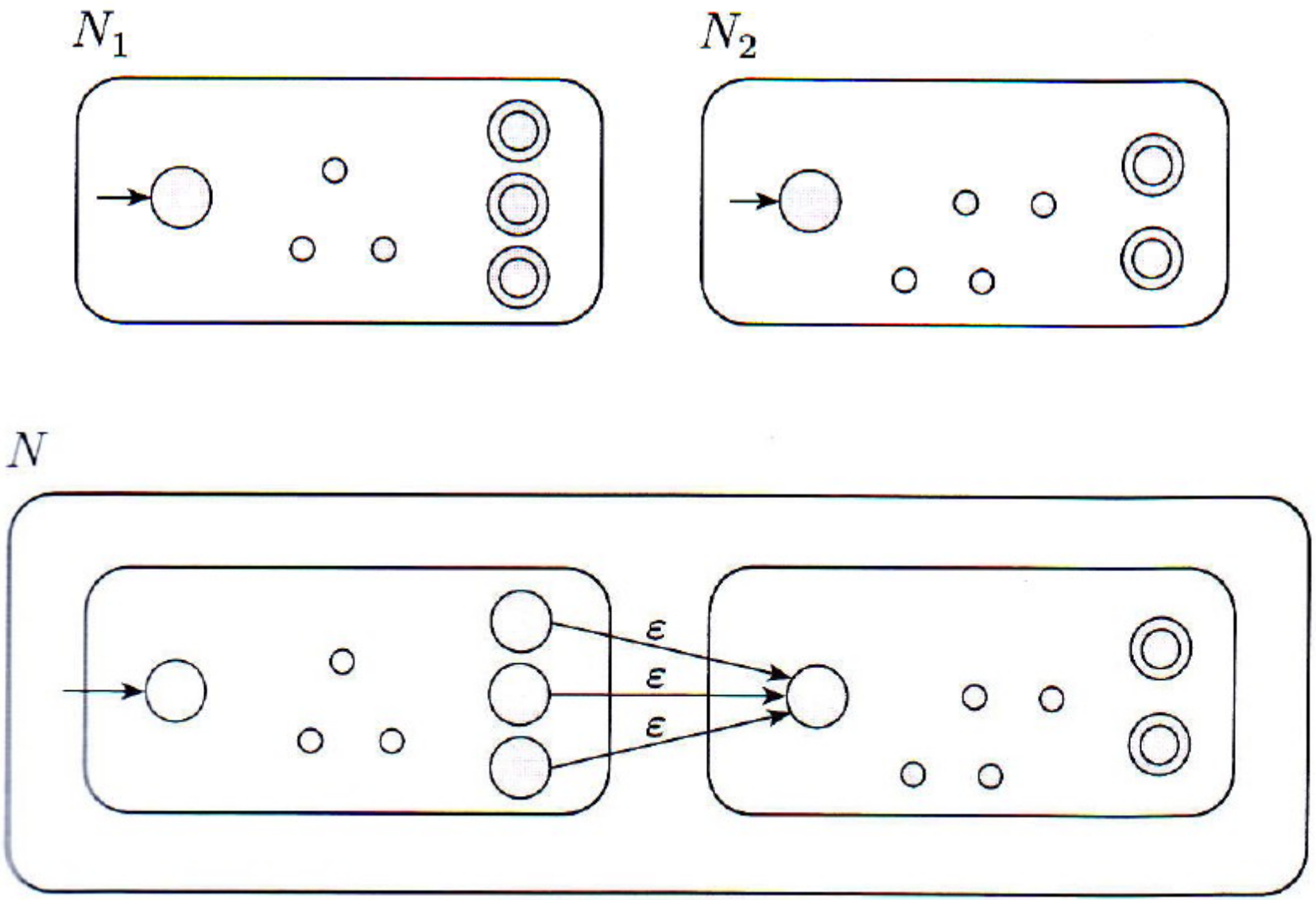
Em outras palavras, se A_1 e A_2 são linguagens regulares, então o mesmo acontece com $A_1 \circ A_2$.

- Prova? (usando AFNs)

Fechamento sob concatenação: prova



Fechamento sob concatenação: prova



Fechamento sob concatenação: prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1, e que
$N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ reconheça A_2.

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_1, F_2)$ para reconhecer $A_1 \circ A_2$.

Fechamento sob concatenação: prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1, e que
$N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ reconheça A_2.

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_1, F_2)$ para reconhecer $A_1 \circ A_2$.

1. $Q = Q_1 \cup Q_2$.
   Os estados de N são todos os estados de N_1 e N_2.
2. O estado q_1 é o mesmo que o estado inicial de N_1.
3. Os estados de aceitação F_2 são os mesmos que os estados de aceitação de N_2.
4. Defina δ de modo que para qualquer $q \in Q$ e qualquer $a \in \Sigma_\varepsilon$,

Fechamento sob concatenação: prova

Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1, e que
$N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$ reconheça A_2.

Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_1, F_2)$ para reconhecer $A_1 \circ A_2$.

1. $Q = Q_1 \cup Q_2$.
   Os estados de N são todos os estados de N_1 e N_2.
2. O estado q_1 é o mesmo que o estado inicial de N_1.
3. Os estados de aceitação F_2 são os mesmos que os estados de aceitação de N_2.
4. Defina δ de modo que para qualquer $q \in Q$ e qualquer $a \in \Sigma_\varepsilon$,

$$\delta(q,a) = \begin{cases} \delta_1(q,a) & q \in Q_1 \text{ e } q \notin F_1 \\ \delta_1(q,a) & q \in F_1 \text{ e } a \neq \varepsilon \\ \delta_1(q,a) \cup \{q_2\} & q \in F_1 \text{ e } a = \varepsilon \\ \delta_2(q,a) & q \in Q_2. \end{cases}$$

Fechamento sob op. estrela

TEOREMA 1.49

A classe de linguagens regulares é fechada sob a operação estrela.

Estrela: $A^* = \{x_1 x_2 \ldots x_k \mid k \geq 0 \text{ e cada } x_i \in A\}$

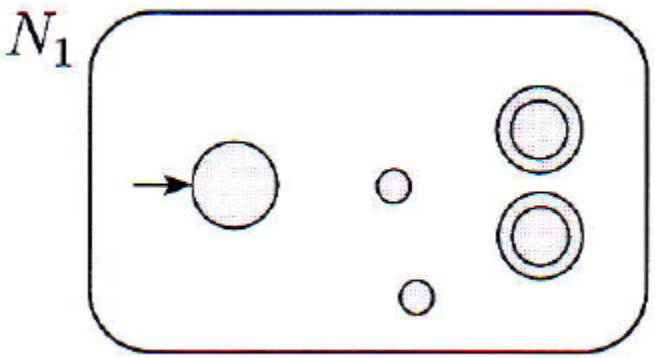
Fechamento sob op. estrela

TEOREMA 1.49

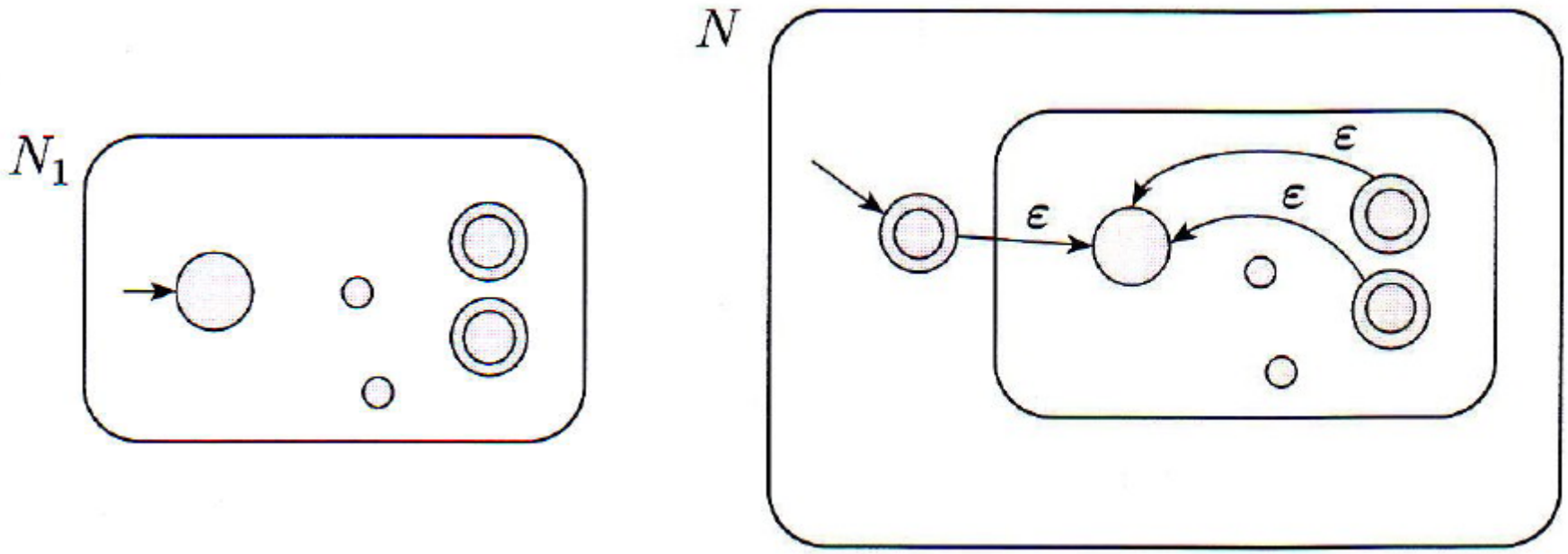
A classe de linguagens regulares é fechada sob a operação estrela.

- Prova?

Fechamento sob op. estrela - prova



Fechamento sob op. estrela - prova



Fechamento sob op. estrela - prova

PROVA Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1.
Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ para reconhecer A_1^*.

1. $Q = \{q_0\} \cup Q_1$.
   Os estados de N são os estados de N_1 mais um novo estado inicial.
2. O estado q_0 é o novo estado inicial.
3. $F = \{q_0\} \cup F_1$.
   Os estados de aceitação são os antigos estados de aceitação mais o novo estado inicial.
4. Defina δ de modo que para qualquer $q \in Q$ e qualquer $a \in \Sigma_\varepsilon$,

Fechamento sob op. estrela - prova

PROVA Suponha que $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ reconheça A_1.
Construa $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ para reconhecer A_1^*.

1. $Q = \{q_0\} \cup Q_1$.
   Os estados de N são os estados de N_1 mais um novo estado inicial.
2. O estado q_0 é o novo estado inicial.
3. $F = \{q_0\} \cup F_1$.
   Os estados de aceitação são os antigos estados de aceitação mais o novo estado inicial.
4. Defina δ de modo que para qualquer $q \in Q$ e qualquer $a \in \Sigma_\varepsilon$,

$$\delta(q,a) = \begin{cases} \delta_1(q,a) & q \in Q_1 \text{ e } q \notin F_1 \\ \delta_1(q,a) & q \in F_1 \text{ e } a \neq \varepsilon \\ \delta_1(q,a) \cup \{q_1\} & q \in F_1 \text{ e } a = \varepsilon \\ \{q_1\} & q = q_0 \text{ e } a = \varepsilon \\ \emptyset & q = q_0 \text{ e } a \neq \varepsilon. \end{cases}$$

Ex: Fechamento sob o complemento?

- Será que as linguagens regulares são fechadas sob a operação de complemento?
  - L é uma linguagem regular
  - $\overline{L}$ é o complemento de L, isto é,

    $\overline{L}$ = { w | w não pertence a L}

- Dado um AFD ou AFN que reconhece L, conseguiria criar um AFD/AFN que reconhece $\overline{L}$?

Fechamento sob o complemento

- SIM! As linguagens regulares são fechadas sob a operação de complemento!!!
  - M é um AFD que reconhece L, uma linguagem regular
  - $\overline{M}$, que reconhece $\overline{L}$, é um AFD obtido de M invertendo a propriedade de cada estado ser final ou não (estados finais de M deixam de ser finais em $\overline{M}$ e estados não finais em M são estados finais em $\overline{M}$

$$\overline{M} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q \setminus F)$$

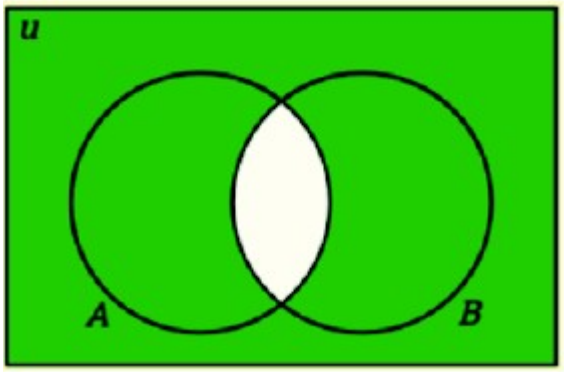
Ex: Fechamento sob a intersecção

- Nos slides 28 a 30 mostramos que a classe de linguagens regulares é fechada sob a intersecção utilizando AFDs
- Também poderíamos provar utilizando o resultado do fechamento sob o complemento e de outros fechamentos
- Como?

Ex: Fechamento sob a intersecção

- Nos slides 28 a 30 mostramos que a classe de linguagens regulares é fechada sob a intersecção utilizando AFDs
- Também poderíamos provar utilizando o resultado do fechamento sob o complemento e de outros fechamentos

$$L_1 \cap L_2 = \overline{\overline{L_1} \cup \overline{L_2}}.$$



Ex: Fechamento sob a intersecção

- Nos slides 28 a 30 mostramos que a classe de linguagens regulares é fechada sob a intersecção utilizando AFDs
- Também poderíamos provar utilizando o resultado do fechamento sob o complemento e de outros fechamentos

$$L_1 \cap L_2 = \overline{\overline{L_1} \cup \overline{L_2}}.$$

- $\overline{L_1}$ and $\overline{L_2}$ are regular
- $\overline{L_1} \cup \overline{L_2}$ is regular
- Hence, $L_1 \cap L_2 = \overline{\overline{L_1} \cup \overline{L_2}}$ is regular.

Em resumo

- Vimos hoje como provar que a classe de linguagens regulares é fechada sob uma determinada operação
- Em particular, é fechada sob as operações:

Em resumo

- Vimos hoje como provar que a classe de linguagens regulares é fechada sob uma determinada operação
- Em particular, é fechada sob as operações:
  - União
  - Intersecção
  - Concatenação
  - Estrela
  - Complemento
- É também fechada sob outras… (ex: sufixo)
- Novamente, saber isso é importante para sabermos se podemos ou não criar um AFD para uma linguagem de interesse...