

SEM0501

Dinâmica Aplicada às Máquinas

Aula #3: Movimento curvilíneo geral e componentes cartesianos

Prof. Dr. Thiago Boaventura
tboaventura@usp.br

São Carlos, 21/08/18

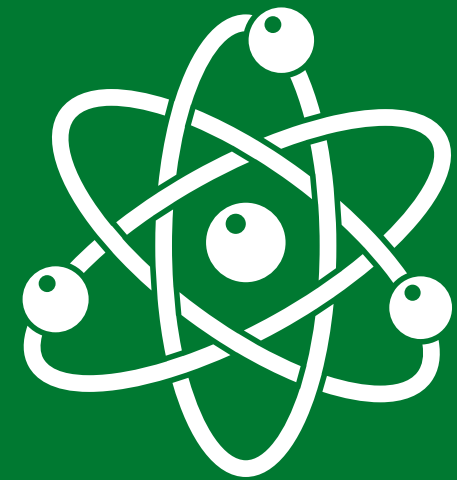


Conteúdo



- Aula passada...
- Movimento de um projétil
- Exemplo

Introdução



- Conceitos básicos
- Coordenadas Cartesianas
- Exemplos

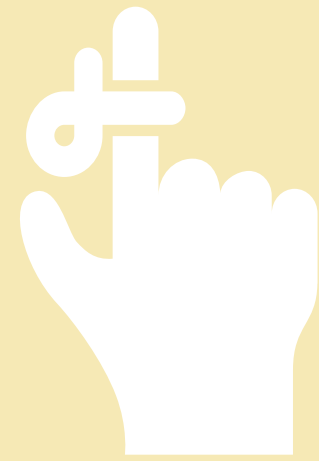
Movimento
curvilíneo



- “Take-home messages”
- Próxima aula...
- Projeto PJ1: exercício em grupo

Conclusão

Conteúdo



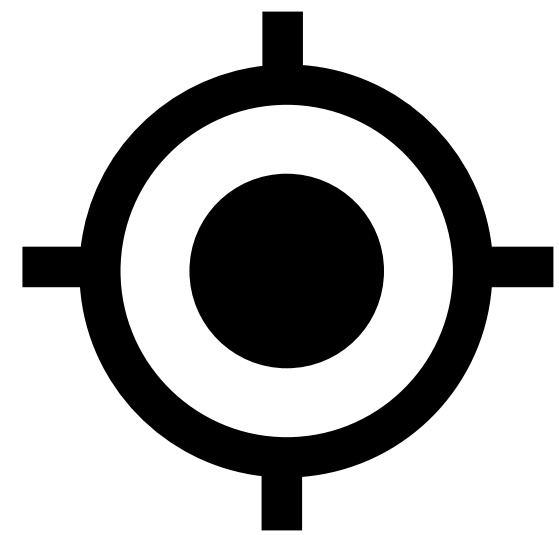
- Aula passada...
- Movimento de um projétil
- Exemplo

Introdução

Movimento
Curvilíneo

Conclusão

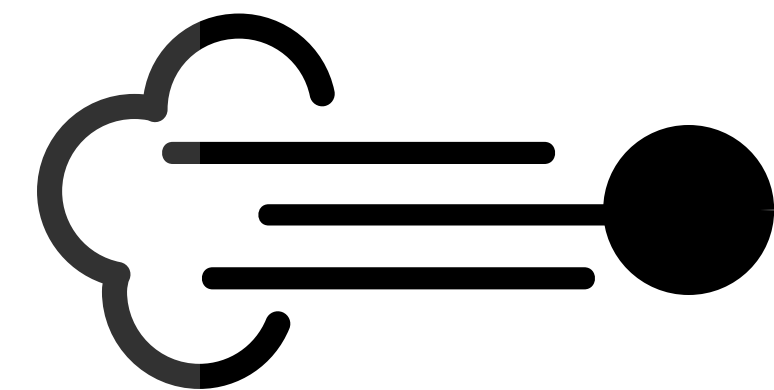
movimento contínuo



Posição



Velocidade



**Aceleração
constante**

$$v = v_0 + a_c t$$

Aceleração constante

dv

$$\frac{dv}{dt}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a_c (s - s_0)$$

Aceleração constante

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_c t^2$$

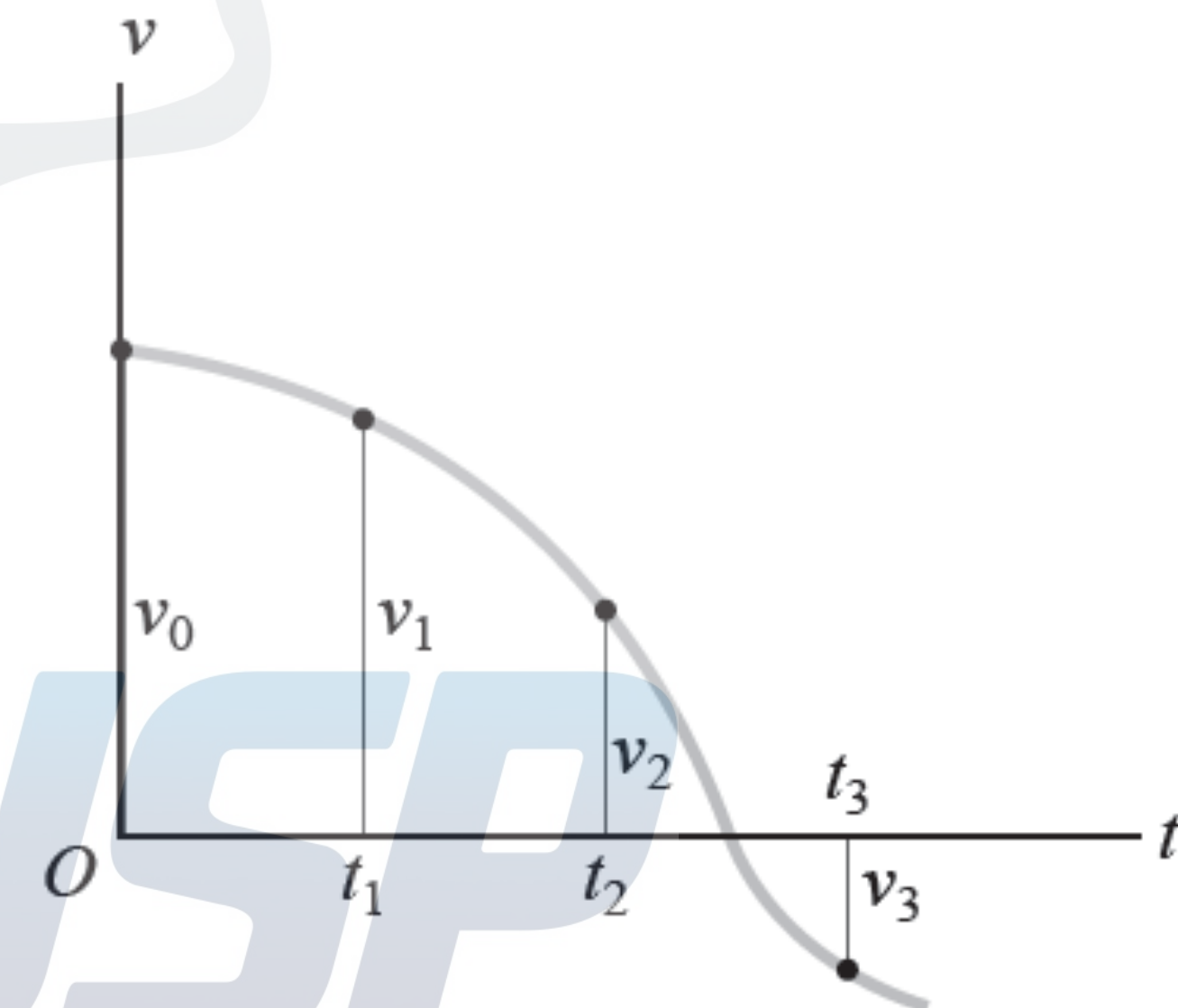
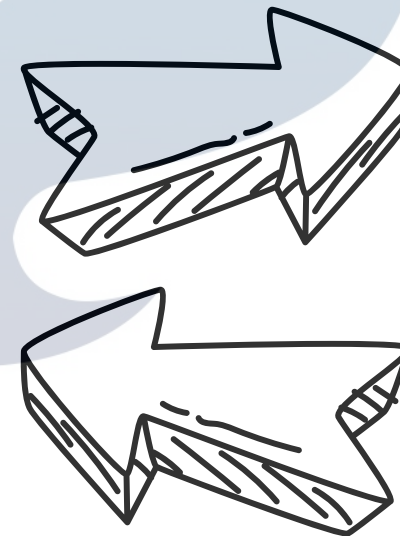
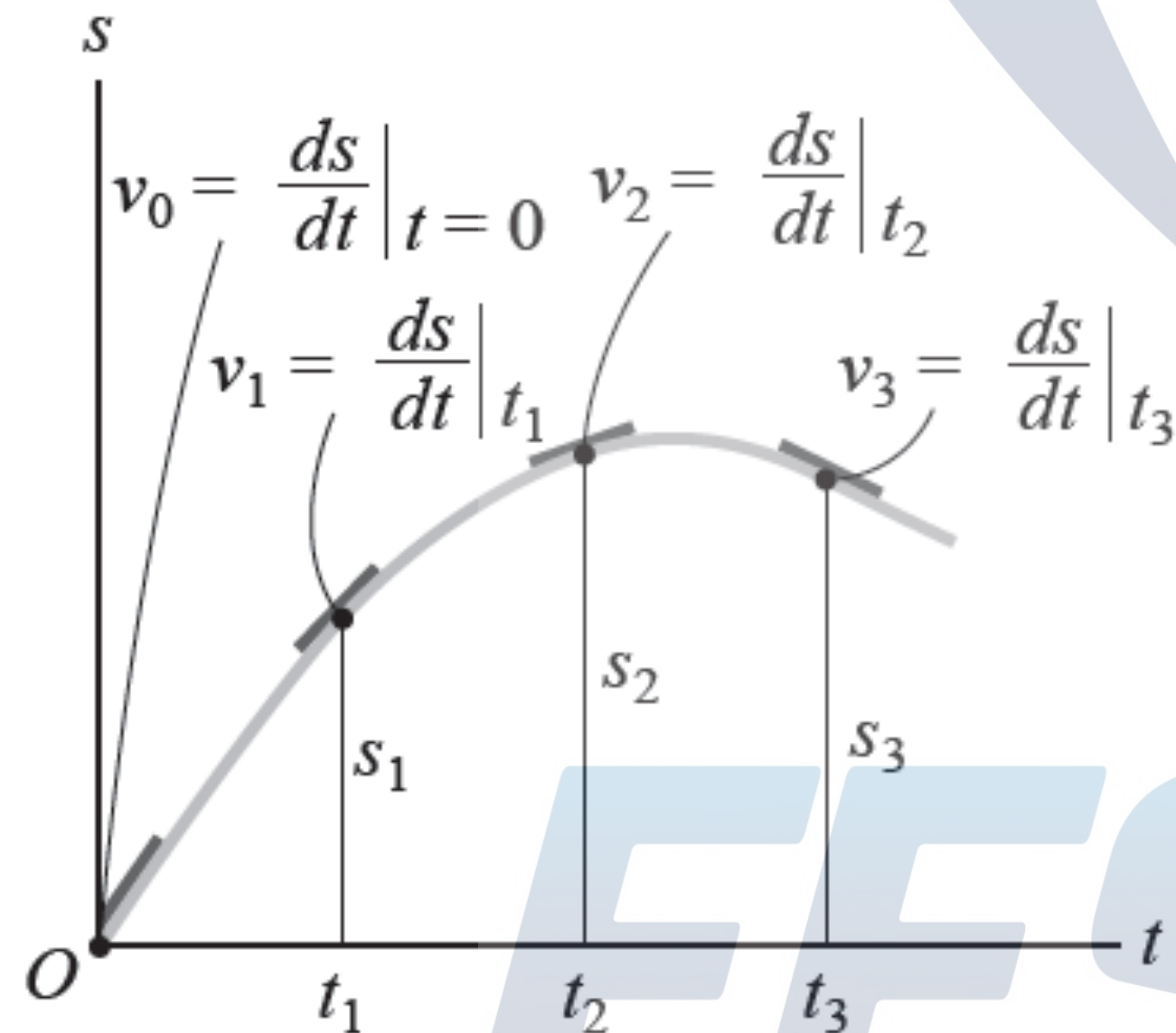
Aceleração constante

movimento irregular

$$v = \frac{ds}{dt}$$

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$a \, ds = v \, dv$$

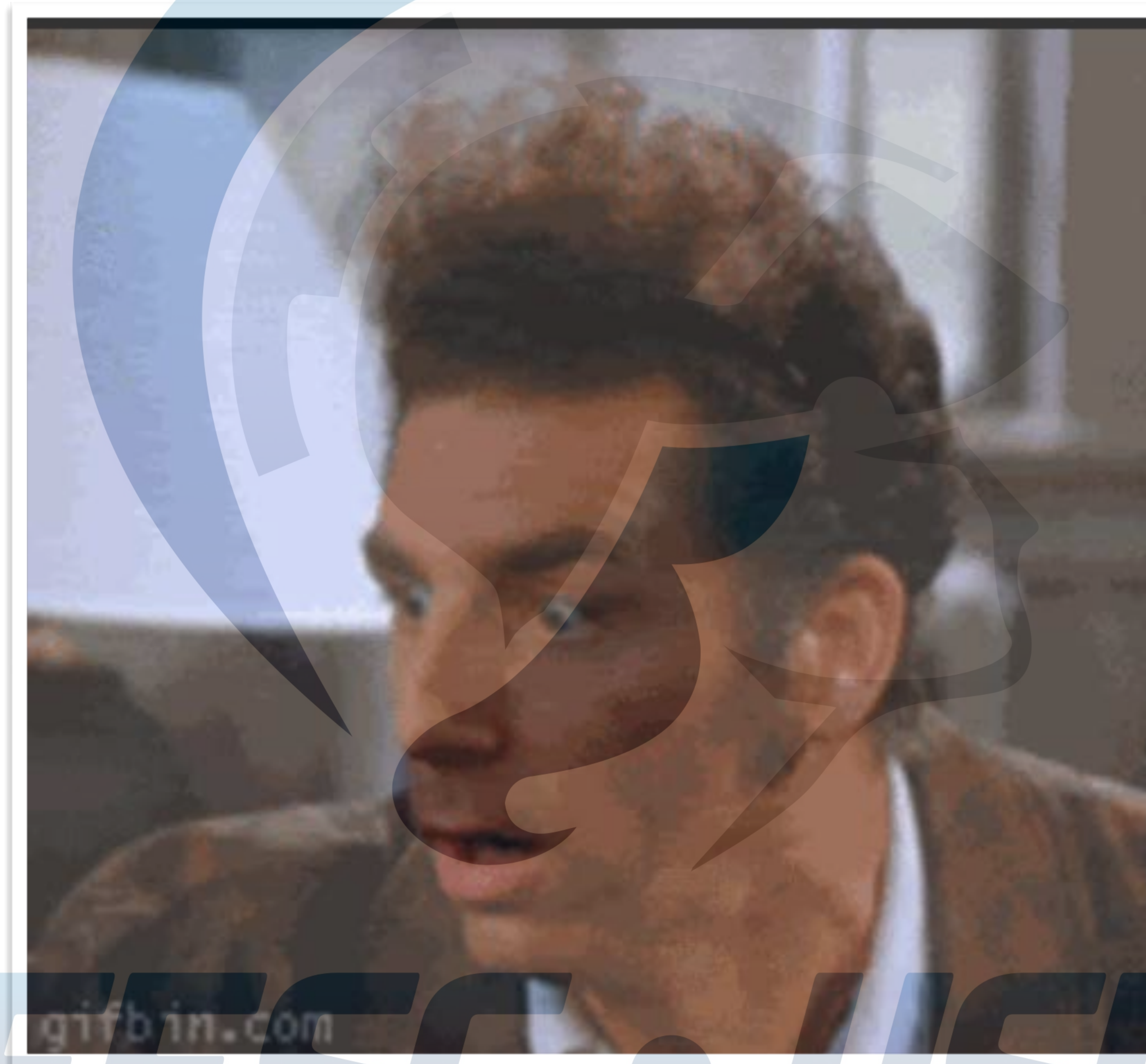


Alguma
dúvida?



EESC • USP

Exercício valendo nota



Exercício valendo nota



Uma bola é jogada para cima com uma velocidade de 5 m/s do topo de um prédio de 10m de altura. Um segundo mais tarde, outra bola é jogada verticalmente a partir do chão com uma velocidade de 10 m/s . Determine a altura a partir do chão onde as bolas passam uma pela outra.



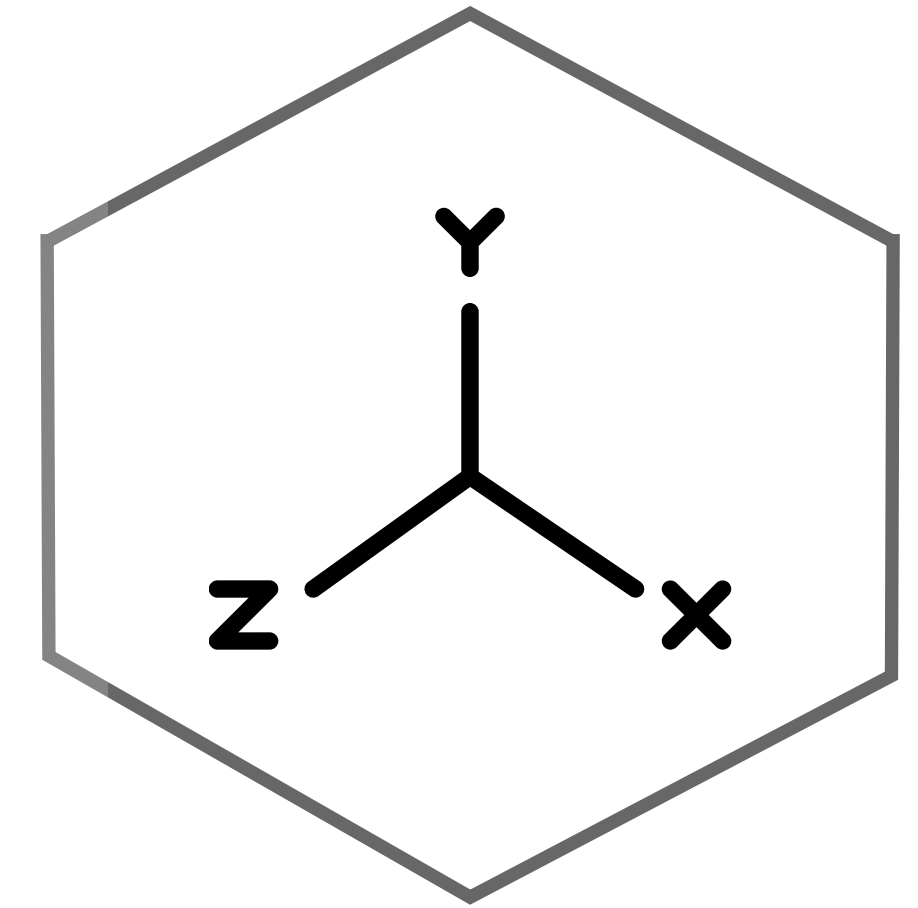
Objetivos da aula



Estudar
movimentos
balísticos

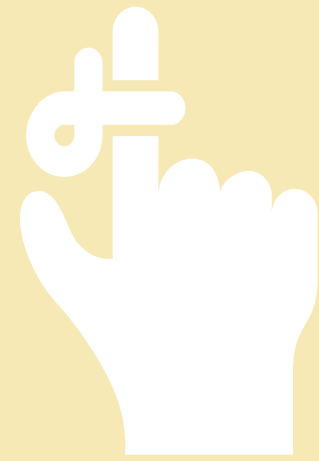


Introduzir os
conceitos de
movimentos
curvilíneos



Expressar movimento
curvilíneo em
**coordenadas
cartesianas**
(retangulares)

Conteúdo



- Aula passada...
- **Movimento de um projétil**
- Exemplo

Introdução

Movimento
Curvilíneo

Conclusão

Movimento de um projétil

Introdução

Movimento
Curvilíneo

Conclusão



Movimento de um projétil

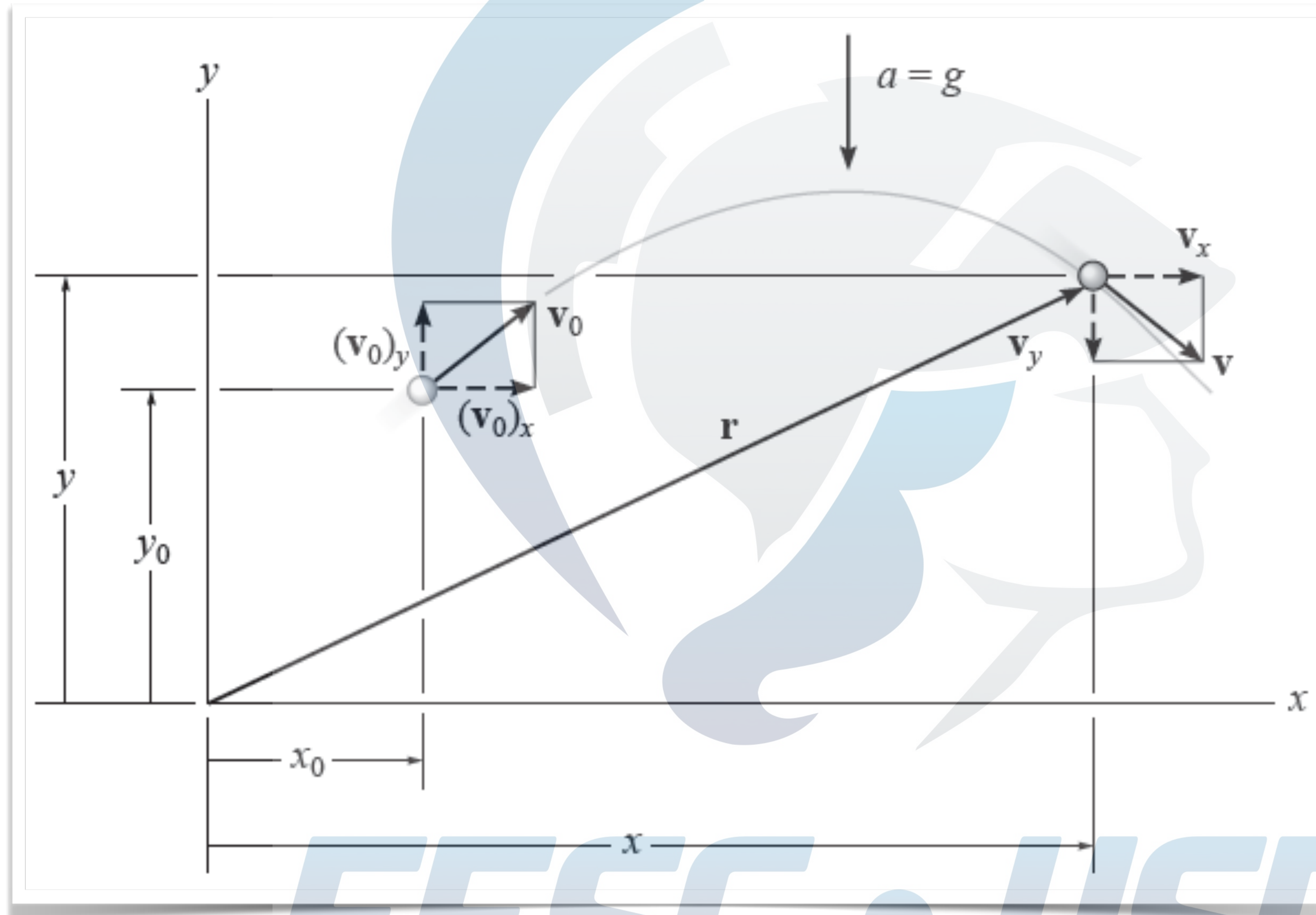
Introdução

Movimento
Curvilíneo

Conclusão



Movimento de um projétil



~~Resistência
do ar~~

Peso

Introdução

Movimento
Curvilíneo

Conclusão

Movimento horizontal

Introdução

Movimento
Curvilíneo

Conclusão

Como $a_x = 0$:

$(\begin{smallmatrix} + \\ \rightarrow \end{smallmatrix})$

$$v = v_0 + a_c t;$$

$(\begin{smallmatrix} + \\ \rightarrow \end{smallmatrix})$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_c t^2;$$

$(\begin{smallmatrix} + \\ \rightarrow \end{smallmatrix})$

$$v^2 = v_0^2 + 2a_c (x - x_0);$$

1 equação

Movimento vertical

Introdução

Movimento
Curvilíneo

Conclusão

Como $a_y = -g$:

(+↑)

$$v = v_0 + a_c t;$$

(+↑)

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_c t^2;$$

(+↑)

$$v^2 = v_0^2 + 2a_c(y - y_0);$$

2 equações independentes

Movimento de um projétil

Introdução

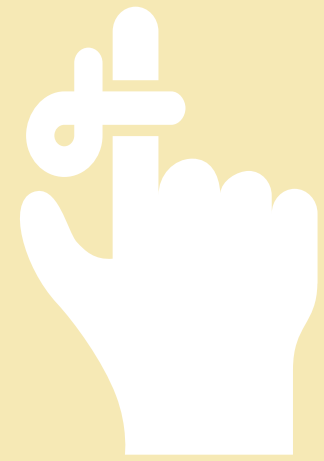
Movimento
Curvilíneo

Conclusão

3 equações independentes

máximo 3 incógnitas

Conteúdo



- Aula passada...
- Movimento de um projétil
- **Exemplo**

Introdução

Movimento
Curvilíneo

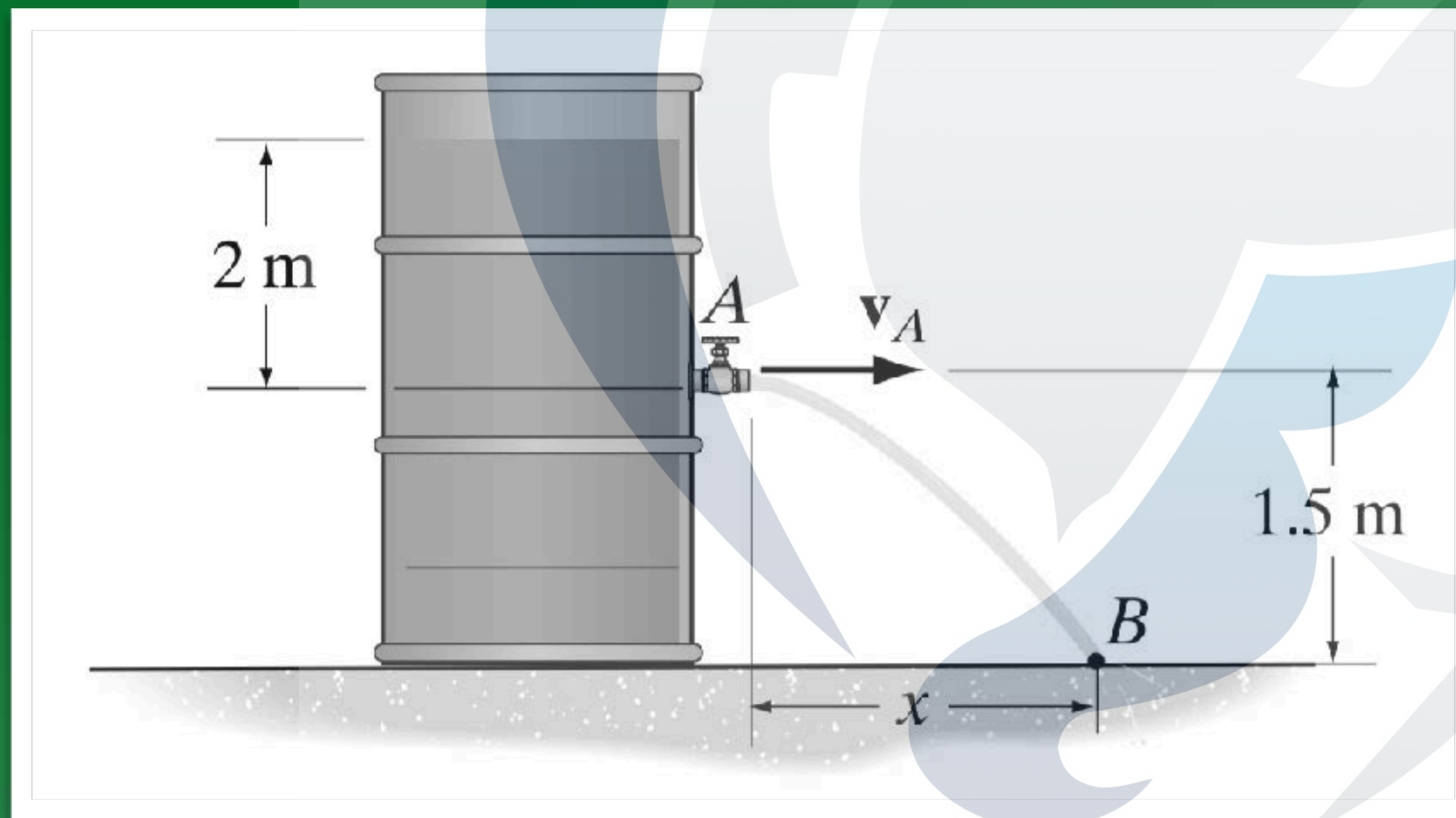
Conclusão

Exercício 12-100

Introdução

Movimento
Curvilíneo

Conclusão



$$v = \sqrt{2gh}$$

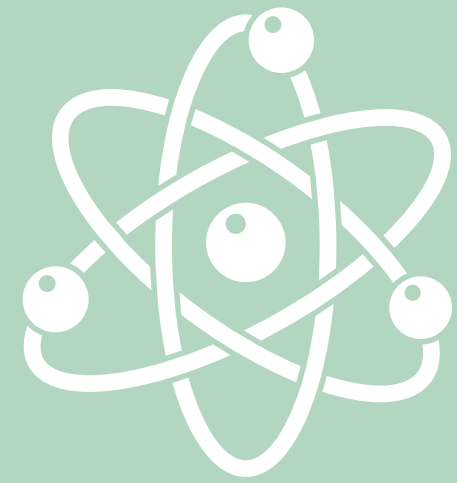
$$h = 2 \text{ m}$$

$$t = ?$$

$$x = ?$$

Conteúdo

Introdução



- **Conceitos básicos**
- Coordenadas Cartesianas
- Exemplos

Movimento
curvilíneo

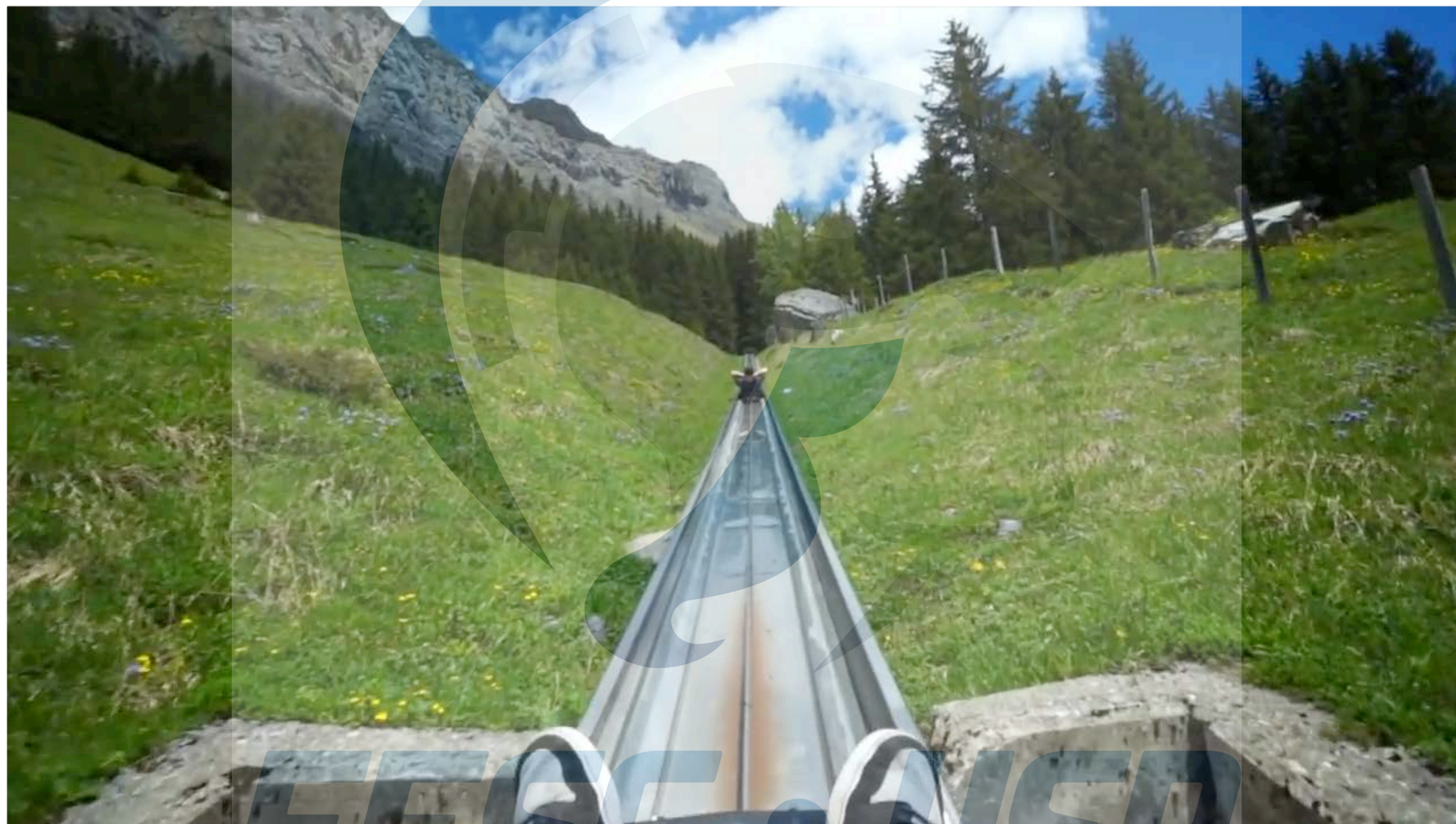
Conclusão

Movimento curvilíneo

Introdução

Movimento
Curvilíneo

Conclusão



Movimento curvilíneo

Introdução

Movimento
Curvilíneo

Conclusão

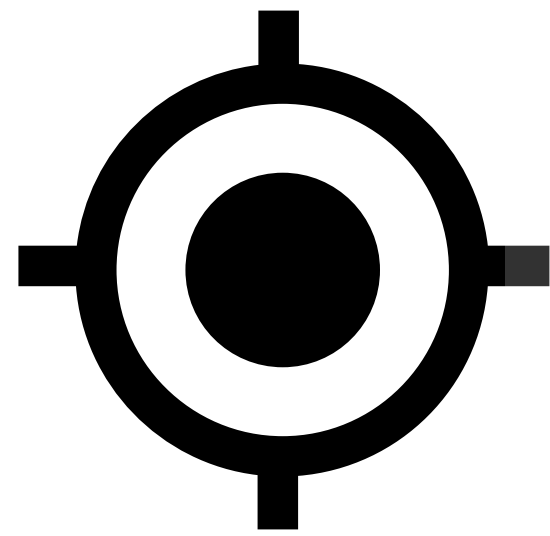


Movimento curvilíneo

Introdução

Movimento
Curvilíneo

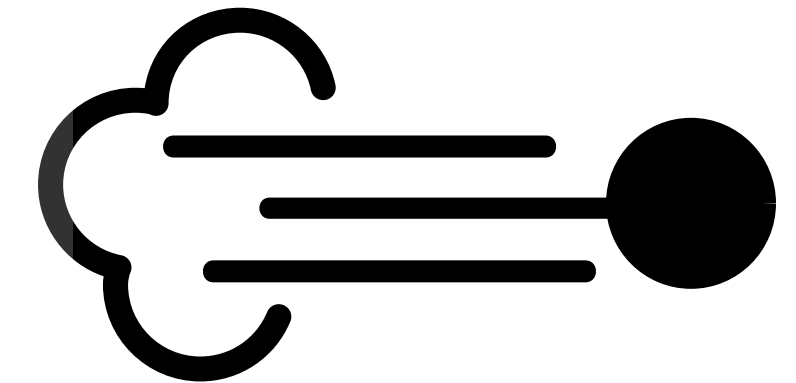
Conclusão



Posição



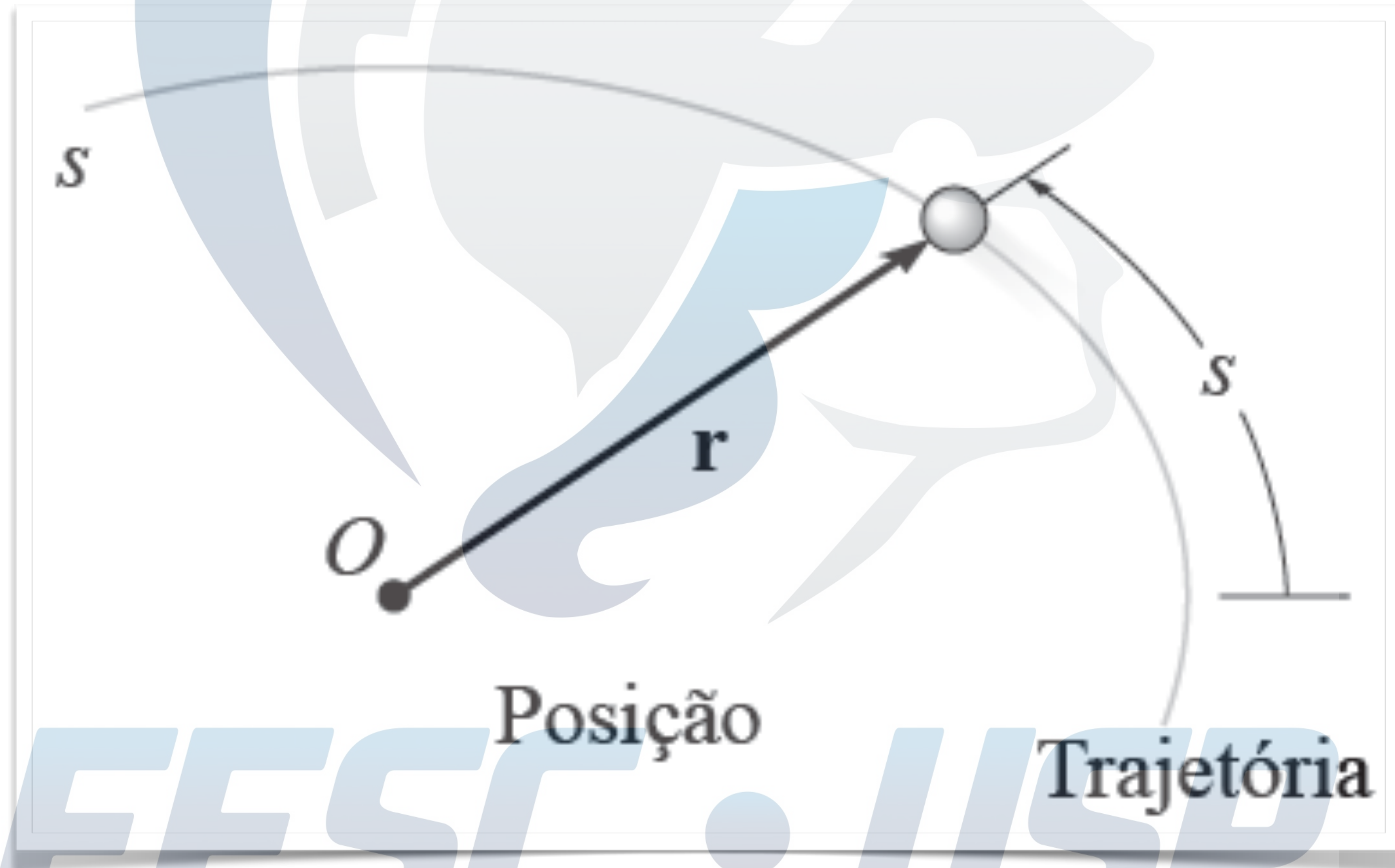
Velocidade



Aceleração

Posição

vetor $\mathbf{r}(t)$



Introdução

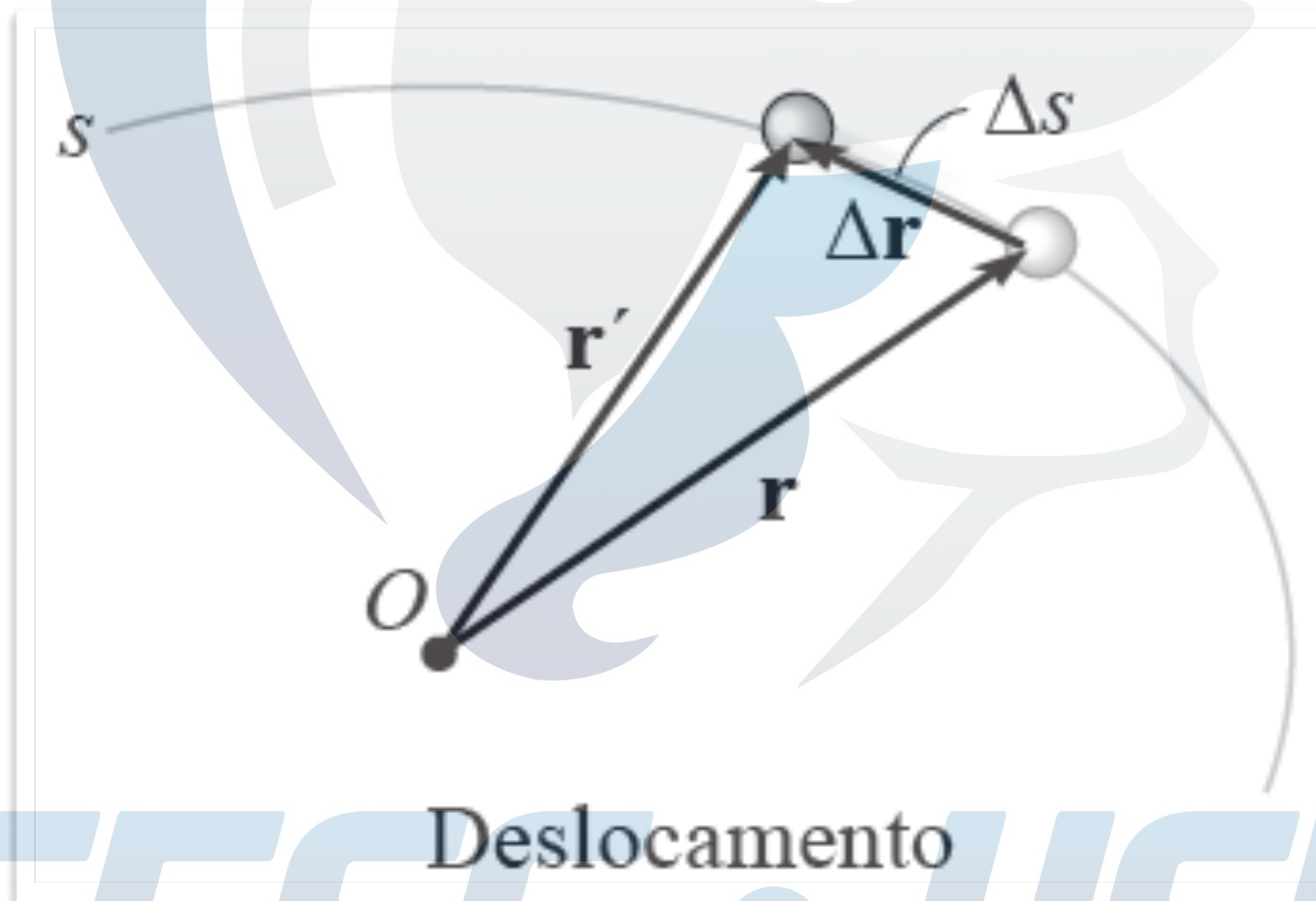
Movimento
Curvilíneo

Conclusão

Deslocamento

vetor →

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}' - \mathbf{r}$$



Introdução

Movimento
Curvilíneo

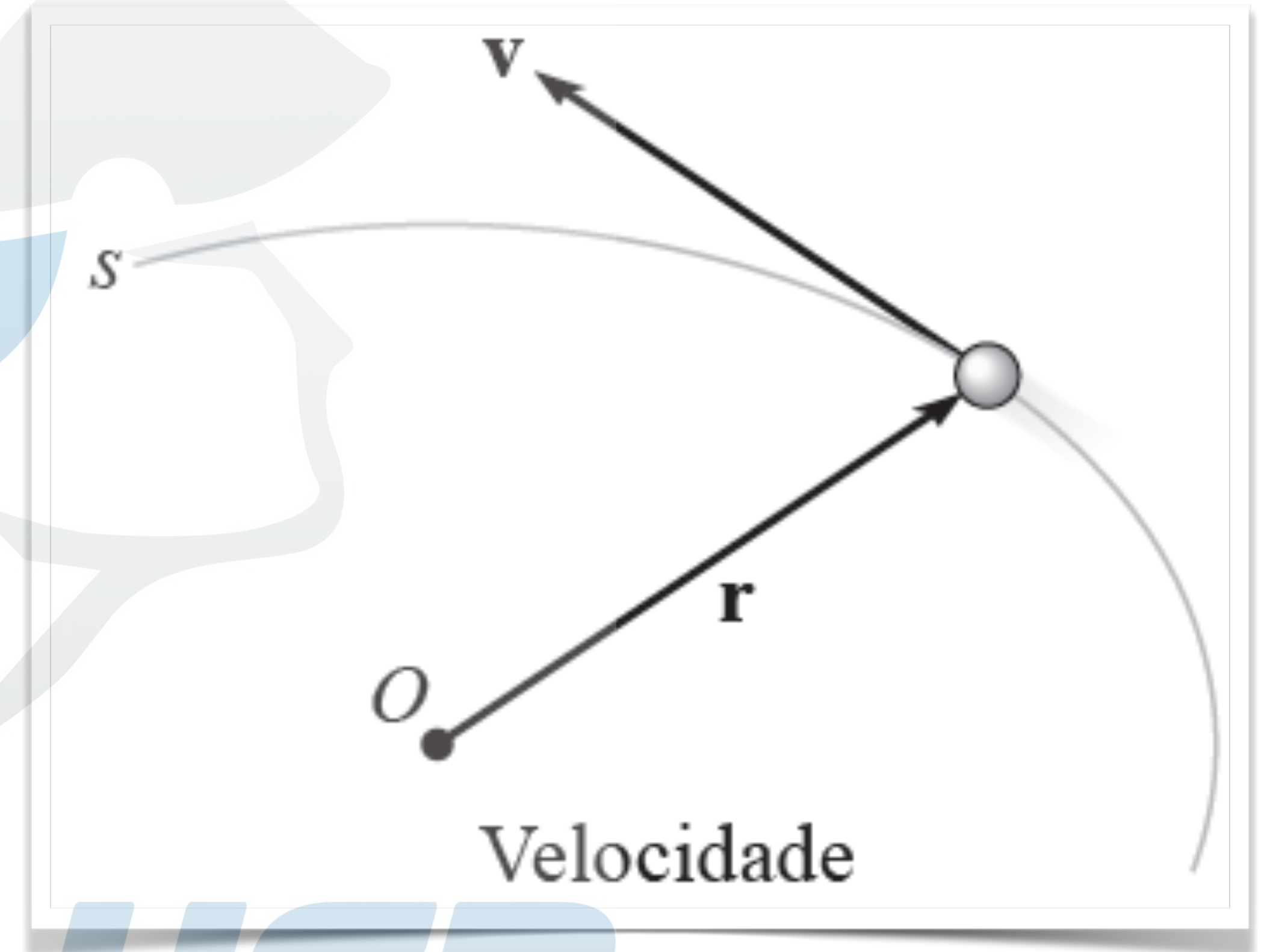
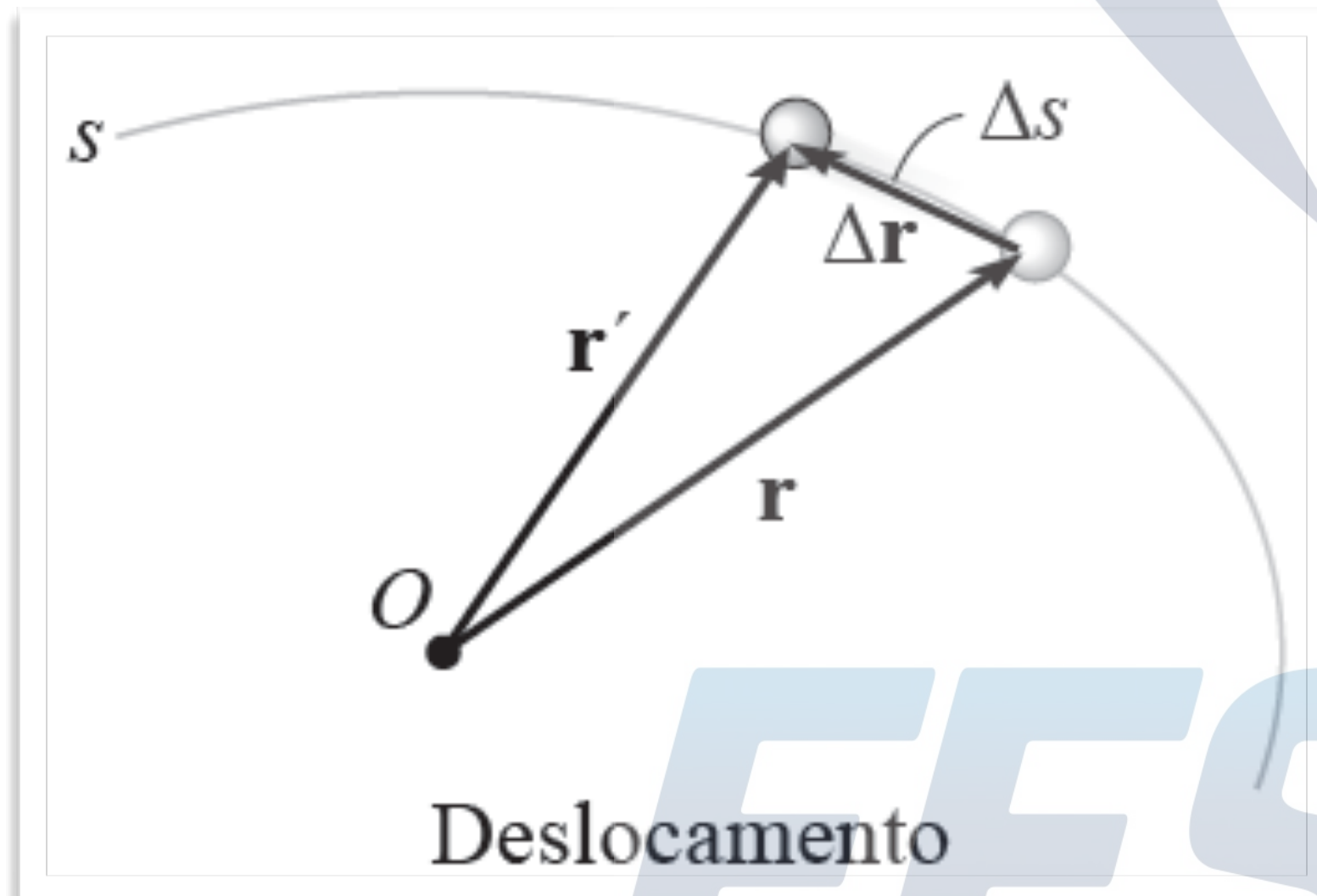
Conclusão

Velocidade média e instantânea

vetor

tangente à curva

$$\mathbf{v}_{med} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \quad \mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$$



Introdução

Movimento
Curvilíneo

Conclusão

Velocidade escalar

Introdução

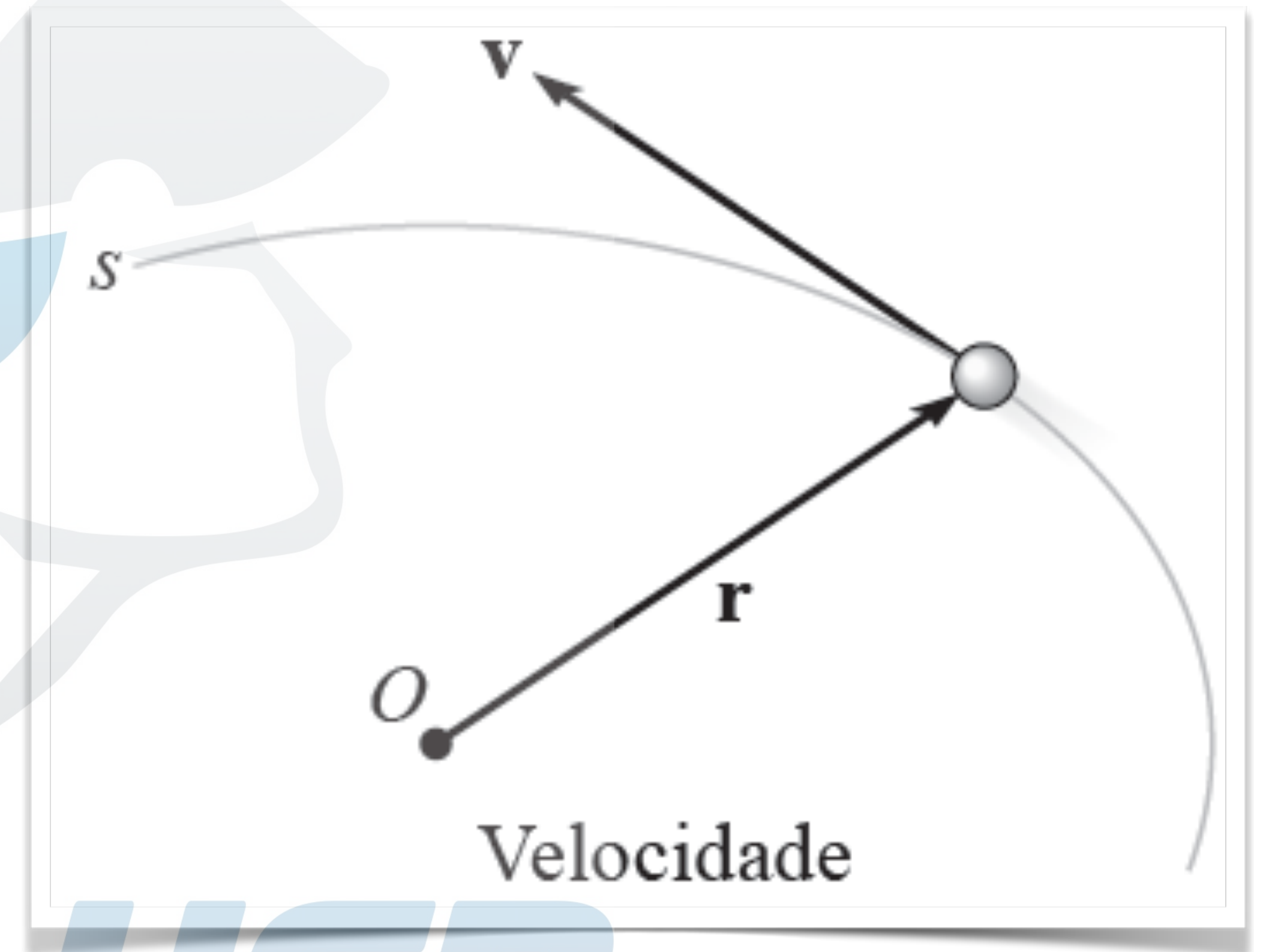
Movimento
Curvilíneo

Conclusão

$$v = |\mathbf{v}| = \frac{ds}{dt} \quad \mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$$

**velocidade
escalar**

tangente à curva



Aceleração média

$$\mathbf{a}_{med} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$$

$$\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}' - \mathbf{v}$$



Introdução

Movimento
Curvilíneo

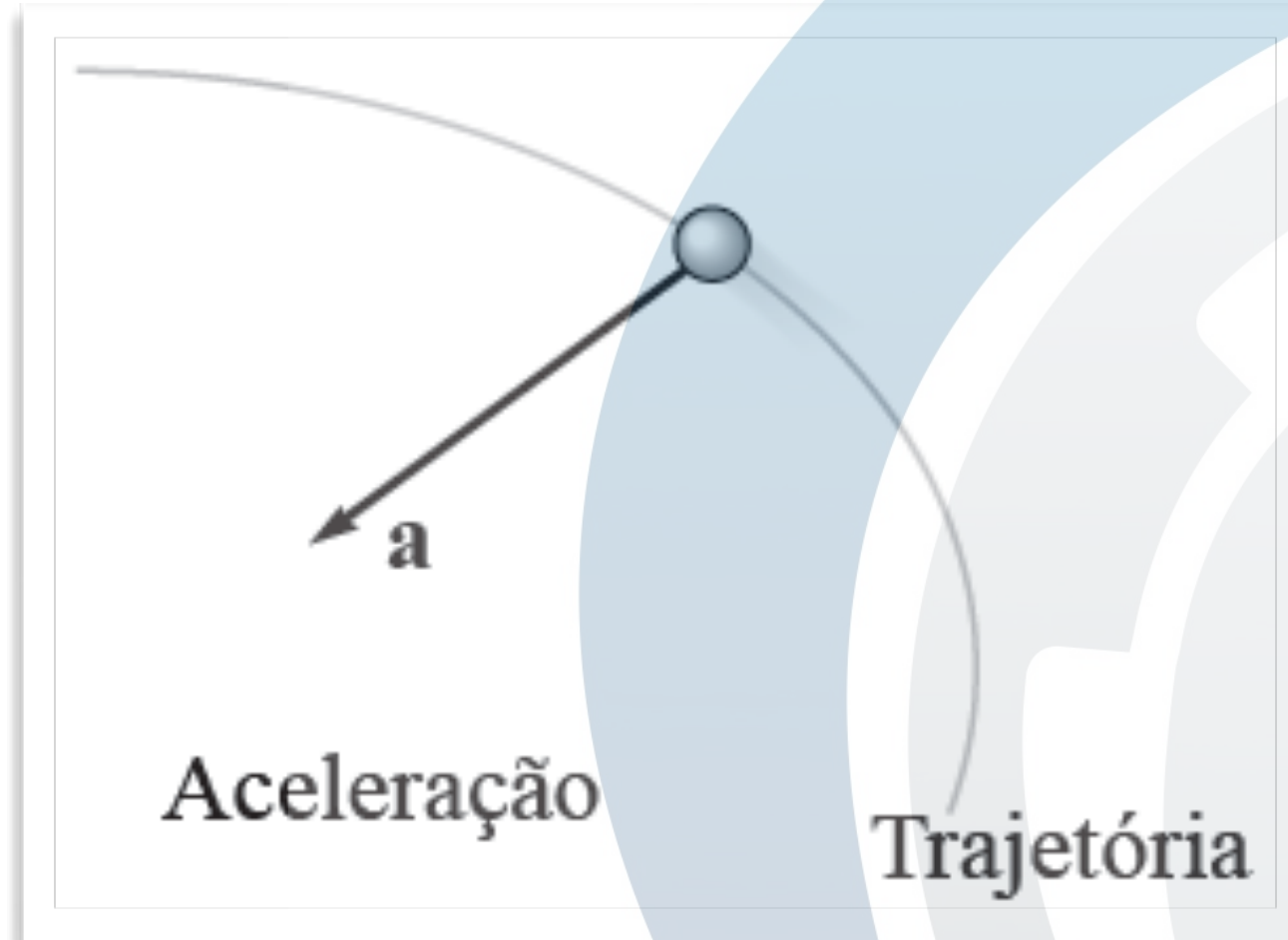
Conclusão

Aceleração instantânea

Introdução

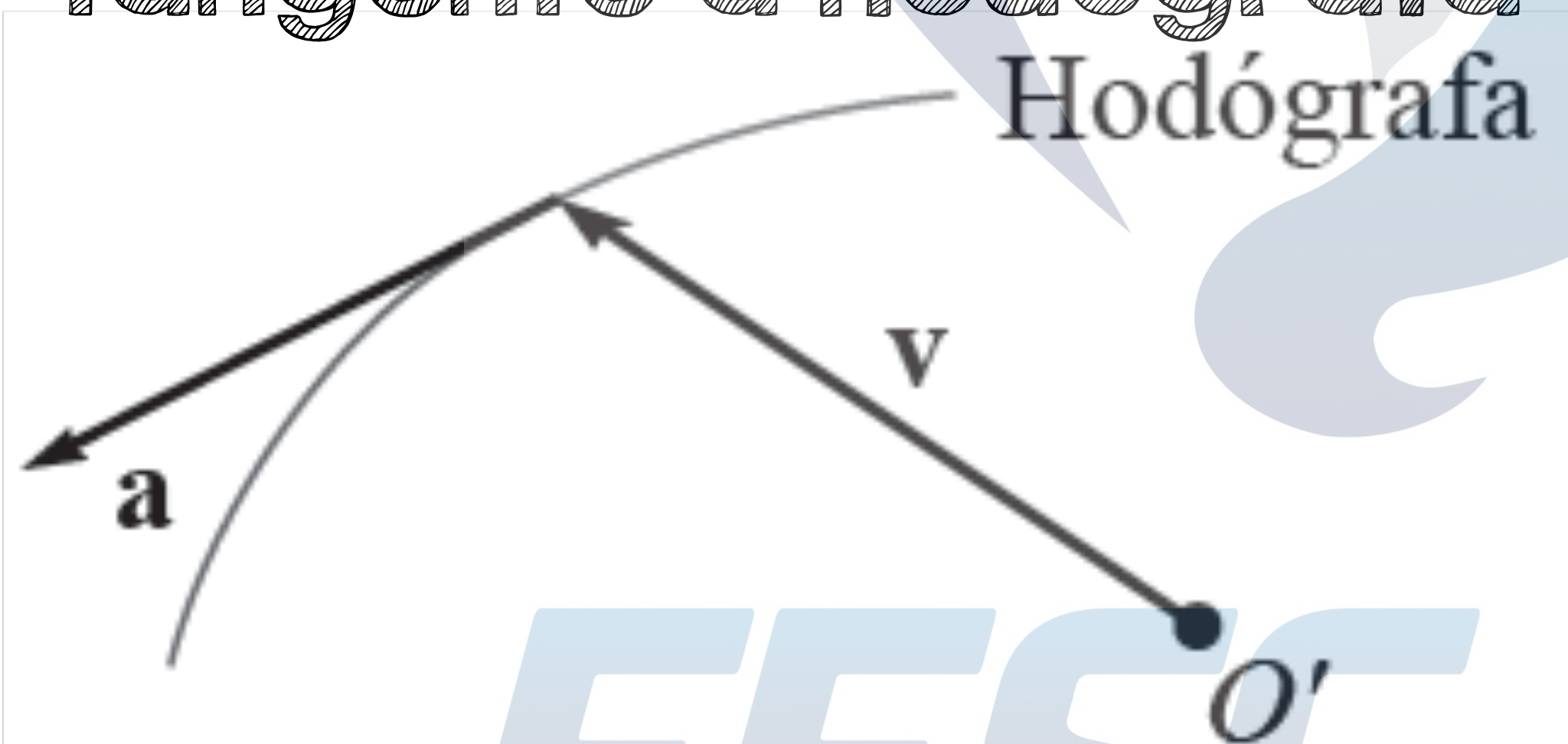
Movimento
Curvilíneo

Conclusão

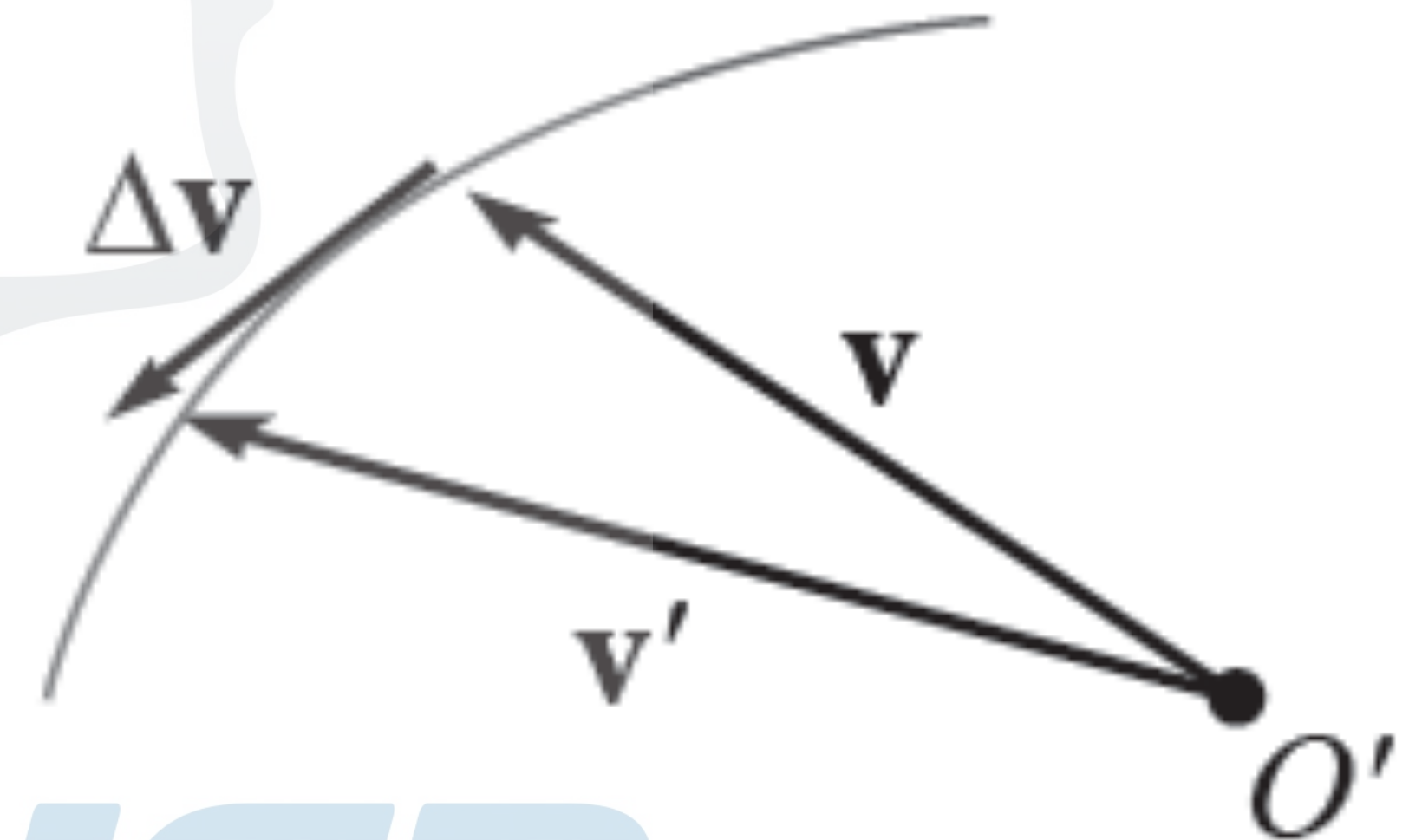


$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}$$

tangente à hodógrafa
Hodógrafa

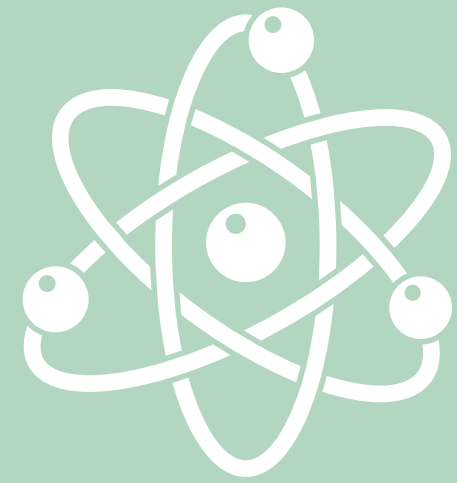


hodógrafa



Conteúdo

Introdução



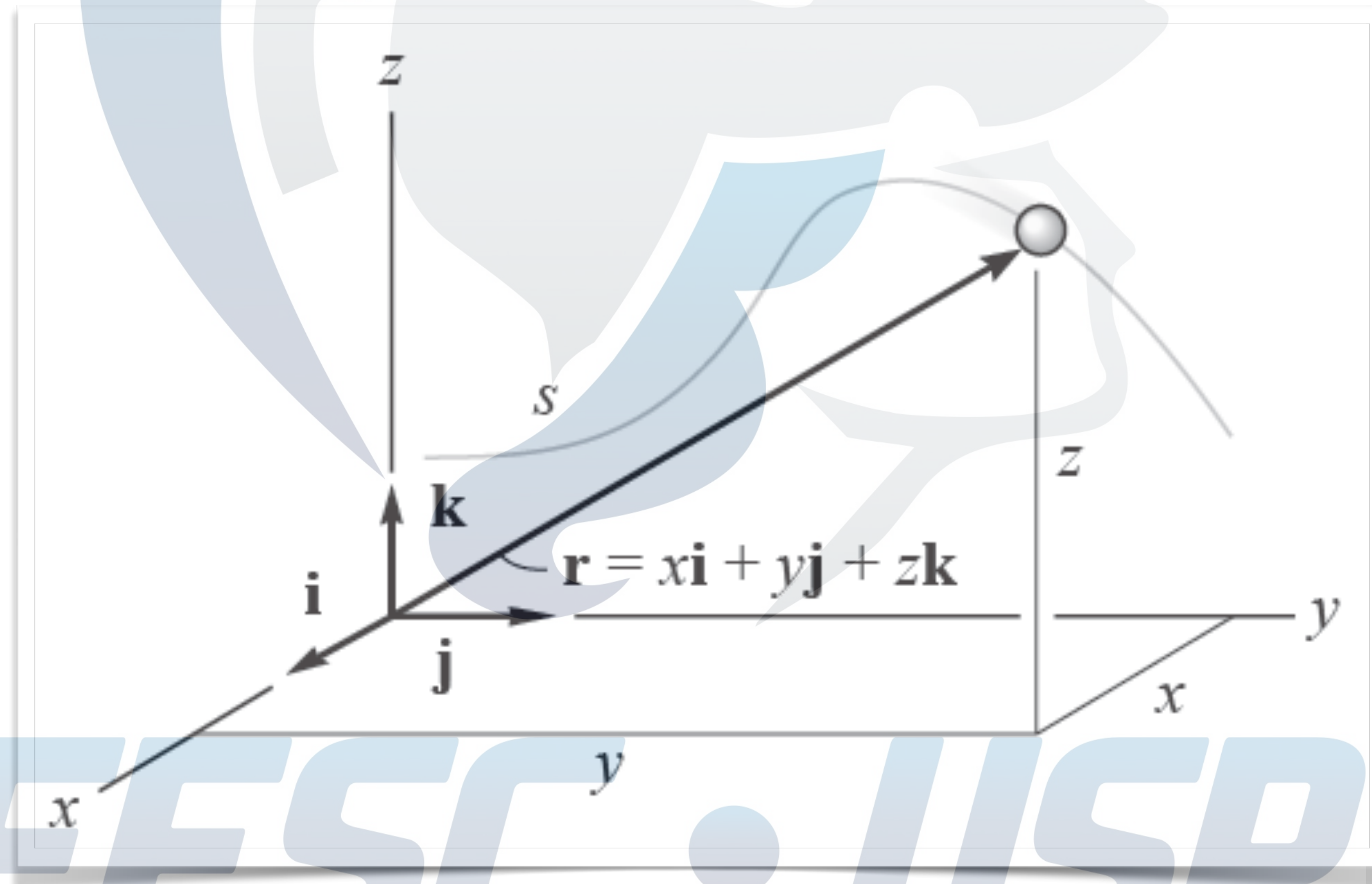
- Conceitos básicos
- **Coordenadas Cartesianas**
- Exemplos

Movimento
curvilíneo

Conclusão

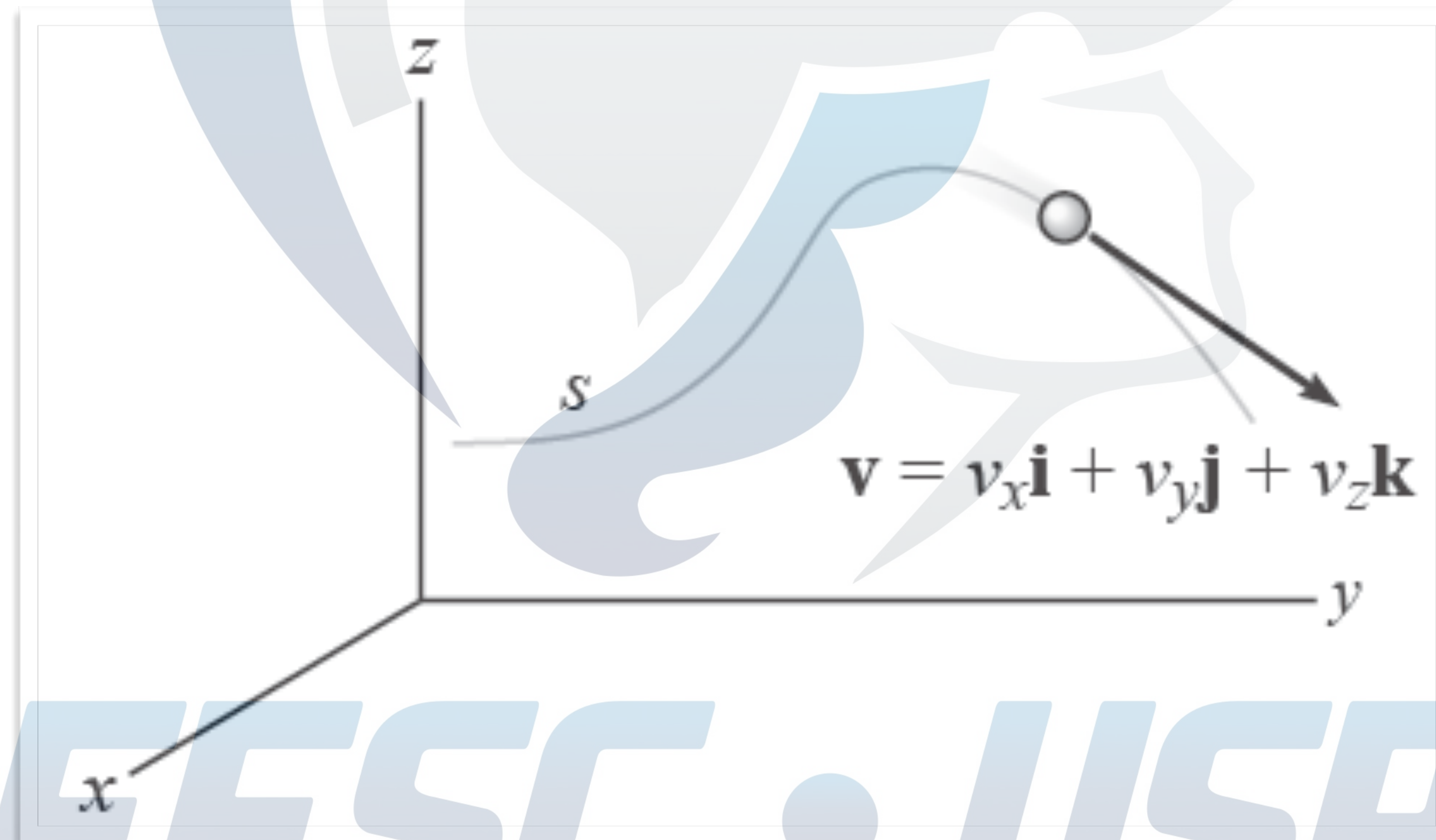
Posição

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$



Velocidade

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k} \quad v_x = \dot{x} \quad v_y = \dot{y} \quad v_z = \dot{z}$$

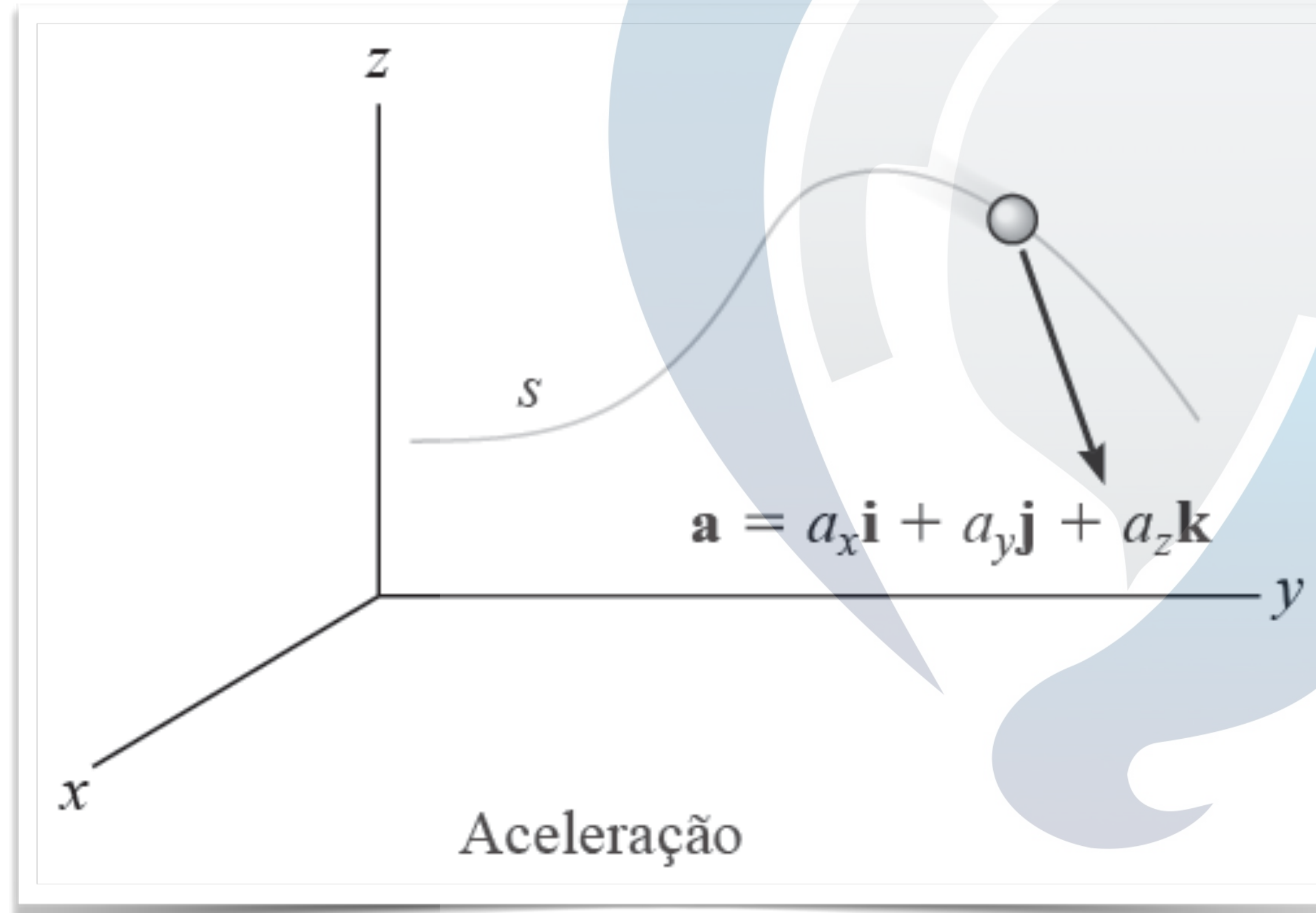


Aceleração

Introdução

Movimento
Curvilíneo

Conclusão



$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k}$$

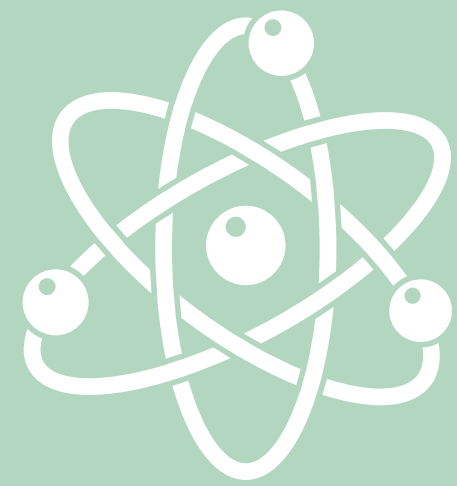
$$a_x = \dot{v}_x = \ddot{x}$$

$$a_y = \dot{v}_y = \ddot{y}$$

$$a_z = \dot{v}_z = \ddot{z}$$

Conteúdo

Introdução



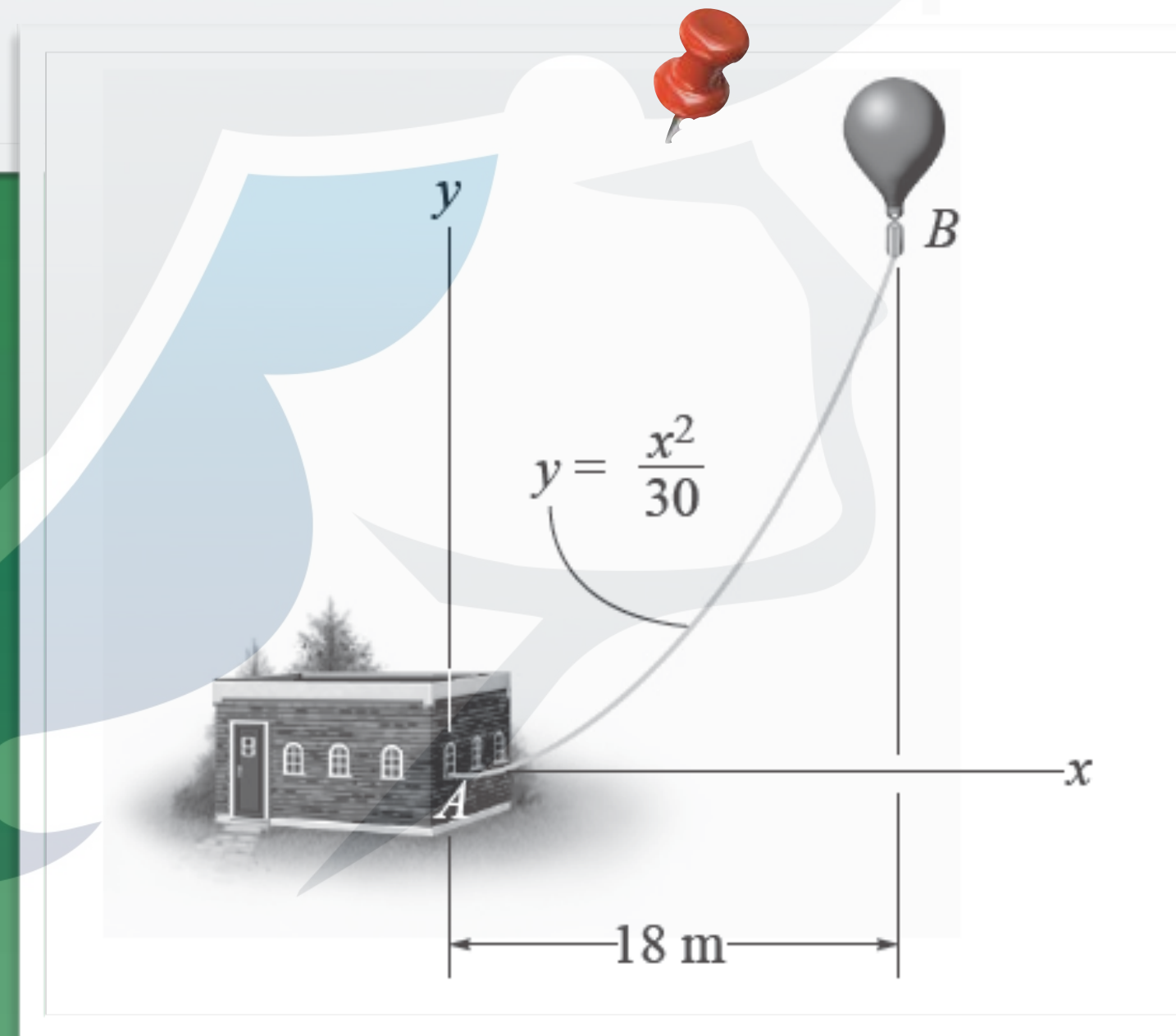
- Conceitos básicos
- Coordenadas Cartesianas
- Exemplos

Movimento
curvilíneo

Conclusão

Exemplo 12.9

Em qualquer instante de tempo, a posição horizontal do balão meteorológico na Figura 12.18a é definida por $x = (9t)$ m, onde t é dado em segundos. Se a equação da trajetória é $y = x^2/30$, determine a intensidade e a direção da velocidade e da aceleração quando $t = 2$ s.

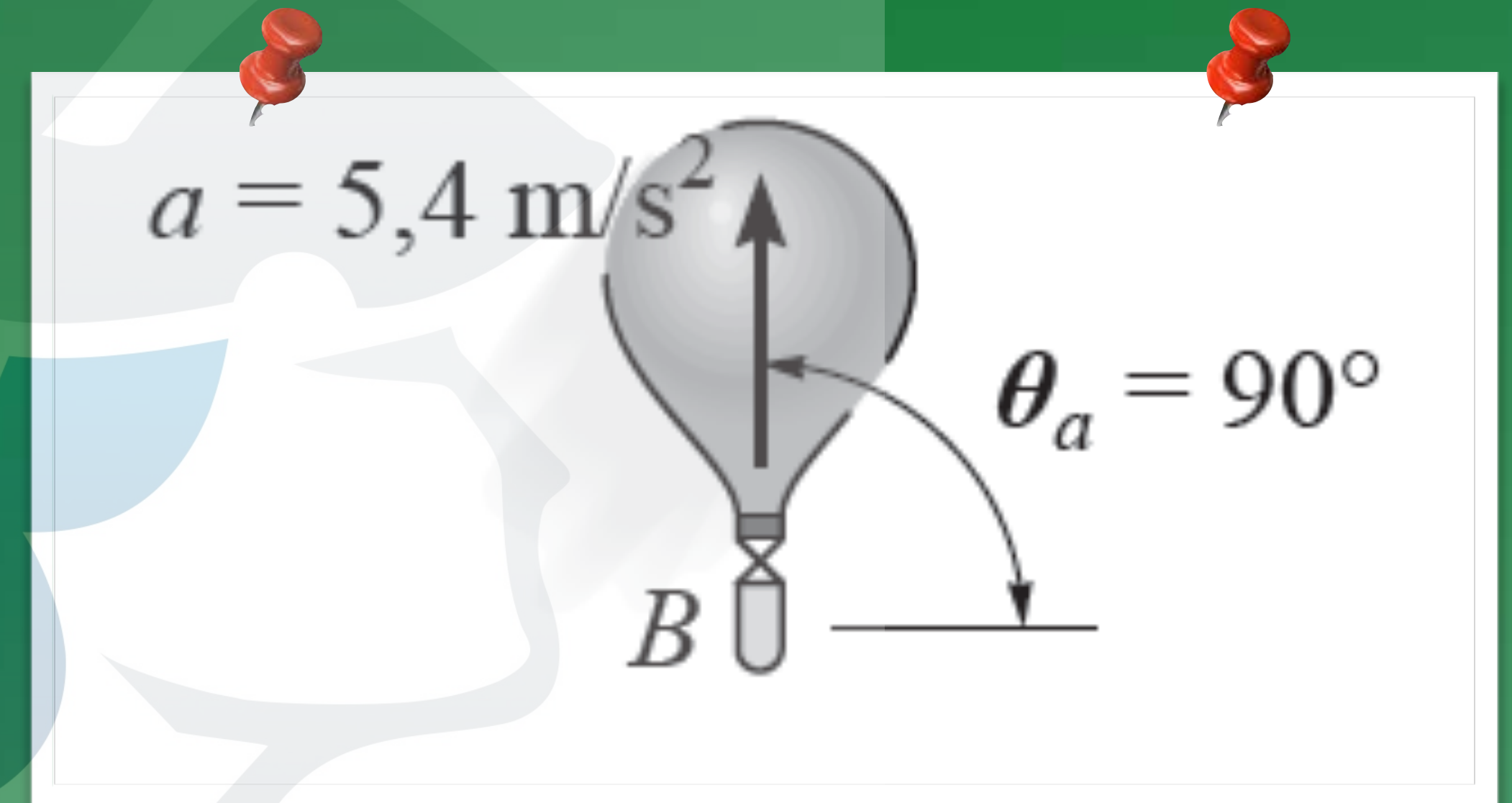
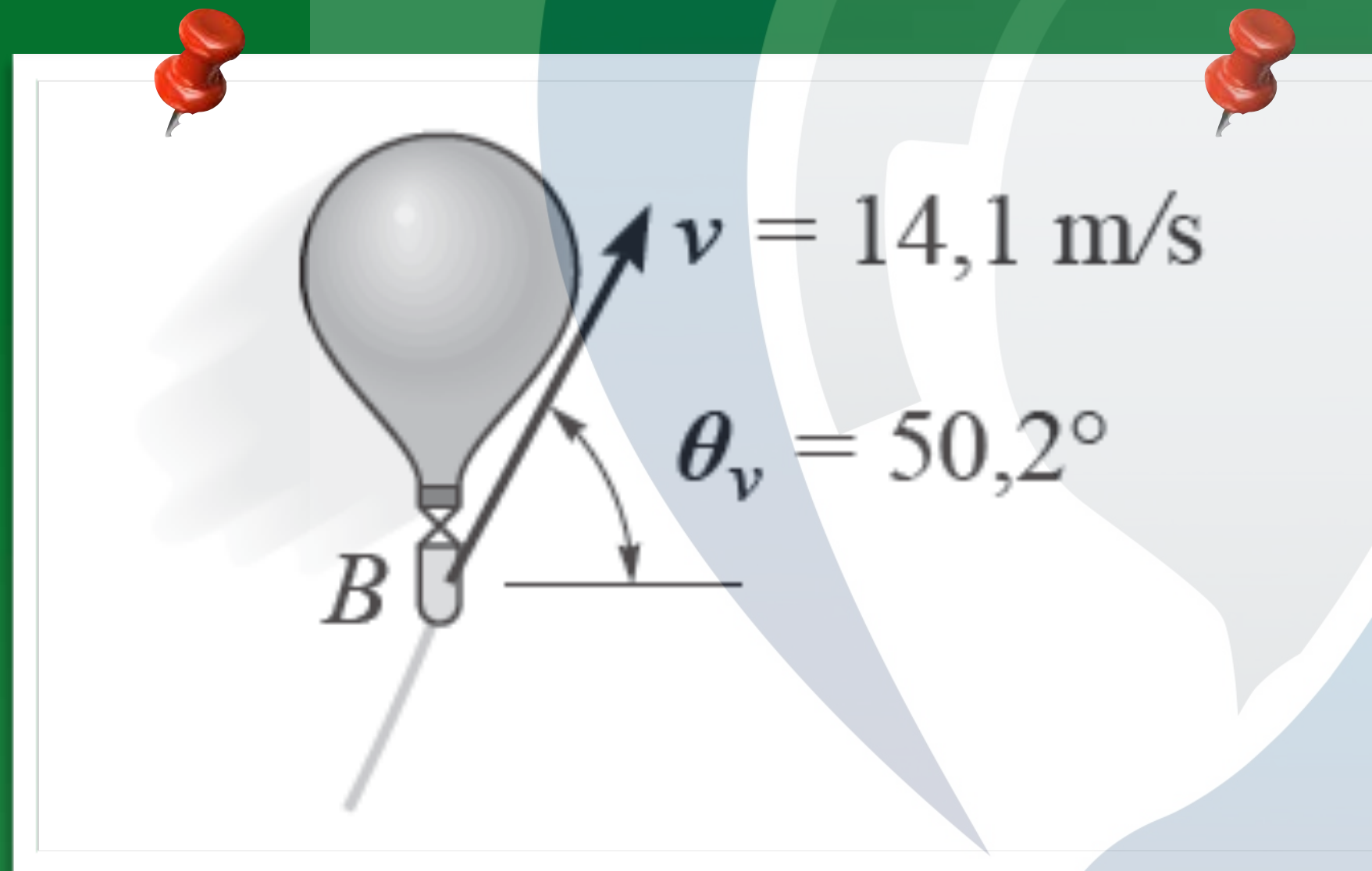


Exemplo 12.9 - Resposta

Introdução

Movimento
Curvilíneo

Conclusão



Conteúdo

Introdução

Movimento
Curvilíneo



- “Take-home messages”
- Próxima aula...
- Projeto PJ1: exercício em grupo

Conclusão

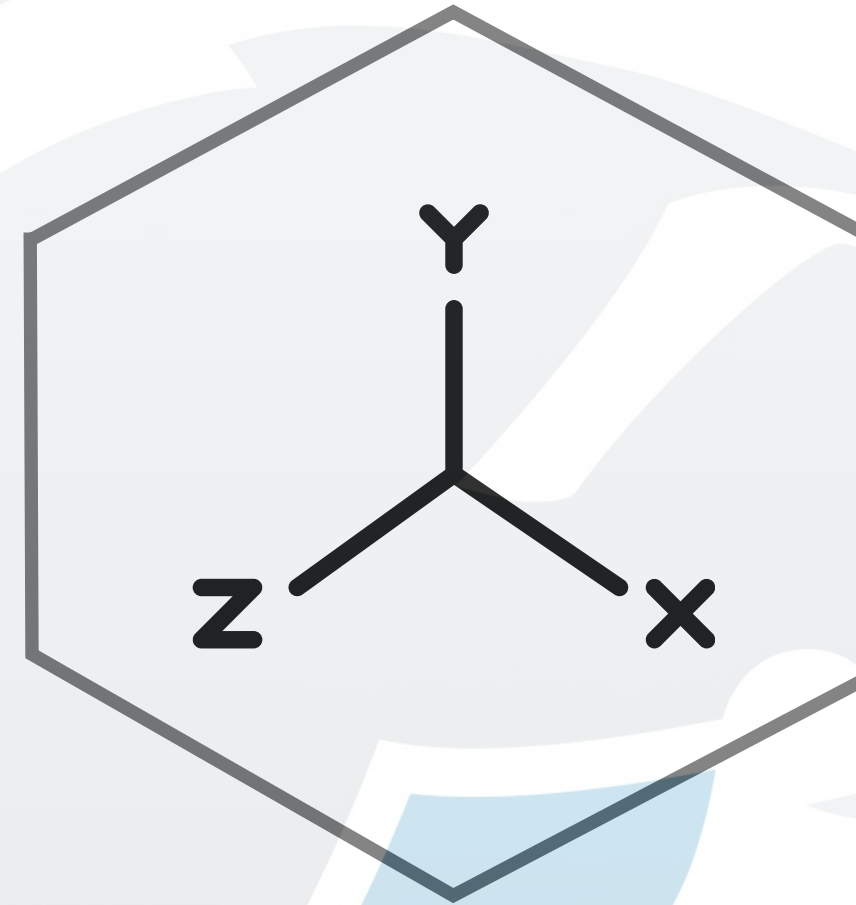
“Take-home messages”

Introdução

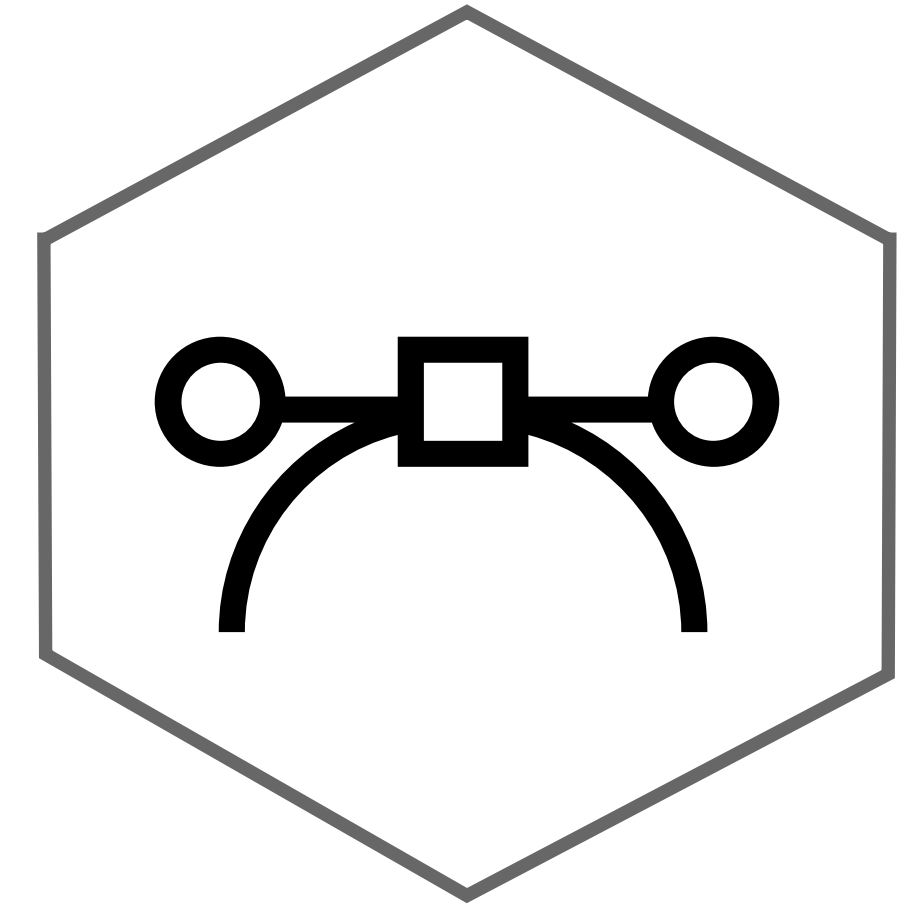


Movimento em voo livre segue uma trajetória **parabólica**

Movimento Curvilíneo



Movimento **curvilíneo** pode ser decomposto em movimento **retilíneo** ao longo dos eixos **x, y, z**



Velocidade é **tangente** à **trajetória** e aceleração à **hodógrafa**

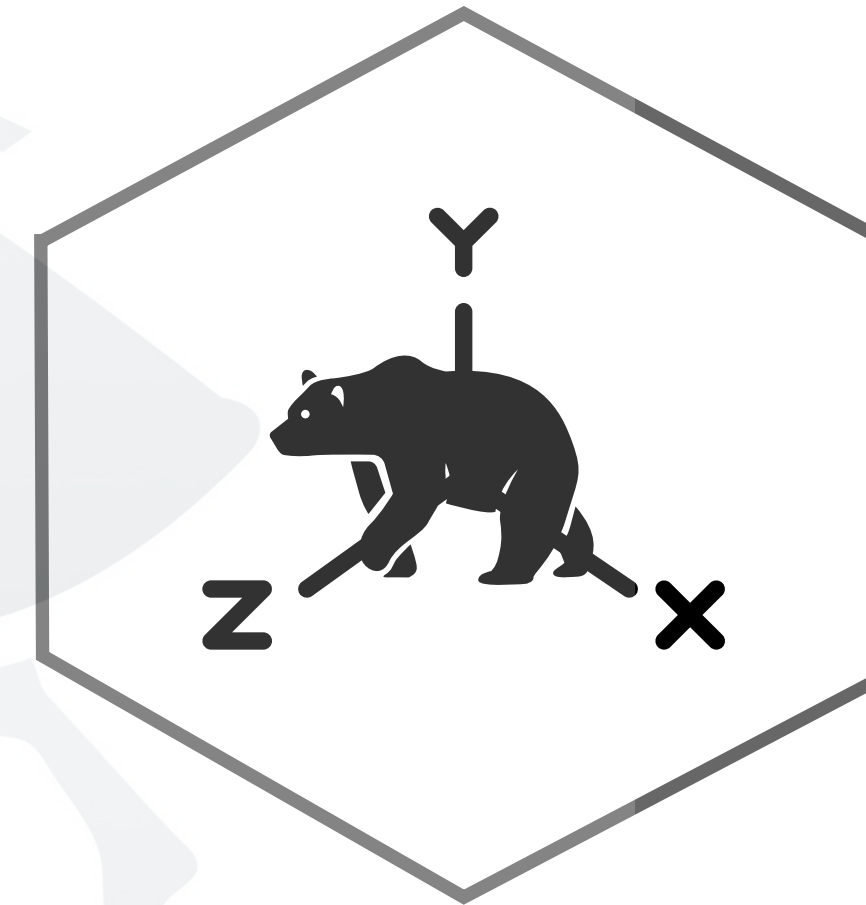
Conclusão

Próxima aula...

Introdução



Componentes
normal e tangencial



Coordenadas
polares e cilíndricas

Conclusão

Lista de exercícios para próxima aula...

Introdução

Movimento
Curvilíneo

Conclusão

12.71, 12.76, 12.81, 12.86, 12.110

EESC • USP



That's all Folks!

EEESC • USP