

Mecânica Quântica — 7600025

Primeira Lista — provinha no dia 28/8/2018

Um oscilador harmônico tem massa $m = 1$ kg, mola de constante $k = 100$ N/m e coeficiente de atrito aerodinâmico $b = 2$ kg/s. O oscilador está inicialmente parado, no ponto de equilíbrio. No instante $t = 0$, aplica-se uma força $F = F_0 \cos(\omega t)$ ao oscilador, onde $F_0 = 10$ N, e a frequência ω pode tomar diferentes valores.

1. Escreva a equação diferencial que descreve o movimento do oscilador.
2. Encontre a solução geral da equação diferencial homogênea correspondente.
3. Encontre uma solução particular da equação não-homogênea. Existe alguma frequência ω para a qual sua solução particular satisfaz às condições iniciais?
4. Encontre a expressão que descreve a solução particular da equação não-homogênea para as seguintes frequências e interprete fisicamente a expressão:
 - (a) $\omega = 0$.
 - (b) $\omega = 10$ rad/s.
 - (c) $\omega = 100$ rad/s.
5. Encontre a solução geral da equação diferencial derivada no primeiro item para $\omega = 10$ rad/s e ajuste as constantes nela embutidas para satisfazer às condições iniciais. Esboce em gráfico a solução $x(t)$ que satisfaz à equação diferencial.
6. Para tempos grandes, a solução geral da equação não-homogênea se reduz à solução particular encontrada no item 3. Diz-se que o sistema está no *regime estacionário*. Esboce em gráfico a amplitude da posição em função da frequência no movimento estacionário. Indique os pontos que correspondem à questão 4.
7. Queremos agora encontrar a potência média dispendida pela força $F(t)$ nessa situação. Para isso
 - (a) Calcule a velocidade $v(t)$ no regime estacionário.
 - (b) Calcule a potência instantânea $P(t) = F(t)v(t)$.
 - (c) Calcule a potência média $\bar{P} = \int_0^T P(t) dt/T$, onde $T = 2\pi/\omega$ é o período da oscilação estacionária. Lembre-se de que o período das funções $\sin^2(u)$ e $\cos^2(u)$ é π e de que $\int_0^\pi \sin^2(u) du = \int_0^\pi \cos^2(u) du = \pi/2$.
 - (d) Esboce em gráfico \bar{P} em função de ω . Indique os valores de \bar{P} quando $\omega = 0$, $\omega = 10$ rad/s e $\omega = 100$ rad/s.
8. Explique, fisicamente, os resultados para a potência média nessas três frequências.
9. Qual é a frequência ω que maximiza a potência?
10. Define-se a *largura da ressonância* como a diferença entre as duas frequências em que a potência média é igual à metade da potência máxima. Estime a largura da ressonância para o oscilador acima definido.