

Minimização de custos

Capítulo 20 - Varian

Minimização de custos

- Olhar para o problema de maximização de lucros da firma de forma indireta
- Vamos dividir o problema em duas partes:
 - Examinar o problema de minimização de custos sujeito a uma restrição sobre o nível y
 - Escolher o y mais lucrativo

O Problema de Minimização de Custos

- Para w_1 , w_2 e y dados, o problema de minimização de custos da firma para ser resolvido é

$$\min_{x_1, x_2 \geq 0} w_1 x_1 + w_2 x_2$$

Sujeito a $f(x_1, x_2) = y.$

Importante certificar-se que incluiu todos os custos e que mediu tudo numa escala de tempo compatível.

O Problema de Minimização de Custos

- Os níveis $x_1^*(w_1, w_2, y)$ e $x_2^*(w_1, w_2, y)$ na cesta de insumo de menor custo são as **demandas condicionais da firma para os insumos 1 e 2**.
- O (**menor possível**) custo total para produzir o produto y é

$$c(w_1, w_2, y) = w_1 x_1^*(w_1, w_2, y) + w_2 x_2^*(w_1, w_2, y).$$

Solução Gráfica

Curvas de Isocusto

- Uma curva que contém todas as cestas de insumos que custam o mesmo montante é uma curva de isocusto.
- E.g., dado w_1 e w_2 , a curva de isocusto correspondente a \$100 tem a equação

$$w_1x_1 + w_2x_2 = 100.$$

Curvas de Isocusto

- Geralmente, dado w_1 e w_2 , a equação da isocusto de $\$c$ é

i.e.

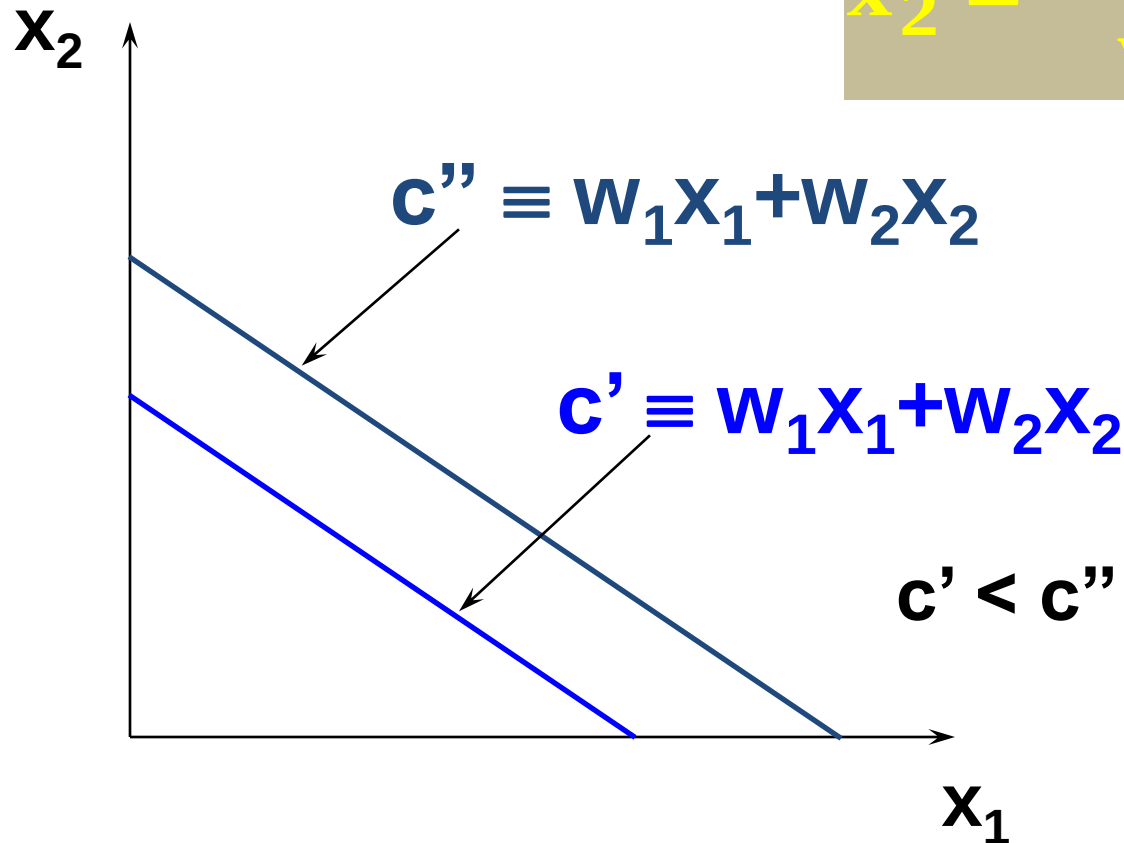
$$w_1x_1 + w_2x_2 = c$$

$$x_2 = -\frac{w_1}{w_2}x_1 + \frac{c}{w_2}.$$

- A inclinação é $-w_1/w_2$.

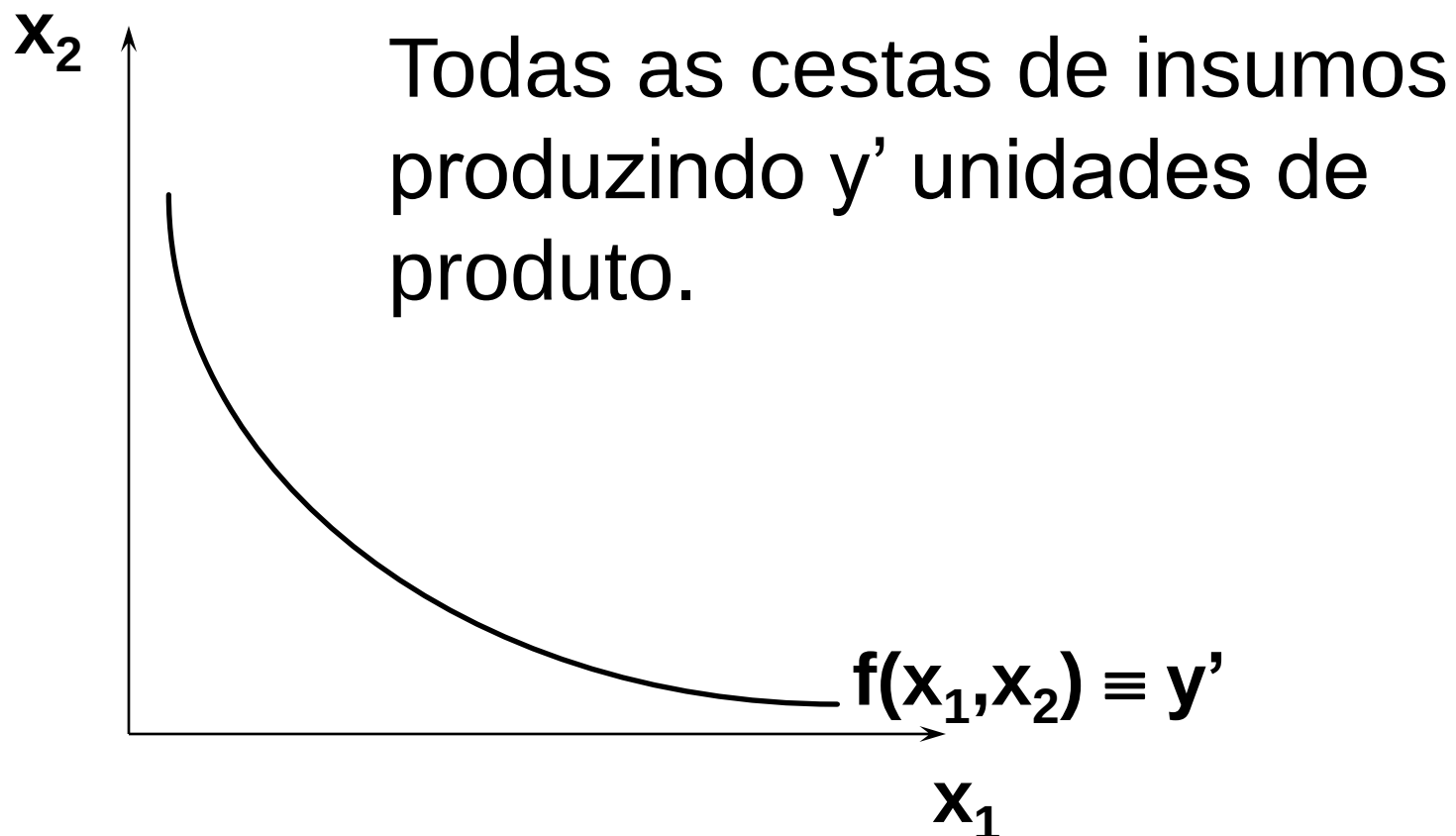
Curvas de Isocusto

$$x_2 = -\frac{w_1}{w_2}x_1 + \frac{c}{w_2}.$$



Na medida em que variamos o C , obtemos uma família de isocustos.

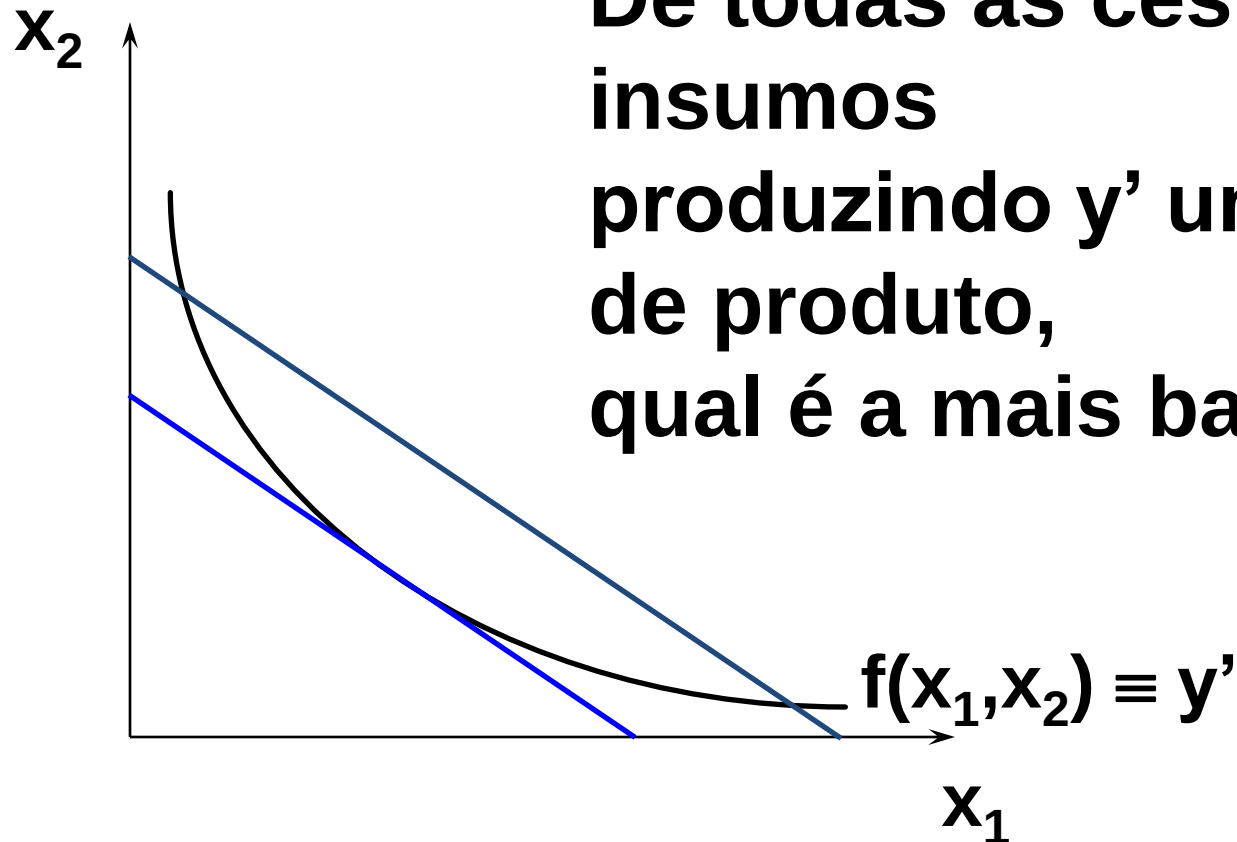
A Isoquanta da Unidade de Produto y'



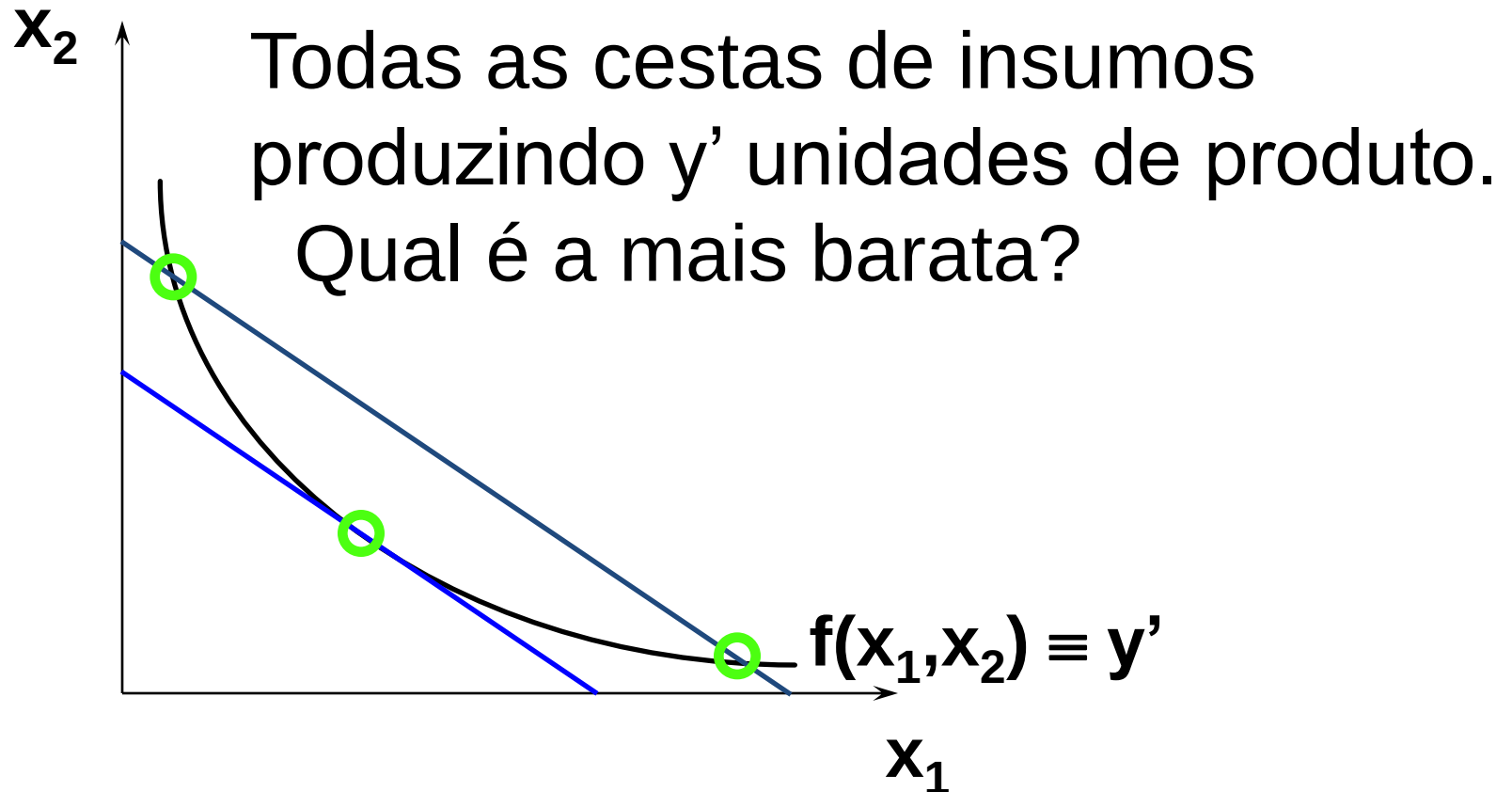
Inclinação da isoquanta?????

O Problema de Minimização de Custos

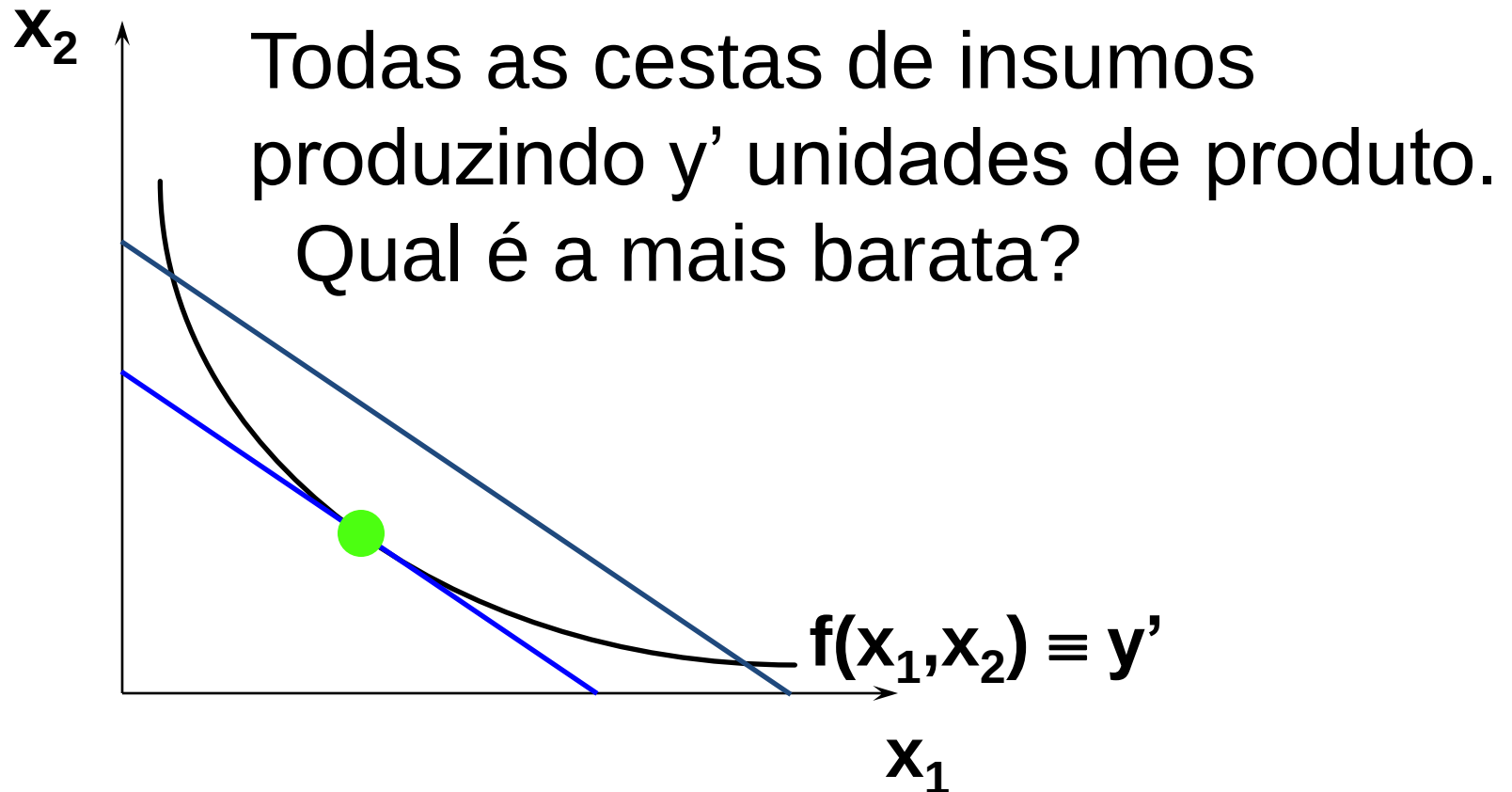
De todas as cestas de insumos produzindo y' unidades de produto, qual é a mais barata?



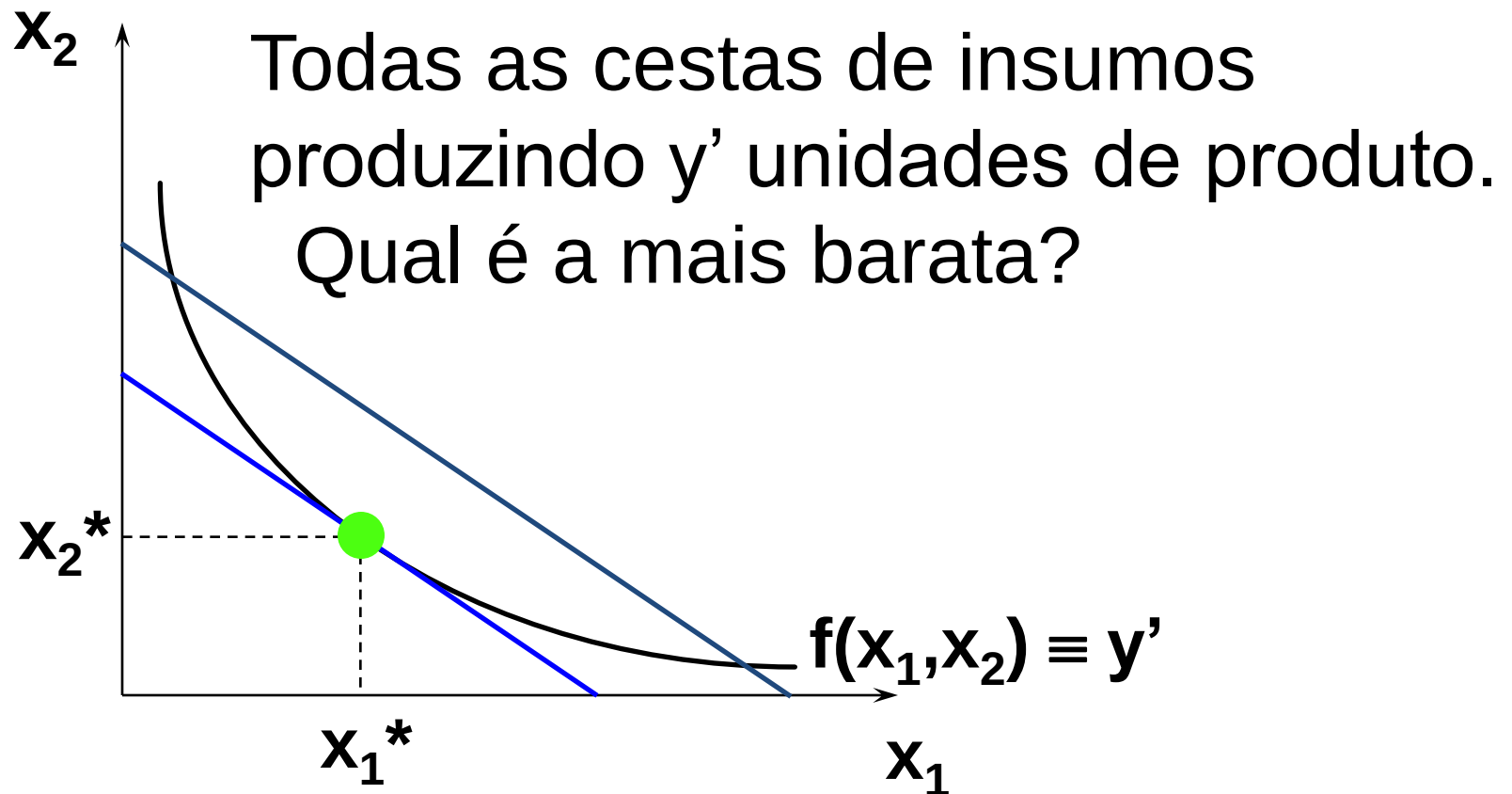
O Problema de Minimização de Custos



O Problema de Minimização de Custos



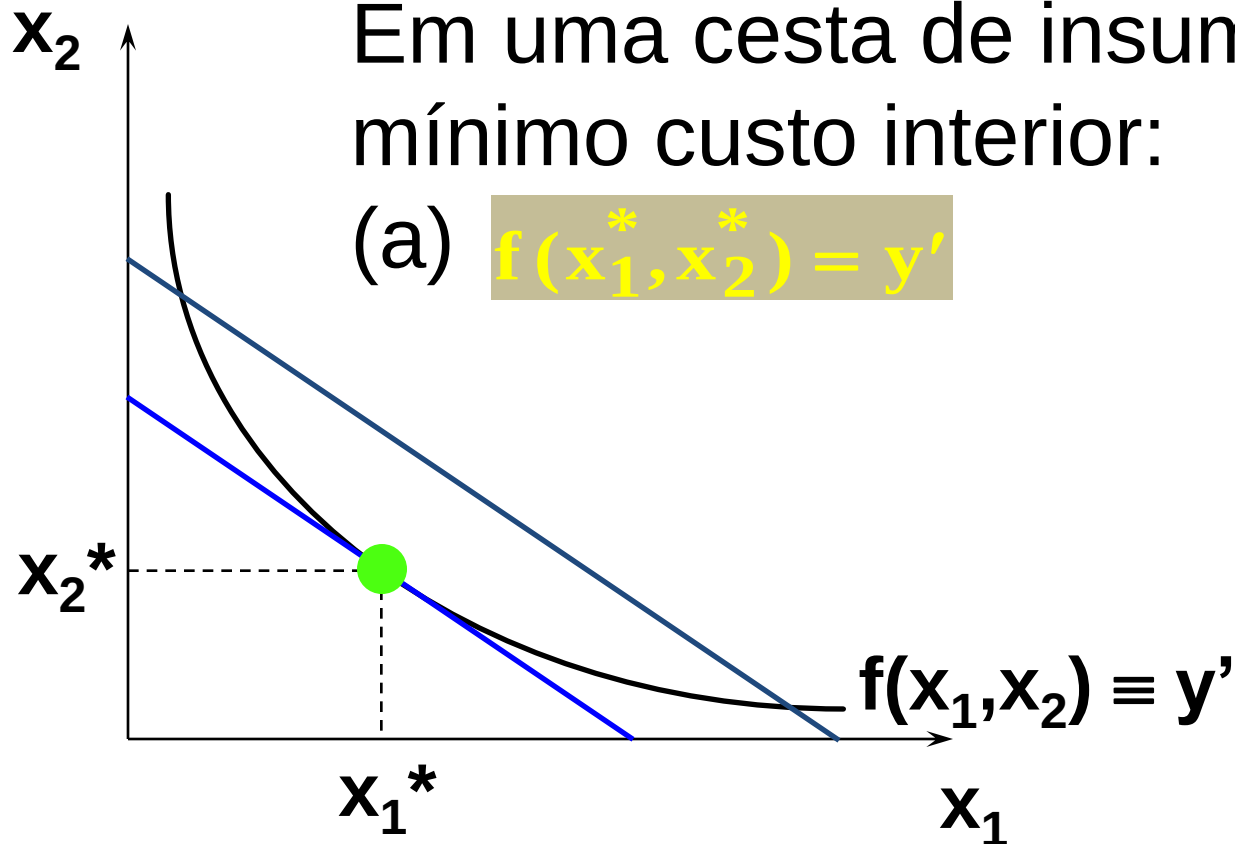
O Problema de Minimização de Custos



O Problema de Minimização de Custos

Em uma cesta de insumos de
mínimo custo interior:

(a) $f(x_1^*, x_2^*) = y'$

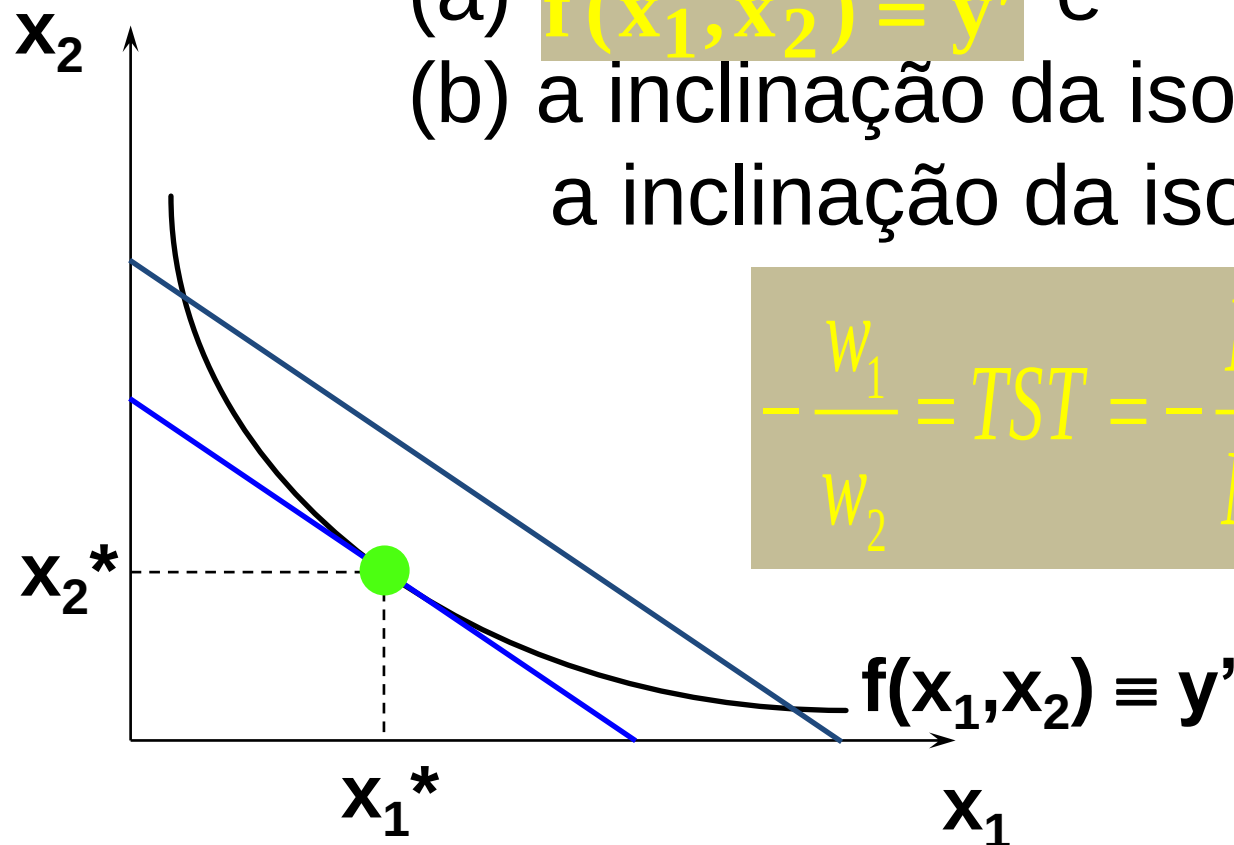


O Problema de Minimização de Custos

Em uma cesta de insumos de mínimo custo interior:

(a) $f(x_1^*, x_2^*) = y'$ e

(b) a inclinação da isocusto = a inclinação da isoquanta; i.e.



$$-\frac{w_1}{w_2} = TST = -\frac{MP_1}{MP_2} \text{ com } (x_1^*, x_2^*).$$

Exceções

- Condição de tangencia não será verificada quando:
- Solução de fronteira;
- Função de produção apresentar quebras.

Matematicamente

Lousa...

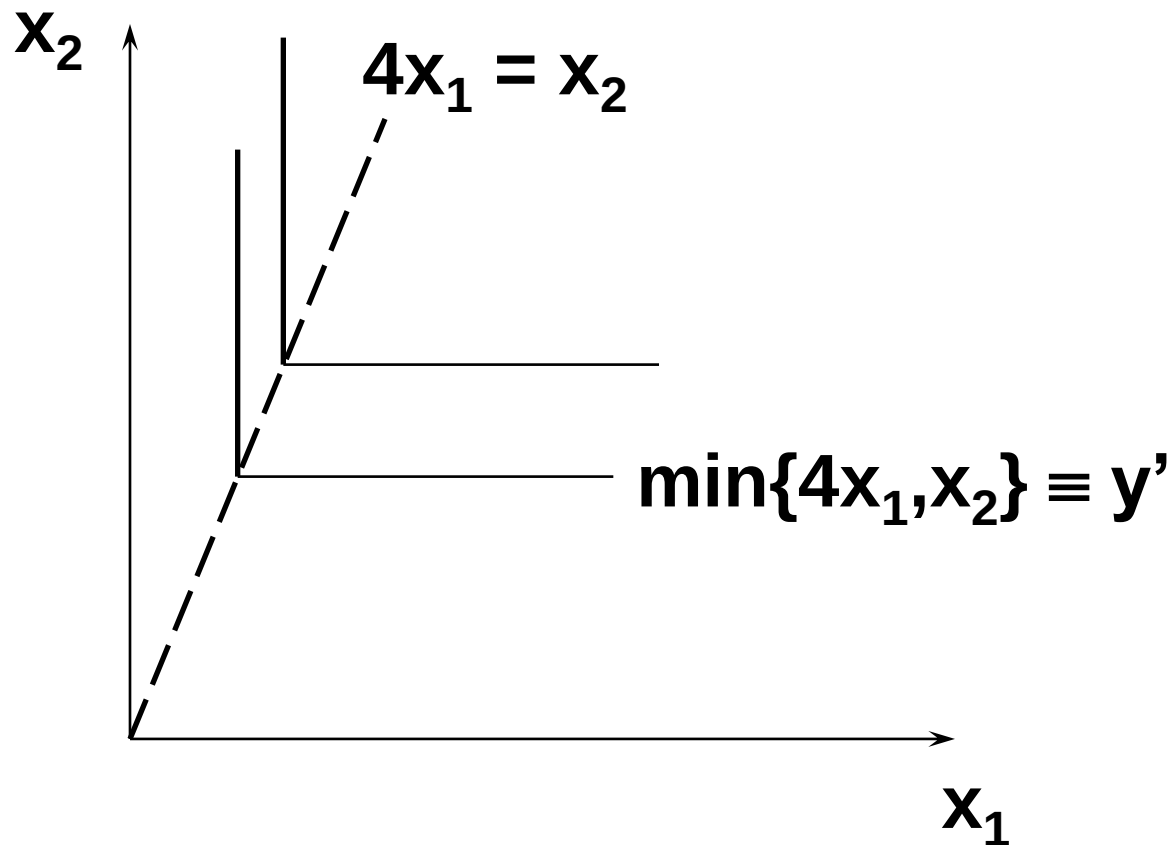
Minimização de Custos : O Caso de Complementares Perfeitos

- A função de produção da firma é

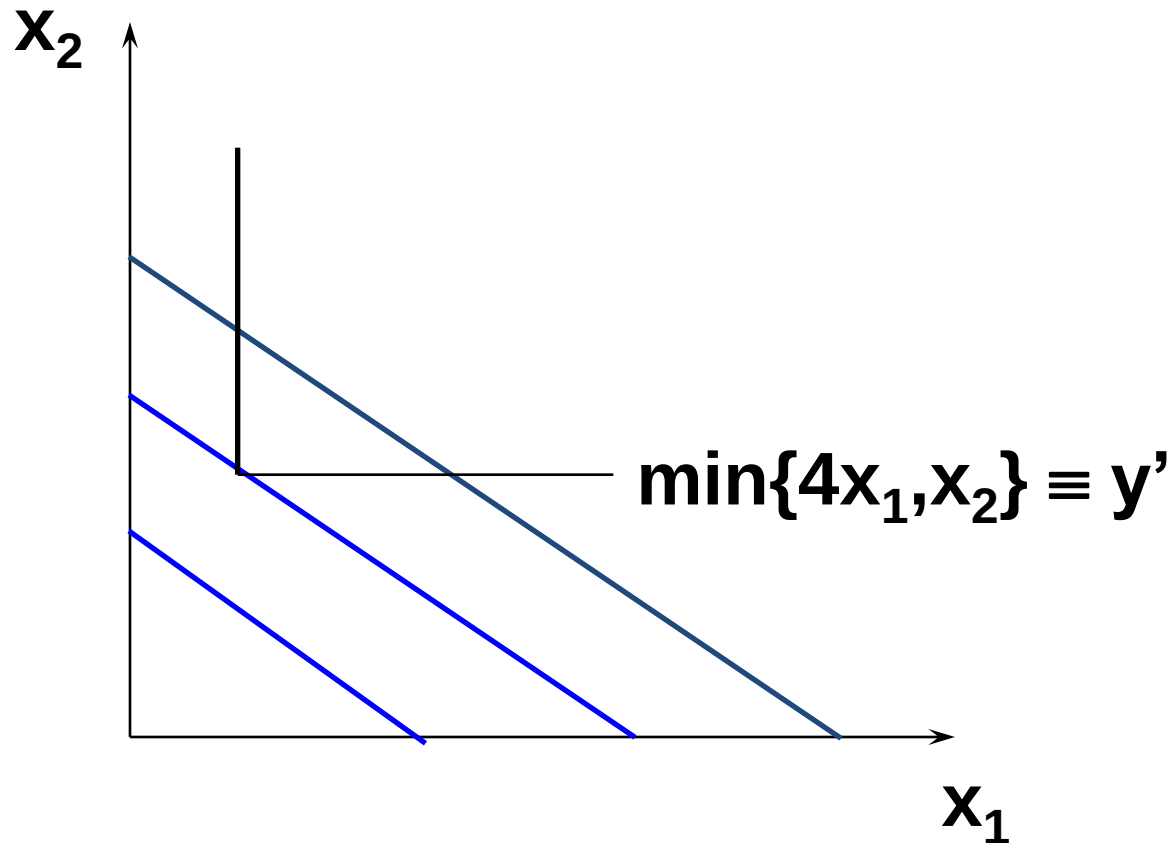
$$y = \min\{4x_1, x_2\}.$$

- Os preços dos insumos w_1 e w_2 são dados.
- Quais são as demandas condicionais da firma para os insumos 1 e 2?
- Qual é a função custo total da firma?

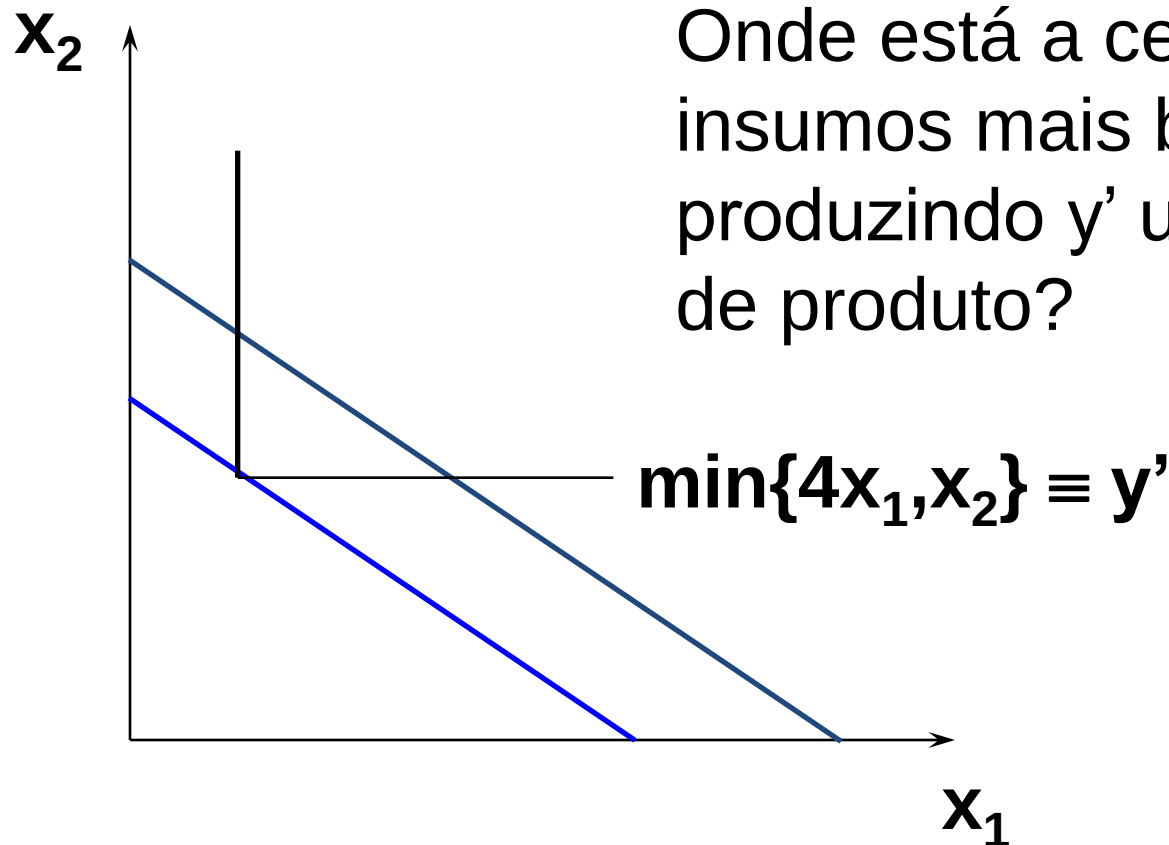
Minimização de Custos : O Caso de Complementares Perfeitos



Minimização de Custos : O Caso de Complementares Perfeitos

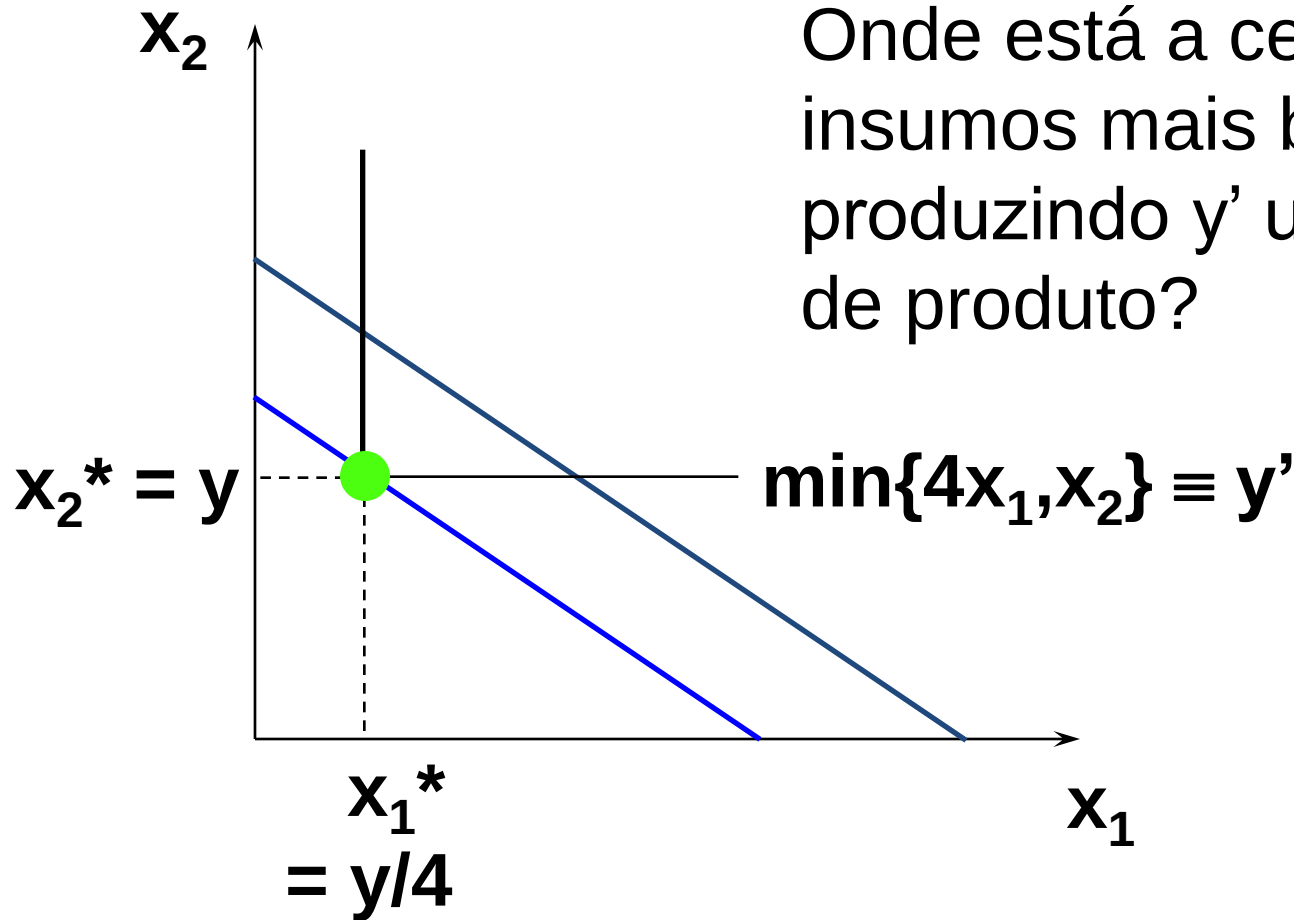


Minimização de Custos : O Caso de Complementares Perfeitos



Minimização de Custos : O Caso de Complementares Perfeitos

Onde está a cesta de insumos mais barata produzindo y' unidades de produto?



$$4x_1 = x_2 \rightarrow \text{quinas!}$$

Minimização de Custos : O Caso de Complementares Perfeitos

A função de produção da firma é

$$y = \min\{4x_1, x_2\}$$

E as demandas condicionais pelos insumos são

$$x_1^*(w_1, w_2, y) = \frac{y}{4}$$

and

$$x_2^*(w_1, w_2, y) = y.$$

Minimização de Custos : O Caso de Complementares Perfeitos

A função de produção da firma é

$$y = \min\{4x_1, x_2\}$$

E as demandas condicionais pelos insumos são

$$x_1^*(w_1, w_2, y) = \frac{y}{4} \quad \text{and} \quad x_2^*(w_1, w_2, y) = y.$$

Assim, a função custo total da firma é

$$c(w_1, w_2, y) = w_1 x_1^*(w_1, w_2, y) + w_2 x_2^*(w_1, w_2, y)$$

Minimização de Custos : O Caso de Complementares Perfeitos

A função de produção da firma é

$$y = \min\{4x_1, x_2\}$$

E as demandas condicionais pelos insumos são

$$x_1^*(w_1, w_2, y) = \frac{y}{4} \quad \text{and} \quad x_2^*(w_1, w_2, y) = y.$$

Assim, a função custo total da firma é

$$\begin{aligned} c(w_1, w_2, y) &= w_1 x_1^*(w_1, w_2, y) \\ &\quad + w_2 x_2^*(w_1, w_2, y) \\ &= w_1 \frac{y}{4} + w_2 y = \left(\frac{w_1}{4} + w_2 \right) y. \end{aligned}$$

Demandas condicionadas e demandas maximizadoras

- Demandas condicionadas → solução do problema de minimização: proporcionam escolhas que minimizam o custo para um dado nível de produção
- Demandas maximizadoras → solução do problema de maximização de lucro: proporcionam escolhas que maximizam o lucro para determinado preço do produto

Retornos de Escala e a função de custo total e de custo médio

- As propriedades dos retornos de escala da tecnologia da firma determinam como os custos totais e custos médios variam com o nível de produto.
- A firma está presentemente produzindo y' unidades de produto.
- Como o **custo médio** da firma muda se ela produzisse $2y'$ unidades de produto?

Custo Total Médio

- Para um nível positivo de produto y , o custo total médio da firma de produzir y unidades é

$$AC(w_1, w_2, y) = \frac{c(w_1, w_2, y)}{y}.$$

Retornos Constantes de Escala e Custo Total e Custo Médio

- Se a tecnologia da firma exhibe retornos constante de escala, então, dobrar o nível de produto de y' para $2y'$ requer dobrar todos os insumos.

Retornos Constantes de Escala e Custo Total e Custo Médio

- Se a tecnologia da firma exhibe retornos constante de escala, então, dobrar o nível de produto de y' para $2y'$ requer dobrar todos os insumos.
- O custo total de produção dobra.

Retornos Constantes de Escala e Custo Total e Custo Médio

- Se a tecnologia da firma exhibe retornos constante de escala, então, dobrar o nível de produto de y' para $2y'$ requer dobrar todos os insumos.
- O custo total de produção dobra.
- O custo médio de produção não muda.

Retornos Decrescentes de Escala e Custo Total e Custo Médio

- Se a tecnologia da firma exhibe retornos decrescentes de escala, então, dobrar o nível de produto de y' para $2y'$ requer mais que dobrar todos os níveis de insumos.

Retornos Decrescentes de Escala e Custo Total e Custo Médio

- Se a tecnologia da firma exhibe retornos decrescentes de escala, então, dobrar o nível de produto de y' para $2y'$ requer mais que dobrar todos os níveis de insumos.
- O custo total de produção mais que dobra.

Retornos Decrescentes de Escala e Custo Total e Custo Médio

- Se a tecnologia da firma exhibe retornos decrescentes de escala, então, dobrar o nível de produto de y' para $2y'$ requer mais que dobrar todos os níveis de insumos.
- O custo total de produção mais que dobra.
- O custo médio de produção cresce.

Retornos Crescentes de Escala e Custo Total e Custo Médio

- Se a tecnologia da firma exhibe retornos crescentes de escala, então, dobrar o nível de produto de y' para $2y'$ requer menos que dobrar todos os níveis de insumos.

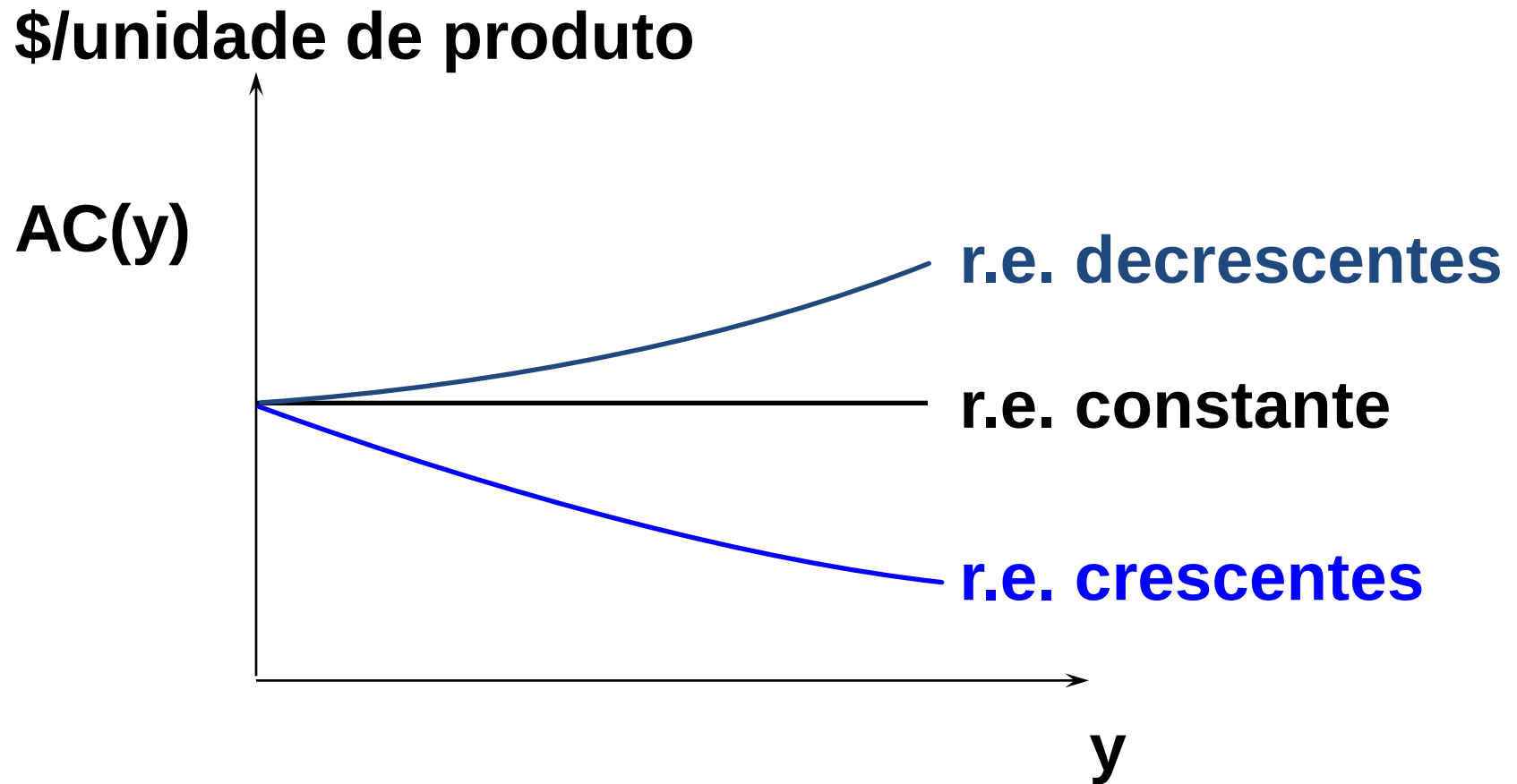
Retornos Crescentes de Escala e Custo Total e Custo Médio

- Se a tecnologia da firma exhibe retornos crescentes de escala, então, dobrar o nível de produto de y' para $2y'$ requer menos que dobrar todos os níveis de insumos.
- O custo total de produção menos que dobra.

Retornos Crescentes de Escala e Custo Total e Custo Médio

- Se a tecnologia da firma exhibe retornos crescentes de escala, então, dobrar o nível de produto de y' para $2y'$ requer menos que dobrar todos os níveis de insumos.
- O custo total de produção menos que dobra.
- O custo médio de produção cai.

Retornos de Escala e Custo Médio

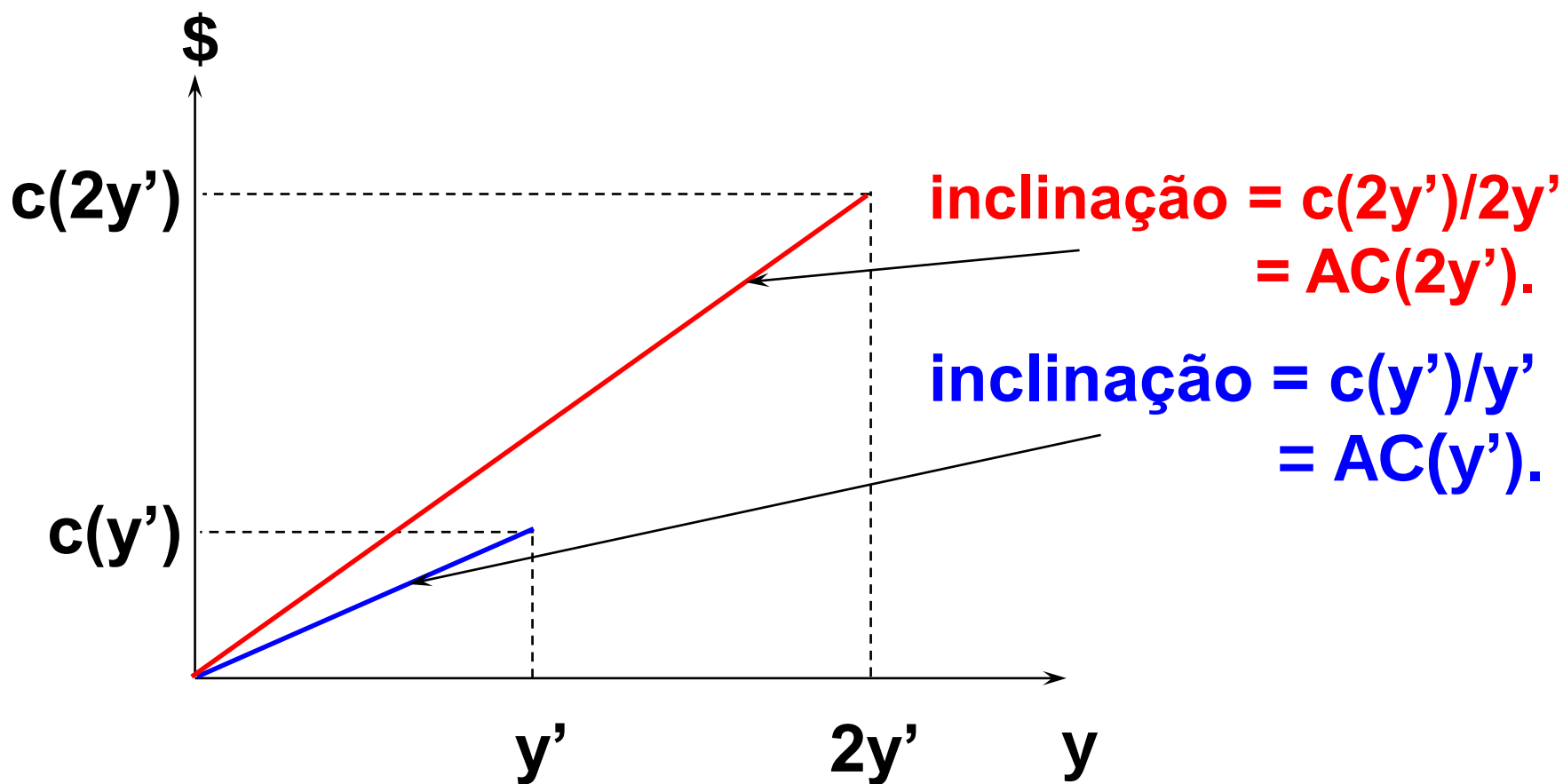


Retornos de Escala e Custo Total

- O que isso implica para o formato das funções de custo total?

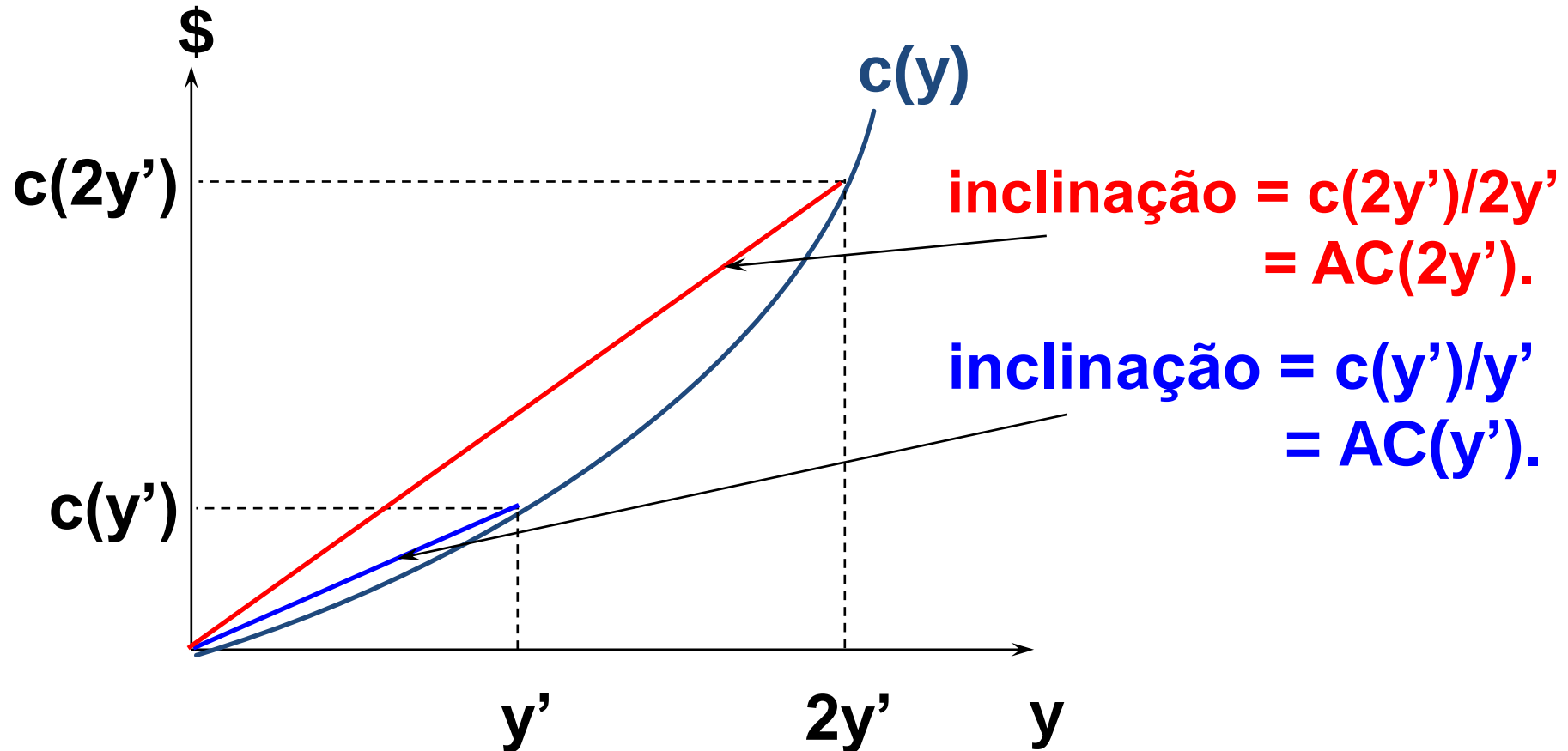
Retornos de Escala e Custo Total

Custo médio cresce com y se a tecnologia exibe retornos decrescentes.



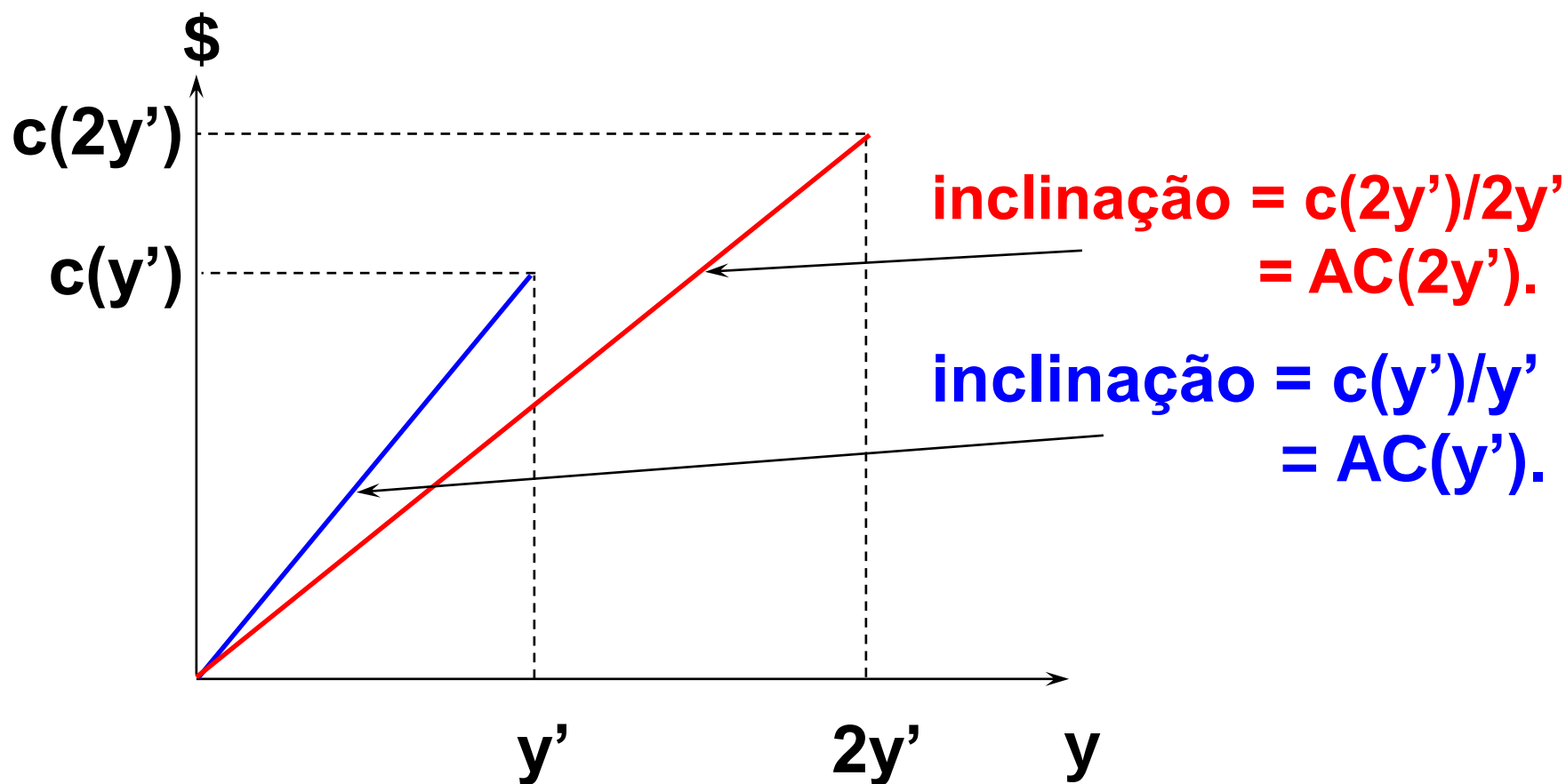
Retornos de Escala e Custo Total

Custo total cresce mais que proporcionalmente ao aumento de y se a tecnologia exibe retornos decrescentes.



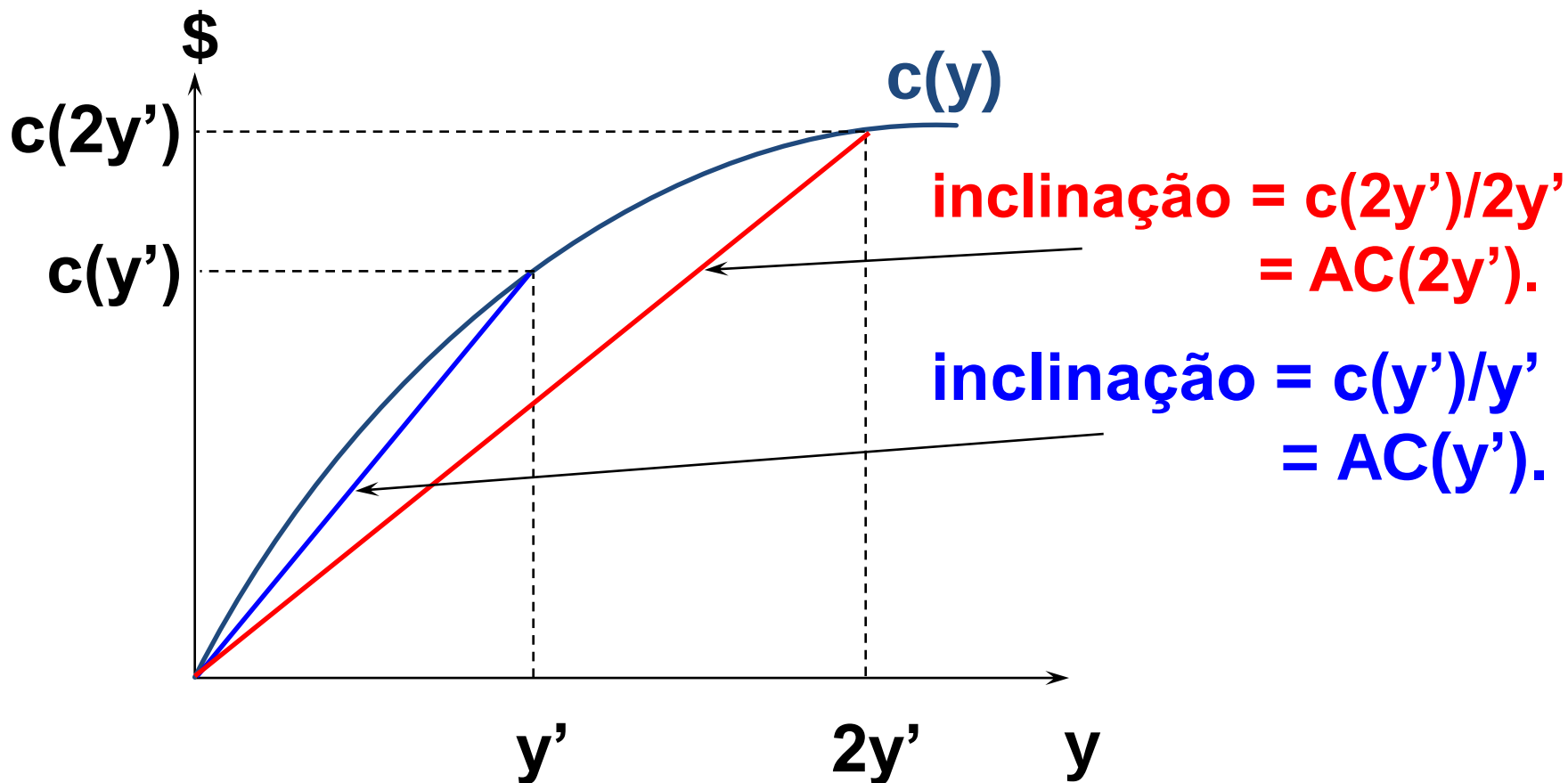
Retornos de Escala e Custo Total

Custo médio decresce com y se a tecnologia exhibe retornos crescentes



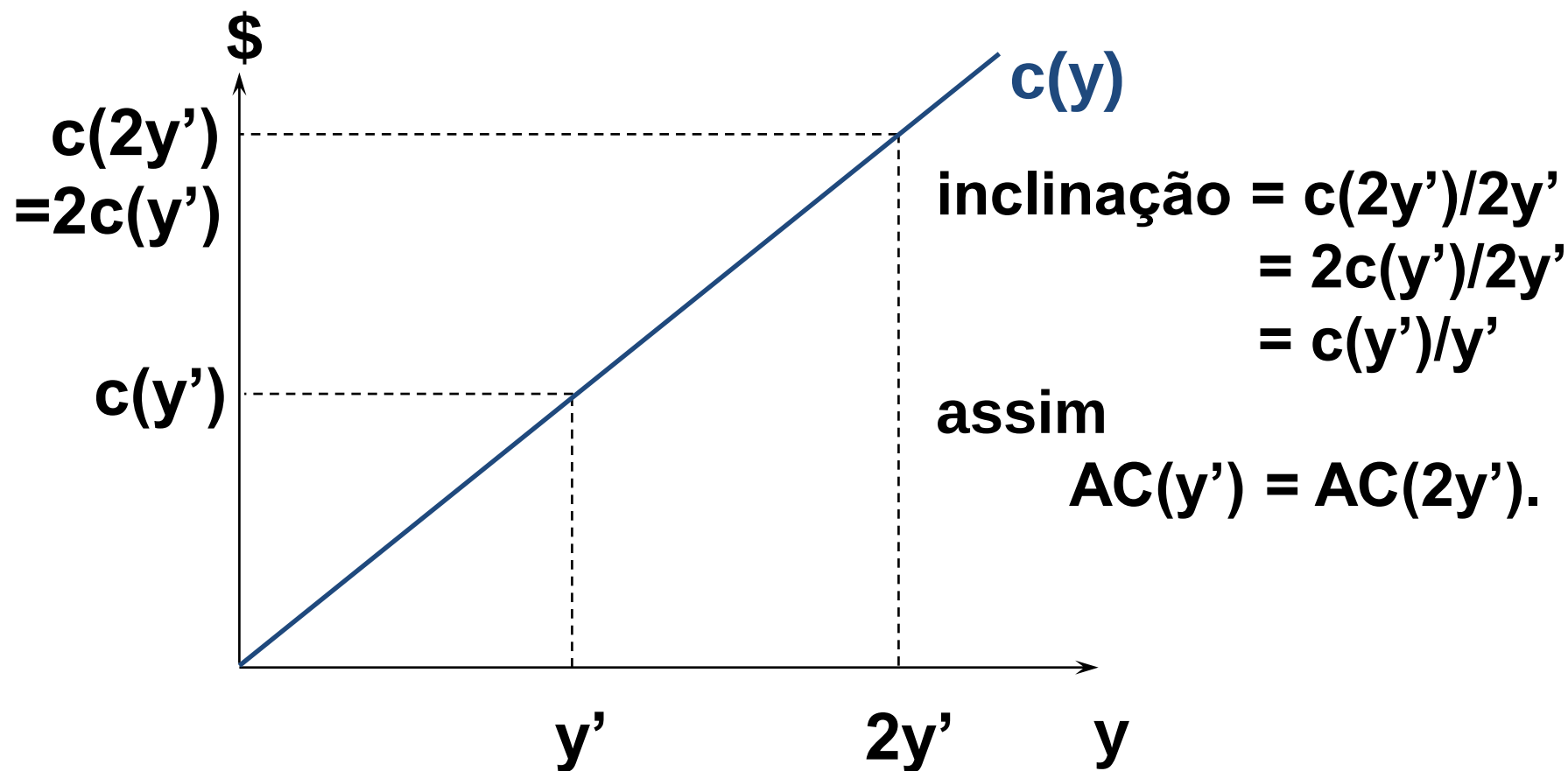
Retornos de Escala e Custo Total

Custo total menos que cresce com o aumento de y se a tecnologia exibe retornos crescentes.



Retornos de Escala e Custo Total

Custo total é linear no y se a tecnologia exibe retornos constantes de escala.



Custo Total de Curto e Longo Prazo

- No longo prazo a firma pode variar o nível de todos os insumos.
- Considere uma firma que não pode alterar o nível do insumo 2 de x_2' unidades.
- Como o custo total de curto prazo de produzir y unidades de produto é comparado ao custo total de longo prazo de produzir y unidades do produto?

Custo Total de Curto e Longo Prazo

- O problema de minimização de custo de longo prazo é

$$\min_{x_1, x_2 \geq 0} w_1 x_1 + w_2 x_2$$

sujeito a $f(x_1, x_2) = y.$

- O problema de minimização de custo de curto prazo é

$$\min_{x_1 \geq 0} w_1 x_1 + w_2 x'_2$$

sujeito a $f(x_1, x'_2) = y.$

Custo Total de Curto e Longo Prazo

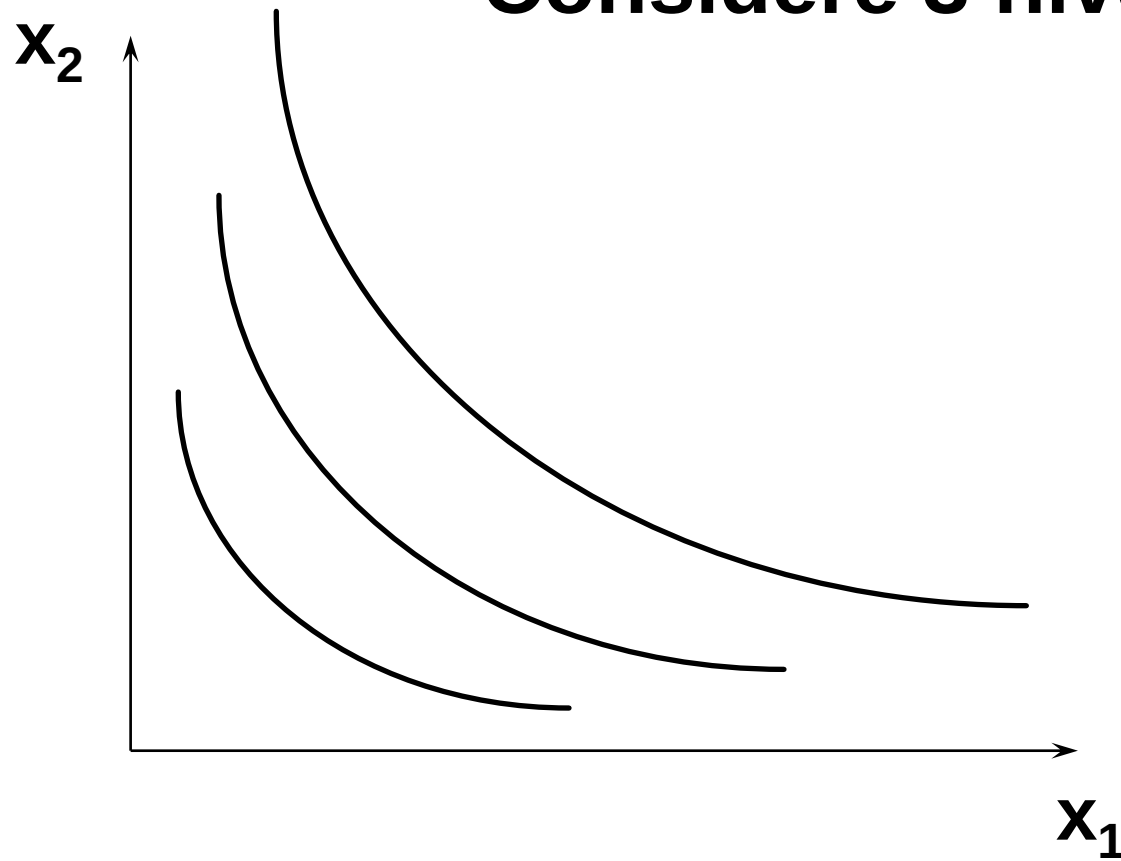
- O problema de minimização de custo de curto prazo é o problema de longo prazo sujeito a restrição extra que $x_2 = x_2'$.
- Se a escolha de longo prazo para x_2 for x_2' então a restrição extra $x_2 = x_2'$ não é realmente uma restrição e os custos de curto e longo prazo de produzir y unidades do produto são os mesmos.

Custo Total de Curto e Longo Prazo

- Mas, se no longo prazo a escolha for $x_2 \neq x_2'$ então a restrição extra $x_2 = x_2'$ impede que a firma atinja, no curto prazo, seu custo de produção de longo prazo, implicando que o custo total de curto prazo excede o custo total de longo prazo de produzir y unidades.

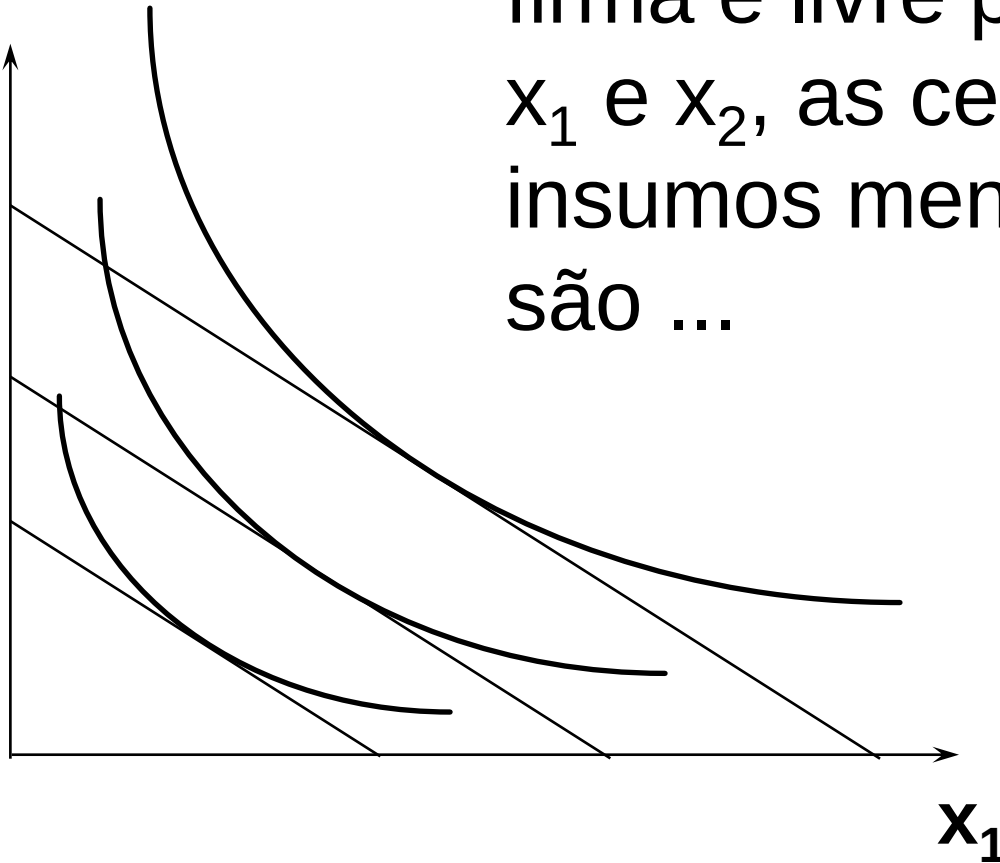
Custo Total de Curto e Longo Prazo

Considere 3 níveis de produto.



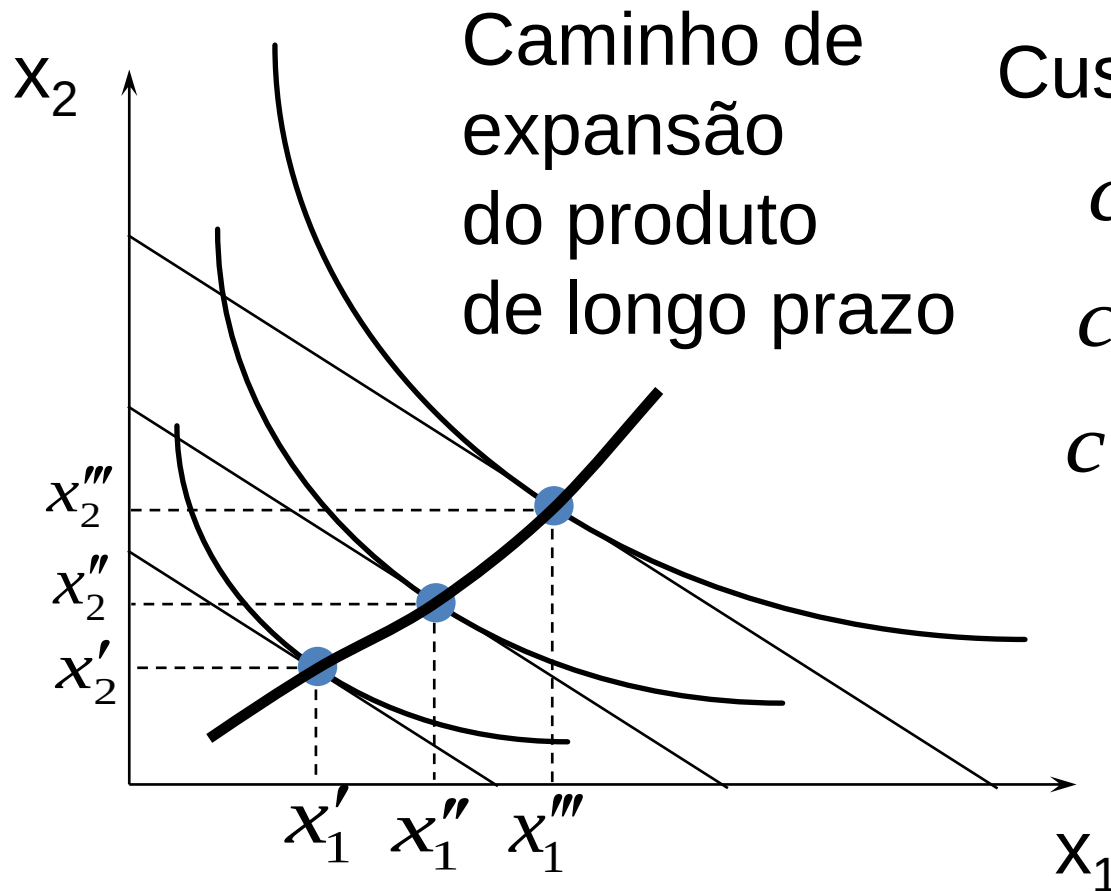
Custo Total de Curto e Longo Prazo

x_2



No longo prazo quando a firma é livre para escolher x_1 e x_2 , as cestas de insumos menos custosas são ...

Custo Total de Curto e Longo Prazo



Custos de longo prazo:

$$c(y') = w_1 x_1' + w_2 x_2'$$

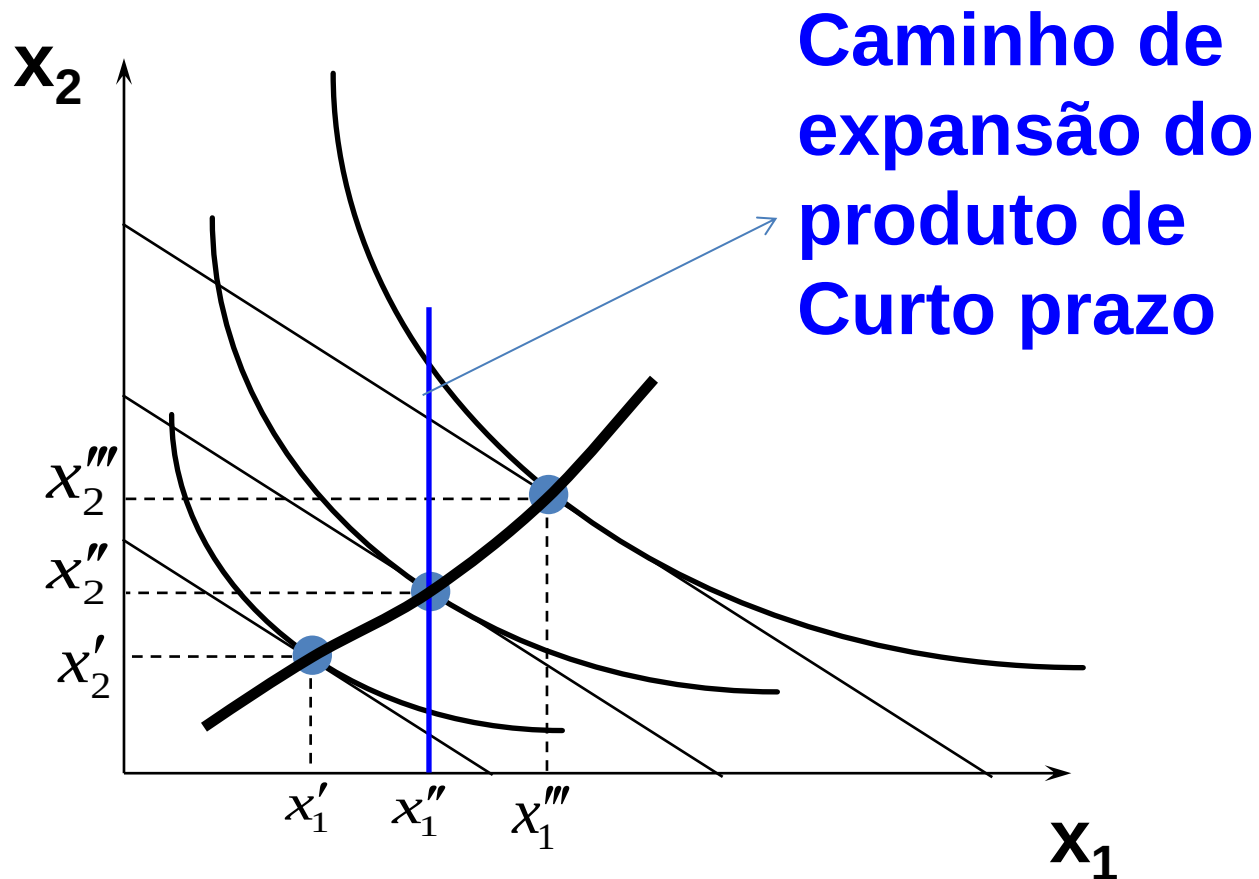
$$c(y'') = w_1 x_1'' + w_2 x_2''$$

$$c(y''') = w_1 x_1''' + w_2 x_2'''$$

Custo Total de Curto e Longo Prazo

- Agora suponha que a firma torna-se sujeita a restrição de curto prazo de que $x_1 = x_1''$.

Custo Total de Curto e Longo Prazo



Custo Total de Curto e Longo Prazo

Custos de longo prazo:

$$c(y') = w_1 x_1' + w_2 x_2'$$

$$c(y'') = w_1 x_1'' + w_2 x_2''$$

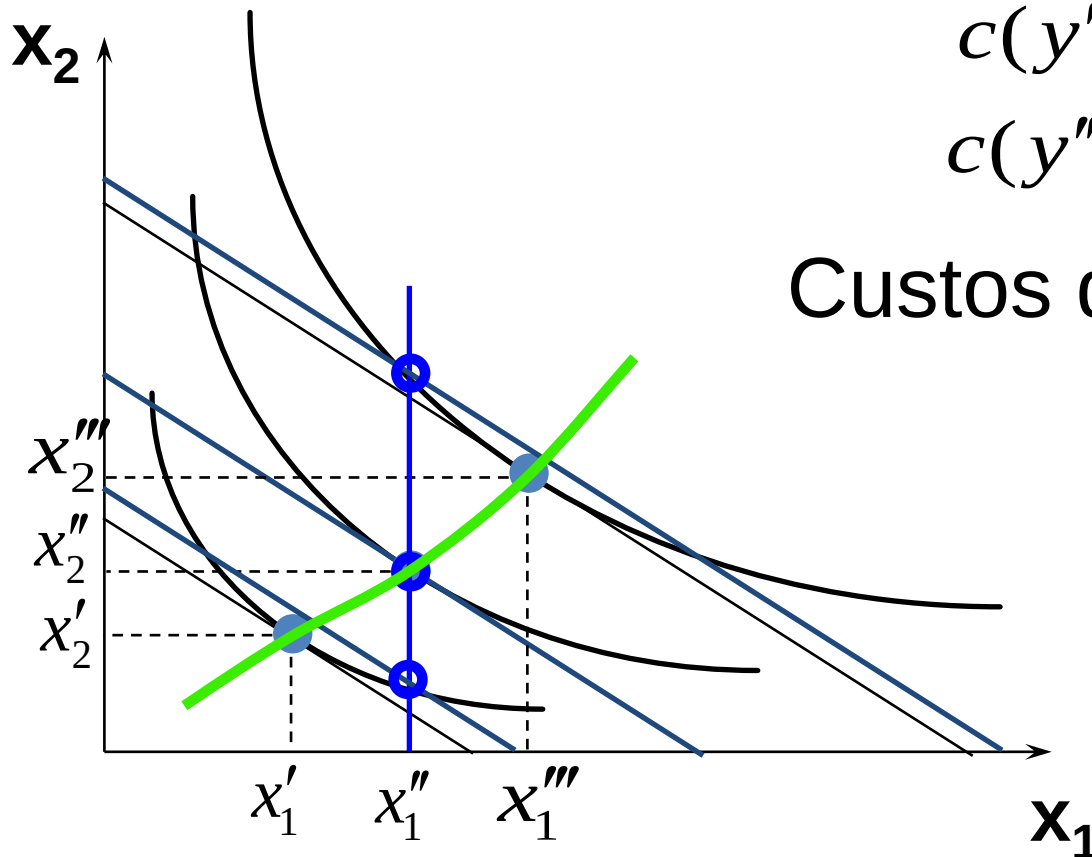
$$c(y''') = w_1 x_1''' + w_2 x_2'''$$

Custos de curto prazo:

$$c_s(y') > c(y')$$

$$c_s(y'') = c(y'')$$

$$c_s(y''') > c(y''')$$

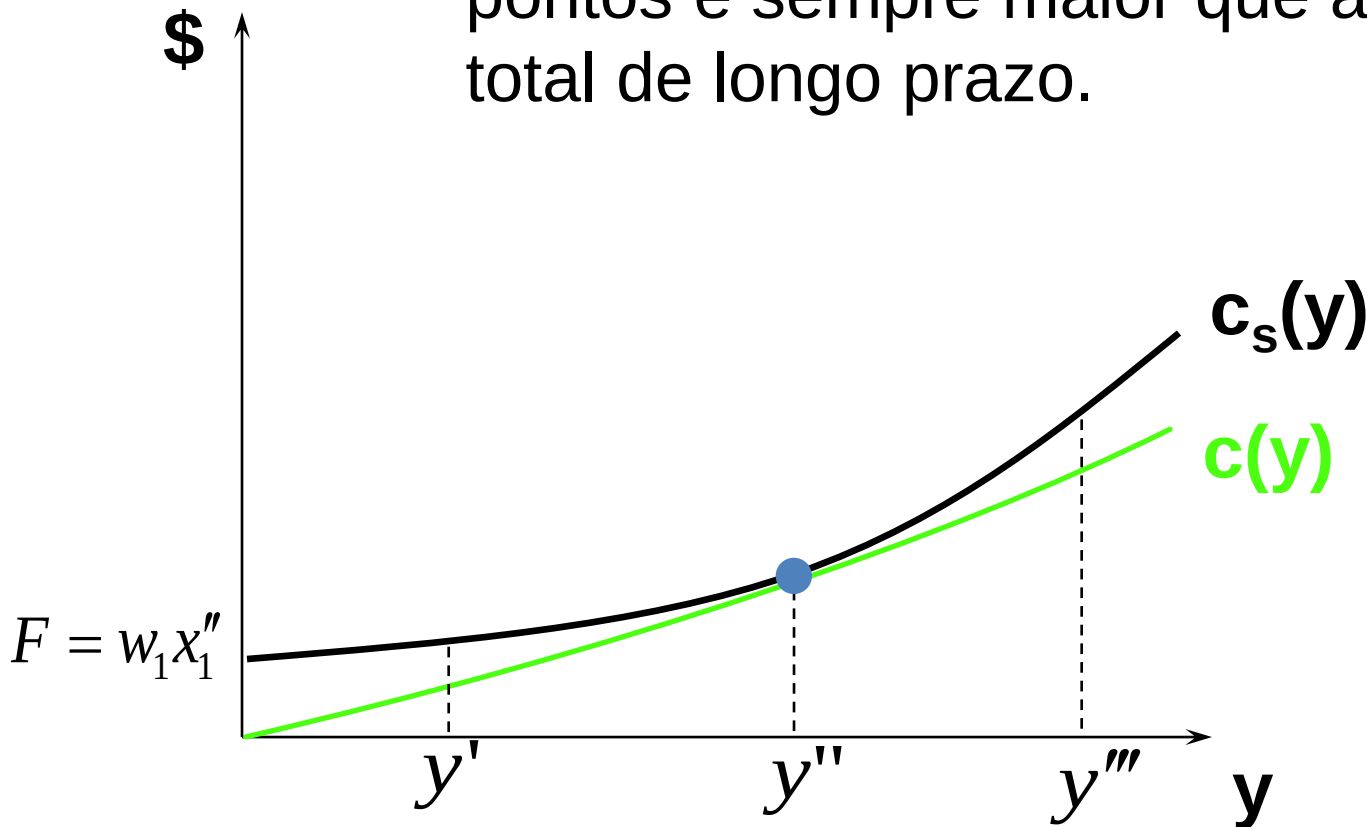


Custo Total de Curto e Longo Prazo

- O custo total de curto prazo excede o custo total de longo prazo exceto para o nível de produto onde a restrição para o nível de insumo de curto prazo iguala a escolha de longo prazo para o nível de insumo.
- Isso diz que a curva de custo total de longo prazo sempre tem um ponto em comum com qualquer curva particular de custo total de curto prazo.

Custo Total de Curto e Longo Prazo

Uma curva de custo total de curto prazo tem sempre um ponto em comum com a curva de custo total de longo prazo, e nos demais pontos é sempre maior que a curva de custo total de longo prazo.



Custo Fixos e Quase-Fixos

- O custo fixo independe do total produzido, seja ele zero ou qualquer quantidade positiva.
- O custo quase-fixo é zero quando y é zero, mas é positivo (e não varia com y) se $Y > 0$.
- Não há custos fixos no longo prazo, por definição, mas pode haver custos quase-fixos no longo prazo.

Custo Irrecuperáveis (*Sunk Costs*)

- O custo fixo que não pode ser recuperado.
Por exemplo:
- Faz aluguel de sala comercial por 12 meses.
Pinta a sala e compra móveis. Devolve ao final do contrato.
- Sunk costs: pintura, aluguel.
- Se por exemplo, comprou móveis por \$400 e vendeu ao final por \$300, os móveis entram como sunk cost de \$100.