

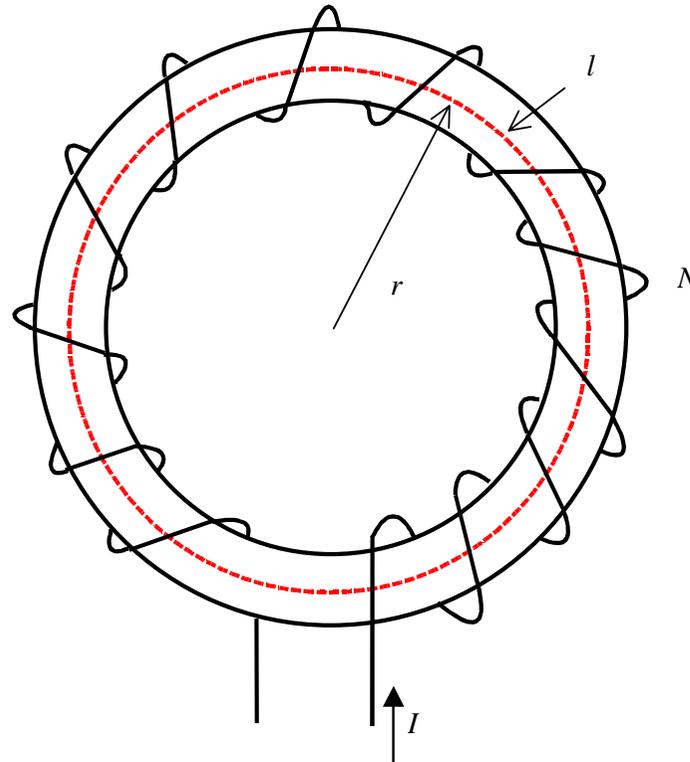
SEL 329 – CONVERSÃO ELETROMECAÂNICA DE ENERGIA

Aula 02

Circuitos Magnéticos

Revisão Aula Passada

- Aplicação da Lei Circuitual de Ampère – Exemplo 1

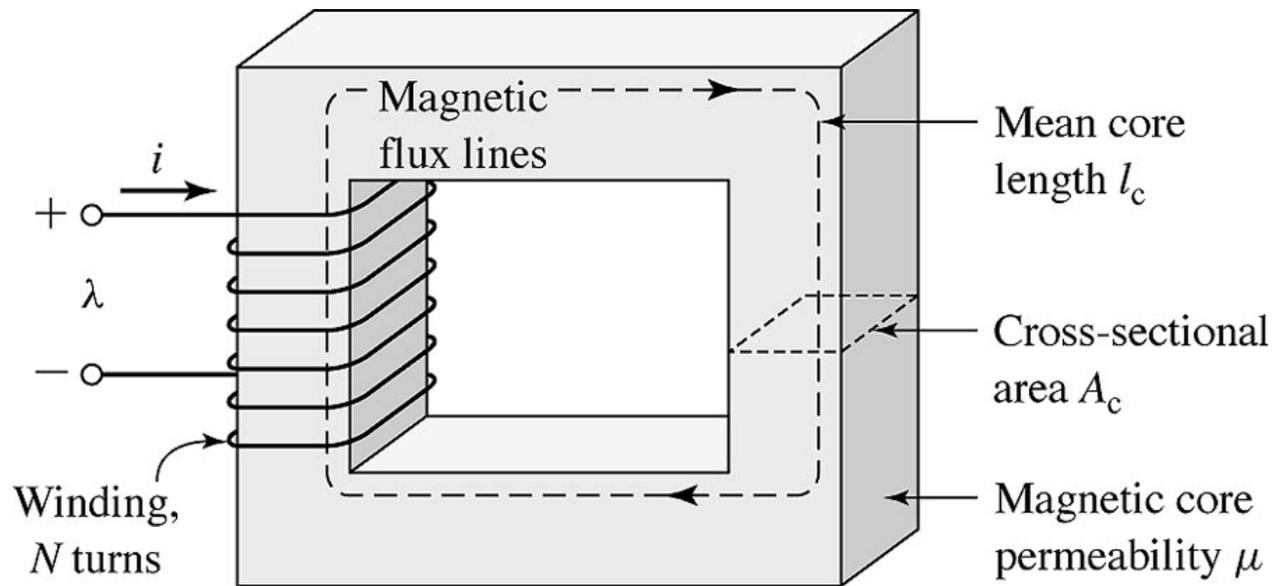


núcleo toroidal de material ferromagnético

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = NI \quad H = \frac{NI}{l_n} = \frac{NI}{2\pi r} \quad [\text{A.esp/m}] \quad \longrightarrow \quad B = \mu H \quad [\text{Wb/m}^2]$$

Revisão Aula Passada

- Aplicação da Lei Circuitual de Ampère – Exemplo 2



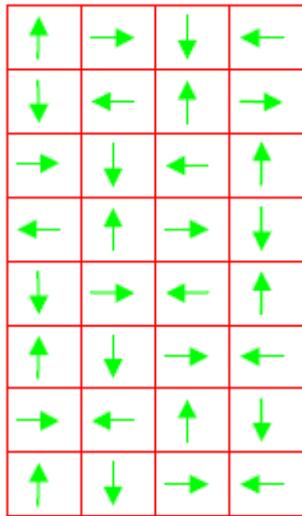
$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = Ni \longrightarrow H = \frac{Ni}{l_c} \quad [\text{A.esp/m}]$$

$$B = \mu H \quad [\text{Wb/m}^2]$$

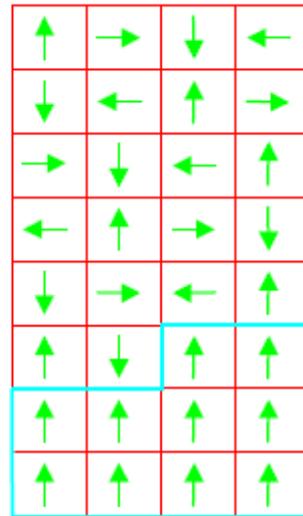
Tópicos da Aula de Hoje

- Curva de magnetização
- Curva de permeabilidade
- Laço de histerese
- Susceptibilidade e permeabilidade magnética
- Força magnetomotriz
- Relutância
- Analogia entre circuitos elétricos e magnéticos
- Circuitos magnéticos com entreferro
- Espriamento

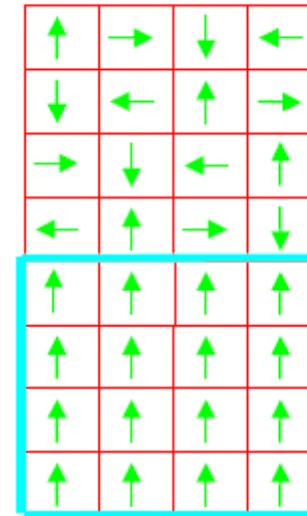
Impacto de um campo magnético nos domínios magnéticos



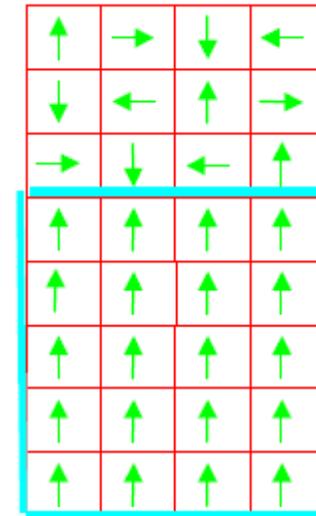
(a)



(b)



(c)



(d)

(a) $H = 0$

(b) $H = \text{fraco}$

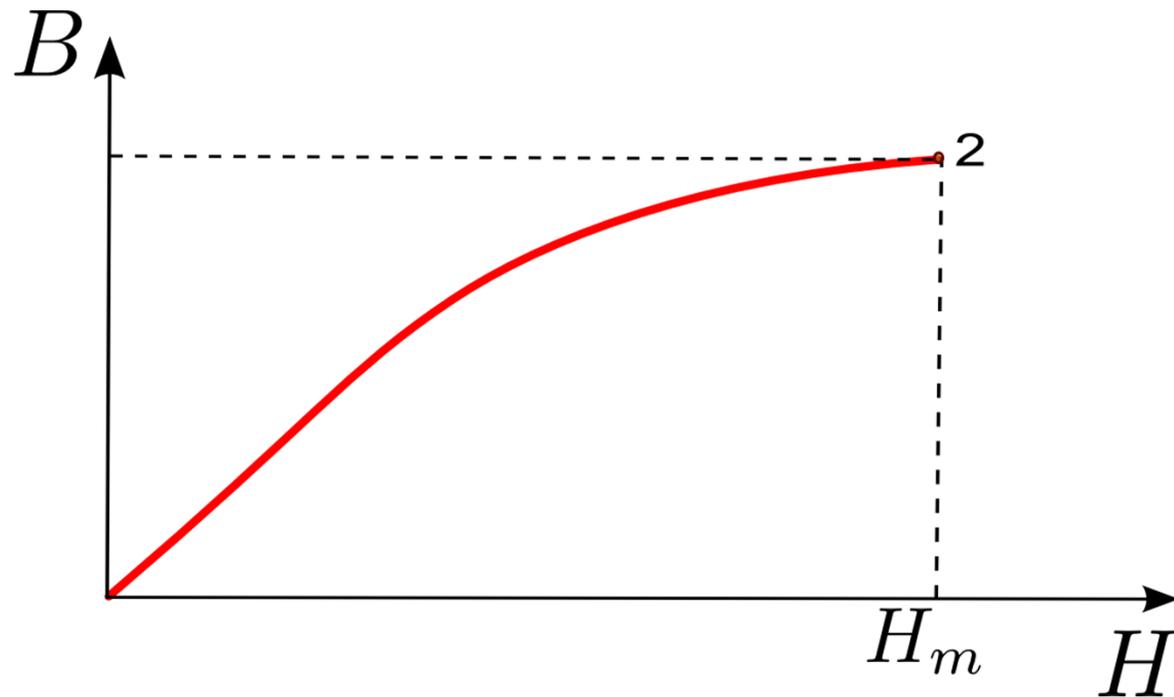
(c) $H = \text{moderado}$

(d) $H = \text{elevado}$

Curva de Magnetização

$$B = \mu H$$

- Ao aumentar-se a corrente, a intensidade de campo H aumenta.
- E a densidade de fluxo magnético B ?



Curva de Magnetização

Ponto 2: a magnetização aproxima-se de seu valor de saturação (todos os dipolos atômicos estão alinhados). De fato, a densidade de campo magnético pode ser decomposta em dois componentes como segue:

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mu_0 \mathbf{M}$$

$\mu_0 \mathbf{H}$ → influência externa.

$\mu_0 \mathbf{M}$ → influência interna.

\mathbf{M} → definido como vetor de magnetização

Para $H > H_m$, B aumenta somente devido a contribuição de $\mu_0 H$ (como se fosse um núcleo de ar), portanto o aumento é bastante reduzido (ocorre a saturação).

Curva de Magnetização

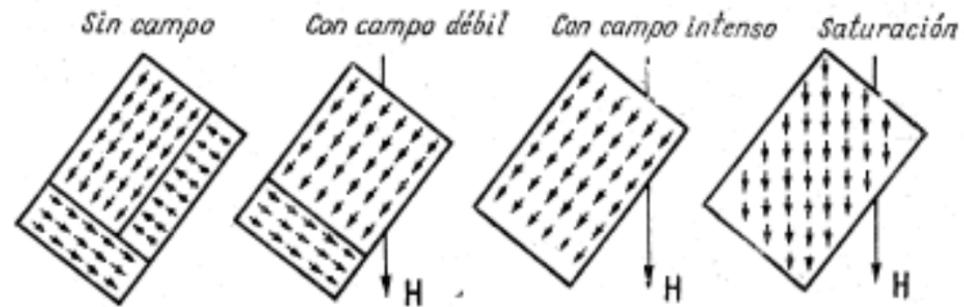
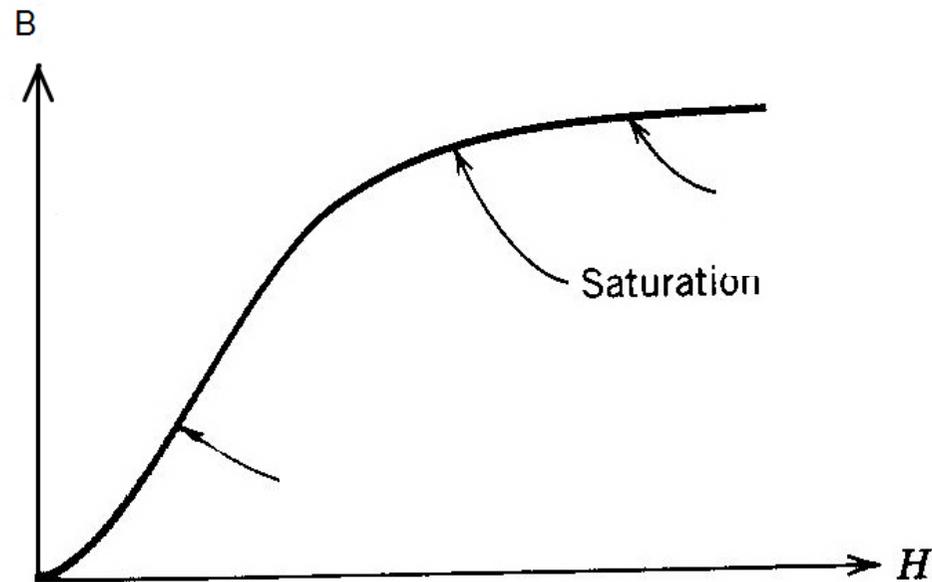
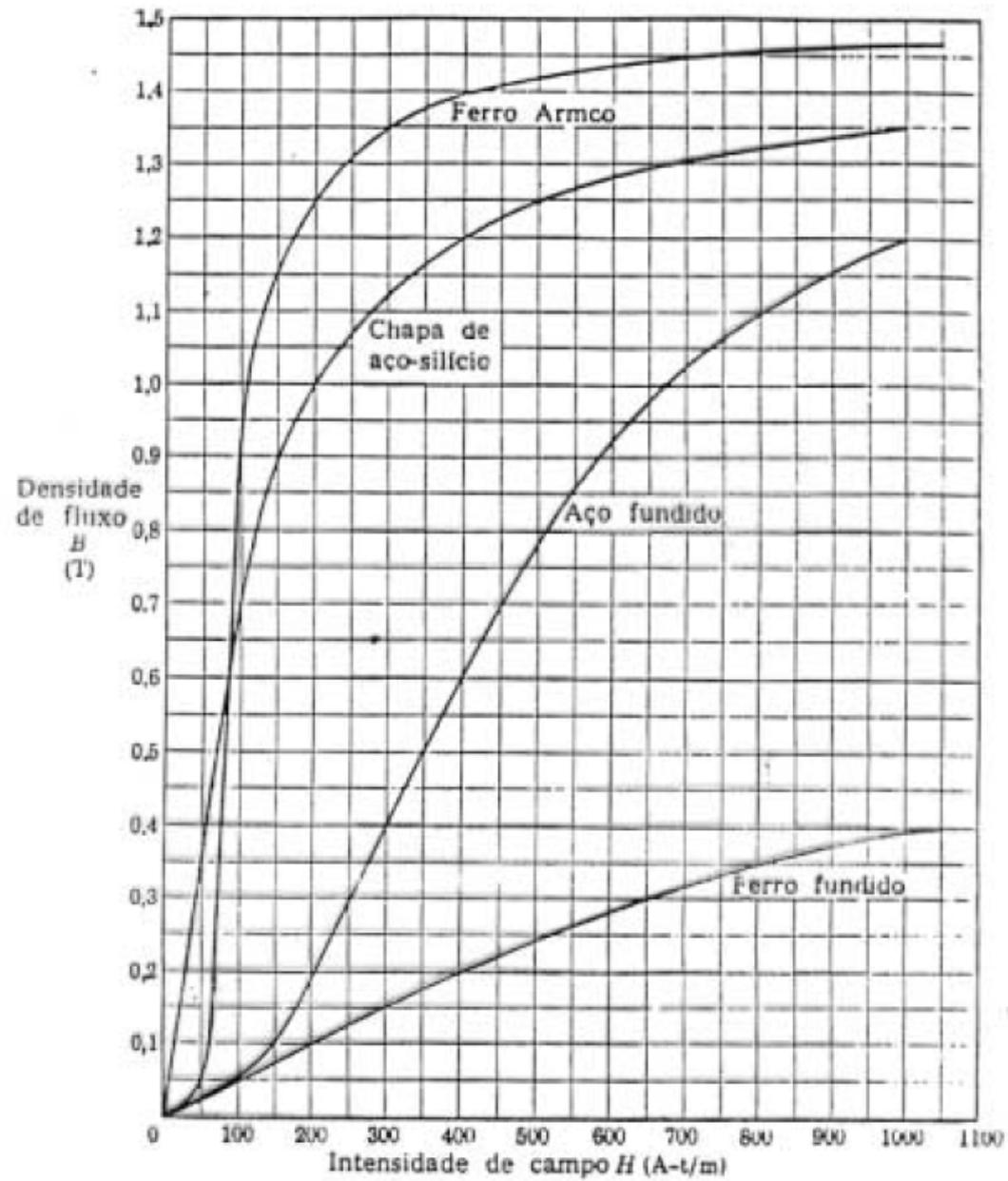


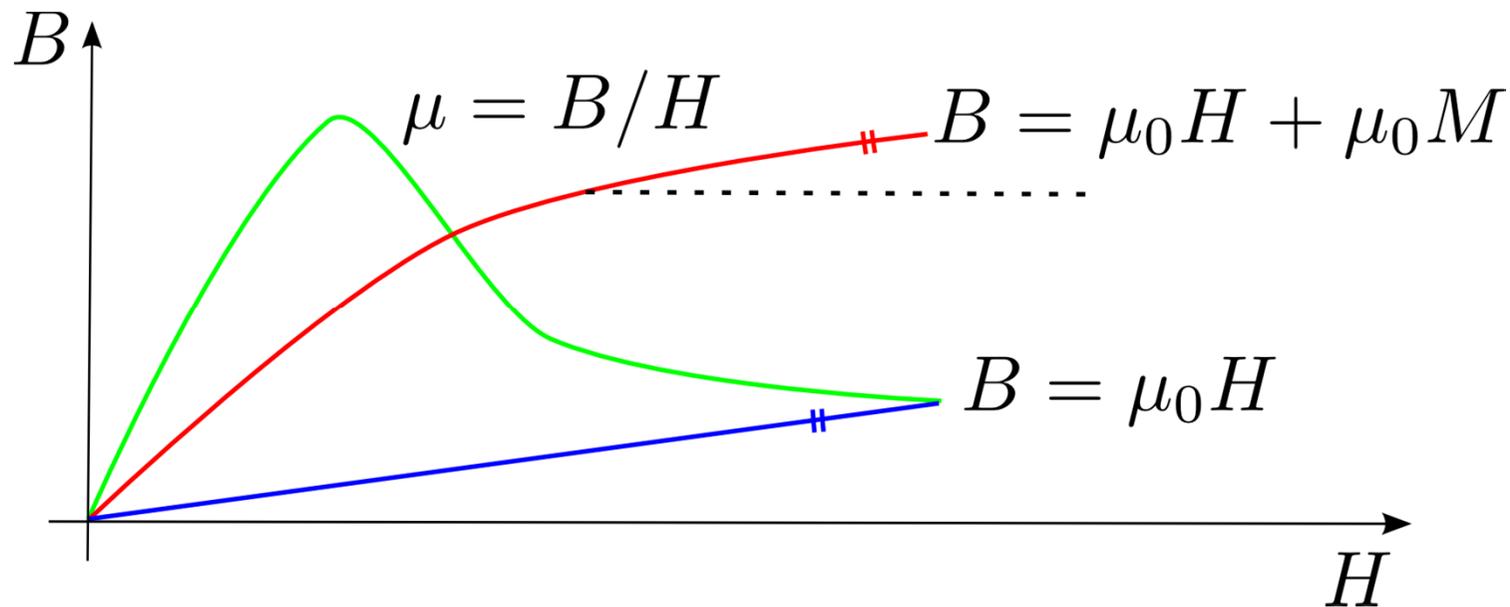
Fig. 2.3 - Esquema de orientação dos spins nos domínios.

A curva de magnetização satura pois todos os domínios magnéticos já estão alinhados

Curva de Magnetização

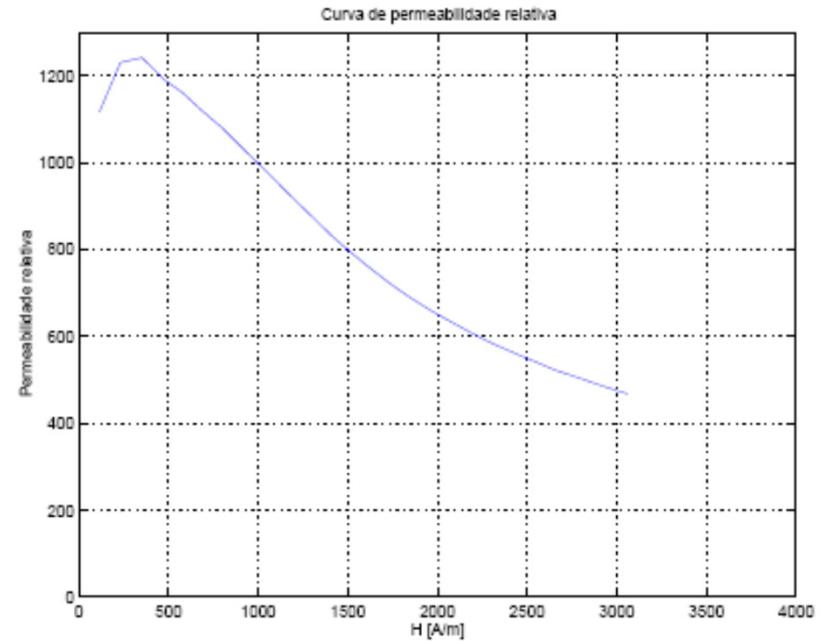
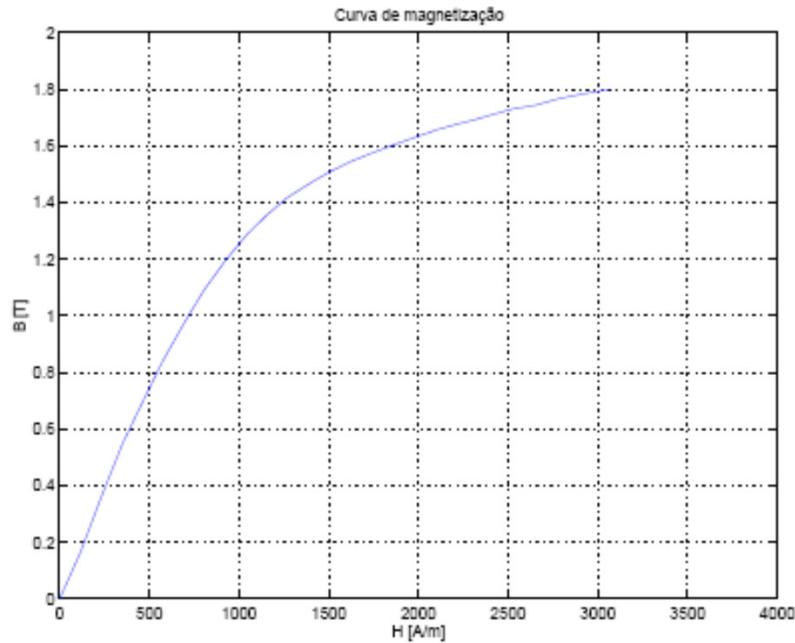


Curva de Magnetização e Curva de Permeabilidade



- Inicialmente, a contribuição do núcleo ($\mu_0 M$) para o campo (B) é bem maior que a contribuição $\mu_0 H$.
- A partir de certo valor de H , a curva de magnetização tende a ficar quase horizontal, mostrando que os momentos magnéticos já estão todos orientados e a partir deste ponto, a contribuição $\mu_0 M$ fica constante.
- A permeabilidade do material é a razão B/H , a qual diminui bastante após a saturação.
- A permeabilidade é diferente para cada ponto da curva de magnetização e mostra um comportamento não linear.

Curva de Magnetização e Curva de Permeabilidade



Curvas de magnetização e de permeabilidade obtidas em laboratório

Vetor de magnetização ou de polarização magnética

Como mencionado, a indução magnética total no centro do solenóide é a soma vetorial dos campos associados à corrente macroscópica ($\mu_0\mathbf{H}$) e à corrente microscópica em nível atômico ($\mu_0\mathbf{M}$):

$$\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{H} + \mu_0\mathbf{M}$$

$\mu_0\mathbf{M}$ é a contribuição adicional devido à magnetização do material

\mathbf{M} é o vetor de magnetização ou vetor de polarização magnética (momento magnético/unidade de volume)

Susceptibilidade magnética

Na maioria das substâncias o vetor de magnetização \mathbf{M} é proporcional ao campo magnético externo \mathbf{H} . Em materiais ferromagnéticos, experimentalmente provou-se que a relação entre \mathbf{M} e \mathbf{H} é não linear. De forma geral:

$$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H}$$

$\chi_m \rightarrow$ fator de proporcionalidade denominado **susceptibilidade magnética**

Obs: para materiais ferromagnéticos pode-se considerar que \mathbf{M} e \mathbf{H} têm a mesma direção, portanto:

$$\chi_m = \frac{\mathbf{M}}{\mathbf{H}} = \frac{M}{H}$$

$\chi_m \rightarrow$ é um escalar e como M e H têm as mesmas dimensões, χ_m é adimensional.

- Quanto maior for χ_m maior será a magnetização do material sob a ação de um campo externo

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) = \mu_0 (\mathbf{H} + \chi_m \mathbf{H}) = \mu_0 (1 + \chi_m) \mathbf{H}$$

Permeabilidade magnética

Ou ainda:

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

Sendo $\mu = \mu_0(1 + \chi_m)$ a permeabilidade magnética.

Assim, define-se:

$$\mu_r = 1 + \chi_m = \frac{\mu}{\mu_0}$$

μ_r é a permeabilidade relativa do material

Para o vácuo $\mu = \mu_0$

	χ_m	μ_r
Alumínio	$2,30 \times 10^{-5}$	1,00002
Bismuto	$-1,66 \times 10^{-5}$	0,99983
Cobre	$-0,988 \times 10^{-5}$	0,999991

Para esses materiais $\mu_r = 1$

Permeabilidade magnética

Nos materiais ferromagnéticos, μ é diversas milhares de vezes maior do que μ_0

	μ_r
Ferro	5000
Ferro-silício	7000
Permalloy (70-90% Ni)	10000

Classificação de Materiais Magnéticos

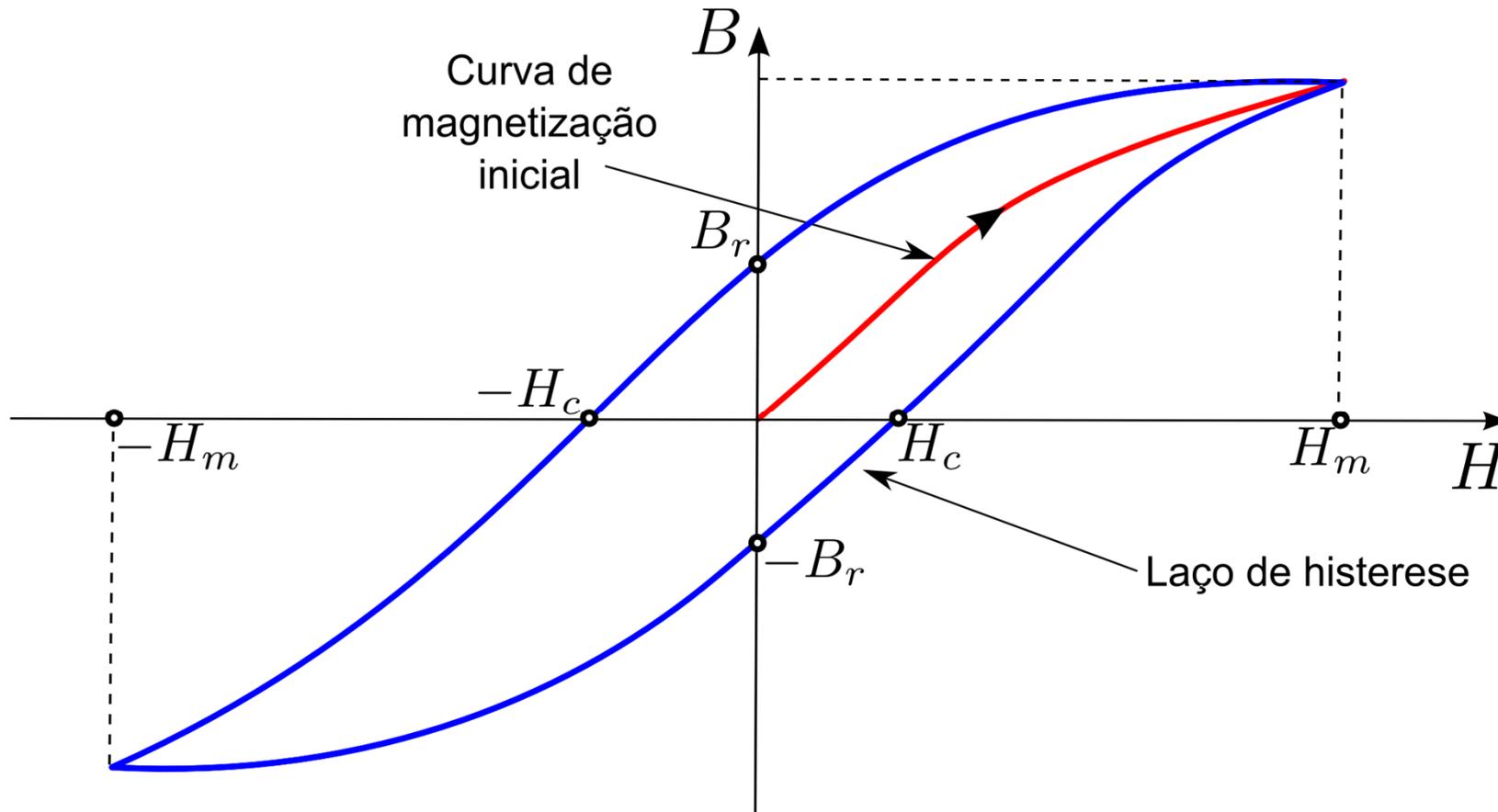
Materiais diamagnéticos: permeabilidade relativa < 1 (Exemplos: cobre, água, mercúrio, ouro, prata)



Materiais paramagnéticos: permeabilidade relativa ≈ 1 (Exemplos: alumínio, manganês, estanho, cromo, platina, paládio, oxigênio líquido)

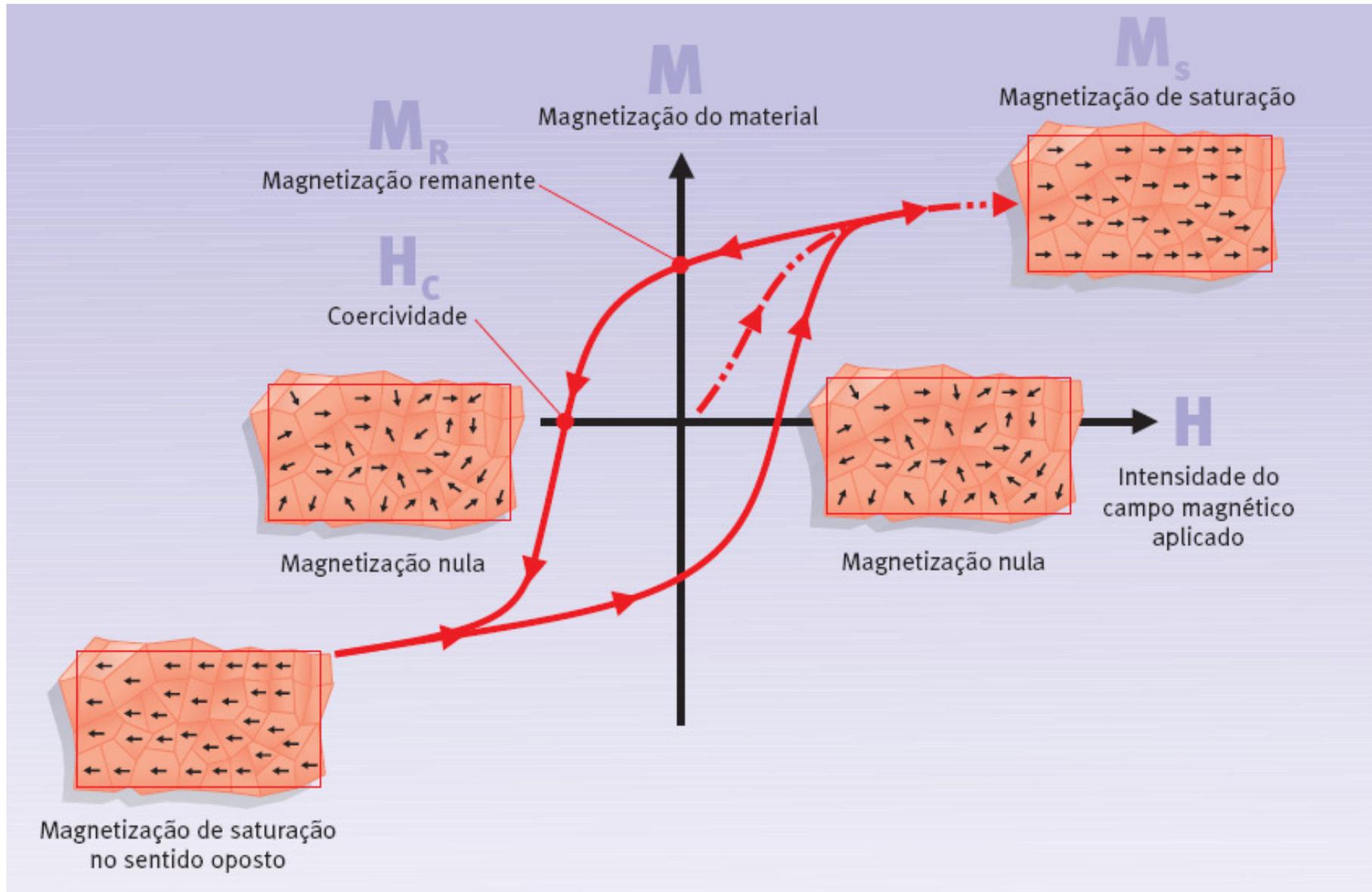
Materiais ferromagnéticos: permeabilidade relativa $\gg 1$ (Exemplos: ferro, aços especiais, cobalto, níquel, ligas como Alnico)

Ciclo ou Laço de Histerese



- B_r : campo remanente (B para $H = 0$)
- H_c : força coercitiva (H necessário para desmagnetizar o material)
- H_m : é o valor máximo de H analisado

Ciclo ou Laço de Histerese

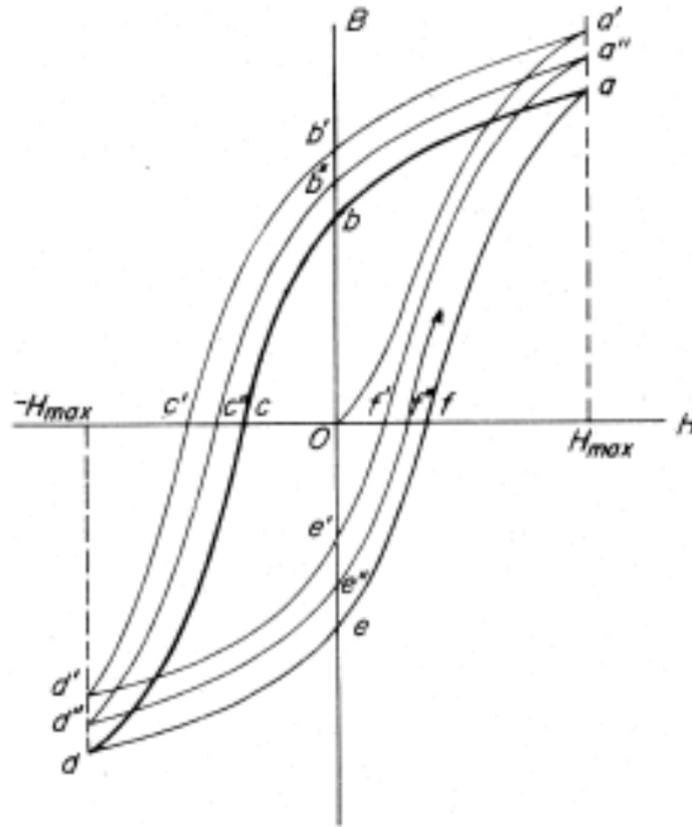


Obs: Substituir M por B segundo a notação utilizada no curso

Ciclo ou Laço de Histerese

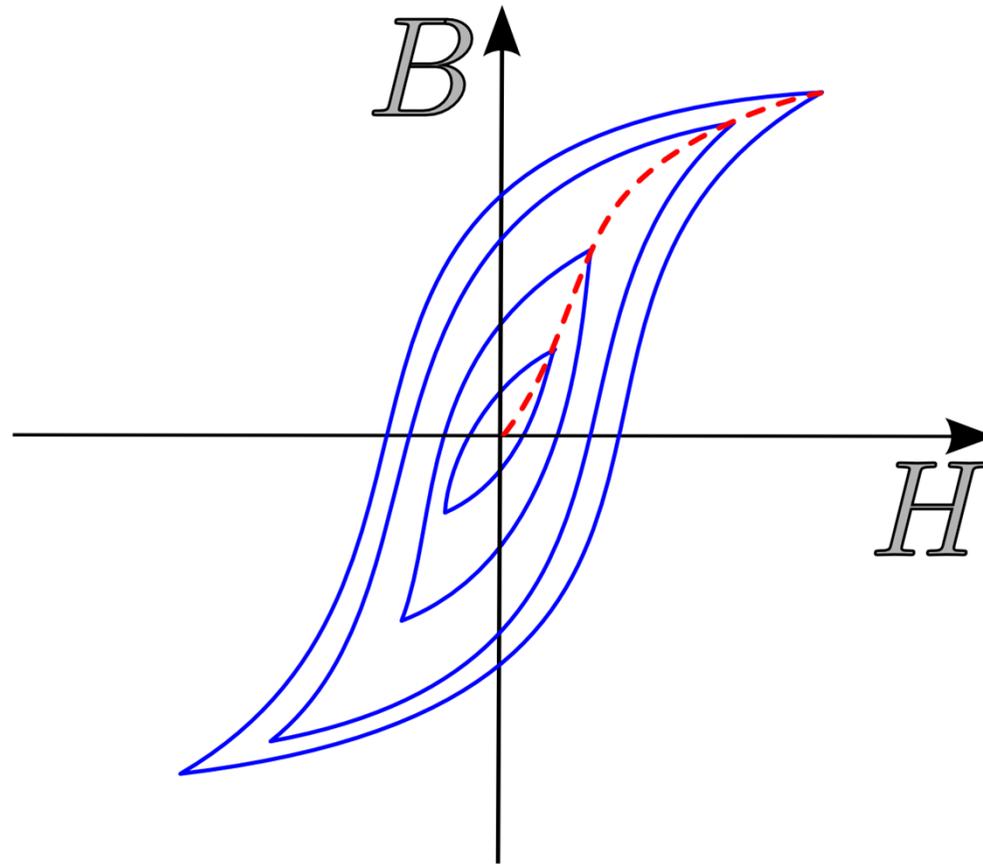
Obs:

- Se o processo é repetido mais uma vez, os vértices e os pontos de cruzamento com os eixos x e y são ligeiramente diferentes nos primeiros ciclos de repetição.
- Após alguns ciclos tais pontos convergem para um valor fixo



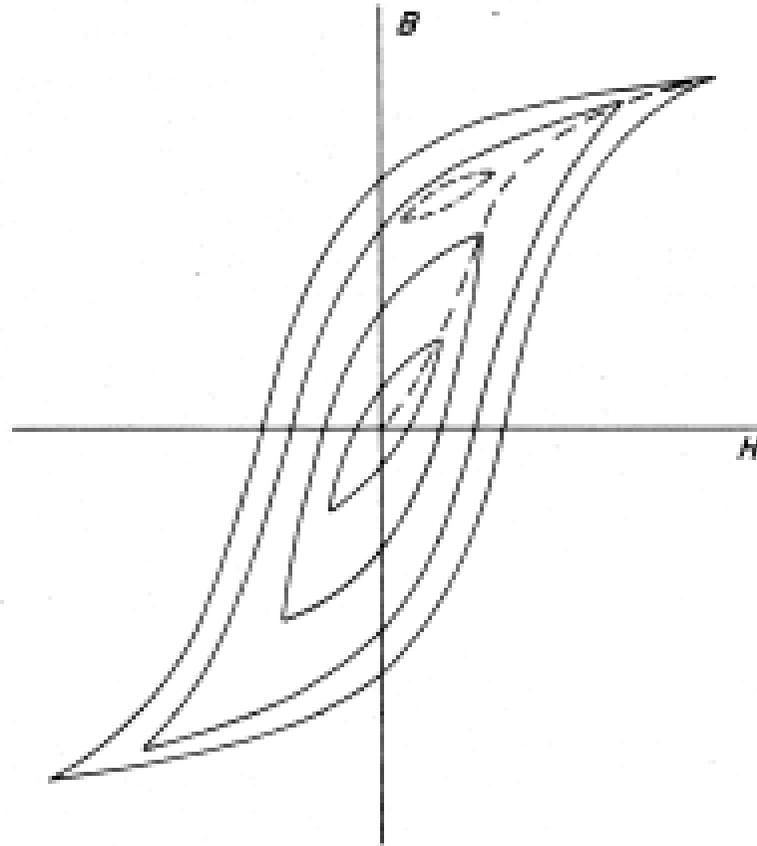
Ciclo ou Laço de Histerese

- Para vários ciclos de histerese, obtidos aumentando-se gradualmente H_m tem-se a curva de magnetização (também conhecida como **curva de magnetização cc** ou **curva normal de magnetização**). Ou seja, a curva de magnetização é um conjunto de vértices de vários ciclos de histerese.

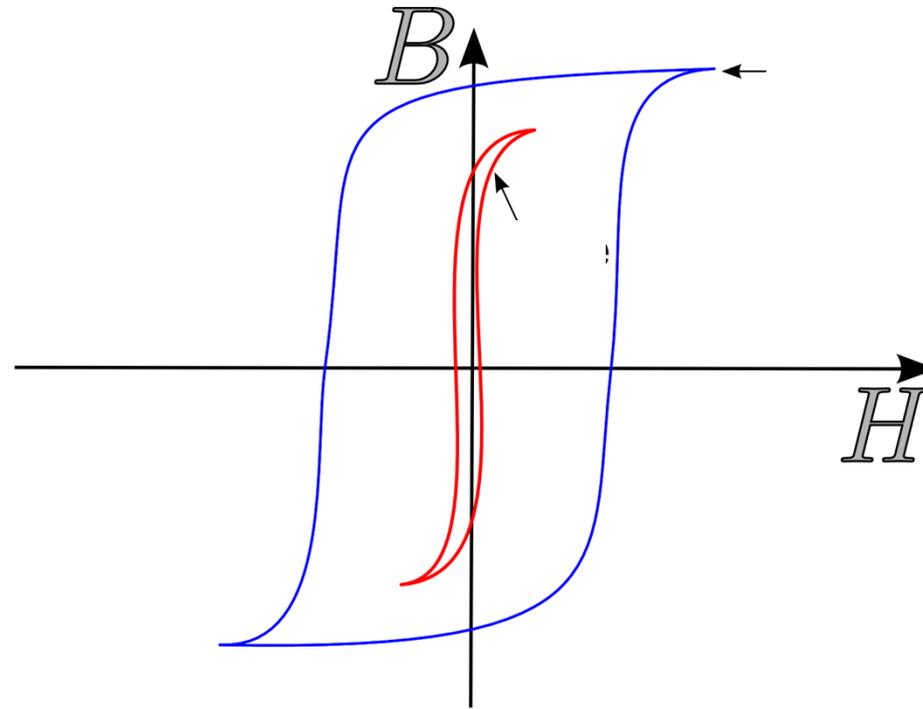


Ciclo ou Laço de Histerese

- É possível obter “pequenos ciclos de histerese” não simétricos em relação ao eixo ao se variar a intensidade de campo (corrente) dentro de uma determinada faixa.



Materiais Magnéticos Duros e Moles

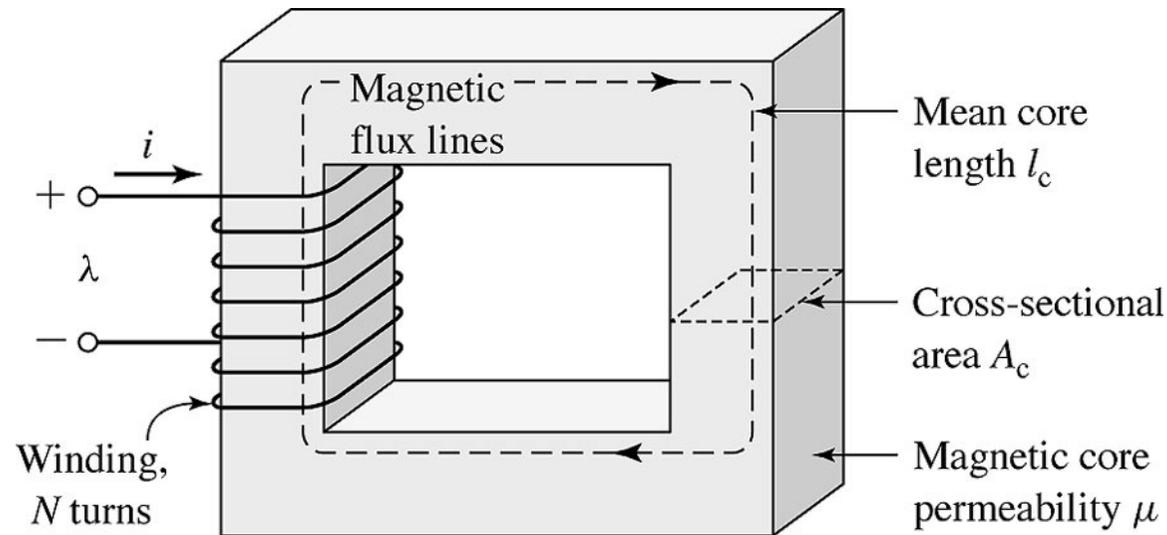


Material magnético mole: este termo é utilizado para definir materiais que são facilmente magnetizados e desmagnetizados na presença de baixos campos (alta permeabilidade). No laço de histerese, o campo remanente B_r e a força coercitiva H_c são pequenos. Exemplo: aço doce.

Material magnético duro: materiais mais resistentes à magnetização e desmagnetização (baixa permeabilidade). No laço de histerese, o campo remanente B_r e a força coercitiva H_c são elevados. Exemplo: ligas de níquel-ferro ou aço-carbono.

Força Magnetomotriz

Seja um circuito magnético abaixo:



Aplicando-se a lei circuital de Ampère, obtemos a seguinte relação

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = Ni \quad \longrightarrow \quad H = \frac{Ni}{l_c} \quad [\text{A.esp/m}]$$

Força Magnetomotriz

A quantidade responsável pela intensidade de campo magnético é NI , a qual é denominada **força magnetomotriz**

$$F = NI \quad (\text{A.esp})$$

Podemos também derivar as seguintes expressões para o circuito magnético

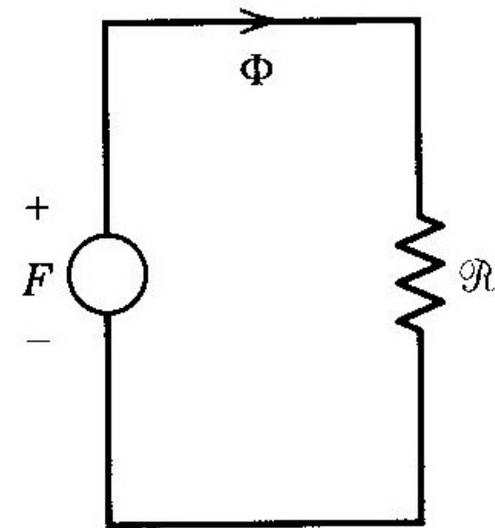
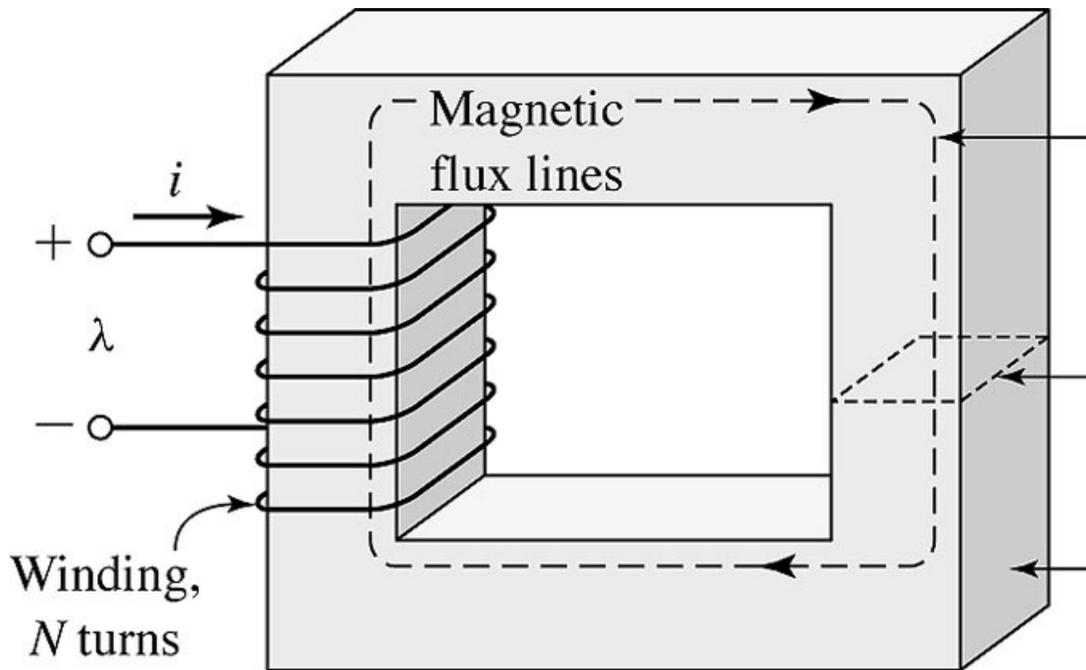
$$H = \frac{NI}{l_c} \quad \longrightarrow \quad \Phi = BA = \mu HA = \frac{\mu NI}{l} A = \frac{NI}{l / \mu A}$$

Lembrando que em circuitos elétricos $R = l / \sigma A$, podemos definir **relutância magnética** por:

$$\mathfrak{R} = \frac{l}{\mu A} \quad (\text{A.esp/Wb})$$

Portanto, temos: $\Phi = \frac{NI}{\mathfrak{R}}$

Analogia entre circuitos elétricos e magnéticos



(a)

circuito magnético equivalente

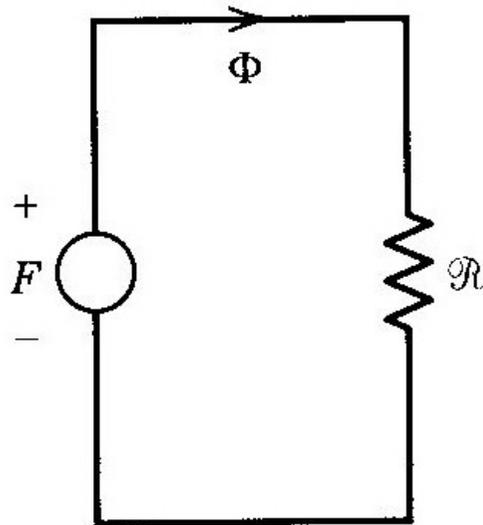
$$\Phi = \frac{NI}{\mathcal{R}} = \frac{F}{\mathcal{R}}$$

ou

$$F = \mathcal{R}\Phi$$

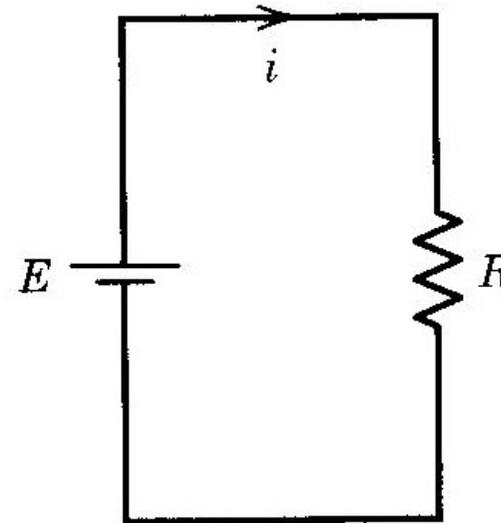
Analogia entre circuitos elétricos e magnéticos

	circuito elétrico	circuito magnético
causa	força eletromotriz (E)	força magnetomotriz (F)
efeito	corrente ($i = E/R$)	fluxo ($\Phi = F/\mathcal{R}$)
limitador	Resistência ($R = l/\sigma A$)	Relutância ($\mathcal{R} = l/\mu A$)



(a)

(a) circuito magnético



(b)

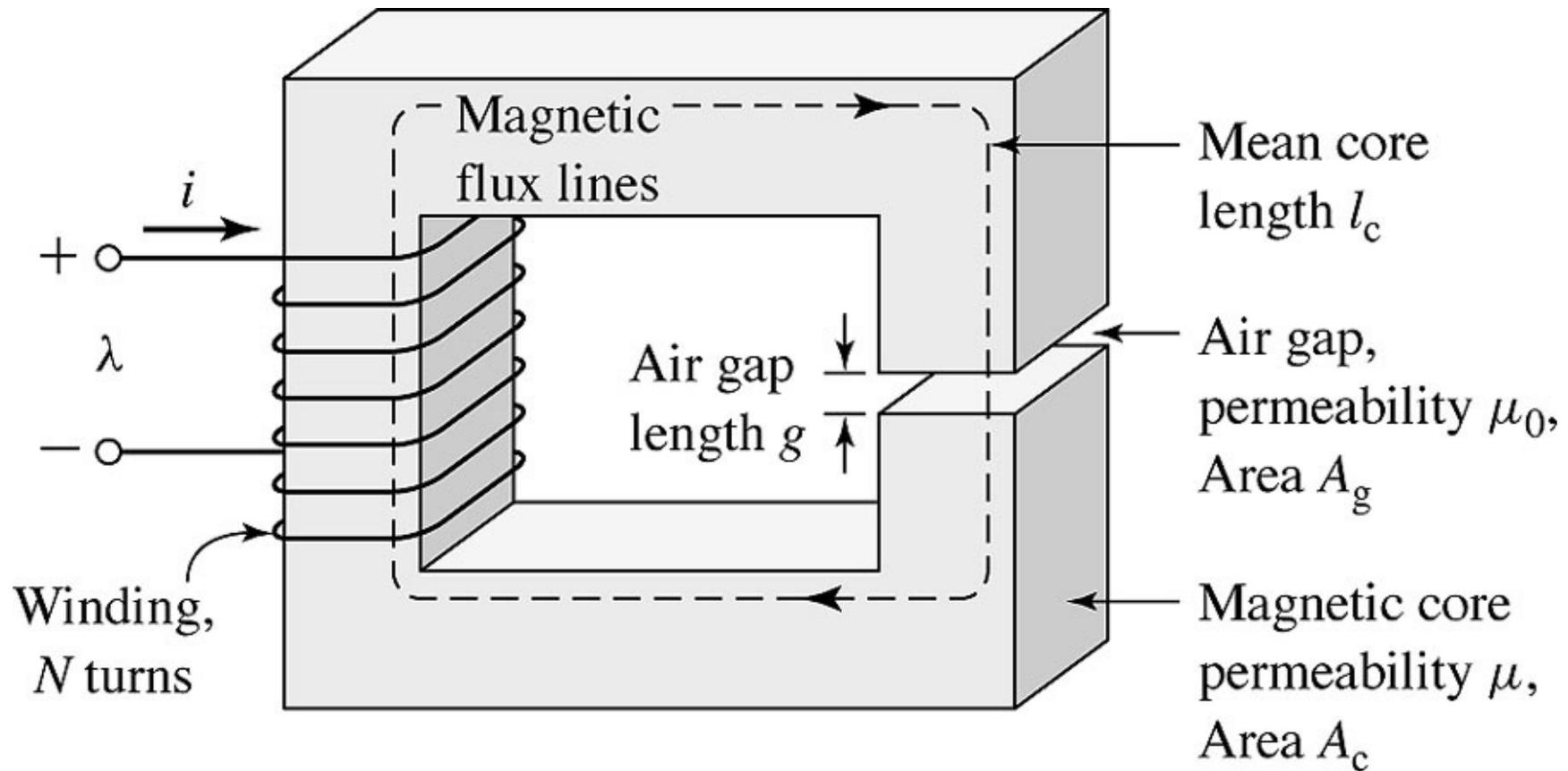
(b) circuito elétrico

Analogia entre circuitos elétricos e magnéticos

Analogia entre circuitos elétricos e magnéticos

ELÉTRICO	MAGNÉTICO
Densidade de corrente: $\mathbf{J}(\text{A/m}^2)$	Densidade de fluxo magnético: $\mathbf{B}(\text{Wb/m}^2)$
Corrente: $\mathbf{I}(\text{A})$	Fluxo magnético: $\Phi(\text{Wb})$
Intensidade de campo elétrico: $\boldsymbol{\varepsilon}(\text{V/m})$	Intensidade de campo magnético: $\mathbf{H}(\text{A/m})$
Tensão ou <i>fem</i> : $\mathbf{E}(\text{V})$	Força magnetomotriz ou <i>fmm</i> : $\mathcal{F}(\text{A}\cdot\text{e})$
Condutividade: $\boldsymbol{\sigma}(\text{A/Vm})$	Permeabilidade: $\boldsymbol{\mu}(\text{Wb/Am})$
Resistência: $\mathbf{R}(\Omega)$	Relutância: $\mathcal{R}(\text{A}\cdot\text{e/Wb})$
Resistividade: $\rho = \frac{1}{\sigma}$	Relutividade = $\frac{1}{\mu}$
Condutância: $\mathbf{G}(\text{S})$	Permeância: $\mathbf{P}(\text{Wb/A}\cdot\text{e})$
$E = R \cdot I$	$\mathcal{F} = N \cdot I = \mathcal{R} \cdot \Phi$
$R = \frac{l}{\sigma \cdot A}$	$\mathcal{R} = \frac{l_m}{\mu \cdot A}$

Circuitos magnéticos com entreferro



Circuitos magnéticos com entreferro

O fluxo magnético no núcleo magnético e o entreferro é o mesmo (despreza-se qualquer **dispersão**).

Considerando que as linhas de campo não se espalham (**espraíam**) no entreferro, a densidade de campo magnético B não varia visto que a área é a mesma:

$$B_c = B_g = B = \Phi/A$$

A intensidade de campo magnético H é diferente nos dois materiais pois as permeabilidades são diferentes: $H_c = B/\mu_c$ e $H_g = B/\mu_0$.

Aplicando-se a lei de Ampère ao longo do circuito magnético total ($l_c + g$), tem-se:

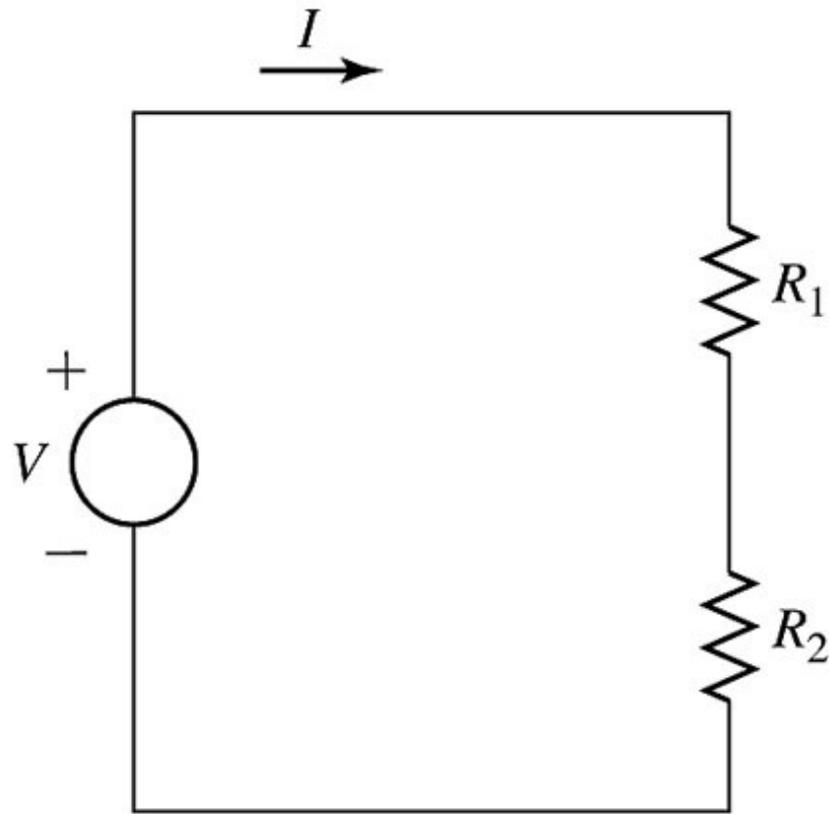
$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = H_c l_c + H_g g = Ni$$

$$\frac{B}{\mu_c} l_c + \frac{B}{\mu_0} g = Ni$$

$$\frac{\Phi}{\mu_c A} l_c + \frac{\Phi}{\mu_0 A} g = Ni$$

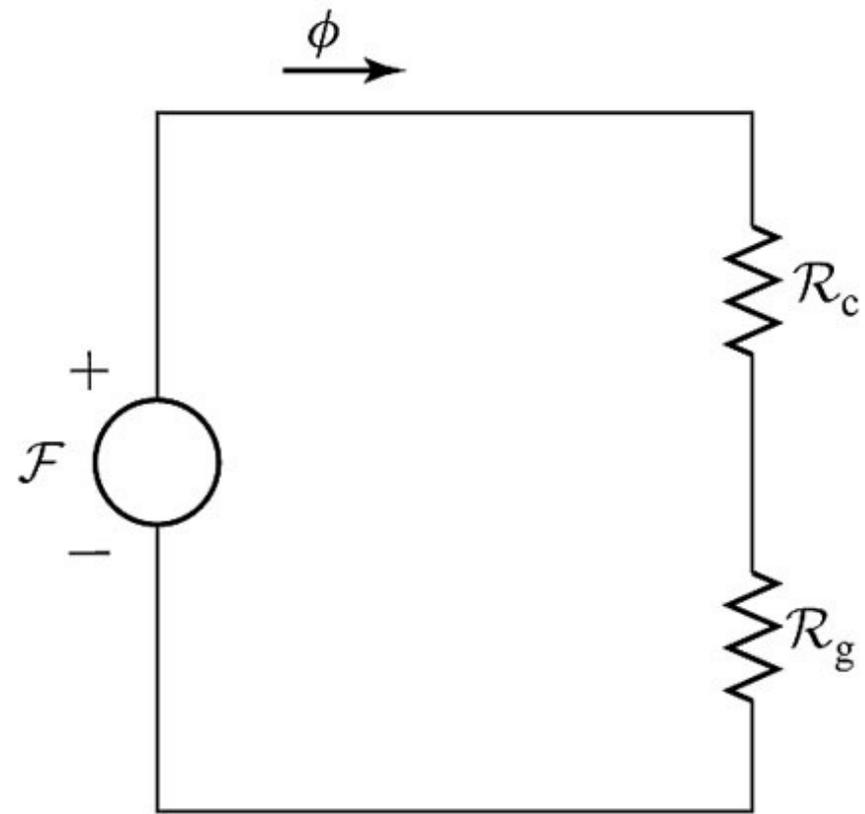
$$\Phi = \frac{Ni}{\frac{l_c}{\mu_c A} + \frac{g}{\mu_0 A}} = \frac{Ni}{\mathfrak{R}_c + \mathfrak{R}_g}$$

Circuitos magnéticos com entreferro



$$I = \frac{V}{(R_1 + R_2)}$$

(a) circuito elétrico

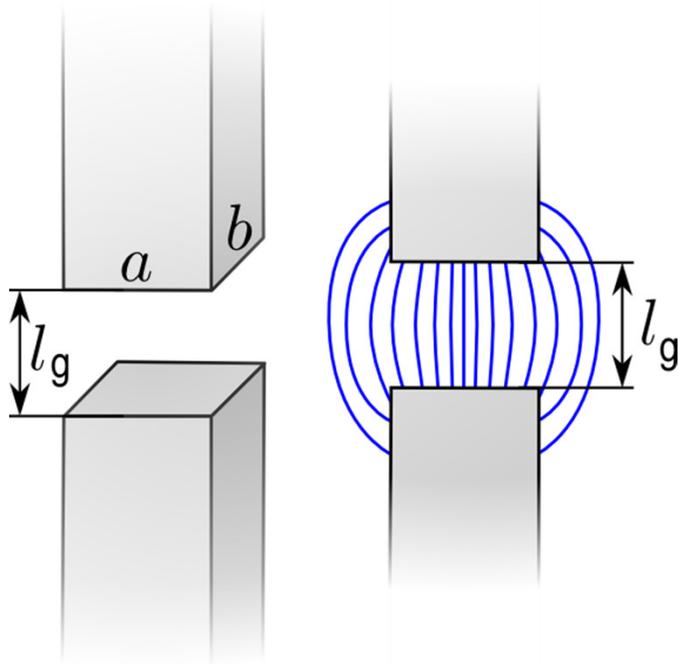


$$\phi = \frac{F}{(\mathcal{R}_c + \mathcal{R}_g)}$$

(b) circuito magnético

Circuitos magnéticos com entreferro: Espraçamento (Espalhamento)

No entreferro, na realidade, a área que contém as linhas de campo é maior que a do núcleo devido ao fenômeno do **espraçamento ou espalhamento**.



$$B_g = \frac{\Phi}{A_g} \neq B_c = \frac{\Phi}{A_c}$$

$$A_g > A_c$$

Esse efeito pode ser empiricamente considerado utilizando-se o seguinte fator de correção para a área do entreferro.

$$A_g = (a + l_g) (b + l_g)$$

Exemplo E1.1: Livro P. C. Sen

Para o relé apresentado na figura abaixo, tem-se:

o número de espiras da bobina é 500;

o comprimento do caminho médio do núcleo é 360 mm;

o comprimento do entreferro é 1,5 mm;

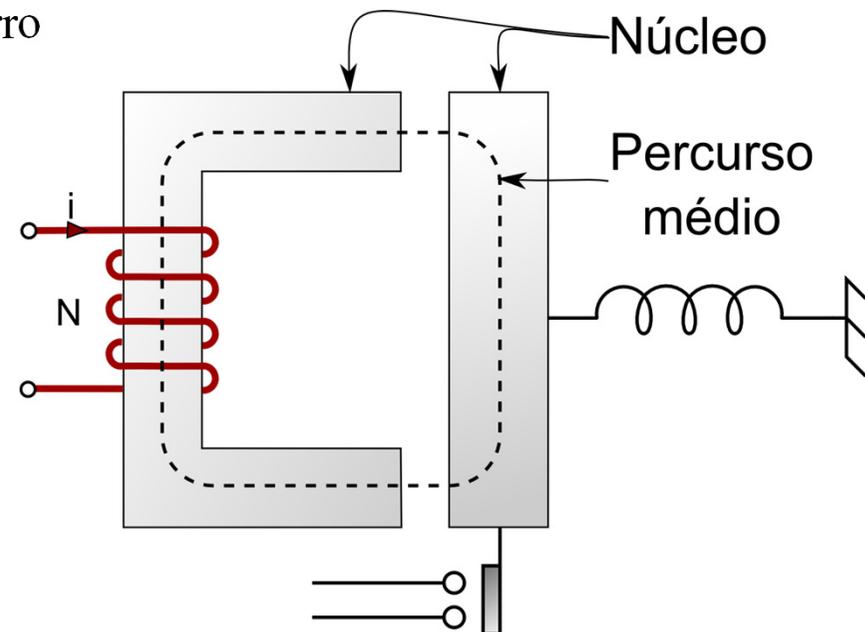
a densidade de campo requerida para atuar o relé é 0,8 T;

o núcleo é feito de aço fundido (*cast steel*).

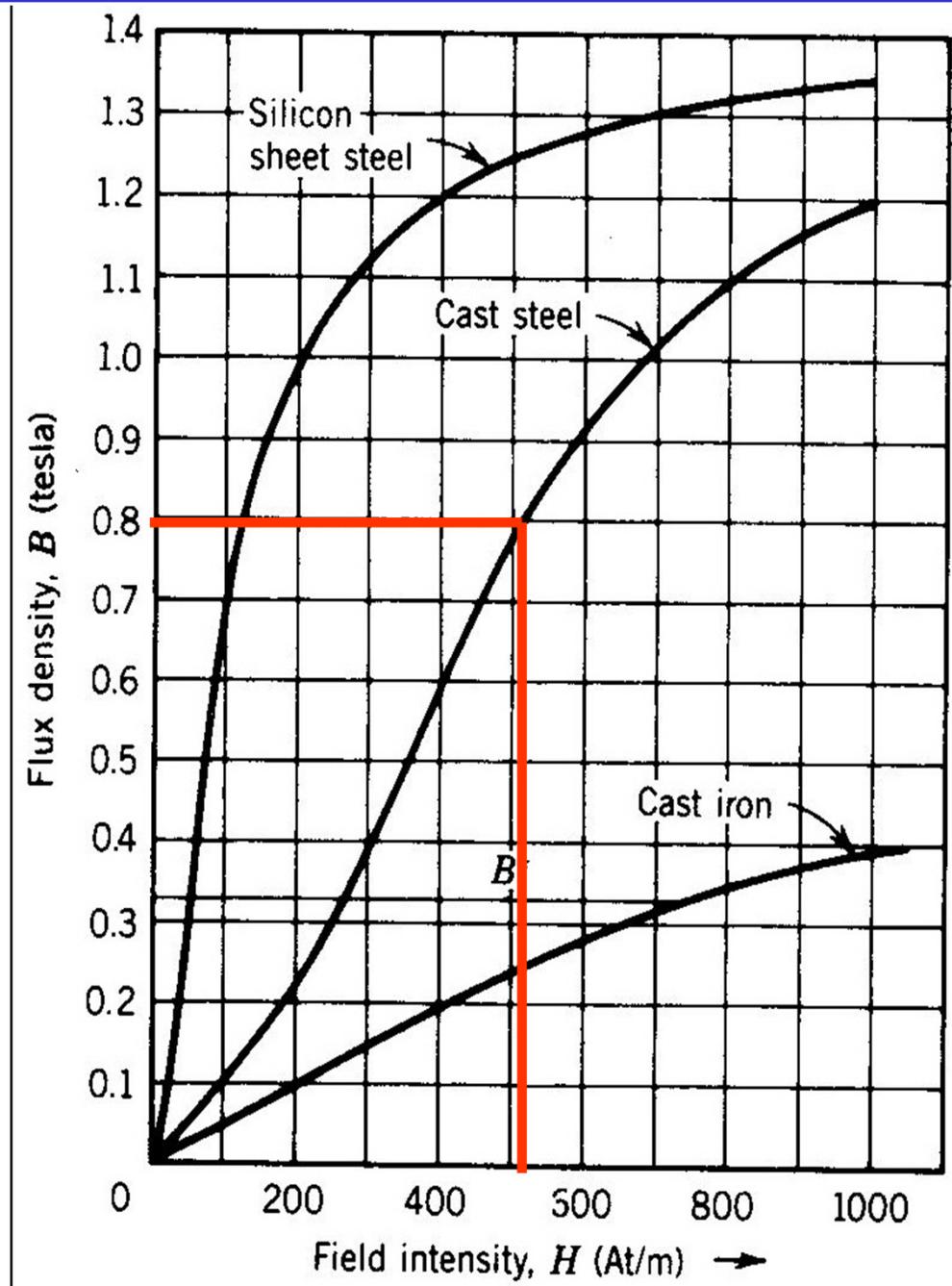
A dimensão da área transversal do núcleo é 2 cm por 3 cm.

Determine:

- A corrente necessária para o relé atuar;
- Os valores de permeabilidade e de permeabilidade relativa do núcleo;
- A corrente necessária para produzir a mesma densidade de fluxo para o caso sem entreferro;
- O valor da relutância do núcleo e do entreferro



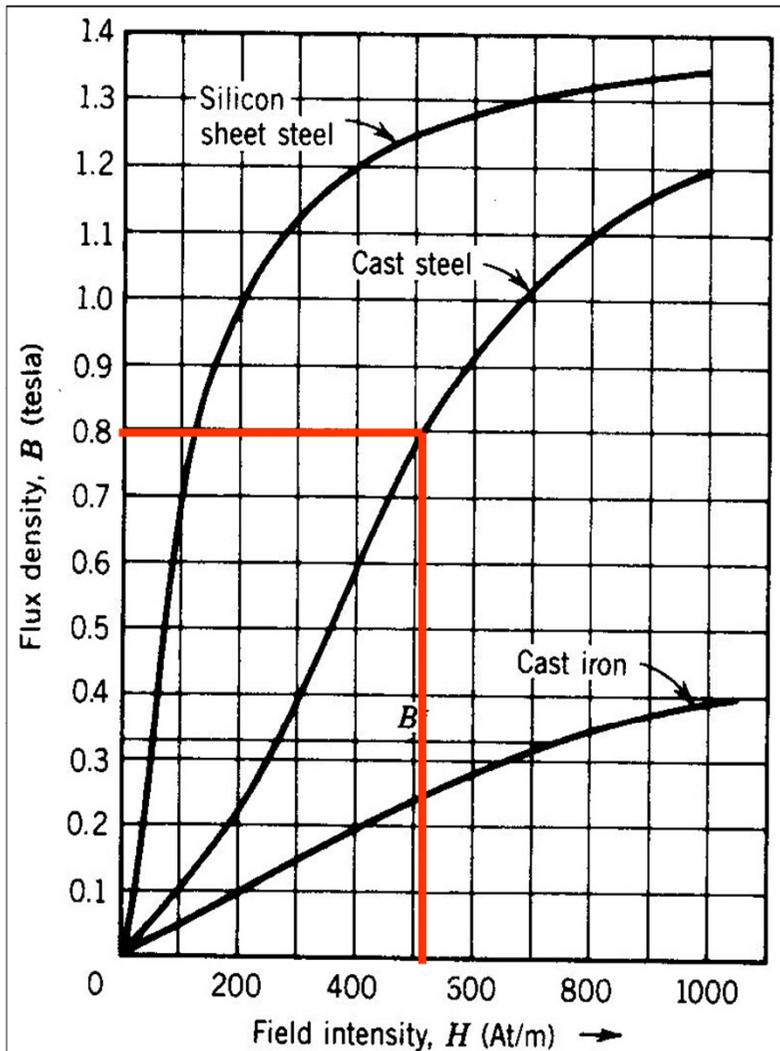
Exemplo E1.1: Livro P. C. Sen



Exemplo E1.1: Livro P. C. Sen

- (a) Visto que o entreferro é pequeno, podemos desprezar o efeito de espraiamento, assim a densidade de campo é a mesma no núcleo (B_c) e no entreferro (B_g). Da curva B-H para o aço fundido, temos:

$$B_c = 0,8 \text{ T} \quad \rightarrow \quad H_c = 510 \text{ A.esp/m}$$



No núcleo:

$$F_c = H_c l_c = 510 \times 0,36 = 184 \text{ A.esp}$$

No entreferro:

$$F_g = H_g 2l_g = (B_g/\mu_0) 2l_g = (0,8/4\pi 10^{-7}) \times 2 \times 1,5 \cdot 10^{-3}$$

$$F_g = 1910 \text{ A.esp}$$

A força magnetomotriz total é:

$$F_T = F_c + F_g = 184 + 1910 = 2094 \text{ A.esp}$$

Portanto, a corrente necessária para atuar o relé é:

$$i = F_T/N = 2094/500 = 4,19 \text{ A}$$

Exemplo E1.1: Livro P. C. Sen

(b) Permeabilidade do núcleo:

$$\mu_c = B_c/H_c = 0,8/510 = 1,57 \times 10^{-3} \text{ Wb/Am}$$

Permeabilidade relativa:

$$\mu_r = \mu_c/\mu_0 = 1,57 \cdot 10^{-3}/4\pi \cdot 10^{-7} = 1250$$

(c) Corrente requerida sem entreferro:

$$F = H_c l_c = 510 \times 0,36 = 184 \text{ A.esp}$$

$$I = F/N = 184/500 = 0,368 \text{ A}$$

Obs:

Para obter 0,8 T:	com entreferro:	4,19 A
	sem entreferro:	0,368 A

(d) relutância:

$$\mathfrak{R}_c = l_c/\mu_c A_c = 0,36/(1,57 \cdot 10^{-3} \times (0,02 \times 0,03)) = 0,38 \times 10^6 \text{ A.esp/Wb}$$

$$\mathfrak{R}_g = l_g/\mu_0 A_g = 1,5 \cdot 10^{-3}/(4\pi \cdot 10^{-7} \times (0,02 \times 0,03)) = 1,99 \times 10^6 \text{ A.esp/Wb}$$

Exemplo: Efeito do espraçamento

Calcule a relutância do entreferro do exemplo anterior, considerando o efeito do espraçamento:

$$\mathfrak{R}_g = l_g / \mu_0 A_g = 1.5 \cdot 10^{-3} / (4\pi \cdot 10^{-7} \times (0,02 + 0,0015) \times (0,03 + 0,0015)) = 1,76 \times 10^6 \text{ A.esp/Wb}$$

Comparação:

Considerando o espraçamento: $\mathfrak{R}_g = 1,76 \times 10^6 \text{ A.esp/Wb}$

Desprezando os espraçamento: $\mathfrak{R}_g = 1,99 \times 10^6 \text{ A.esp/Wb}$

Próxima Aula

- Dispersão de fluxo magnético
- Circuitos magnéticos com junções
- Lei de Faraday (lei de indução de Faraday)
- Lei de Lenz