

PEF 3401 – Mecânica das Estruturas II
Lista 3 – Introdução à Teoria da Plasticidade

Exercício 1

Para o sistema estrutural da Figura 1a, para o qual os diagramas de momento fletor em AB e força normal em BC da **solução elástica** são indicados na Figura 1b, estudar pelo **método passo-a-passo** o carregamento até a iminência do colapso plástico e o imediato descarregamento total, caracterizando:

- O valor da carga de primeiro limite de plastificação, indicando a parte do sistema estrutural que está plastificando e o deslocamento vertical do ponto de aplicação da força nesta situação.
- O valor da carga de segundo limite de plastificação e o deslocamento vertical do ponto de aplicação da força na iminência do colapso plástico.
- O diagrama força x deslocamento, correspondente aos itens (a) e (b) e, ainda, com a representação gráfica do descarregamento total, indicando o deslocamento vertical residual do ponto de aplicação da força.
- O diagrama de momentos fletores residuais em AB e a força normal residual em BC após o descarregamento total.

Dados: $\sigma_e = 20 \text{ kN/cm}^2$, $E = 20000 \text{ kN/cm}^2$, $\ell = 200 \text{ cm}$.

Barra AB (seção retangular): $b = 4 \text{ cm}$, $h = 5 \text{ cm}$.

Barra BC (seção circular): $\phi = 0,5 \text{ cm}$.

A flexão na barra BC ocorre no plano de maior inércia da seção transversal.

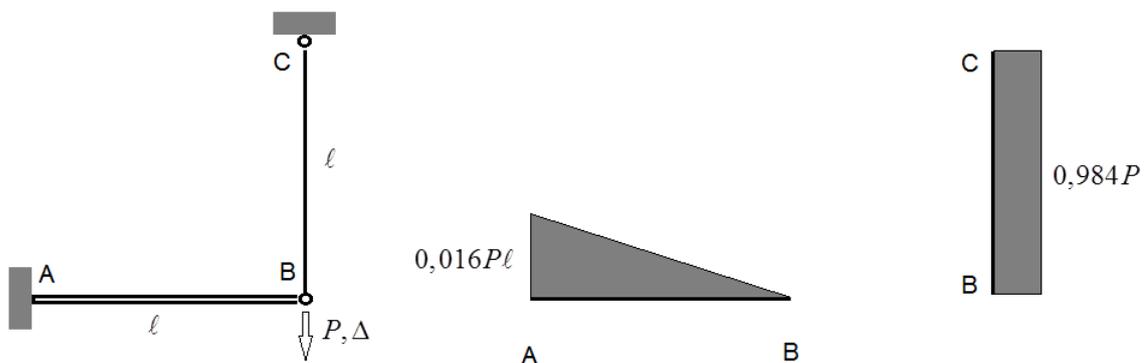


Figura 1

PEF 3401 – Mecânica das Estruturas II
Lista 3 – Introdução à Teoria da Plasticidade

Exercício 2

No contexto da análise limite:

- Conceituar solução estaticamente admissível.
- Conceituar solução cinematicamente admissível.
- Que informações adicionais o método incremental (passo-a-passo) fornece em relação aos teoremas da análise limite?

Exercício 3

Aplicando o teorema cinemático da análise limite ao sistema estrutural da Figura 2, determinar:

- O coeficiente multiplicador do carregamento de serviço na iminência do colapso plástico.
- O mecanismo de colapso plástico.
- O diagrama de momentos fletores na iminência do colapso plástico.

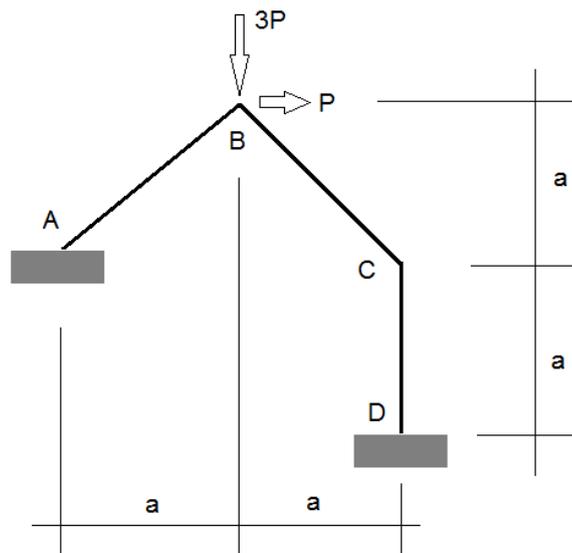


Figura 2

São dados: o momento de plastificação M_p para todas as barras, o valor do carregamento de serviço P e o comprimento a .

PEF 3401 – Mecânica das Estruturas II
Lista 3 – Introdução à Teoria da Plasticidade

Exercício 4

Seja o pórtico da Figura 3, submetido ao carregamento indicado. Supõe-se comportamento elastoplástico ideal e sabe-se que o momento de plastificação da seção transversal é M_p . Os esforços solicitantes em regime elástico linear estão indicados na Figura 4.

- Indicar o mecanismo de colapso plástico e determinar a carga de segundo limite P_{II} , usando o teorema cinemático.
- Desenhar os diagramas de forças normais, forças cortantes e momentos fletores na iminência do colapso plástico.
- Obter o diagrama de momentos fletores residuais após descarregamento total da estrutura.

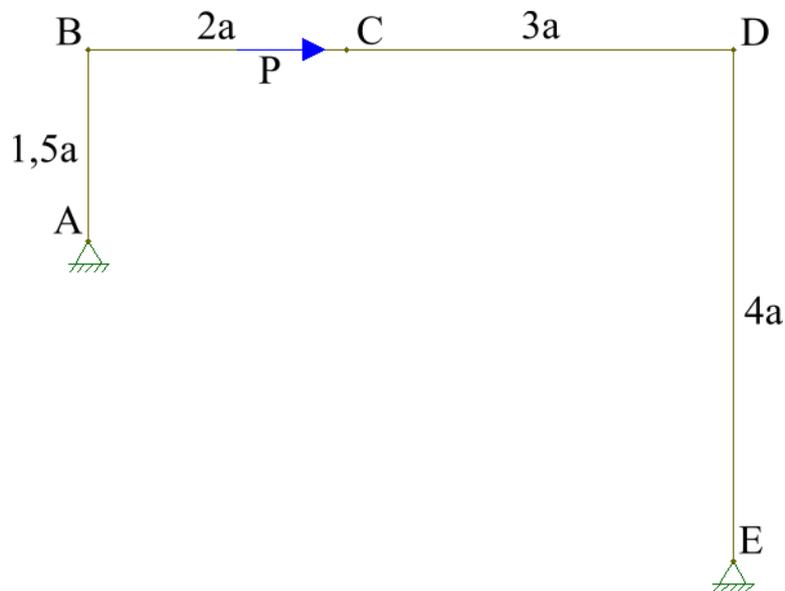


Figura 3

PEF 3401 – Mecânica das Estruturas II
Lista 3 – Introdução à Teoria da Plasticidade

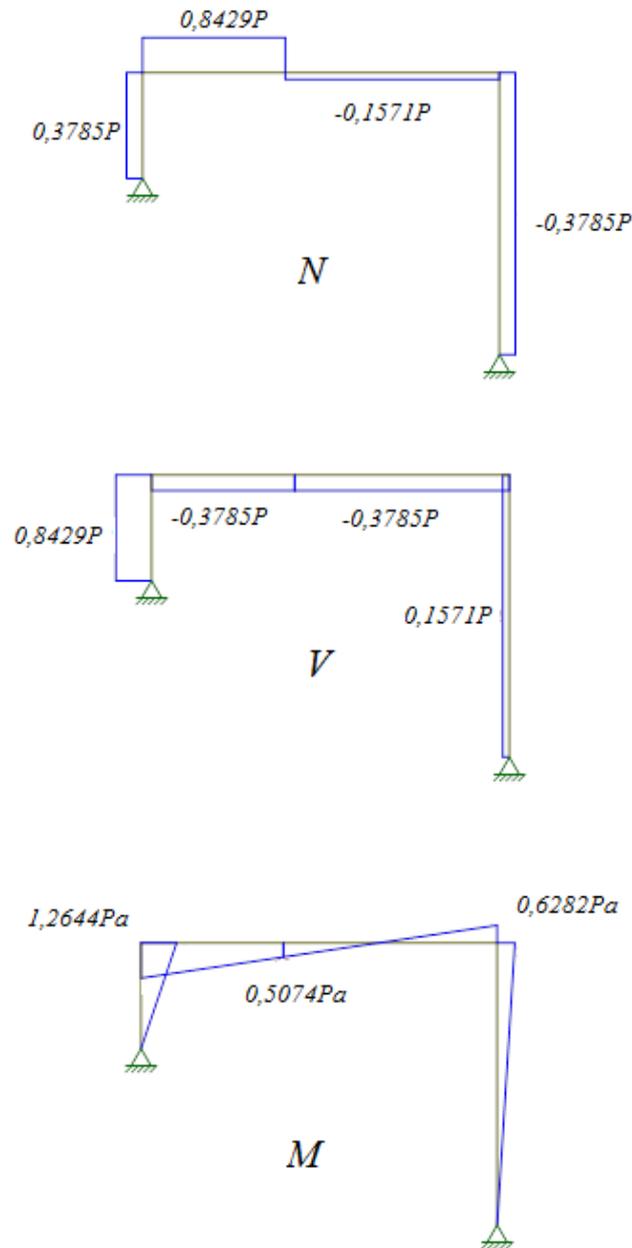


Figura 4

PEF 3401 – Mecânica das Estruturas II
Lista 3 – Introdução à Teoria da Plasticidade

Exercício 5

Calcular o momento de plastificação total da seção transversal da Figura 5, em função de b e da tensão de escoamento do material σ_e .

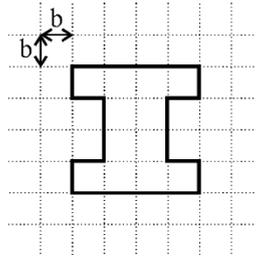


Figura 5

Exercício 6

A Figura 6 ilustra uma estrutura composta por três barras, em que ABCD é rígida, enquanto BE e CF são flexíveis. A carga P é aplicada em D, na vertical, para baixo. Sabe-se que não há grandes deslocamentos elásticos envolvidos. Assim, é possível aproveitar-se da linearidade geométrica, conforme indica a Figura 7. Seja θ o ângulo da inclinação da barra ABCD, indicado nas Figuras 6 e 7, medido a partir da direção horizontal. As barras BE e CF possuem área de seção transversal A , módulo de elasticidade E , e diferentes valores de tensão limite de escoamento à tração e compressão, dados respectivamente por σ_e^t e σ_e^c . Não há risco de flambagem de nenhuma das barras. Pedem-se:

- Determinar o valor das forças normais de plastificação das barras BE e CF à tração e compressão.
- Deseja-se estudar o colapso plástico dessa estrutura por meio do método passo-a-passo. Determinar o valor da carga P_I associada ao primeiro limite e o ângulo θ_I associado.
- Ainda pelo método passo-a-passo, determinar o valor da carga P_{II} associada ao segundo limite e o ângulo θ_{II} associado.
- Traçar o gráfico $P \times \theta$ até a iminência do colapso plástico.
- Propor um mecanismo de colapso e determinar o valor da carga P_{II} , utilizando-se do teorema cinemático.

Dados: $E = 200 \text{ GPa}$, $a = 1 \text{ m}$, $\sigma_e^t = 250 \text{ MPa}$ (tração), $\sigma_e^c = 750 \text{ MPa}$ (compressão), $A = 40 \text{ mm}^2$.

PEF 3401 – Mecânica das Estruturas II
Lista 3 – Introdução à Teoria da Plasticidade

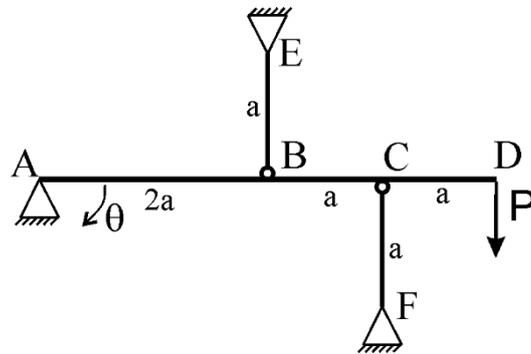


Figura 6

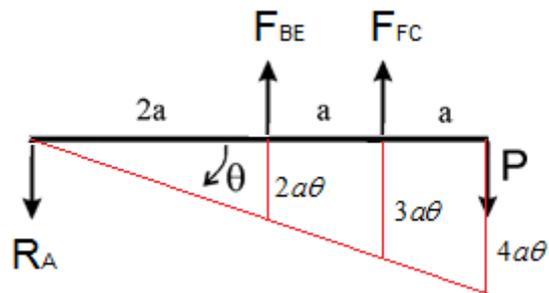


Figura 7

PEF 3401 – Mecânica das Estruturas II
Lista 3 – Introdução à Teoria da Plasticidade

Exercício 7

Considere-se a treliça solicitada por carregamento proporcional, conforme se indica na Figura 8. As barras são prismáticas de mesma seção transversal de área A , constituídas de mesmo material elastoplástico perfeito com módulo de elasticidade E e tensão de escoamento σ_e .

- Calcular a carga de colapso para carregamento monotonicamente crescente (análise limite).
- Analisar a estrutura (obter forças normais e gráfico $F \times U_c$ – deslocamento horizontal do ponto C) para um ciclo de carga até próximo do colapso e descarga (análise incremental).

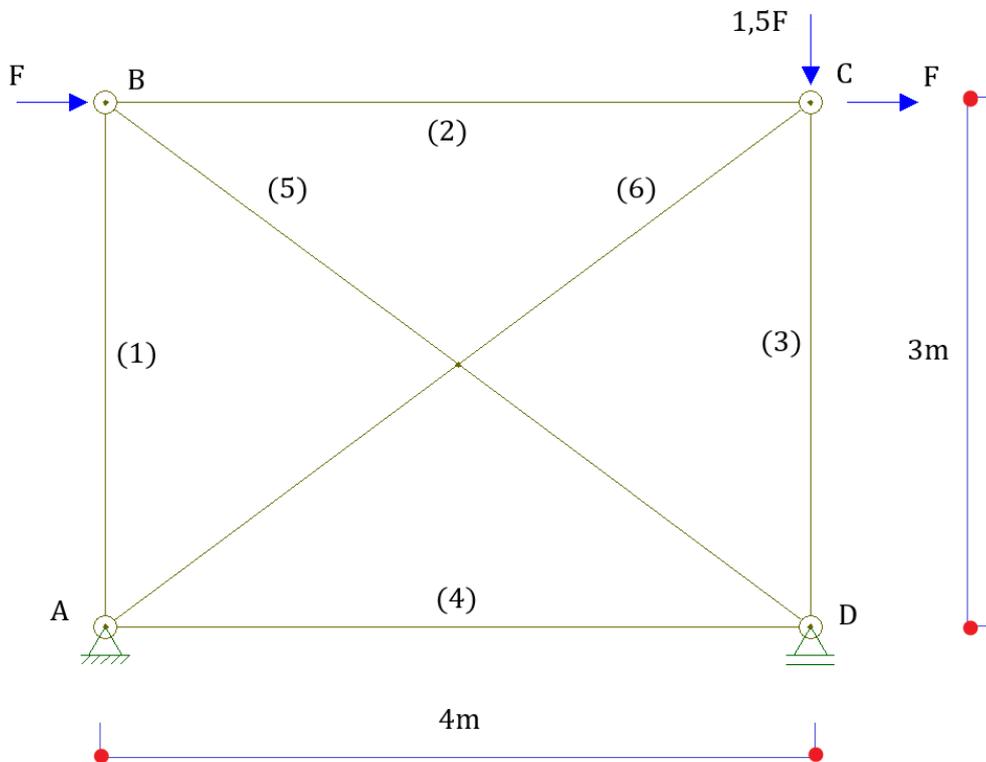


Figura 8

PEF 3401 – Mecânica das Estruturas II
Lista 3 – Introdução à Teoria da Plasticidade

Respostas

Exercício 1

- a) 3,99 kN.
- b) 6,43 kN.
- c) -2,39 kN.

Exercício 3

a) $\gamma_{II} = 2 \frac{M_p}{Pa}$

Exercício 5

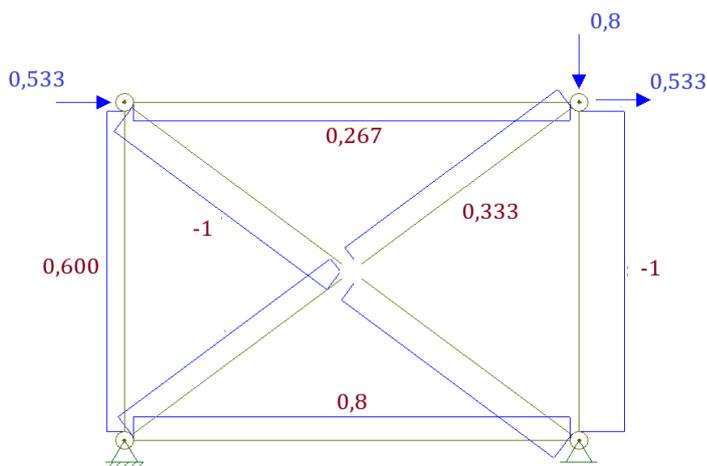
$M_p = 14\sigma_e b^3$

Exercício 6

- a) 10 kN (tração); 30 kN (compressão).
- b) 16,25 kN; 0,000625 rad.
- c) 27,5 kN; 0,00125 rad.
- e) 27,5 kN (mesmo mecanismo determinado no item (c)).

Exercício 7

Resposta no colapso (esforços externos ativos $\frac{F}{\sigma_e A}$ e diagrama de forças normais $\frac{N}{\sigma_e A}$ no colapso):



PEF 3401 – Mecânica das Estruturas II
Lista 3 – Introdução à Teoria da Plasticidade

Mecanismo de colapso:

