



# PMR2560 – Robótica

## Redutores de Velocidade

**Eduardo L. L. Cabral**

elcabral@usp.br

# Objetivos

- Redutores de velocidade.
- Características.
- Problemas principais:
  - Tamanho;
  - Rigidez;
  - Folga.
- Tipos de redutores utilizados na robótica:
  - Planetário;
  - Harmônico;
  - Cicloidal.



# Características desejadas

- Alta rigidez;
- Alto torque;
- Alta relação de redução;
- Compacto (pequeno volume);
- Baixo peso e baixa inércia;
- Precisão (sem folga, baixo erro na relação de transmissão);
- Qualidade de movimento (baixa flutuação de velocidade);
- Baixo custo;
- Alta eficiência (rendimento).



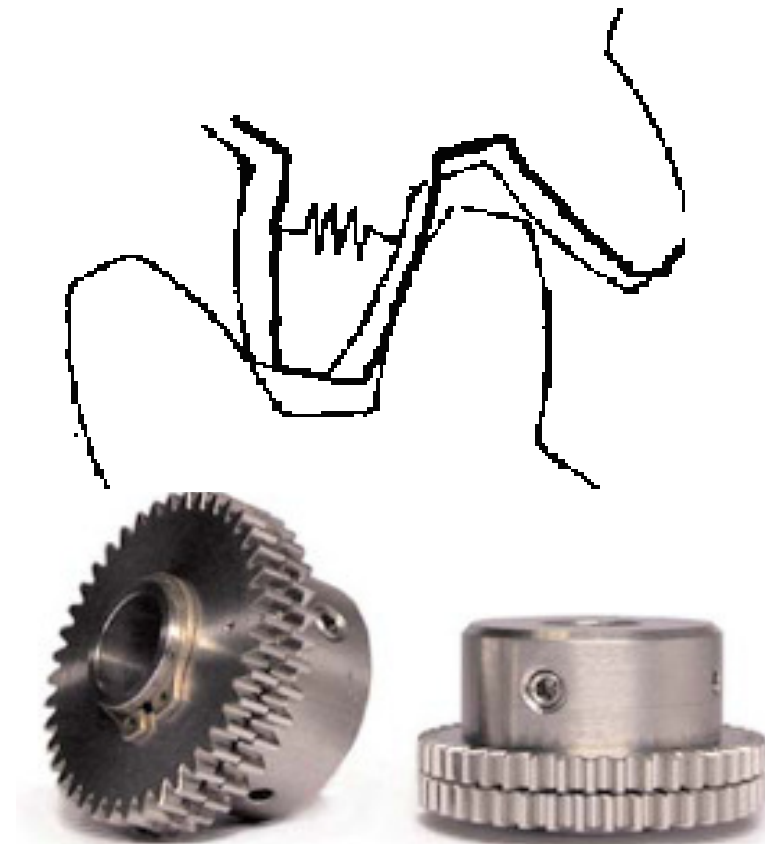
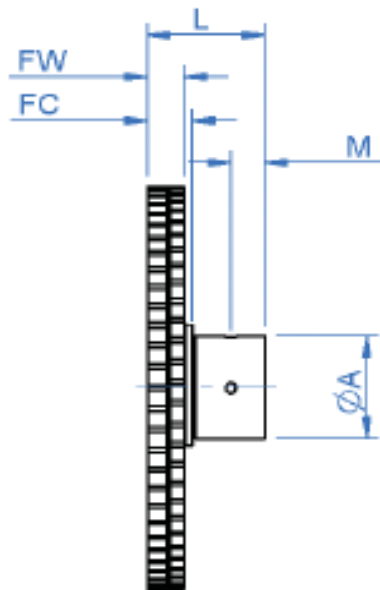
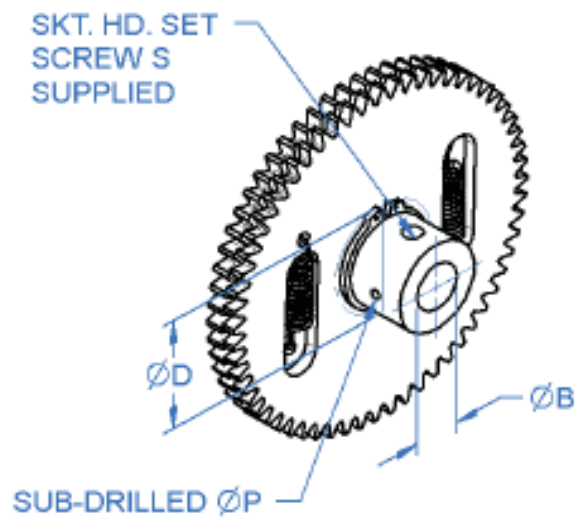
# Principais problemas

- Tamanho:
  - Redutores comuns com alta relação de redução  $\Rightarrow$  grandes, pesados e alta inércia;
  - Configurações especiais  $\Rightarrow$  redutores planetário e harmônico são bem compactos.
- Folga:
  - Causadas por erro na distância entre centros e desgaste dos dentes;
  - Podem ser eliminadas com:
    - Correção de dentes  $\Rightarrow$  diminuir distância entre centros (não é uma solução definitiva);
    - Engrenagens bipartidas e com molas  $\Rightarrow$  rigidez depende da mola.
    - Dente com rasgo  $\Rightarrow$  diminuir rigidez.
- Redutor de engrenagem comum  $\Rightarrow$  não utilizado na robótica devido à presença de folga e serem poucos compactos.



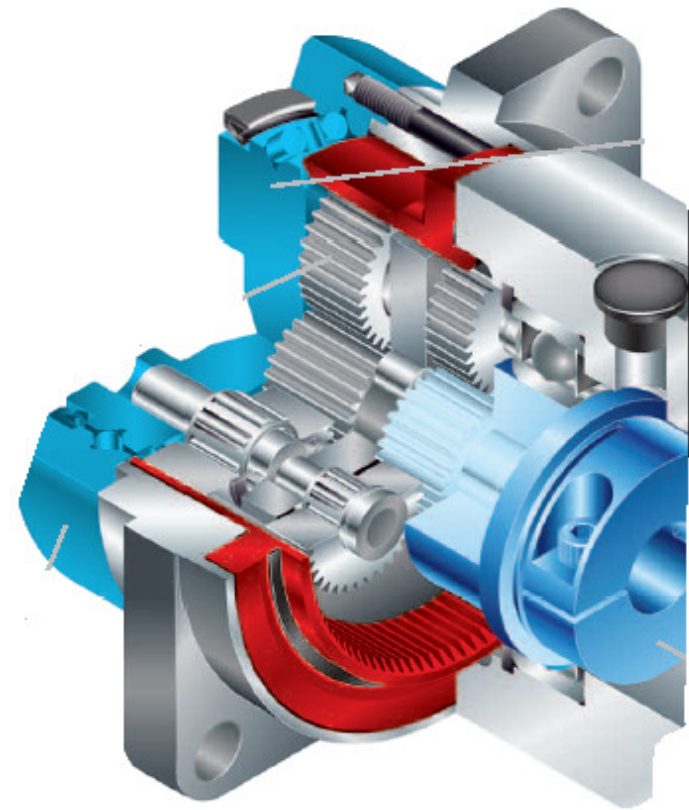
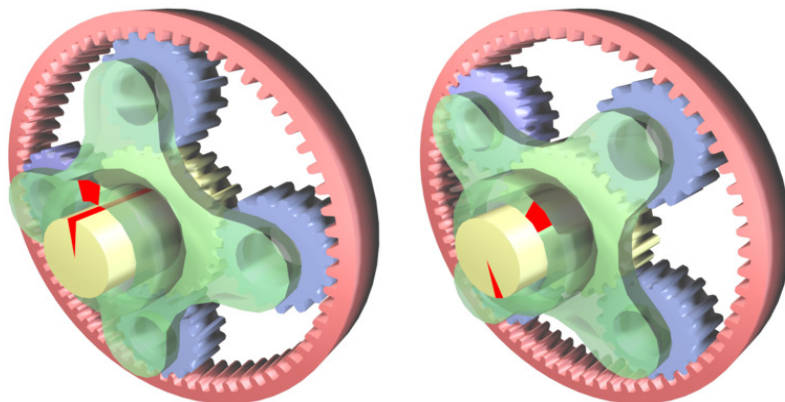
# Eliminação de folga

- Engrenagem bipartida com molas



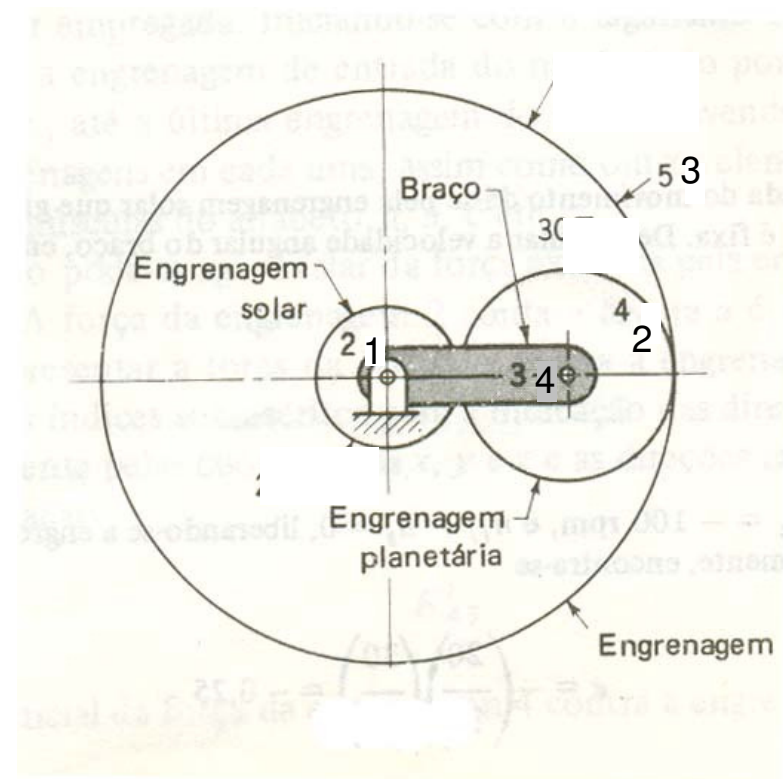
# Redutor planetário

- Reduções de até 12:1 em um único estágio.
- Três graus de liberdade:
  - Três eixos disponíveis;
  - Várias possibilidades para eixos de entrada e saída.
- Pode funcionar como diferencial.



# Redutor planetário

- Componentes:
  - Engrenagem sol;
  - Engrenagem planeta;
  - Engrenagem interna (anel externo);
  - Braço.



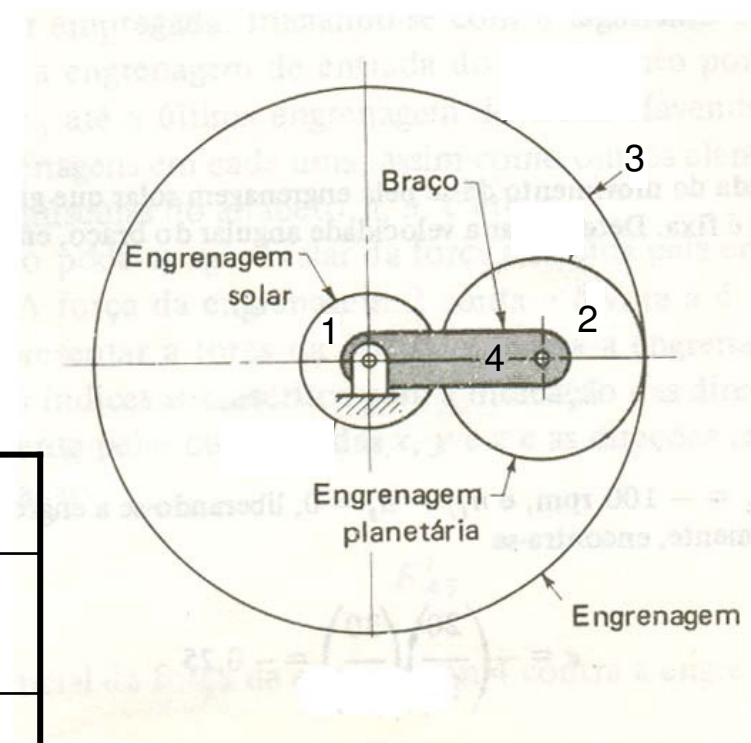
Vista frontal



# Redutor planetário

- Relação de transmissão:
  - 1 sol;
  - 2 planeta;
  - 3 engrenagem interna (anel externo);
  - 4 braço.

	1	2	3	4
Rotação do elemento em relação ao braço	$n_{1,4}$	$n_{2,4}$	$n_{3,4}$	0
Rotação do braço	$n_4$	$n_4$	$n_4$	$n_4$
Rotação do elemento	$n_1$	$n_2$	$n_3$	$n_4$





# Redutor planetário

- Rotações absolutas dos elementos:

$$n_1 = n_4 + n_{1,4}$$

$$n_2 = n_4 + n_{2,4}$$

$$n_3 = n_4 + n_{3,4}$$

$$n_4 = n_4$$

- Relações de engrenamento:

$$\frac{n_{1,4}}{n_{2,4}} = \frac{-Z_2}{Z_1} \Rightarrow n_{2,4} = -\frac{Z_1}{Z_2} n_{1,4}$$

$$\frac{n_{2,4}}{n_{3,4}} = \frac{Z_3}{Z_2} \Rightarrow n_{3,4} = \frac{Z_2}{Z_3} n_{2,4} = -\frac{Z_1}{Z_3} n_{1,4}$$



# Redutor planetário

- Equações do redutor planetário:

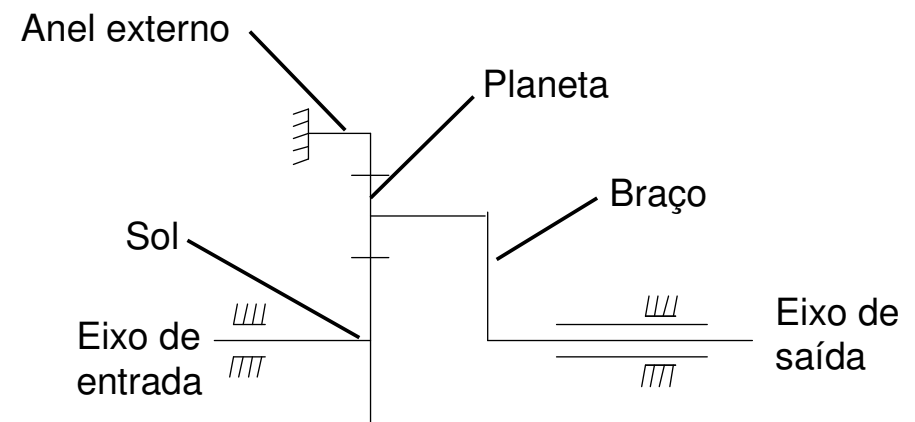
$$\left. \begin{aligned} n_1 &= n_4 + n_{1,4} \\ n_2 &= n_4 - \frac{Z_1}{Z_2} \cdot n_{1,4} \\ n_3 &= n_4 - \frac{Z_1}{Z_3} \cdot n_{1,4} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Têm-se:} \\ \bullet 3 \text{ equações;} \\ \bullet 5 \text{ rotações;} \\ \bullet 3 \text{ número de dentes.} \end{array}$$

- Dadas duas rotações obtém-se as outras três.
- Dadas três rotações calculam-se as engrenagens.



# Redutor planetário

- Forma mais usual de planetário:
  - Engrenagem interna fixa:  $n_3 = 0$ ;
  - Engrenagem sol  $\Rightarrow$  eixo de entrada;
  - Braço  $\Rightarrow$  eixo de saída;
  - Relação de redução?
  - Rotação do planeta?
  - Número de dentes das engrenagens?



# Redutor planetário

- Relação de redução:

$$n_3 = 0 \Rightarrow n_{1,4} = \frac{Z_3}{Z_1} n_4$$

$$n_1 = n_4 + \frac{Z_3}{Z_1} \cdot n_4$$

$$n_1 = n_4 \left( 1 + \frac{Z_3}{Z_1} \right) = n_4 \left( \frac{Z_1 + Z_3}{Z_1} \right)$$

$$\frac{n_1}{n_4} = \frac{Z_1 + Z_3}{Z_1} = i > 1$$

- Número de dentes:

$$\frac{Z_1 + Z_3}{Z_1} = i$$

$$\frac{Z_3}{Z_1} = i - 1$$

como  $D_3 = D_1 + 2D_2$  ,

$$Z_3 = Z_1 + 2Z_2$$

$$Z_2 = \frac{Z_3 - Z_1}{2}$$



# Redutor planetário

- **Exemplo:**

- Rotação do sol (entrada):  $n_1 = 3600\text{rpm}$ ;
- Rotação do braço (saída):  $n_4 = 300\text{ rpm}$ ;

$$i = \frac{n_1}{n_4} = \frac{3600}{300} = 12$$

- Adotando  $Z_1 = 20$ :

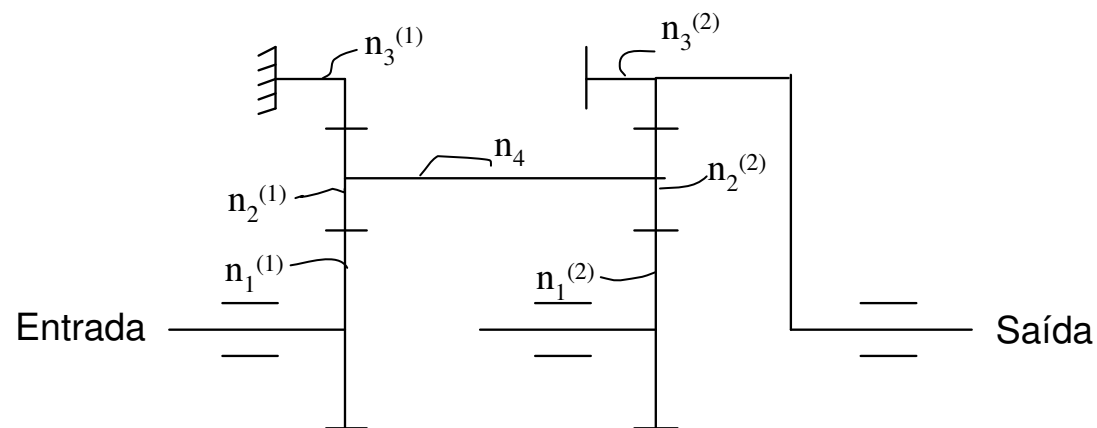
$$Z_3 = Z_1(i - 1) = 20(12 - 1) = 220$$

$$Z_2 = \frac{Z_3 - Z_1}{2} = \frac{220 - 20}{2} = 100$$



# Redutor planetário

- Redutor planetário de duplo estágio composto:
  - Altíssima relação de redução;
  - Duas configurações possíveis;
  - Teoricamente pode-se obter relação de redução infinita se os dois estágios tiverem as mesmas dimensões;



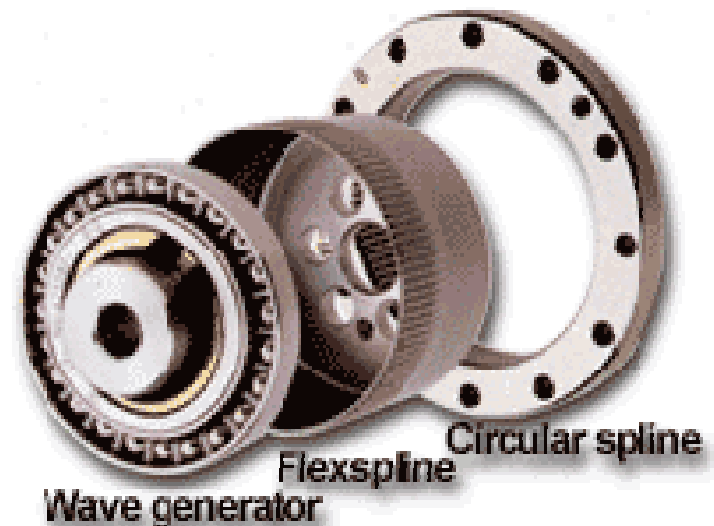
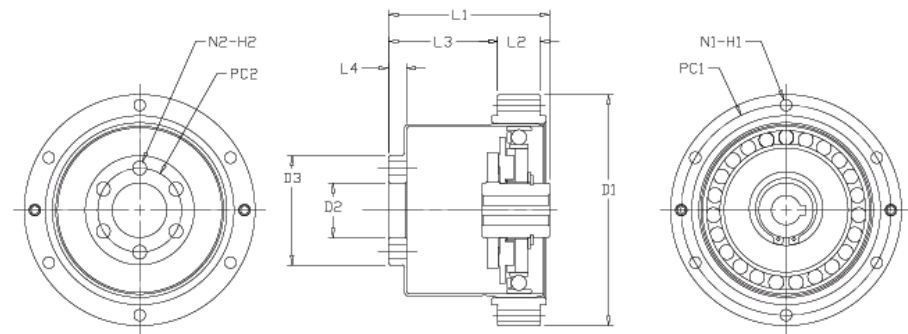
# Redutor harmônico

- Altíssimas reduções  $\Rightarrow$  acima de 30:1.
- Redutor mais compacto que existe.
- Pode ser visto como sendo um planetário sem o sol  $\Rightarrow$  o planeta cresceu tanto que fez o sol desaparecer.
- Três graus de liberdade:
  - Três eixos disponíveis;
  - Várias possibilidades para eixos de entrada e saída.
- Pode funcionar como diferencial.



# Redutor harmônico

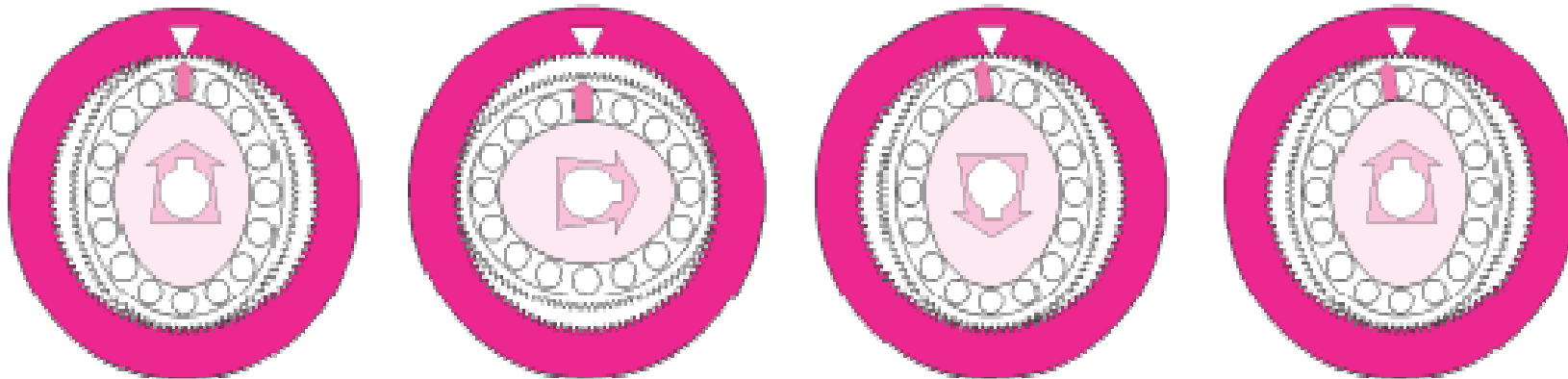
- Partes principais:
  - Gerador de onda: came na forma elíptica;
  - “Spline” flexível: engrenagem “fina” com dentes externos montada sobre o gerador de onda (aço mola);
  - “Spline” circular: componente sólido com dentes internos.





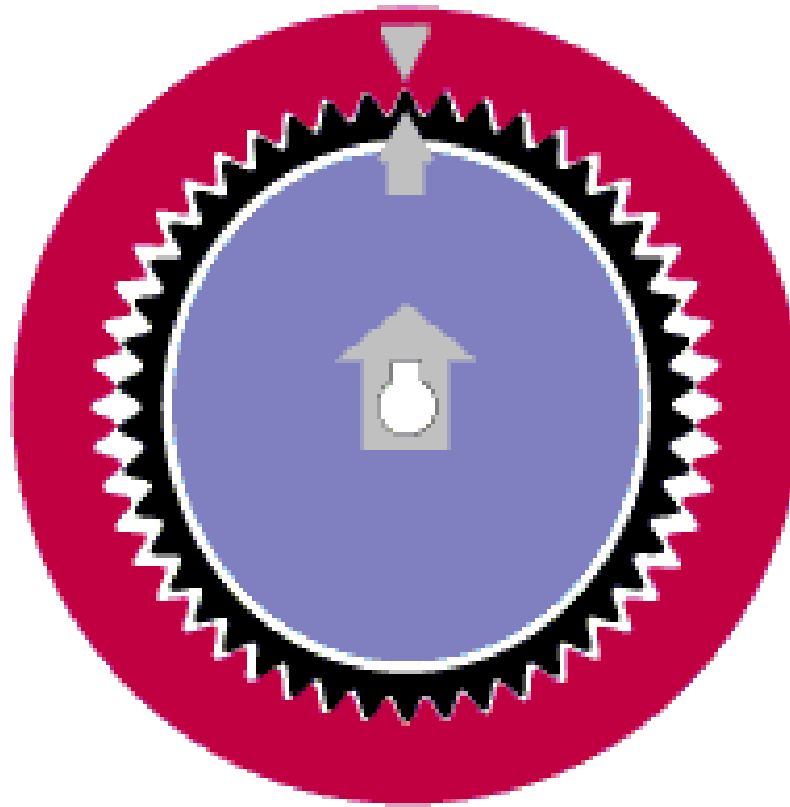
# Redutor harmônico

- Princípio de funcionamento:
  - Engrenamento ocorre ao longo do eixo maior da elipse;
  - Cada volta do gerador de onda move a spline flexível **alguns dentes**  $\Rightarrow$  diferença de dentes entre a spline flexível e a fixa.



# Redutor harmônico

- Simulação:



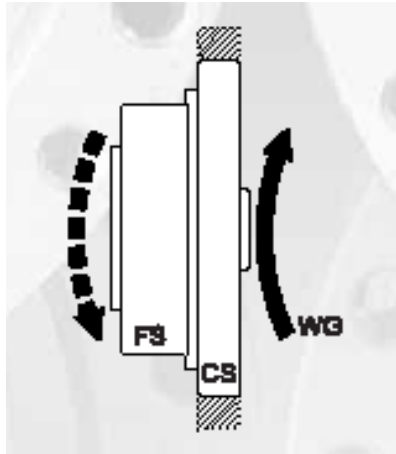
# Redutor harmônico

- Vantagens:
  - Exatidão e repetibilidade boas:
    - Exatidão – ordem de minutos de arco;
    - Repetibilidade – ordem de segundos de arco.
  - Alta capacidade de torque e boa rigidez torcional  $\Rightarrow$  semelhante a redutores com o dobro do tamanho.
  - Baixíssima inércia.
  - Folga-zero em razão da pré-carga no engrenamento.
  - Altas reduções  $\Rightarrow$  de 30:1 até 320:1 em um único estágio.
  - Altas eficiências  $\Rightarrow$  em torno de 85%.
  - Desgaste mínimo em razão das velocidades de escorregamento do engrenamento serem próximas de zero.

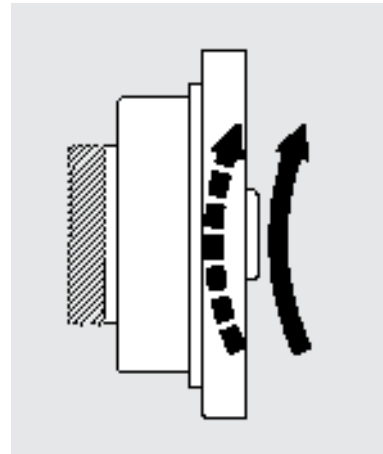


# Redutor harmônico

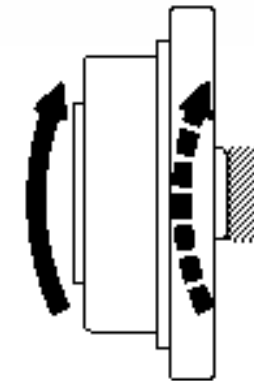
- Relação de transmissão



$$i = -R$$



$$i = R + 1$$



$$i = \frac{R+1}{R}$$

$i$  = relação de transmissão = rotação de entrada/rotação de saída

$$R = \frac{Z_r}{Z_r - Z_f}$$

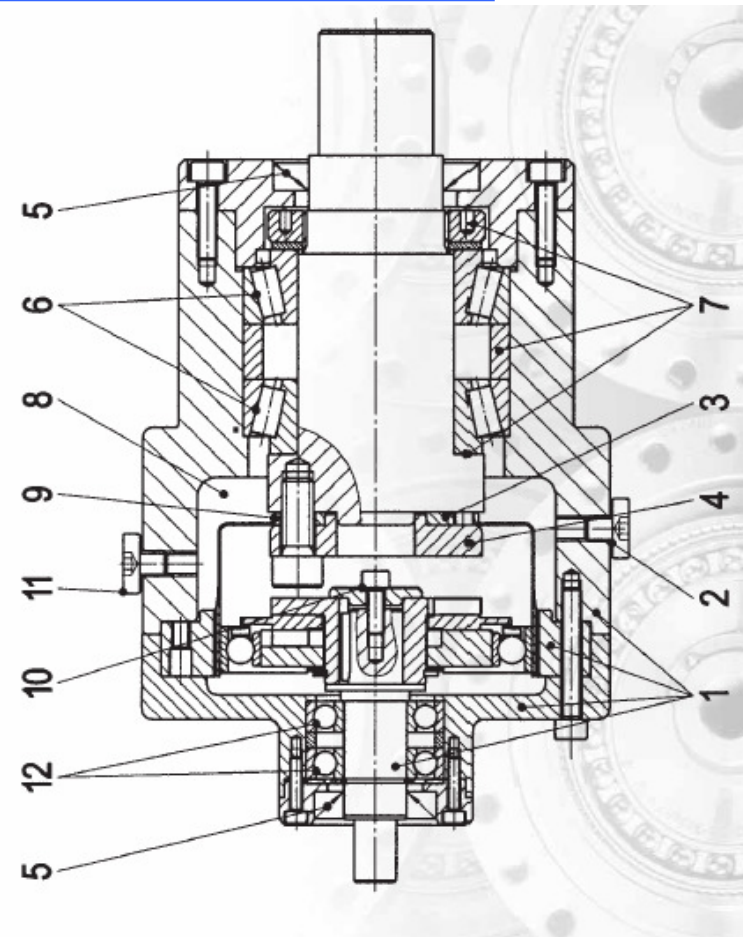
$Z_r$  = número de dentes da spline circular

$Z_f$  = número de dentes da spline flexível



# Redutor harmônico

- Esquema de montagem
  - Eixo de entrada e saída com apoio duplo pré-carregado na saída;
  - Lubrificação e vedação presentes.



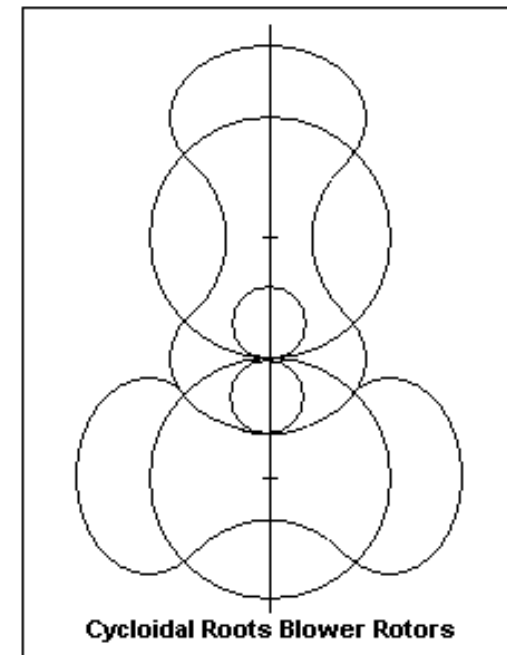
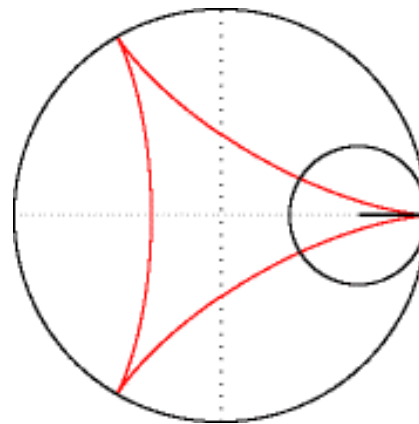
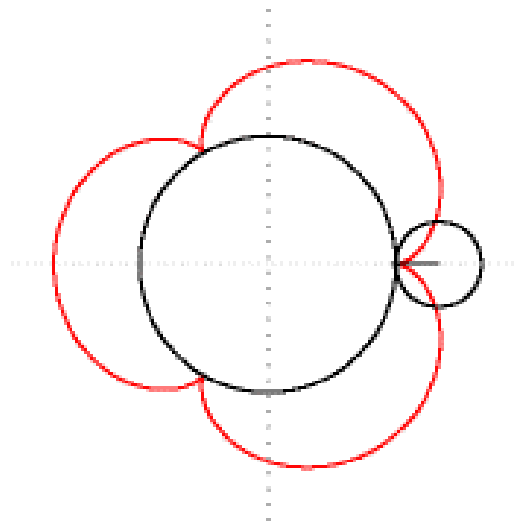
# Redutor cicloidal

- Altíssimas reduções  $\Rightarrow$  acima de 30:1.
- Redutor compacto.
- Caro  $\Rightarrow$  devido ao processo de fabricação das engrenagens.
- Princípio de funcionamento do planetário.
- Três graus de liberdade:
  - Três eixos disponíveis;
  - Várias possibilidades para eixos de entrada e saída.
- Pode funcionar como diferencial.



# Redutor cicloidal

- Utiliza engrenagens com perfis cicloidais:
  - Engrenagem comum  $\Rightarrow$  dente com perfil de envolvente;
  - Engrenagem cicloidal  $\Rightarrow$  dente com perfil epitrocoidal (hipocicloide e epicicloide).



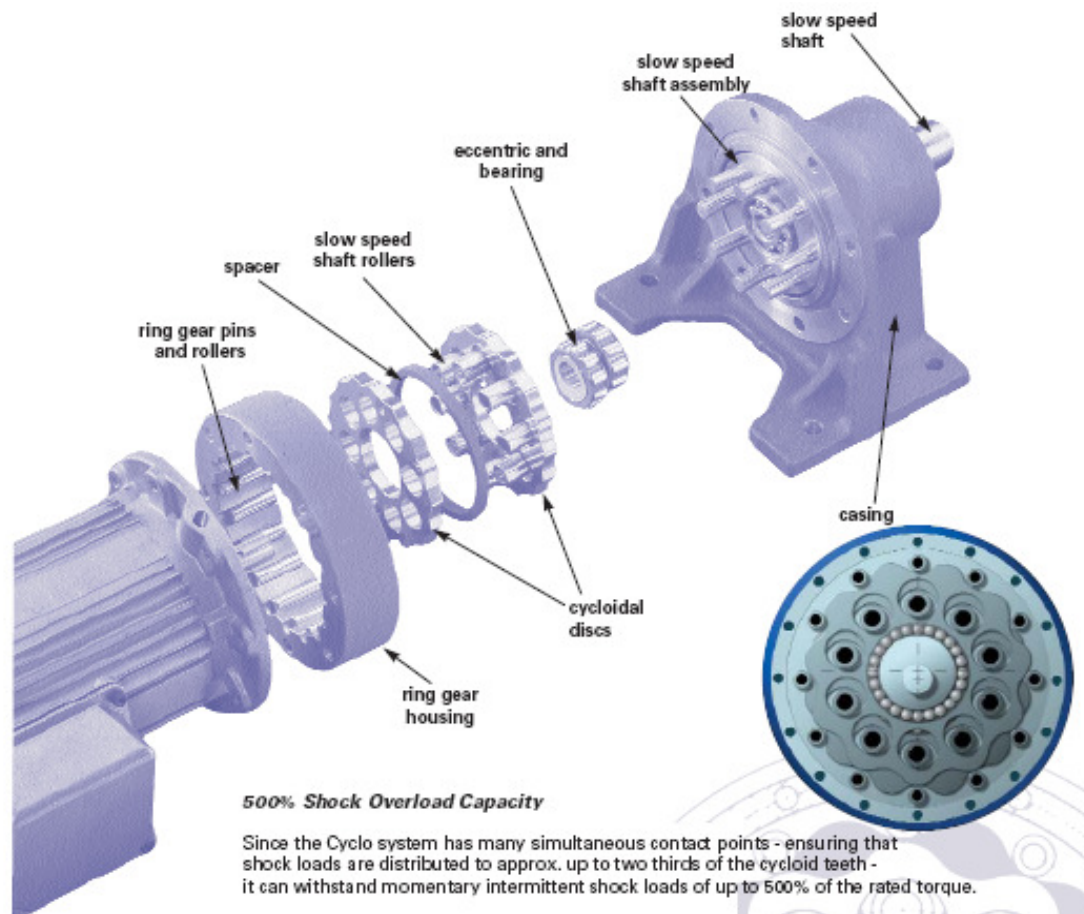
# Redutor cicloidal

- Vantagens:
  - Alta exatidão e repetibilidade:
    - Exatidão – ordem de minutos de arco.
  - Alta capacidade de torque e boa rigidez torcional:
    - Vários dentes em contato simultaneamente.
  - Folga-zero.
  - Baixa inércia para acionamento.
  - Altas reduções:
    - 30:1 até 170:1 em dois estágios.
  - Desgaste mínimo:
    - Contatos de rolamento.
  - Compacto.





# Redutor cicloidal

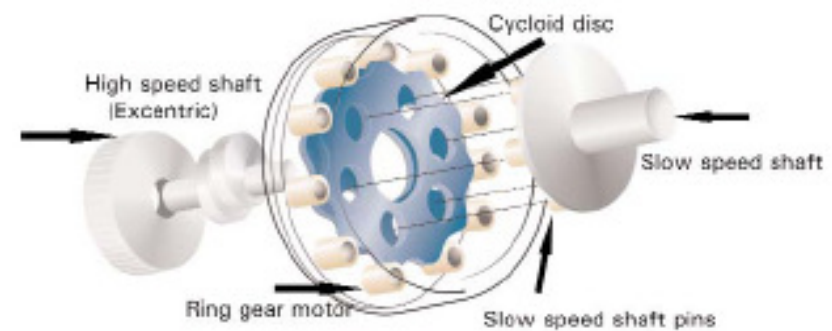
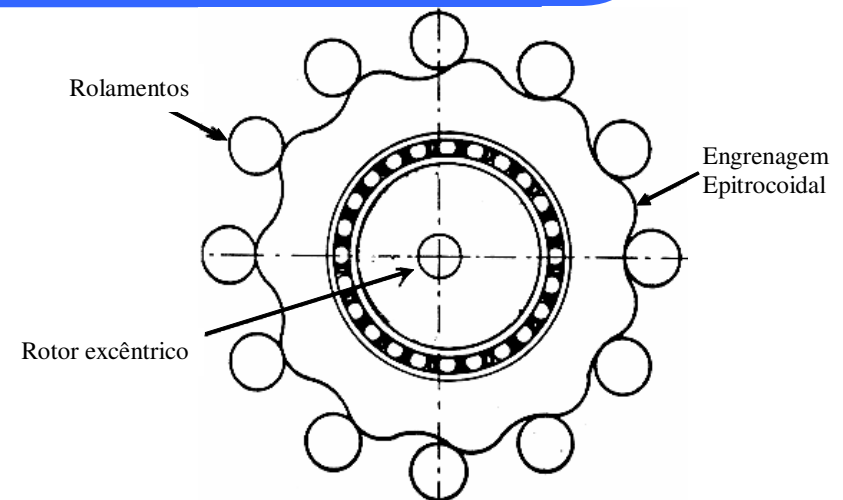
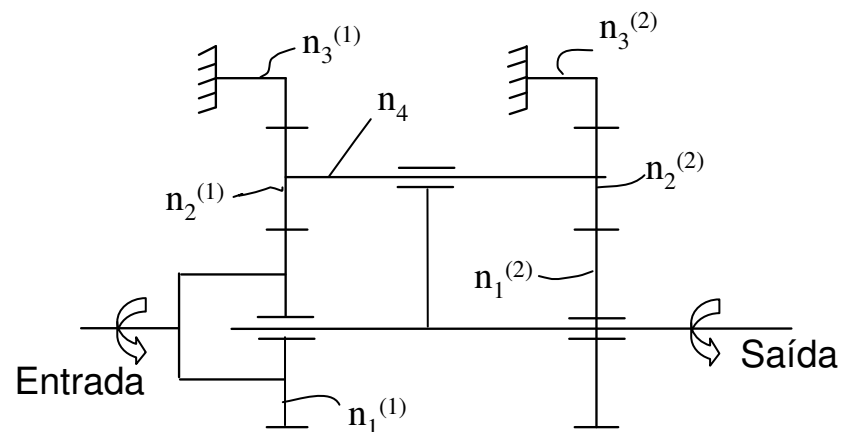


- Exemplo de um redutor cicloidal  
⇒ com configuração de um planetário de dois estágios compostos.



# Redutor cicloidal

- Partes principais:
  - Eixo de alta velocidade com excêntrico;
  - Engrenagens cicloidais (2);
  - Roletes;
  - Eixo de baixa velocidade;
  - Carcaça.



# Exemplos

- 1) Cálculo de um redutor planetário.
- 2) Cálculo de um redutor harmônico.

