Controle H_∞ - PPGEE - EPUSP
Lista 3 - entrega: 28/08/2018

Prof. Diego

Segundo Período 2018

Problema 1

A estabilidade interna de um sistema em malha fechada com realimentação negativa é garantida se as quatro funções de transferência T_{yr}, T_{yd}, T_{ur}, T_{ud} forem BIBO (*bounded-input-bounded-output*) estáveis (onde r é o sinal de referência, y é a saida, d é o disturbio na saida da planta e u é o sinal de controle).

Prove as seguintes afirmações:

1. O sistema em malha fechada é internamente estável se a matriz de funções de transferência:

$$M = \begin{pmatrix} I & K \\ -G & I \end{pmatrix}^{-1}$$

   é BIBO estável.

2. Se não há cancelamento de pólos instáveis com zeros entre G e K (e estes sistemas não possuem modos internos ocultos no SPD), basta que uma das quatro funções de transferência seja estável para que o sistema seja internamente estável.

Problema 2

Suponha que $G(s)$ é uma matriz de funções de transferência estritamente própria. Mostre que $\|G\|_1 < \infty$.

Problema 3

Sejam as matrizes M e Δ dadas por:

$$M = \begin{pmatrix} 12 & -3 & 2 \\ -1 & 7 & 8 \\ 5 & 3 & -1 \end{pmatrix} \qquad \Delta = \begin{pmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{13} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \delta_{23} \\ \delta_{31} & \delta_{32} & \delta_{33} \end{pmatrix}$$

onde $\|\Delta\|_\infty < 1$.

Calcule o valor singular estruturado para os seguintes casos usando a função mu do MATLAB, considerando:

1. $\delta_{ij} = 0$ para $i \neq j$ e os restantes dos termos reais.

2. $\delta_{ij} = 0$ para $i \neq j$ e os restantes dos termos complexos.

3. $\delta_{13} = \delta_{31} = \delta_{23} = \delta_{32} = 0$ e os restantes dos termos reais.

4. $\delta_{13} = \delta_{31} = \delta_{23} = \delta_{32} = 0$ e os restantes dos termos complexos.

5. Todos os termos não-nulos e reais.

6. Todos os termos não-nulos e complexos.

Problema 4

Considere o modelo matemático MIMO descrito pelas equações em espaço de estados abaixo:

$$A = \begin{bmatrix} -0.303(1+0.2\delta_1) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6.973 & -6.67 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2.5(1+0.3\delta_2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10.83(1+0.3\delta_2) & -8.33 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.044 & -0.12(1+0.1\delta_3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.044 & 2.977 & -2.857 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0.164(1+0.2\delta_1) & 0 \\ -0.164(1+0.2\delta_1) & 0 \\ 0 & 1.062(1+0.3\delta_2) \\ 0 & -1.062(1+0.3\delta_2) \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{1}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

onde $-1 \leq \delta_1, \delta_2, \delta_3 \leq 1$ são incertezas paramétricas reais.

Nos próximos 3 itens, considere modelo nominal (isto é, $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 0$)

1. Encontre a matriz de funções de transferência do sistema, destacando os seus pólos e zeros de transmissão.

2. Plote os valores singulares desta matriz de funções de transferência, destacando o valor da norma H_∞ no gráfico.

3. Monte um programa em MATLAB que calcule a norma H_∞ pelo método de busca ensinado em sala de aula (usando matriz Hamiltoniana) e aplique para o sistema acima. Compare com o valor da norma indicado no gráfico dos valores singulares. Quantas interações foram usadas ?

4. Plote o diagrama de Nyquist multivariável do sistema para diferentes valores de $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ (4 valores de cada), destacando o caso nominal.

Problema 5

Considere o modelo matemático MIMO descrito no problema anterior.

1. Projete um controlador em malha fechada pelo método H_∞ Loop-Shaping, tal que uma das funções peso seja $W_1(s) = \frac{1}{s^n} I_{2\times 2}$ (onde n pode ser 1 ou 2) e a outra seja $W_2(s) = 4I_{2\times 2}$. Apresente este controlador, juntamente com os valores singulares em malha fechada (das funções S, T) e malha aberta (da função L) e o valor de γ atingido.

2. Determine a matriz Δ e a matriz M para este sistema, onde M deve incluir o controlador (malha fechada) considerando que $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ são reais

3. Determine o valor singular estruturado para este sistema, usando a função mu do MATLAB

4. Plote o diagrama de Nyquist multivariável da matriz de funções de transferência $M\Delta$ (e ΔM, verifique se são iguais) para diferentes valores de $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ (4 valores de cada), destacando o caso nominal.