

PEF 3401 – Mecânica das Estruturas II
Lista 1 – Teorema dos Esforços Virtuais

Exercício 1

A estrutura reticulada plana da figura 1, com barras prismáticas de comprimento $\ell = 1,6m$, seção transversal retangular de altura $h = 0,2m$, produto de rigidez à flexão $EI = 80000kNm^2$ e coeficiente de dilatação térmica $\alpha = 10^{-5} \text{ } ^\circ C^{-1}$, está submetida ao carregamento indicado, com:

$P = 20kN$; variação de temperatura **somente na barra AB**, com $\Delta\theta_1 = -15^\circ C$ e $\Delta\theta_2 = 15^\circ C$; e recalque angular no engaste $\hat{\phi} = 10^{-3} \text{ rad}$.

Usando o Teorema dos Esforços Virtuais e desprezando o efeito da força normal, determinar:

- O deslocamento vertical no ponto C.
- A rotação no ponto C.

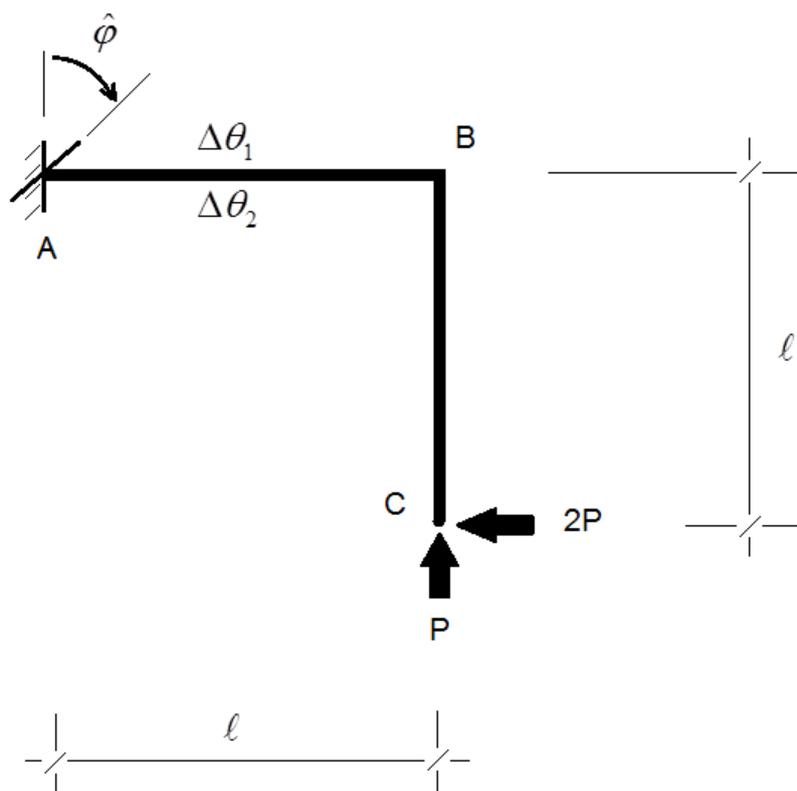


Figura 1

PEF 3401 – Mecânica das Estruturas II
Lista 1 – Teorema dos Esforços Virtuais

Exercício 2

Usando o Teorema dos Esforços Virtuais, determinar as forças normais e o deslocamento horizontal do nó A da treliça da figura 2, quando sobre ela atuam uma força $F = 600N$ e um recalque vertical $\delta = 0,01m$ no apoio C.

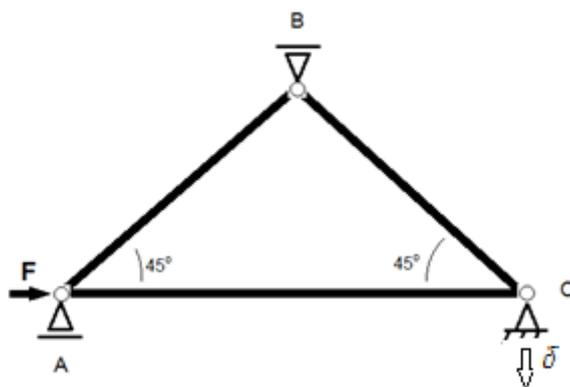


Figura 2

O comprimento das barras AB e BC é $\ell = 1,5m$, e o da barra AC é $\ell\sqrt{2} = 2,12m$. O produto de rigidez axial de todas as barras é $EA = 38400N$.

PEF 3401 – Mecânica das Estruturas II
Lista 1 – Teorema dos Esforços Virtuais

Exercício 3

A estrutura plana da figura 3 é solicitada por força P e por recalque no engaste dado por $\hat{w}_A = 0,002\text{m}$. Sabe-se que a força na mola é de compressão e vale $S = 8,0\text{kN}$. As barras são prismáticas de mesma seção transversal com $EI = GI_T = 200.000\text{kNm}^2$. A mola tem coeficiente de rigidez $k = 5.475\text{kN/m}$.

Nessas condições, usando o Teorema dos Esforços Virtuais, calcular:

- O deslocamento linear em B, na direção Z, U_1 .
- A rotação em torno de X no ponto C, U_2 .
- O encurtamento da mola, $\Delta\ell$.

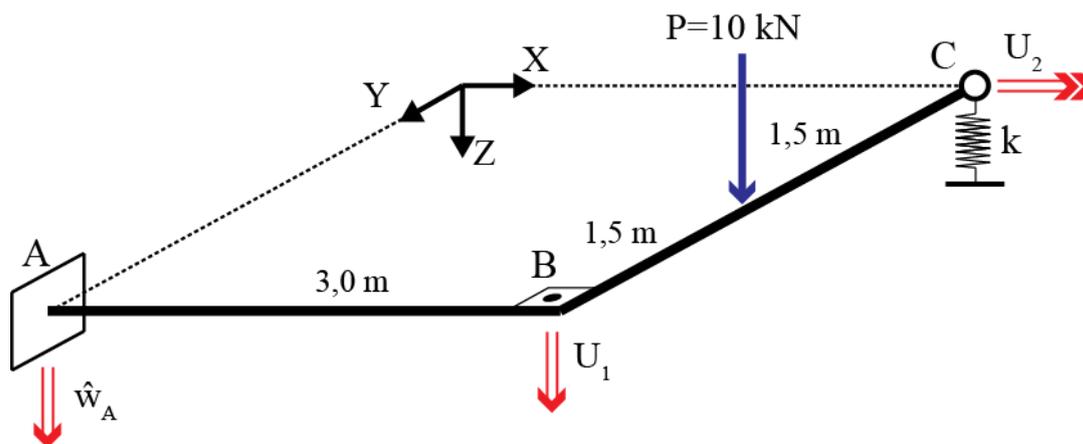


Figura 3

PEF 3401 – Mecânica das Estruturas II
Lista 1 – Teorema dos Esforços Virtuais

Exercício 4

Traçar os diagramas de esforços solicitantes da estrutura reticulada da figura 4 e calcular o deslocamento horizontal e a rotação do ponto D, usando o Teorema dos Esforços Virtuais. Não é necessário considerar o efeito da força normal em ABCDE, mas o é na barra EC. As ações sobre a estrutura estão indicadas na mesma figura e constituem-se de forças aplicadas P_1 e P_2 , recalques de apoio δ_A e δ_E , e um carregamento térmico uniforme $\Delta\theta_0$, exclusivamente na barra EC.

Dados: $a = 1m$, $P_1 = 200kN$, $P_2 = 100kN$, $EI = 80000kNm^2$, $EA = 200000kN$, $\alpha = 10^{-5} C^{-1}$, $\Delta\theta_0 = 20^\circ C$, $\delta_A = 0,001m$ e $\delta_E = 0,002m$.

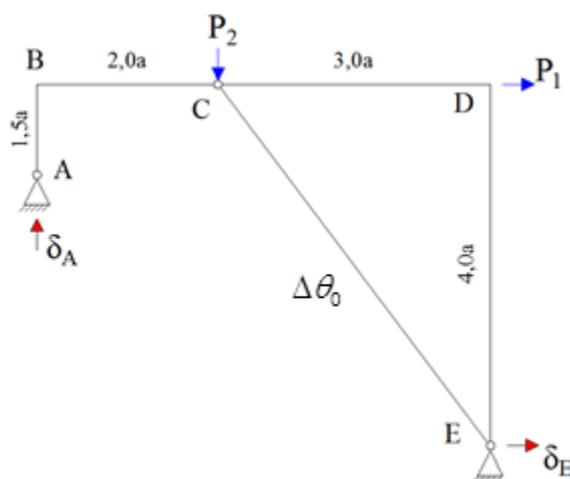


Figura 4

PEF 3401 – Mecânica das Estruturas II
Lista 1 – Teorema dos Esforços Virtuais

Exercício 5

Para o quadro da figura 5, usando o Teorema dos Esforços Virtuais e desprezando o efeito da força normal, determinar:

- O diagrama de momentos fletores.
- O deslocamento vertical do ponto médio da barra AD .
- A rotação relativa na articulação da barra BC .

São conhecidos os valores da carga P , do comprimento a , do produto de rigidez à flexão EI (constante) e da rigidez da mola elástica linear k .

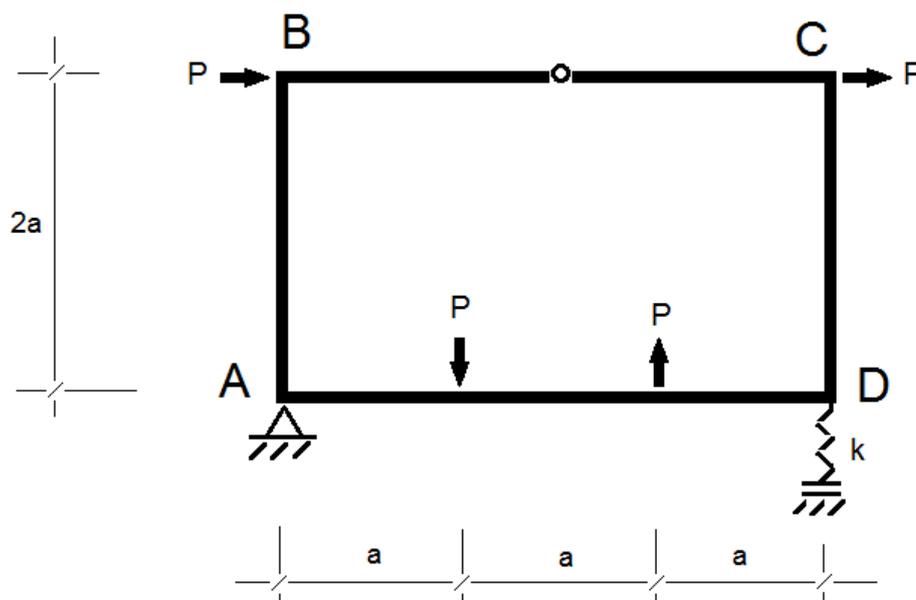


Figura 5

PEF 3401 – Mecânica das Estruturas II
Lista 1 – Teorema dos Esforços Virtuais

Exercício 6

Você deve realizar a análise da viga imponderável AB, que receberá uma carga concentrada P na metade do seu vão. Esta viga tem comprimento L e rigidez flexional EI (constante ao longo do comprimento). Para tanto, você deverá executar as seguintes tarefas de projeto:

- Considerar o sistema apresentado na figura 6. Utilizar o teorema dos esforços virtuais para obter uma expressão para o deslocamento Δ observado no ponto de aplicação do carregamento externo de intensidade P . Interpretar fisicamente os termos da expressão obtida.
- Considerar agora um novo sistema, apresentado figura 7. Utilizar o teorema dos esforços virtuais para obter uma expressão para o deslocamento Δ observado no ponto de aplicação do carregamento externo de intensidade P .

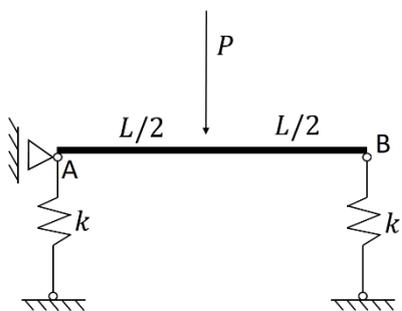


Figura 6

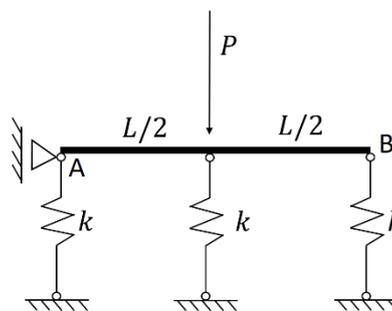


Figura 7

PEF 3401 – Mecânica das Estruturas II
Lista 1 – Teorema dos Esforços Virtuais

Respostas

Exercício 1

$$U_2 = 3,63 \cdot 10^{-4} m \text{ (para baixo)}$$

$$U_3 = 2,00 \cdot 10^{-4} rad \text{ (sentido horário)}$$

Exercício 2

$$N_{AB} = N_{BC} = -154,7N$$

$$N_{AC} = -490,6N$$

$$U_1 = 2,71 \cdot 10^{-2} m \text{ (para a direita)}$$

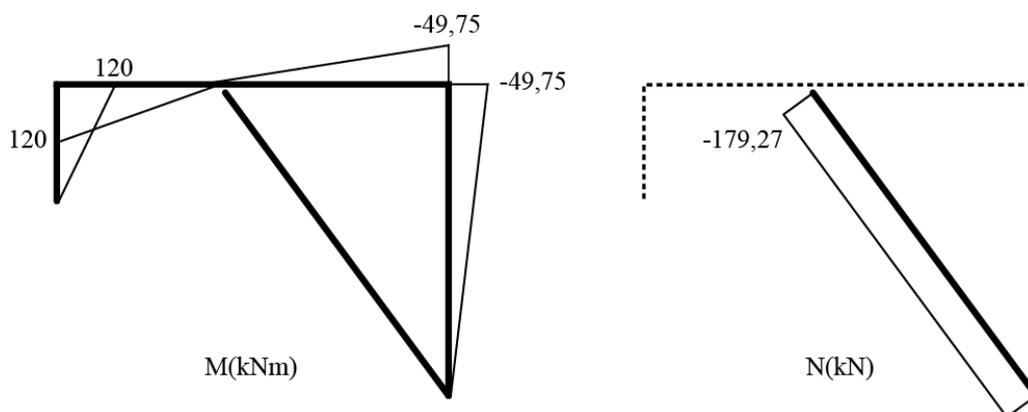
Exercício 3

$$U_1 = 2,09 \cdot 10^{-3} m \text{ (para baixo)}$$

$$U_1 = 2,59 \cdot 10^{-5} rad \text{ (sentido anti-horário)}$$

$$\Delta \ell = 1,46 \cdot 10^{-3} m$$

Exercício 4

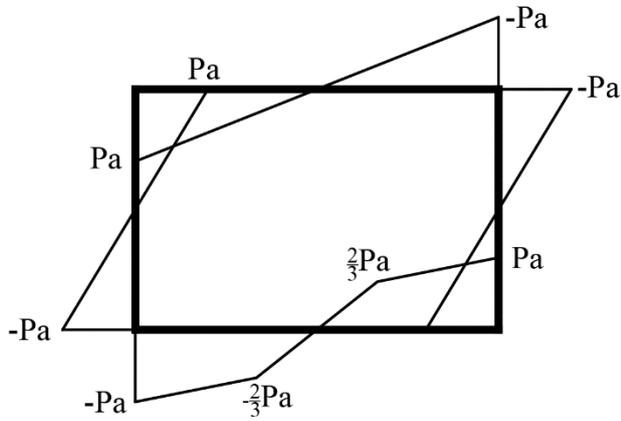


$$U_1 = 4,97 \cdot 10^{-3} m \text{ (para a direita)}$$

$$U_3 = 8,68 \cdot 10^{-5} rad \text{ (sentido anti-horário)}$$

PEF 3401 – Mecânica das Estruturas II
Lista 1 – Teorema dos Esforços Virtuais

Exercício 5



$$U_1 = \frac{P}{2k} \text{ (para baixo)}$$

$$U_3 = 0$$

Exercício 6

a)
$$\Delta = \frac{P}{2k} + \frac{PL^3}{48EI}$$

b)
$$\Delta = \frac{P}{k} \left(\frac{\frac{L^3}{48EI} + \frac{1}{2k}}{\frac{L^3}{48EI} + \frac{3}{2k}} \right)$$